



طراحی بهینه، ساخت و آزمایش یک راهرونده دوپای غیرفعال: اثر پارامترهای ساختاری بر بازده، پایداری و عبور از پستی و بلندی

سیدمحمد هادی ساداتی^۱، مهیار نراقی^{۲*}، عبدالرضا اوحدی همدانی^۳

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

۲- استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

۳- دانشیار مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

* تهران، صندوق پستی ۴۴۱۳-۱۵۸۷۵، naraghi@aut.ac.ir

چکیده- راهرونده‌های غیرفعال ربات‌هایی هستند که بر روی شیب‌های کوچک می‌توانند حرکت سیکلی پایداری شبیه راهرفتن را، بدون کنترل خارجی، داشته باشند. این مفهوم در دهه ۹۰ میلادی توسط مک‌گیر معرفی شد. در سال‌های اخیر تحقیقات مختلفی در این زمینه صورت گرفته است. با توجه به تازگی موضوع، تاثیر پارامترهای ساختاری بر حرکت راهرونده و بهینه‌سازی آن‌ها و شبیه‌سازی نرم‌افزاری، با هدف تعریف روند طراحی و ساخت مدل و انجام آزمایش‌های عملی، می‌تواند بیشتر مورد توجه قرار گیرد. در کار حاضر، با گسترش ساده‌ترین مدل راهرونده، مدلی نزدیک‌تر به مدل قابل ساخت در نظر گرفته شده است. سپس، با تغییر پارامترهای ساختاری، میزان اثر بر بازده، پایداری و توانایی عبور از پستی و بلندی راهرونده و محدوده بهینه آن‌ها بررسی شده است. نشان داده می‌شود شعاع کف و مکان مرکز جرم پاهای بیشترین تاثیر را بر پارامترهای حرکتی مدل دارد. پس از مقایسه نتایج با بررسی‌های مشابه پیشین و شبیه‌سازی در نرم‌افزار آدامز، روند ساخت مدلی بهینه به روش الگوریتم ژنتیک پیشنهاد شده است. در انتها، با تعریف پنج مرحله آزمایش، نشان داده شد که در کنار بهینه‌یابی پارامترهای ساختاری بررسی دقیق‌تر برخوردها برای دستیابی به حرکت بهینه بسیار مهم است.

کلیدواژگان: قدم‌زنی غیرفعال، پایداری، بهینه‌سازی، ساخت و طراحی دوپای، آزمایش عملی دوپای

Optimum design, manufacturing and experiment of a passive walking biped: effects of structural parameters on efficiency, stability and robustness on uneven trains

S. M. H. Sadati¹, M. Naraghi^{2*}, A. R. Ohadi Hamedani³

1- MSc. student, Mech. Eng., Sharif Univ. of Tech., Tehran, Iran

2- Assis. Prof., Mech. Eng., Amirkabir. Univ. of Tech., Tehran, Iran

3- Assoc. Prof., Mech. Eng., Amirkabir. Univ. of Tech., Tehran, Iran

* P. O. B. 15875-4413 Tehran, naraghi@aut.ac.ir

Abstract: Passive walkers are robots, which perform a walking like, stable limit cycle on small slopes without any external control. This concept was published on 90's by McGeer and there are lots of related researches going on in the past few years. Keeping in mind the novelty of the concept, investigating the effects of structural parameters on walking performance and finding their optimums, simulating the biped and establishing a trend to its optimal design and build, and finally doing experimental researches, would be of a great concern. In this research, a deployed model of biped that can be built has been considered, and then its walking performance sensitivity such as efficiency, stability and robustness on uneven trains due to variation of structural parameters and their optimum limits have been investigated. It was shown that the foot arc radius and center of mass height have the most important effect on walking performance. After comparing the results with previous researches and doing simulations in MSC. ADAMS software, an optimum design trend has been suggested. At the end based on experimental results, it was shown beside optimization of structural parameters, considering the impact condition as well would be very important to achieve optimal walking.

Keywords: Passive Walking, Stability, Optimization, Design and Build of Biped, Experiment of Biped

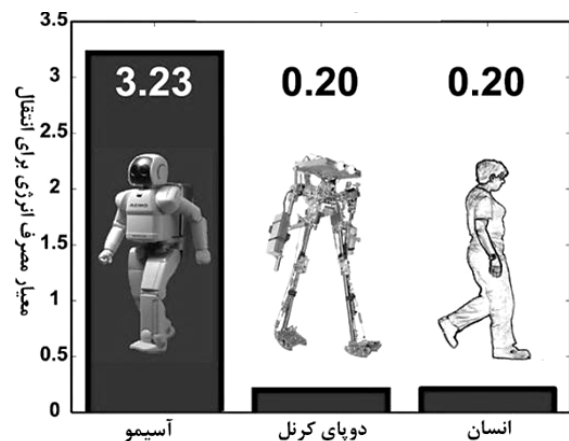
۱- مقدمه

پای انسان می‌تواند به صورت قانع کننده‌ای به عنوان یک آونگ دوتایی غیرفعال مدل شود. آن‌ها این نوع حرکت را "راه رفتن پرتابی"^۴ نامیدند. به دنبال این مطلب مک‌گیر در ۱۹۹۰ میلادی نشان داد که راه رفتن می‌تواند یک فرایند کاملاً خودجوش باشد. وی بیان می‌کند: "مجموعه‌ای از ماشین‌های دوپا موجود است که راه رفتن برای آن‌ها یک مود دینامیکی طبیعی است. حرکت آغاز شده بر روی یک شیب کم برای یک ماشین متعلق به این مجموعه، در حالی منتهی به یک حرکت پایدار قابل مقایسه با راه رفتن طبیعی می‌شود که هیچ انرژی ورودی و کنترلی برای آن لازم نیست." این حرکت پایدار دوپا نتیجه برابری انرژی تلف شده به هنگام برخورد پا با زمین و سایر اتلاف‌های احتمالی در حین حرکت، با انرژی ورودی ناشی از جاذبه است. او هم به صورت تئوری و هم تجربی با ساخت مدل‌هایی از دوپا این مسئله را ثابت کرد. پس از او این روند با ارائه مدل‌های مختلفی مانند مدل‌های سه‌بعدی [۳]، مدل‌های دارای بالاتنه [۴] و مدل‌های دارای زانو [۵] توسط سایر محققان ادامه یافت. کامل‌ترین راهرونده‌های دوپای غیرفعال، نمونه سه‌بعدی با زانو و دست است که در دانشگاه کرنل^۵ به سرپرستی اندی روینا در سال ۲۰۰۱ ساخته شده است (شکل ۲) [۵]. در سال‌های اخیر تحقیقات بر روی راهرونده‌های دوپای غیرفعال و نیمه‌فعال در دانشگاه‌های بسیاری در دنیا انجام گرفته و ادامه دارد [۶-۱۱].



شکل ۲ راه رونده غیرفعال سه‌بعدی دانشگاه کرنل [۵]

در میان ربات‌های متحرک، ربات‌های دوپا به دلیل انعطاف‌پذیری و سرعت مناسب همواره مورد توجه بوده‌اند، اما مصرف بالای انرژی مهم‌ترین دلیل عدم استفاده کاربردی از آن‌هاست. با ارائه اولین مدل راهرونده غیرفعال^۱ در سال ۱۹۹۰ توسط مک‌گیر^۲ دریچه جدیدی برای بررسی فرایند قدم‌زنی در انسان و همچنین طراحی ربات‌های پربازده گشوده شد [۱]. در روش راه رفتن غیرفعال مکانیزم‌های دوپا، بدون هیچ‌گونه کنترل و تنها با انرژی ورودی ناچیز، توانایی قدم‌زدن بر روی سطوح شیبدار را دارند. در شکل ۱ مقایسه‌ای از معیار مصرف انرژی، برای معروف‌ترین ربات‌های دوپای فعال و غیرفعال ساخته شده، با انسان آورده شده است.



شکل ۱ مقایسه مصرف مخصوص انرژی انسان، ربات شرکت هوندا و مدل دوپایی نیمه‌فعال دانشگاه کرنل [۲]

راه رفتن یک فرایند کاملاً پیچیده به نظر می‌آید که سیستم‌های ماهیچه‌ای-عصبی وظیفه کنترل آن را بر عهده دارند. اما آیا این سیستم کنترلی کاملاً فعال است یا اینکه در شرایطی می‌تواند غیرفعال عمل کند؟ بنا بر تعریف، یک سیستم مکانیکی حرکت غیرفعال دارد، اگر در خلال حرکت برآیند انرژی ورودی گرانشی و اتلاف انرژی‌ها در آن صفر باشد و انرژی و کنترل خارجی بر آن اعمال نشود. این موضوع اولین بار زمانی مطرح شد که مک‌موهن و موکان^۳ کشف کردند حرکت نوسانی

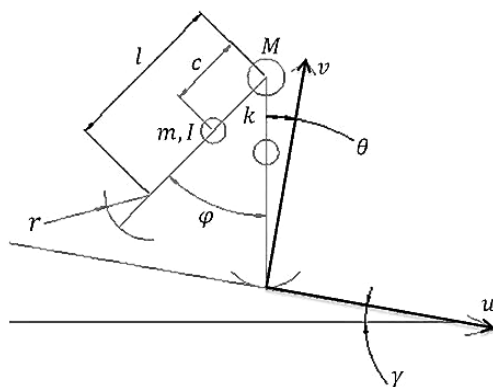
4. Ballistic walking
5. Cornell University

1. Passive walking
2. McGeer
3. McMahon & Mochon

راهرونده را به شدت نسبت به پیش‌بینی‌ها تغییر دهد. این تحقیق برخی از مسائل طراحی بهینه مدل‌های راهرونده ساده را، که در بررسی‌های پیشین یا به طور کامل مورد بررسی قرار نگرفته و یا نتایج مربوط به آن در مقالات منتشر شده ارائه نشده است، دربر می‌گیرد.

۲- مدل‌سازی

مدل گسترش‌یافته مورد استفاده برگرفته از ساده‌ترین مدل دوپای گارسیا می‌باشد با این تفاوت که پاها دارای جرم گسترده هستند؛ موقعیت مرکز جرم می‌تواند در امتداد پا تغییر کند و شکل کف پا نیز به صورت دایره‌ای و دارای شعاع مشخص است؛ در میان دوپای یک فنر پیچشی نیز افزوده شده است (شکل ۱). پارامترهای مدل عبارت‌اند از: m جرم پا، M جرم متمرکز در مرکز ران، I لختی دورانی پا حول مرکز جرم، l طول پا، c فاصله مرکز جرم پا از مرکز ران، γ شیب سطح، θ زاویه بین پای ثابت و خط عمود بر سطح، φ زاویه بین دوپای و k سختی فنر مفصل ران.



شکل ۳ نمای مدل دوپای مورد بررسی

مدل‌سازی شامل سه مرحله است: حرکت از لحظه بلند شدن پا تا لحظه برخورد، تعیین لحظه (شرط) برخورد، قوانین انتقال متغیرهای فضای فاز در لحظه برخورد.

فرضیات حاکم بر مسئله به این شرح است: حرکت در دو بعد بررسی می‌شود؛ سطح حرکت صلب است؛ برخورد پاها به زمین به صورت کاملاً پلاستیک می‌باشد به این صورت که پس از برخورد پا به زمین می‌چسبد؛ برخورد پاها با زمین کاملاً لحظه‌ای بوده و هیچ‌گاه دو پا با هم بر روی زمین قرار

به طور خلاصه مزایای طرح حرکت غیرفعال به این شرح است: (۱) صرفه‌جویی در مصرف انرژی: در حالی که ربات انسان‌نما شرکت هوندا-موتور^۱، برای ۴۰ دقیقه راه رفتن، ۶ کیلوگرم باتری با خود حمل می‌کند [۱۲]، گارسیا^۲ و همکارانش نشان دادند که مصرف انرژی برای حرکت غیرفعال یک دوپای در حالت حدی به صفر میل می‌کند. (۲) مد مسیرهای طبیعی حرکت به صورت غیرفعال شباهت زیاد به راه رفتن انسان دارد. موارد یادشده ضرورت توجه به دینامیک دوپای قبل از ورود به مرحله کنترل را نشان می‌دهد.

در این تحقیق، با گسترش ساده‌ترین مدل راهرونده، مدلی نزدیک‌تر به واقعیت در نظر گرفته شده است. روابط حرکت از روش ترکیبی (TMT) [۱۳]، که مبتنی بر روش کار مجازی است، استخراج شده و پس از ساده‌سازی، پارامترهای ساختاری با مبنا قراردادن ساده‌ترین مدل راهرونده تغییر داده شده و اثر آن‌ها بر پایداری حرکت مدل در شیب‌های متنوع، مصرف مخصوص انرژی، توانایی عبور از پستی و بلندی در سطح حرکت، مقدار نوسان پاها و سرعت حرکت بررسی شده است. نتایج حاصل در مقایسه با بررسی‌های مشابه پیشین مقایسه و در جدولی به طور خلاصه ارائه شده است. سپس، با تعریف تابع برازش مناسب براساس معیار بازده حرکت، به کمک الگوریتم ژنتیک پارامترهای ساختاری مدل در چند مرحله بهینه‌یابی شده و یک مدل بهینه در انتها ارائه شده است. نتایج حاصل از بهینه‌یابی مبنای ساخت مدل عملی راهرونده قرار گرفته است. پیش از ساخت مدل، با هدف نزدیک‌تر شدن برآوردهای تئوری به واقعیت، شبیه‌سازی در نرم‌افزار آدامز^۳ و مقایسه نتایج آن با نتایج مورد انتظار از حل عددی انجام شده است. سپس پارامترهای ساختاری مدل ساخته‌شده در پنج مرحله شامل حرکت مدل اولیه بر سطح مبنا، سطح با شیب کمتر، تغییر پارامترهای ساختاری وزن بالاتنه، وزن پاها و توانایی عبور از پستی یا بلندی آزمایش شده و پس از مقایسه نتایج پیرامون هم‌خوانی و تعارض آن‌ها بحث شده است. آزمایش‌ها نشان داد، در مقایسه با پارامترهای ساختاری، اثر شرایط برخورد بر پایداری مدل بسیار زیاده‌تر است و می‌تواند عملکرد حرکتی

1. Honda Motors Co
2. Garcia
3. MSC ADAMS

این دو مختصه و سرعت و شتاب آن‌ها در طول گام برابر صفر است. این فرض تا زمانی که نیروی وارد بر پای تکیه‌گاه از طرف سطح مقداری مثبت داشته باشد، صحیح می‌باشد و پس از آن پای تکیه‌گاه از زمین جدا خواهد شد. (هنگام تعویض گام) در طول حل مدل ریاضی باید برقراری این شرط بررسی شود. برای این منظور معادلات به دو بخش تقسیم شده است. ابتدا با صرف‌نظر از مختصه‌های انتقالی، معادلات مربوط به مختصه‌های دورانی استخراج و حل شده است. سپس با توجه به مشخص بودن مقدار مختصه‌های انتقالی و مشتق اول و دوم آن‌ها که برابر صفر است و مقدارهای به‌دست آمده از حل قسمت اول، نیروهای قیدی در راستای مختصه‌های u و v ، به‌دست آمده و شرط مثبت‌بودن نیروی عمودی در نظر گرفته می‌شود.

با مشتق‌گیری از رابطه (۳) خواهیم داشت:

$$\dot{x} = T_{q,q} \dot{q} \quad (۴)$$

با گرفتن تغییرات رابطه (۴) روابط زیر به‌دست خواهد آمد:

$$\delta \dot{x} = T_{q,q} \delta \dot{q} \quad (۵)$$

$$\ddot{x} = T_{q,q} \ddot{q} + T_{q,qq} \dot{q} \dot{q} \quad (۶)$$

ماتریس انتقال سرعت‌ها با صرف‌نظر از مختصه‌های انتقالی

به صورت زیر خواهد بود:

$$T_{q,q} = \frac{\sigma T}{\sigma q} = \begin{bmatrix} -r - (l - c)\cos\theta & 0 \\ -(l - c)\sin\theta & 0 \\ 1 & 0 \\ -r - l\cos\theta & 0 \\ -l\sin\theta & 0 \\ 1 & -1 \\ -r - l\cos\theta + c\cos(\varphi - \theta) & -c\cos(\varphi - \theta) \\ l\sin\theta - c\sin(\varphi - \theta) & c\sin(\varphi - \theta) \end{bmatrix} \quad (۷)$$

ماتریس شتاب جابه‌جایی سیستم:

$$D = T_{q,qq} \dot{q} \dot{q} = \frac{\sigma(T_{q,qq} \dot{q})}{\sigma q} \dot{q} = \begin{bmatrix} [(l - c)\sin\theta]\dot{\theta}^2 \\ [-(l - c)\cos\theta]\dot{\varphi}^2 \\ 0 \\ [l\sin\theta]\dot{\theta}^2 \\ [-l\cos\theta]\dot{\varphi}^2 \\ 0 \\ [l\sin\theta + c\sin(\varphi - \theta)]\dot{\theta}^2 + [c\sin(\varphi - \theta)]\dot{\varphi}^2 \\ + [-2c\sin(\varphi - \theta)]\dot{\theta}^2\dot{\varphi}^2 \\ [-l\cos\theta + c\cos(\varphi - \theta)]\dot{\theta}^2 + [c\cos(\varphi - \theta)]\dot{\varphi}^2 \\ + [-2c\cos(\varphi - \theta)]\dot{\theta}^2\dot{\varphi}^2 \end{bmatrix} \quad (۸)$$

نمی‌گیرند؛ اثر ضربه هنگام بلندشدن پا از روی زمین در نظر گرفته نمی‌شود؛ اصطکاک کافی میان پا و زمین برای جلوگیری از لغزش وجود دارد، از این رو، پس از برخورد، سطح منحنی پای تکیه‌گاه غلتش ناب بر روی زمین انجام می‌دهد؛ به هنگام نزدیک‌شدن پای ثابت به وضعیت عمود بر سطح، عبور پای نوسان‌کننده از درون زمین در حل تحلیلی مورد پذیرش است، اما در عمل، با طراحی حفره‌دار سطح و یا پیچیده‌تر کردن مدل و افزودن مفصل زانو، این مشکل برطرف می‌شود؛ از کلیه اتلاف‌ها در مفاصل صرف‌نظر شده است [۱].

استخراج روابط به روش ترکیبی، که بر گرفته از بخشی از فعالیت‌های لاگرانژ بر روی مختصات عمومی، کار مجازی و اثر نیروهای اینرسی است، انجام شده است. روابط به‌دست آمده به این روش معادل روابط حاصل از روش لاگرانژ خواهد بود، اما این روش، به دلیل اجرای مرحله به مرحله، در استخراج روابط و همچنین در حل عددی خطای کمتری خواهد داشت. از ویژگی‌های آن سادگی، وضوح مراحل و بهینه‌بودن برای حل عددی است. از آنجا که با یک حرکت چرخه‌ای روبه‌رو هستیم، می‌توان معادلات به‌دست آمده برای هر قدم را برای کل حرکت در نظر گرفت.

با استفاده از قانون نیوتن، برای کار مجازی سیستم رابطه

تعادل زیر را می‌توان نوشت:

$$\delta \dot{x}^T [f - M \ddot{x}] = 0 \quad (۱)$$

که در آن f و M ماتریس نیروی عمومی و جرم سیستم هستند. $\delta \dot{x}^T$ ماتریس سرعت‌های مجازی است که تمام قیده‌های میان مراکز جرم سیستم را در خود دارد. مختصه‌های عمومی سیستم به صورت زیر تعریف می‌شود (شکل ۳):

$$q = [u \ v \ \theta \ \varphi]^T \quad (۲)$$

بردار انتقال مختصه‌های مرکز جرم‌ها:

$$x_i = \begin{bmatrix} x_{st} \\ y_{st} \\ \phi_{st} \\ x_h \\ y_h \\ \phi_{sw} \\ x_{sw} \\ y_{sw} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u - r\theta - (l - c)\sin\theta \\ v + r + (l - c)\cos\theta \\ \theta \\ u - r\theta - l\sin\theta \\ v + r + l\cos\theta \\ \theta - \varphi \\ u - r\theta - l\sin\theta - c\sin(\varphi - \theta) \\ v + r + l\cos\theta - c\cos(\varphi - \theta) \end{bmatrix} = T_q \quad (۳)$$

مختصه‌های u و v موقعیت نقطه تماس پای تکیه‌گاه هنگام عمودبودن آن بر سطح است. با توجه به فرض‌های مدل‌سازی در طول هر گام این موقعیت ثابت است؛ در نتیجه مقدار عددی

ماتریس جرم سیستم و ماتریس نیروهای گرانشی:

$$f = M \times [\sin\gamma, -\cos\gamma, 0, \sin\gamma, -\cos\gamma, 0, \sin\gamma, -\cos\gamma]^T g \quad (9)$$

$$M = \text{diag}[m \ m \ I \ M \ M \ I \ m \ m] \quad (10)$$

که در آن g بیان گر شتاب گرانشی زمین است.

برای نیروی اعمالی توسط فنر (ماتریس Q_s) داریم:

$$Q = Q_s = [0 \ -\varphi]^T k \quad (11)$$

رابطه کار مجازی برای نیروهای خارجی به صورت $\delta \dot{q}^T Q$ خواهد بود. با جاگذاری روابط فوق در رابطه (۱) رابطه کاهش یافته حرکت به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$[T_{q,q}^T M T_{q,q}] \ddot{q} = T_{q,q}^T [f - M T_{q,q} \dot{q} \dot{q}] + Q \quad (12)$$

به این صورت شتاب مختصه‌های عمومی به دست می‌آید که قابل جاگذاری در روند حل عددی است. به طور خلاصه داریم:

$$\bar{M} = T^T M T \quad (13)$$

$$T = T_{q,q} \quad (14)$$

$$\bar{f} = T^T [\Sigma f - M D] + Q \quad (15)$$

$$\bar{M} \ddot{q} = \bar{f} \quad (16)$$

برای به دست آوردن نیروهای وارد بر پای تکیه‌گاه، در برآورد ماتریس‌های انتقال سرعت‌ها و ماتریس شتاب جابه‌جایی، مختصه‌های u و v نیز در نظر گرفته می‌شود. ماتریس نیروهای خارجی به صورت زیر خواهد بود:

$$Q = Q_s = [F_x \ F_y]^T \quad (17)$$

در این حالت ماتریس $\ddot{q}$ برای مختصه‌های u و v برابر صفر است. از مجموعه روابط (۱۳) تا (۱۶) مقدار F_y و F_x به دست خواهد آمد. به دلیل طولانی بودن روابط نهایی مدل، از آوردن آن‌ها صرف نظر شده است [۱۴].

بی‌بعدسازی: در تمام عبارات‌های روابط نهایی، دیمانسیون جرم، جابه‌جایی با توان ۲ و زمان با توان ۲ در مخرج ترم‌ها ظاهر می‌شود. برای ساده‌تر کردن روابط، می‌توان دسته‌ای از پارامترهای بی‌بعد را تعریف کرد تا از بررسی دوباره ورودی‌ها با نتایج یکسان جلوگیری شود. بر این اساس مبنای بی‌بعدسازی، برای ورودی‌های از جنس طول، اختلاف طول پا و شعاع کف پا $(l-r)$ ، برای ورودی‌های از جنس جرم، جرم پا (m) و برای پارامتر زمان، جذر طول پا تقسیم بر شتاب جاذبه $(\sqrt{(l-r)/g})$ در نظر گرفته شده است.

تعیین لحظه (شرط) برخورد: زمان تماس پای نوسان‌گر با زمین، به عنوان زمان برخورد و تعویض پای تکیه‌گاه است. برای مدل ساده متقارن در این لحظه شرط زیر برقرار است:

$$\varphi = 2\theta \quad (18)$$

قوانین برخورد (انتقال): در هنگام ضربه، پای تکیه‌گاه در یک لحظه از زمین جدا شده و در همان لحظه پای نوسان‌گر به زمین برخورد می‌کند و به آن می‌چسبد (برخورد کاملاً پلاستیک). می‌توان رابطه نیوتن را به صورت زیر نوشت:

$$\bar{M} \ddot{q} + T_{(sw)q,q}^T \lambda = \bar{f} \quad (19)$$

$T_{(sw)q,q}$ ماتریس انتقال سرعت محل برخورد پای نوسان‌گر و λ نیروی برخورد و معادل ضریب لاگرانژ است.

با انتگرال‌گیری از رابطه‌ی فوق بر روی زمان برخورد داریم:

$$\lim_{t \rightarrow t^+} \int_{t^-}^{t^+} (\bar{M} \ddot{q} + T_{(sw)q,q}^T \lambda) dt = 0 \quad (20)$$

چون $\bar{f}$ تنها شامل نیروهای غیرضربه‌ای است که مقدار آن‌ها در طول زمان برخورد ثابت می‌ماند، حد انتگرال آن‌ها صفر خواهد بود. در این مدت زمان هیچ‌گونه جابه‌جایی وجود نخواهد داشت و کار تمام نیروهای گرانشی و پتانسیل (نیروی وزن و فنر) صفر خواهد بود. برای تکانه ضربه داریم:

$$\rho = \lim_{t \rightarrow t^+} \int_{t^-}^{t^+} (\lambda) dt \quad (21)$$

رابطه (۲۰) به صورت زیر به دست خواهد آمد که وابستگی میان اندازه سرعت‌ها بعد و قبل از ضربه را بیان می‌کند.

$$\bar{M} \dot{q}^+ + T_{(sw)q,q}^T \rho = \bar{M} \dot{q}^- \quad (22)$$

از رابطه برخورد نیوتن برای سرعت نسبی در نقطه برخورد داریم:

$$T_{(sw)q,q} \dot{q}^+ = -e T_{(sw)q,q} \dot{q}^- \quad (23)$$

که در آن e ضریب بازگشت خواهد بود.

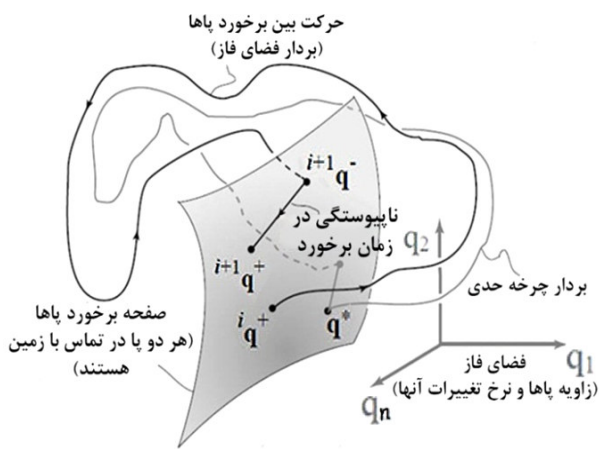
در انتها رابطه برخورد را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\begin{bmatrix} \bar{M} & T_{(sw)q,q}^T \\ T_{(sw)q,q} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}^+ \\ \rho \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{M} \dot{q}^- \\ -e T_{(sw)q,q} \dot{q}^- \end{bmatrix} \quad (24)$$

از رابطه (۲۴) سرعت‌های بعد و قبل از برخورد و تکانه نیروهای زمان برخورد به دست خواهد آمد. در این بررسی روابط ضربه تنها برای مختصه‌های دورانی مدل بررسی شده است و می‌توان از محاسبه تکانه نیروهای برخورد صرف نظر کرد. با صفر قراردادن ضریب بازگشت و فرض صفر بودن سرعت نوک پای تکیه‌گاه قبل از برخورد و سرعت نوک پای نوسان‌گر پس از برخورد، معادله‌های بالا به صورت زیر ساده خواهد شد:

$$T^{+T} M T^+ (\dot{q}_o^+) = T^{+T} M T^- (\dot{q}_o^-) \quad (25)$$

خلاصه‌ای از تحلیل معادلات حرکت: تابع گام (معادله حرکت) مشخصات سیستم درست پس از یک برخورد را به عنوان ورودی می‌گیرد، در طول بردار فضای فاز به صورت پیشرو انتگرال‌گیری کرده، برخورد پا با زمین را تشخیص می‌دهد و ناپیوستگی در سیستم حرکت به این دلیل را اعمال کرده و مشخصات سیستم درست بعد از برخورد بعدی را به عنوان خروجی گزارش می‌کند. هرگاه خروجی تابع برابر ورودی آن باشد، آن نقطه یک نقطه ثابت و چرخه متناظر با آن چرخه حدی راهرونده است (شکل ۵).



شکل ۵ نمای تابع گام و نقاط ثابت و پایداری در فضای فاز [۱۵]

۳- بررسی پایداری

برای راهرونده‌های دوپای پایداری محلی^۱ وجود ندارد، اما می‌توان پایداری چرخه‌ای^۲ را نشان داد [۱۶]. برای این منظور از روش خطی‌سازی و اعمال اغتشاش کوچک در یک نقطه از چرخه استفاده می‌شود. اگر نقاط ثابت سیستم با q^* و تابع گام با $p(q)$ نشان داده شود، می‌توان با استفاده از بسط تیلور و صرف‌نظر کردن از جملات مرتبه بالا، رابطه چرخه را در حضور اغتشاش کوچک Δq^* به صورت زیر به دست آورد.

$$q_n^* + \Delta q_{i+1}^* = p(q_n^* + \Delta q_i^*) \approx p(q_n^*) + J \Delta q_i^* \quad (29)$$

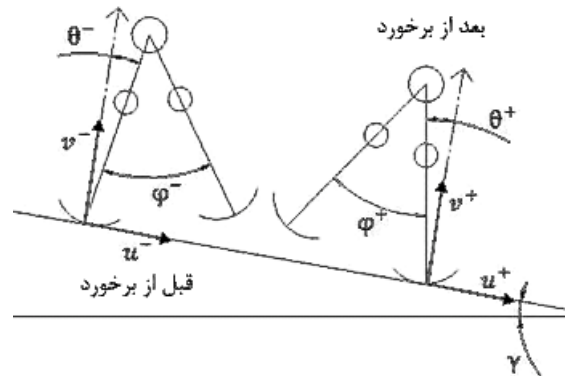
$$J_n = \partial p_n / \partial q_n^* \quad (30)$$

از آنجا که تابع گام، یک چرخه کامل را بیان می‌کند، می‌توان رابطه بالا را به صورت زیر ساده کرد:

$$\Delta q_{i+1}^* \approx J_n \Delta q_i^* \quad (31)$$

1. Local Stability
2. Cyclic Stability

T^+ ماتریس انتقال سرعت نسبت به مبدا دستگاه جدید پس از برخورد و T^- ماتریس انتقال سرعت‌ها نسبت به مبدا دستگاه قبل از برخورد است (شکل ۴).



شکل ۴ نمایی از مدل و نام‌گذاری زاویه‌ها قبل و بعد از برخورد

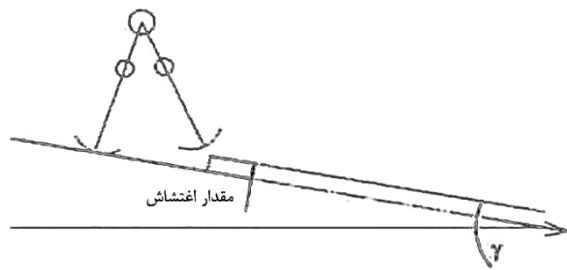
T^- مطابق رابطه (۷) و ماتریس T^+ به شکل زیر می‌باشد:

$$x_i^+ = \begin{bmatrix} x_{st} \\ y_{st} \\ \phi_{st} \\ x_h \\ y_h \\ \phi_{sw} \\ x_{sw} \\ y_{sw} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r(\varphi - \theta) - l \sin(\varphi - \theta) + c \sin \theta \\ r + l \cos(\varphi - \theta) - c \cos \theta \\ \theta \\ -r(\varphi - \theta) + l \sin(\varphi - \theta) \\ r + l \cos(\varphi - \theta) \\ \varphi - \theta \\ -r(\varphi - \theta) - (l - c) \sin(\varphi - \theta) \\ r + (l - c) \cos(\varphi - \theta) \end{bmatrix} = T_q^+ \quad (26)$$

$$T_{q,q}^+ = \frac{\sigma T^+}{\sigma q} = \begin{bmatrix} -r - l \cos(\varphi - \theta) + c \cos \theta & r + l \cos(\varphi - \theta) \\ l \sin(\varphi - \theta) + c \sin \theta & -l \sin(\varphi - \theta) \\ 1 & 0 \\ -r - l \cos(\varphi - \theta) & r + l \cos(\varphi - \theta) \\ -l \sin(\varphi - \theta) & -l \sin(\varphi - \theta) \\ 1 & -1 \\ -r - (l - c) \cos(\varphi - \theta) & r + (l - c) \cos(\varphi - \theta) \\ (l - c) \sin(\varphi - \theta) & -(l - c) \sin(\varphi - \theta) \end{bmatrix} \quad (27)$$

پس از برخورد، موقعیت مبدا دستگاه تغییر می‌کند و پای نوسان‌گر گام قبل، پای تکیه‌گاه جدید خواهد بود و پای تکیه‌گاه در گام قبل این بار پای نوسان‌کننده است. رابطه زاویه‌های دستگاه قبل از برخورد با زاویه‌های جدید در دستگاه بعد از برخورد به صورت زیر است. مختصه‌های جدید با زیرنویس n و مختصه‌های اولیه با زیرنویس o نشان داده شده است.

$$\begin{cases} \theta_n^+ = -\theta_o^- = \theta_o^- - \varphi_o \\ -\dot{\theta}_n^+ = \dot{\theta}_o^+ - \dot{\varphi}_o^+ \\ \varphi_n^+ = -2\theta_o^- = -\varphi_o \\ -\dot{\varphi}_n^+ = -\dot{\varphi}_o^+ \end{cases} \quad (28)$$



شکل ۶ اغتشاش ایجادشده در مسیر حرکت مدل

۴- حل عددی

روابط حرکت در نرم‌افزار متلب^۳ شبیه‌سازی شده است. برای یافتن نقاط ثابت از روش نیوتن ابتدا یک حدس اولیه برای نقطه ثابت زده شده و با حرکت در جهت بردار گرادیان تابع گام، به سمت آن نزدیک می‌شویم. برای حل معادلات از روش رانگ-کوتای مرتبه چهار و برای محاسبه عددی مشتق جزئی در نقطه ثابت، از روش اختلاف میانی که دقت مرتبه دوم دارد استفاده شده است.

مدل‌سازی: می‌توان برای مدل با پارامترهای جدول ۱،

چرخه حدی پایدار مرتبه اول، در شیب ۰/۰۱ رادیان به‌دست آورد. برای مقایسه انرژی مصرفی در مدل‌های مختلف، باید مشخصات حرکتی آن‌ها را در شرایطی که همه دارای سرعت بی‌بعد برابر باشند، با یکدیگر مقایسه کرد. سرعت بی‌بعد برای یک راهرونده به شکل رابطه (۳۳) تعریف می‌شود.

$$v_{\text{بی‌بعد}} = v_{\text{راهرونده}} / (\sqrt{l/g}) \quad (33)$$

جدول ۱ پارامترهای ورودی و شرایط اولیه برای سیکل حدی پایدار

مشخصات سیستم		شرایط اولیه	
پارامتر	نماد	مقدار	
جرم بالاتنه	M	۱	شرایط اولیه ورودی
جرم پاها	m	۰/۵	
لختی دورانی پا (حول مرکز جرم پا)	I	۰/۰۲	
طول پا	l	۱/۲	
فاصله مرکز جرم پا از محل اتصال ران	c	۰/۵	شرایط نقاط ثابت
شعاع انحنا کف پا	r	۰/۲	
ثابت سختی فنر ران	k	۰	
γ	زاویه شیب	۰/۰۱ رادیان	

3. Matlab

J_n یک ماتریس ۲ در ۲ است و به صورت عددی محاسبه می‌شود. بیان پایداری به این صورت خواهد بود: اگر مقادیر ویژه ماتریس J_n در صفحه موهومی درون دایره‌ای به شعاع واحد قرار گیرند، خطای شرایط اولیه مرحله به مرحله کوچک شده و به صفر میل می‌کند؛ در نتیجه سیستم مجانبی پایدار است. مقادیر ویژه کوچک‌تر همگرایی سریع‌تر را در پی دارند، اما میزان پایداری را از روی مقدار آن‌ها نمی‌توان قضاوت کرد و معیاری جهت مقایسه پایداری ارائه نمی‌کنند و مقادیر بزرگ‌تر یا کوچک‌تر نشان‌دهنده پایداری بیشتر یا کمتر نیست.

تخمین پایداری بر اساس معیار چرخه قدم‌زنی^۱

(توانایی عبور از اختلاف سطح در مسیر حرکت): چرخه قدم‌زنی حدی بیانی از پایداری است که ویسه در سال ۲۰۰۷ [۱۷] و پس از بررسی حوزه جذب مدل ساده دوپا آن را ارائه کرد. بر اساس آن، پایداری چرخه‌ای برای دوپا ترتیبی از قدم‌های پشت سر هم می‌باشد که در کنار هم پایدار هستند، اما به صورت موضعی و در هر لحظه پایدار نخواهند بود. در این مدل میزان پایداری متناسب با سطح حوزه جذب سیستم تخمین زده می‌شود. محاسبه حوزه جذب با روش‌های جامعی مانند روش نقشه‌برداری خانه‌به‌خانه^۲ [۱۸] بسیار زمان‌گیر است؛ از این‌رو، برای به‌دست آوردن تقریبی از آن، می‌توان روش قراردادن مدل در معرض مقادیر محتمل‌تر اغتشاش را در نظر گرفت [۱۹]. مدلی پایدارتر خواهد بود که در برابر مقادیر بیشتر این اغتشاش پایداری خود را باز یابد.

در این تحقیق، اغتشاش وارد از نوع اختلاف در سطح حرکت انتخاب شده است. پس از رسیدن مدل به چرخه حدی، در ابتدای یک گام، سطح به مقدار مشخص و بی‌بعد d در راستای عمود بر آن، بالا یا پایین برده شده است (شکل ۶). مقدارهای مثبت d نشان‌دهنده بلندی و مقدارهای منفی وجود پستی در مسیر گام‌های مدل می‌باشد. برای بررسی رفتار مدل در مواجهه با اغتشاش رابطه (۳۲) به جای رابطه (۱۸)، به عنوان شرط برخورد، در نظر گرفته می‌شود.

$$r + (l - r)\cos\theta - (l - r)\cos(\varphi - \theta) - r = d \quad (32)$$

در این تحقیق چرخه حدی مرتبه اول و رفتار سیستم تا قبل از پدیده دوشاخگی بررسی شده است.

1. Limit Cycle Walking
2. Cell Mapping

۵- تحلیل اثر تغییر پارامترها

در هر مرحله، یک پارامتر از ساده‌ترین مدل راهرونده (مدل گارسیا) تغییر داده شده و اثر آن بر مشخصه‌های حرکت، مصرف انرژی، سرعت و پایداری مدل بررسی شده است. پنج معیار مورد استفاده برای این بررسی عبارت‌اند از: مقدار متغیرهای فضای فاز و سرعت بدون بعد که نشان‌دهنده بازده حرکتی راهرونده است، محدوده پایداری در شیب ثابت، توانایی بازیابی حرکت پایدار در عبور از پستی یا بلندی و حفظ پایداری در شیب‌های بیشتر که نشان‌دهنده مشخصه‌های پایداری مدل هستند. برای نمونه اثر تغییر مکان مرکز جرم پا در شکل‌های ۱۰ تا ۱۵ آورده شده است.

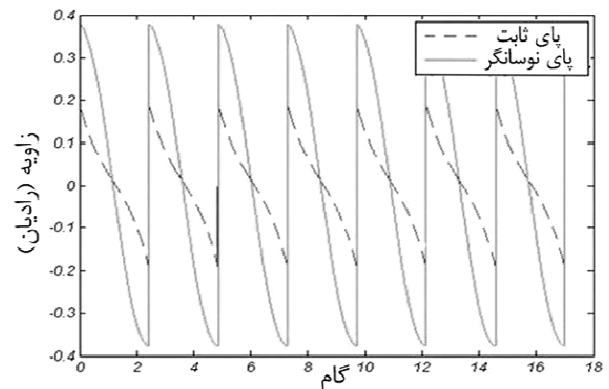
مقدار نوسان پا به عنوان معیار نشان‌دهنده تشابه حرکت مدل با حرکت انسان در نظر گرفته شده است (شکل ۱۰). بزرگ‌ترین مقدار ویژه ماتریس ژاکوبین در شیب ثابت و در ازای تغییر شیب، نشان‌دهنده پایداری مدل در ازای تغییر پارامتر است (شکل ۱۱ و ۱۲). مدلی که در محدوده شیب‌های بیشتری حرکت پایدار داشته باشد، پایدارتر است (شکل ۱۴). شکل ۱۳ تغییر سرعت بی‌بعد در ازای تغییر پارامتر را نشان می‌دهد. مدل با سرعت بیشتر در شیب یکسان، بازده حرکتی بالاتری دارد. در شکل ۱۵ حداکثر اختلاف سطح مثبت و منفی، که مدل توانایی عبور از آن را دارد، در ازای تغییر پارامتر مورد بررسی نشان داده شده است.

در شکل‌ها نقاط توپر حرکتی پایدار، نقاط توخالی چرخه ناپایدار و فضای خالی عدم وجود چرخه در ازای آن مقادیر را نشان می‌دهد. خصوصیت‌های رفتاری مدل در ازای تغییر پارامترهای ساختاری آن لزوماً به صورت پیوسته تغییر نمی‌کند (بخش ناپیوسته در شکل ۱۲ و ۱۳). این مطلب، با توجه به طبیعت غیرخطی مدل و وجود تغییرات ناگهانی در دینامیک آن به‌ویژه به دلیل برخورد پاها با زمین، قابل پیش‌بینی است. با این وجود، برای نمایش روند تغییر پارامترها و پیش‌بینی کیفی آن‌ها، متوسط مقادیر به‌دست آمده روی نمودارها با خطوط پیوسته رسم شده است.

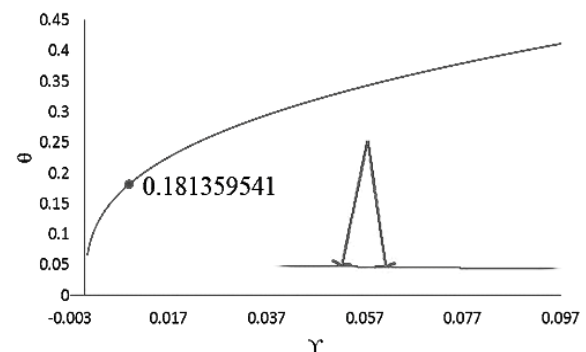
دیده می‌شود تمام راهرونده‌های غیرفعال اگر المان‌های ظرفیتی یا مقاومتی برای ذخیره یا تلف کردن انرژی نداشته باشند، دوره حرکتی یکسانی در حدود ۰/۵ ثانیه خواهند داشت، اما این مقدار برای مدل با فتر تغییر می‌کند [۲۰].

بدین ترتیب میزان شیب و میزان سرعت بیانی از میزان انرژی مصرف شده توسط سیستم خواهد بود. برای این مدل در شیب ۰/۰۱ رادیان این مقدار برابر ۰/۱۷ است (شکل ۸).

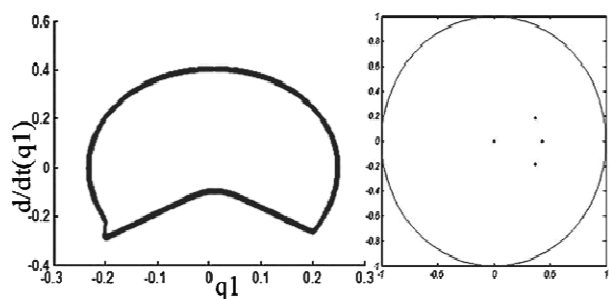
با افزایش شیب و محاسبه مقادیر ویژه، آخرین زاویه برای پایداری چرخه مرتبه اول و آغاز دوشاخگی مشخص می‌شود. شکل ۷ تا ۹ نمودارهای حرکت مدل را نشان می‌دهد.



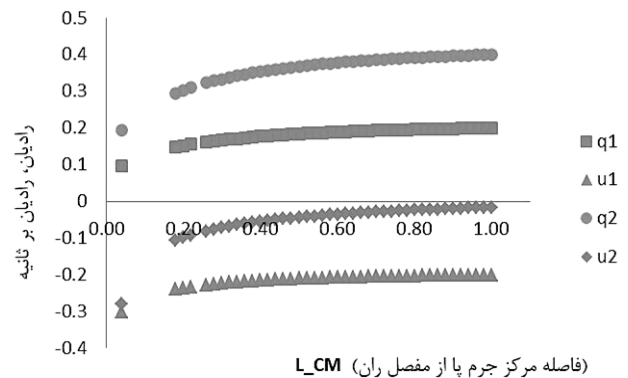
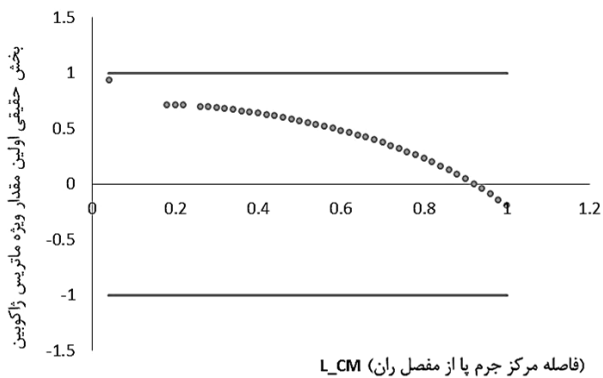
شکل ۷ چرخه حدی پایدار برای شیب ۰/۰۱ رادیان



شکل ۸ نمایش مدل در حال گام برداشتن و نمودار تغییرات زاویه θ^* نقطه ثابت مدل در ازای تغییر شیب

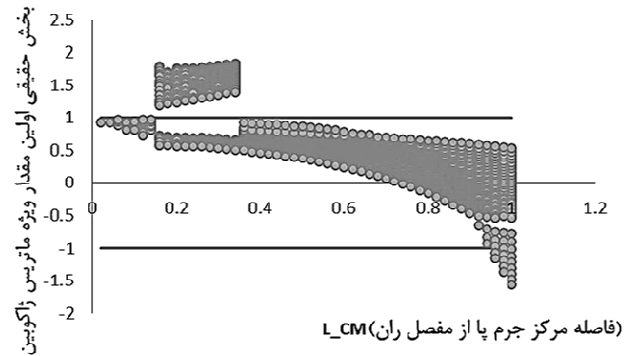
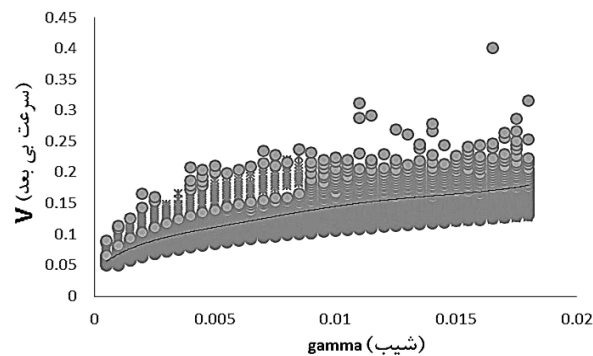


شکل ۹ فضای فاز چرخه حدی مرتبه اول و مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبین حول نقطه ثابت سیستم در شیب ۰/۰۱ رادیان



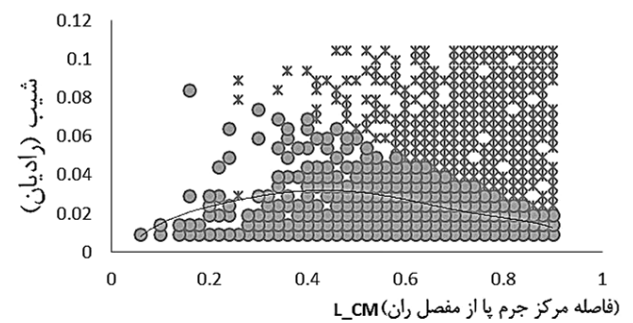
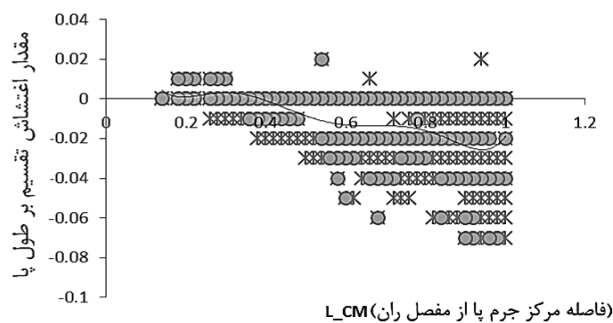
شکل ۱۱ مقدار حقیقی مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبین تابع در نقاط ثابت در ازای تغییر مکان مرکز جرم پا در شیب ۰/۰۰۹ رادیان

شکل ۱۰ تغییر نقاط ثابت نسبت به تغییر فاصله مرکز جرم پا از مفصل ران در شیب ۰/۰۰۹ رادیان



شکل ۱۳ تغییر سرعت بی بعد نسبت به تغییر فاصله مرکز جرم پا از مفصل ران همزمان با تغییر شیب

شکل ۱۲ مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبین نسبت به تغییر فاصله مرکز جرم پا از مفصل ران همزمان با تغییر شیب



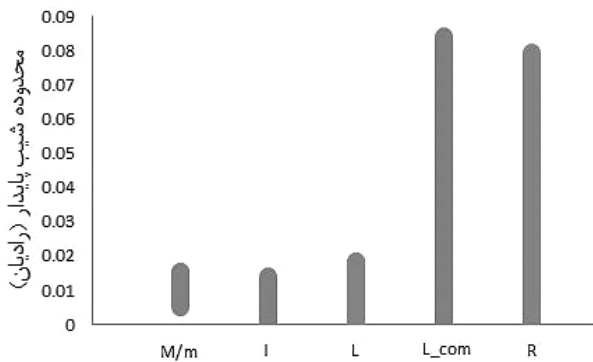
شکل ۱۵ اغتشاش قابل تحمل در ازای تغییر طول پا: بازگشت به سیکل پایدار (نقاط توپر) و چرخه ناپایدار (نقاط ضربه‌در)

شکل ۱۴ شیب‌های دارای چرخه حدی نسبت به تغییر فاصله مرکز جرم پا از مفصل ران

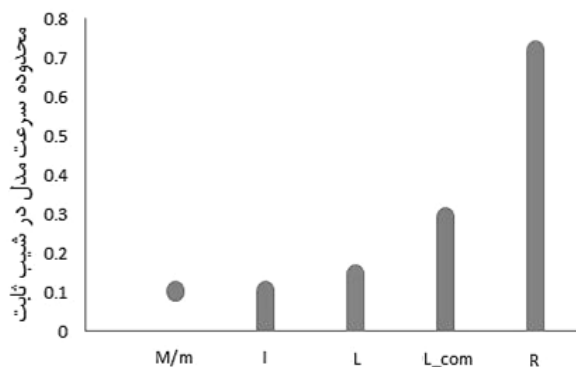
تورسون [۲۱] از دانشگاه ناگویا ژاپن در سال ۲۰۰۸ که بر پایه افزودن اغتشاش از نوع ممان و انرژی، میزان پایداری مدل را در ازای تغییر پارامترهای آن بررسی کرده است. نتایج با یکدیگر همخوانی داشته و یکدیگر را تکمیل می‌کنند. مقایسه ارائه شده در جدول ۲ نشان می‌دهد، برای برآورد مقدار بهینه پارامترهای

برای مقایسه نتایج با تحقیق‌های مشابه، از میان تحقیق‌های انجام شده در این زمینه دو مورد انتخاب شده است؛ تحقیق میشل کلمان [۱۵] در دانشگاه کرنل در سال ۱۹۹۸ که بر اساس حل عددی روابط به ارزیابی اثر پارامترهای مختلف بر پایداری بر اساس معیار شیب و سرعت پرداخته و تحقیق ایوار

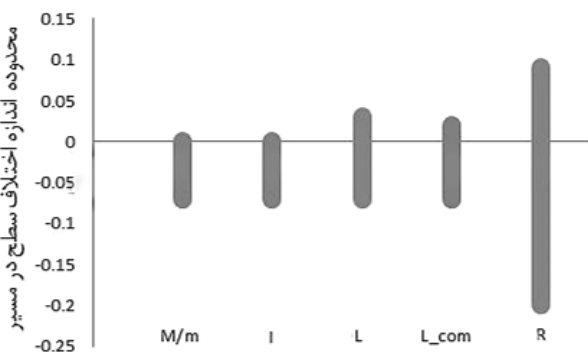
مقدار آن‌ها در طراحی و ساخت مدل راهرونده بسیار مهم است. تغییر پارامترهای دیگر مانند لختی پا هرچند تاثیر مثبتی در افزایش پایداری و سرعت حرکت دارند، اما با تغییر آن‌ها خصوصیات حرکتی مدل تغییر چندانی نمی‌کند.



شکل ۱۶ محدوده شیب سطح که مدل بر آن‌ها حرکت پایدار دارد برحسب تغییر پارامترها



شکل ۱۷ محدوده سرعت بدون مدل در شیب ثابت ۰/۰۰۹ رادیان برحسب تغییر پارامترها



شکل ۱۸ محدوده اندازه اختلاف سطح که مدل توانایی عبور از آن‌ها را دارد برحسب تغییر پارامترها

ابعادی مانند طول پا و یا اندازه شعاع پا، معیار میزان نوسان پا و توانایی عبور از پستی و بلندی (تحقیق حاضر) و برای پارامترهایی که نقش ذخیره و آزادکننده انرژی را دارند، مانند فنر، معیار اعمال اغتشاش از نوع انرژی یا ممان خارجی (تحقیق تورسن) تعیین کننده است.

جدول ۲ مقایسه نتایج تحقیق‌های مختلف بر روی اثر تغییر پارامترهای ساختاری راهرونده غیرفعال بر خصوصیات حرکتی آن

پارامتر	تحقیق پیش رو	مدل سازی کلمان (*) مدل سازی تورسون (**)
نسبت جرم مفصل ران به جرم پا	با افزایش آن سرعت و پایداری افزایش یافته و برای نسبت جرم‌های زیاد افزایش سرعت محسوس نبوده و پایداری کاهش می‌یابد.	** افزایش آن سرعت را زیاد می‌کند و پایداری را ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌دهد.
لختی پا	افزایش آن پایداری، سرعت و بازده را کاهش می‌دهد.	* با افزایش آن بازده کم شده و سیستم ناپایدار می‌شود.
طول پا	پایداری تنها در ۰/۸ تا ۰/۲. افزایش آن سرعت بی‌بعد را زیاد کرده اما نسبت سرعت به طول پا کم می‌شود.	** افزایش آن پایداری را ابتدا افزایش، سپس در نزدیکی مفصل ران دوباره پایداری می‌کند.
فاصله مرکز جرم پا از مفصل ران	افزایش آن سرعت را افزایش، پایداری را ابتدا افزایش و پس از ۰/۳۵ کاهش می‌دهد. سپس مدل ناپایدار و در نزدیک مفصل پایداری می‌شود.	* بالابردن آن ابتدا سیستم را ناپایدار سپس در نزدیکی مفصل ران دوباره پایداری می‌کند.
شعاع متقارن کف پا	افزایش آن سرعت را افزایش و تا محدوده ۰/۸، افزایش آن پایداری و نوسان پا را افزایش می‌دهد.	** افزایش آن پایداری و سرعت را افزایش می‌دهد.
سختی فنر مفصل ران	افزایش آن، سرعت و پایداری را افزایش می‌دهد به‌ویژه با افزایش آن بیش از مقدار ۰/۸.	** با افزایش آن سرعت ابتدا افزایش و پایداری را ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌دهد.

در جدول ۳ تاثیر تغییر هر کدام از پارامترها بر مشخصه‌های حرکتی و پایداری راهرونده به طور خلاصه ارائه شده است. در شکل‌های ۱۶ تا ۱۸ اثر تغییر هر یک از پارامترها بر سرعت، پایداری و توانایی عبور از پستی و بلندی مدل نشان داده شده است. شعاع کف و پس از آن مکان مرکز جرم پا بیشترین اثر را دارند و با کوچک‌ترین تغییری، باعث تغییر زیاد در خصوصیات حرکتی مدل خواهند شد. از این رو توجه به

جدول ۳ اثر تغییر پارامترهای مدل بر مشخصه‌های حرکتی و پایداری آن

پارامترهای حرکتی	مصرف مخصوص انرژی و بازده		پایداری حرکت		محدوده پیشنهادی (مقدار متوسط برای انسان)
	سرعت بی‌بعد در شیب مبنا پارامترهای مورد بررسی در مدل ↓	زاویه نوسان پا (طول گام)	سرعت بی‌بعد در شیب یکسان	محدوده پایداری در ازای شیب ۰/۰۰۹ رادیان	پایداری در ازای شیب‌های متنوع
نسبت جرم مفصل ران به پا	افزایش می‌دهد	افزایش می‌دهد	تا نسبت ۳۰۰ با شیب زیاد افزایش می‌دهد، اما پس از آن افزایش محسوس نیست.	در ازای نسبت جرم بسیار بالا ممکن است ناپایدار شود.	تا محدوده ۲۰۰ تا ۳۰۰ با افزایش آن در شیب‌های بیشتر پایداری خواهد بود. از نسبت ۱۰۰۰ به بالا در شیب‌های کم ناپایدار می‌شود.
لختی پا	بی‌اثر	با افزایش لختی، سرعت کاهش می‌یابد.	تنها در محدوده ۰ تا ۰/۰۶۵ پایداری می‌ماند.	کاهش پایداری با افزایش لختی	در ۰/۲۵ تا ۰/۰۵ تعادل بیشترین است، اما در برابر اختلاف سطح منفی بی‌اثر است.
طول پا	افزایش آن میزان نوسان و طول گام را کاهش می‌دهد.	افزایش طول پا سرعت را افزایش می‌دهد.	در ازای طول پای بالاتر از ۰/۸۸ ناپایدار می‌شود.	در ۱/۱ تا ۱/۶ بیشترین پایداری در ازای شیب‌های بالا را دارد.	در ۰/۹ تا ۱ قابلیت عبور از تغییر سطح مثبت را دارد، در ازای ۱/۳ تا ۱/۴ بیشترین توان در عبور از اختلاف سطح منفی را دارد.
فاصله مرکز جرم پا از مفصل ران	بالارفتن مرکز جرم نوسان و طول گام را کم می‌کند.	تزدیک شدن آن به مفصل ران سرعت را افزایش می‌دهد.	در محدوده ۰/۰۴ تا ۰/۱۸ ناپایدار می‌شود.	در فاصله ۰/۳۵ تا ۰/۴۵ و به‌ویژه در اندازه ۰/۳۵ در شیب‌های تندتری پایداری می‌ماند.	در ۰/۸۹ تا ۰/۹۸ بیشترین توانایی عبور از اختلاف سطح منفی را دارد که با بالارفتن مرکز جرم کم می‌شود. در ۰/۳۵ تا ۰/۴۵ قابلیت عبور از اختلاف سطوح مثبت را می‌یابد.
شعاع متقارن کف پا	با افزایش آن، نوسان و طول گام افزایش می‌یابد.	سرعت با افزایش شعاع پا افزایش می‌یابد.	برای شعاع پا بالاتر از ۰/۸۸ ناپایدار می‌شود.	در ۰/۶ تا ۰/۸ بیشترین پایداری را به‌ویژه در ۰/۶۶ تا ۰/۶۷ دارد.	در ۰/۷۶ تا ۰/۶۷ با دارابودن توانایی بسیار خوب به‌ویژه در عبور از اختلاف سطح‌های مثبت، بیشترین پایداری را دارد.
سختی فنر مفصل ران	کاهش نوسان بالاتنه و طول گام با افزایش سختی	افزایش سرعت با افزایش سختی	همواره پایداری می‌ماند.	افزایش پایداری با افزایش سختی به‌ویژه بیش از ۰/۸ که مدل در شیب‌های بسیار کوچک نیز پایداری می‌شود.	بی‌اثر بر توانایی عبور از اختلاف سطح در مسیر

افزایش را دارد و سختی فنر بر آن بی‌اثر است. مدل در مجموع توانایی کمی در عبور از افزایش ارتفاع در سطح دارد، اما این توانایی برای محدوده معنی‌داری از لختی پا، نسبت جرم‌ها و با بالارفتن مرکز جرم پا افزایش می‌یابد. تغییر شعاع کف و پس از آن مکان مرکز جرم و طول پا به‌ترتیب بیشترین اثر را بر توانایی مدل در عبور از پستی و بلندی به‌ویژه اختلاف سطح مثبت (بلندی) دارند.

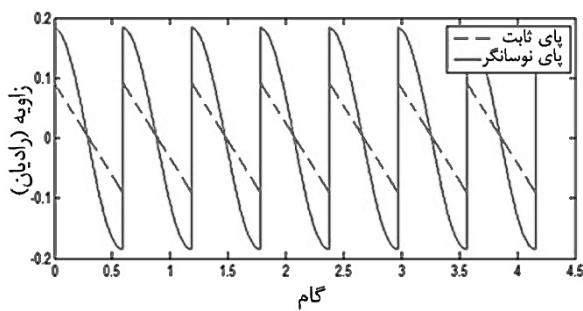
۶- بهینه‌سازی

بهینه‌سازی به روش ژنتیک و توسط نرم‌افزار متلب انجام شده است. تابع برازش بر اساس دو معیار سرعت بی‌بعد (نشان‌دهنده بازده مصرف انرژی) و اندازه زاویه نوسان پا (نشان‌دهنده شباهت حرکت مدل به راه‌رفتن انسان) تعریف شده است. معیار زاویه نوسان از انتخاب شعاع‌های بزرگ و نامناسب برای کف پا جلوگیری خواهد کرد.

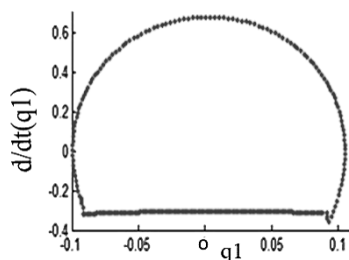
(۳۴)

$$v_{\text{بی‌بعد}} = \theta^* / \text{تابع برازش}$$

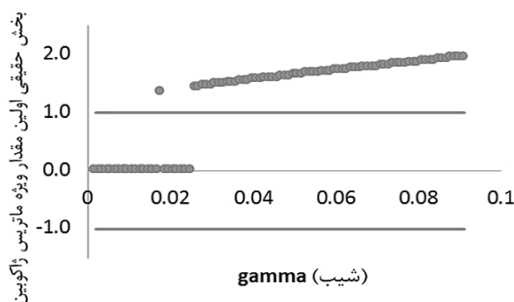
با توجه به جدول ۳ به طور خلاصه می‌توان گفت که زاویه نوسان پاها، به عنوان مبنای مقایسه شکل حرکت با حرکت انسان، با افزایش نسبت جرم، کاهش سختی فنر، افزایش شعاع کف پا، پایین آمدن مرکز جرم پا و کاهش طول پا افزایش یافته و به لختی پا وابسته نیست. سرعت بدون بعد، به عنوان معیار برآورد راندمان حرکت، با افزایش نسبت جرم تا ۳۰۰، افزایش طول پا، سختی فنر، شعاع کف پا و بالارفتن مرکز جرم افزایش می‌یابد. افزایش سختی فنر، به دلیل افزایش دوره حرکت، با وجود کاهش نوسان پاها، سرعت را افزایش می‌دهد، اما تغییر سایر پارامترها بر دوره حرکت بی‌اثر است. تغییر شعاع کف پا و مکان مرکز جرم به‌ترتیب بیشترین اثر را بر سرعت حرکت مدل دارد. حداکثر شیب با چرخه حرکتی پایداری، به عنوان معیاری از پایداری، برای بازه‌های معنی‌داری از مقدار پارامترها حاصل می‌شود، اما بیشتر شدن سختی فنر و شعاع پا بیشترین اثر را بر آن دارد. تغییر مکان مرکز جرم و شعاع پا به‌ترتیب باعث بیشترین تغییر در پایداری حرکت راهرونده از این نظر خواهد شد. توانایی عبور از پستی و بلندی با افزایش شعاع پا بیشترین



شکل ۱۹ چرخه حدی پایدار مدل بهینه در شیب ۰/۰۰۹ رادیان



شکل ۲۰ فضای فاز برای مدل بهینه در شیب ۰/۰۰۹ رادیان



شکل ۲۱ بخش حقیقی اولین مقدار ویژه ماتریس ژاکوبین بر حسب تغییر زاویه شیب. چرخه مرتبه اول حرکت برای مدل بهینه که در زاویه شیب ۰/۰۲۵ رادیان ناپایدار می‌شود

۷- شبیه‌سازی

برای شبیه‌سازی راهرونده مطابق جدول ۱ در نرم‌افزار آدامز، با اعمال ضرایب بی‌بعدسازی، مقادیر ورودی حل عددی از حالت بی‌بعد خارج شده‌اند. به عنوان مثال، سرعت‌های زاویه‌ای پس از ضرب در ثابت $\sqrt{g/(l-r)} = 3.1315$ به عنوان ورودی در شبیه‌سازی به کار گرفته شده‌اند. با تغییر ورودی‌های سرعت زاویه‌ای و شیب، مدل با سرعت بدون بعد برابر ۰/۱۶۸، که تقریباً برابر مدل تئوری است، به حرکت گام‌برداشتن پایدار رسیده و بیش از ۱۵ قدم به حرکت خود ادامه می‌دهد. محیط

مقدار تابع فوق، برای مدل بهینه، کمینه خواهد بود. در مجموع ۲۱۰۰ ترکیب مختلف از ۶ متغیر ورودی ارزش‌گذاری شده و مقادیر حاصل برای مدل‌های بهینه در جدول ۴ آمده است. با مشاهده مقادیر پیشنهادشده برای مدل‌های بهینه می‌توان برآوردی کلی از حالت بهینه، زمانی که مجموعه‌ای از پارامترها با هم تغییر می‌کنند، در اختیار قرار داد. مشاهده می‌شود در مدل‌های بهینه حاصل، در ازای طول پای کم، نسبت جرم مفصل ران به جرم پا زیاد، سختی فنر مفصل ران در آن‌ها زیاد و اینرسی دورانی پا کم شده است.

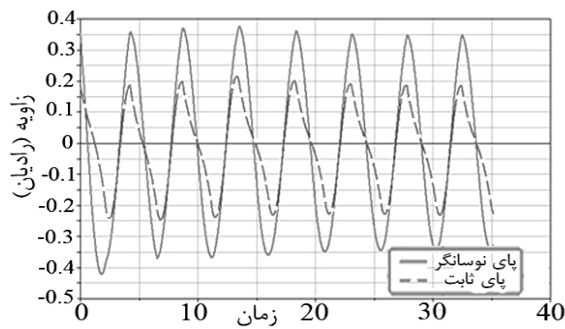
جدول ۴ ترکیب‌های بهینه به‌دست آمده برای پارامترهای مدل

مدل بهینه ↓	متغیرهای مورد بررسی						عدد برازش
	k	r	c	L	I	M/m	$\theta^* / v_{بی‌بعد}$
مبنا ←	۰	۰	۱	۱	۰	۱۰۰۰	۱/۹۵
۱	۳/۱۶	۰/۱۶	۰/۵۳	۱/۴۷	۰/۰۱	۶۳۴	۰/۳۸
۲*	۳/۱۶	۰/۸۰	۰/۴۴	۱/۴۷	۰/۰۱	۶۶	۰/۳۲
۳	۲/۴۹	۰/۸۱	۰/۴۰	۱/۰۶	۰/۰۳	۲۲	۰/۴۰
۴*	۳/۹۹	۰/۸۱	۰/۴۰	۱/۰۶	۰/۰۳	۲۲۴	۰/۳۳
۵	۲/۱۹	۰/۲۵	۰/۳۵	۱/۴۲	۰	۵۱	۰/۳۰
۶*	۳/۱۹	۰/۲۳	۰/۳۵	۱/۴۲	۰	۵۱	۰/۲۴
۷**	۳/۱۹	۰/۸۲	۰/۳۵	۱/۴۲	۰	۱۴۶	۰/۲۵
مدل‌هایی که برای آن‌ها چرخه حدی پایدار پیدا نشد							
۱۵							

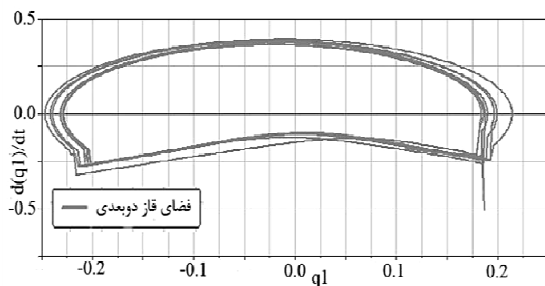
* ردیف‌های مشخص‌شده با ستاره، با فرض نقطه بهینه ردیف بالا به عنوان یک حدس اولیه، برآورد شده‌اند.

** بهترین نتیجه از ۶ مرتبه اجرای روش، به عنوان حدس اولیه مرتبه ۷ قرار گرفته است.

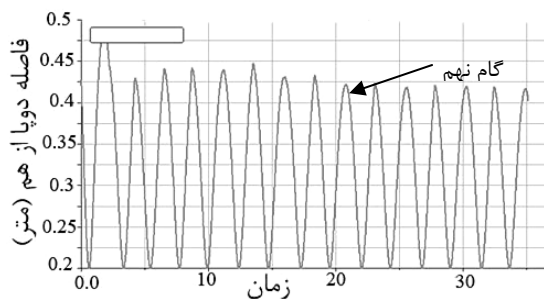
خصوصیت‌های حرکتی مدل بهینه حاصل در شکل‌های ۱۹ تا ۲۱ آورده شده است. دوره گام‌برداشتن مدل بهینه کم است (شکل ۱۹). سرعت نوسان پای تکیه‌گاه در طول گام تقریباً ثابت است و برخورد‌ها تغییر آنی کمتری بر سرعت‌های زاویه‌ای دارند. همچنین، مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبین به مقدار صفر بسیار نزدیک بوده و راهرونده، در مواجهه با اغتشاش، سریع‌تر حرکت پایدار خود را باز می‌یابد (شکل ۲۰). مدل تا شیب ۰/۰۲۵ رادیان چرخه پایدار خود را حفظ می‌کند و با وجود اینکه معیار پایداری مبنای بهینه‌سازی نبوده است، مدل حاصل بسیار پایدارتر شده است (شکل ۲۱).



شکل ۲۳ نمودار شبیه‌سازی فضای فاز برحسب زاویه و سرعت زاویه‌ای پای تکیه‌گاه در شیب ۰/۰۱۱۵ رادیان



شکل ۲۴ نمودار شبیه‌سازی چرخه حدی فضای فاز برحسب زاویه و سرعت زاویه‌ای پای تکیه‌گاه در شیب ۰/۰۱۱۵ رادیان

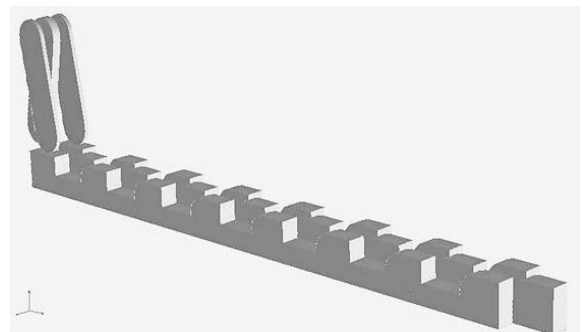


شکل ۲۵ تغییر فاصله دوپای از هم (نقاط حداکثر نشان‌دهنده طول گام هستند)

مدل‌سازی و نمودارهای نوسان پاها و فضای فاز در شکل‌های ۲۲ تا ۲۴ آورده شده است. طول گام مدل در چرخه حدی (گام نهم به بعد) تقریباً ۴۲ سانتی‌متر خواهد بود. این مقدار برای حل عددی مدل تئوری برابر ۴۵ سانتی‌متر می‌باشد. با توجه به برابری تقریبی دوره گام، مدل شبیه‌سازی شده بازده حرکتی کمتری دارد. مطابق جدول ۵، مدل شبیه‌سازی شده برای رسیدن به سرعت بی‌بعد برابر با مدل تئوری، ۱۵٪ بیشتر انرژی مصرف می‌کند. این مسئله از آنجا که انرژی تلف‌شده در حرکت غیرفعال مربوط به برخورد پاها با زمین است و در تحلیل برخوردها فرض ایدئال بودن لحاظ شده است، قابل پیش‌بینی است. تغییر شرایط برخورد از حالت ایدئال و وجود لغزش یا برخورد چندمرحله‌ای، بیش از هرچیز بر انرژی تلف‌شده مدل تاثیر داشته و آن را افزایش می‌دهد که برای جبران آن نیاز به افزایش شیب خواهد بود.

جدول ۵ مقایسه پارامترهای مورد انتظار بر اساس مدل تحلیلی و مقادیر به‌کار رفته در شبیه‌سازی موفق در نرم‌افزار آدامز

پارامتر	شدن یا به‌دست آمده در مدل‌سازی	مشخصات سیستم		درصد تغییر
		مقدار به‌کارگرفته	مقدار مورد انتظار	
شیب سطح	۰/۰۱۱۵	۰/۰۱	γ	۱۵
سرعت زاویه‌ای اولیه پای تکیه‌گاه	$-0/8126$ ($0/239 \times 3/1315$)	$-0/7484$ ($0/239 \times 3/1315$)	$\dot{\theta}$	۸/۵۸
سرعت زاویه‌ای اولیه میان دوپا	$-0/1747$ ($0/0514 \times 3/4$)	$-0/1609$ ($0/0514 \times 3/1315$)	$\dot{\varphi}$	۸/۵۸
سرعت بی‌بعد	۰/۱۶۸	۰/۱۷	$\frac{v_{\text{مدل}}}{\sqrt{l/g}}$ (تقریباً معادل)	-۱/۱۷

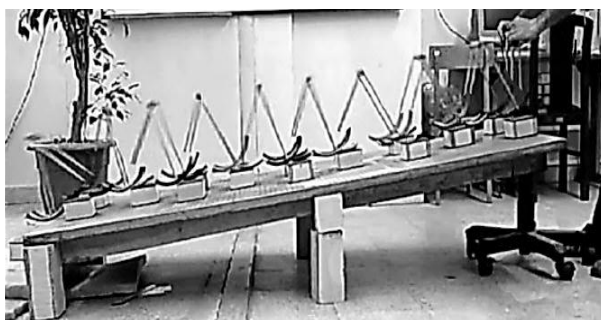


شکل ۲۶ محیط مدل‌سازی، شکل حفره حفره سطح شیبدار

۸- طراحی راهرونده دوپا

روند طراحی شامل مراحل زیر است:

- (۱) انتخاب شکل کلی و مواد اولیه ساخت مدل [۲۲]
- (۲) تعیین پارامترهای ابعادی:
 - تعیین پارامترهای که در استخراج روابط، مبنای بی‌بعد سازی‌ها قرار داده شده‌اند. (m و l)
 - پارامترهایی که به دلیل محدودیت در امکانات فنی از مقدار یا تغییرات آن‌ها صرف‌نظر می‌شود (k و I).



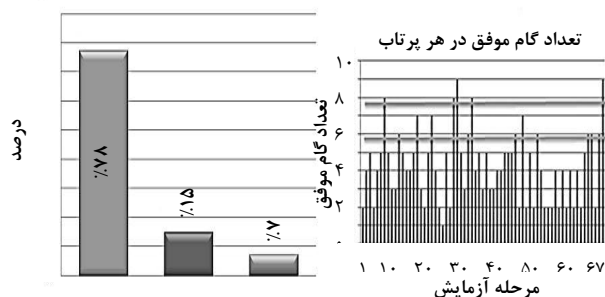
شکل ۲۶ مدل در حال قدمزنی بر روی شیب مبنا



شکل ۲۷ مدل با دو وزنه ۲۰۰ گرمی اضافه شده در بالاتنه در حال قدمزنی بر روی شیب مبنا



شکل ۲۸ مدل با وزنه‌های ۲۰۰ گرمی اضافه شده در انتهای پایین پاها در حال قدمزنی بر روی شیب مبنا



شکل ۲۹ تعداد گام در هر مرحله پرتاب و نمودار بررسی آماری حوزه جذب برای مدل اولیه بر روی شیب مبنا

- پارامترهای طراحی: سایر پارامترها که مقدار آنها بر اساس بهینه‌سازی به روش ژنتیک به دست آمده است (جدول ۶). پس از انتخاب مقادیر مناسب برای طول و جرم پا، که مبنای بی‌بعدسازی هستند، مقادیر جدول ۷ برای ساخت مدل به کار گرفته شده‌اند.

جدول ۶ پارامترهای بهینه به دست آمده از روش ژنتیک

مقدار عدد برازش	پارامترهای مورد بررسی	پارامترهای پیش فرض شده
$\theta^*/v_{\text{بی‌بعد}}$	r	c
۰/۸۴۹۸	۰/۳۶۵	۰/۳۵
	M/m	k
	۱	۰
	L	I
	۱	۰

جدول ۷ مقدار پارامترهای نهایی استفاده شده در ساخت مدل

پارامتر	نماد	مقدار	واحد
جرم بالا تنه	M	برابر با m	Kg
جرم پا	m	مقدار دلخواه	Kg
ممان اینرسی حول مرکز جرم پا	I	۰	Kg.m ²
طول پا	L	۰/۲۵	m
فاصله مرکز جرم پا از مفصل ران	c	۰/۰۹	m
شعاع انحنای کف پا	r	۰/۰۹	m

ساخت و آزمایش مدل: با توجه به امکاناتی که مدل ساخته شده در اختیار می‌گذارد، ۵ مرحله آزمایش تعریف شده است. ۱- حرکت مدل در شیب مبنا (۰/۱۴۵ رادیان)، ۲- حرکت مدل در شیب متفاوت (۰/۱۲ رادیان)، ۳- آزمایش مدل با وزنه‌های اضافه شده در بالاتنه در شیب مبنا، ۴- آزمایش مدل با وزنه‌های اضافه شده در انتهای پایین پاها در شیب مبنا، ۵- آزمایش مدل با وزنه‌های اضافه شده در پایین پاها در عبور از اختلاف سطح مثبت و منفی در شیب مبنا. برای به دست آوردن نتایج آزمایش‌های عملی راه‌های مختلفی مانند فیلم برداری و صابرداری وجود دارد [۲۳]. در این تحقیق نتایج از تحلیل فیلم‌های آزمایش به دست آمده است. در هر آزمایش، با آزمون و خطا، چرخه حرکتی تکرارپذیر یافته شده است.

شکل‌های ۲۶ تا ۲۸ چند مرحله از آزمایش‌ها را نشان می‌دهد. در شکل ۲۹ تعداد گام‌های طی شده در هر پرتاب و درصد پرتاب‌های موفق برای آزمایش مدل اولیه در شیب مبنا آورده شده است. در جدول ۸ نتایج آزمایش‌ها آورده شده است.

جدول ۸ نتایج آزمایش‌های عملی بر روی مدل

پارامترهای فضای فاز	بازده حرکتی	پایداری
θ φ	سرعت ثابت طول متوسط زمانی متوسط	حوزه جذب خارج از تعداد از
گام	(m/s) گام	پایدار (قدم‌زنی)
(s)	گام	پایدار (قدم‌زنی)
		بیش از ۸ گام (۶-۷ گام) ۵-۱ گام
مدل اولیه بر شیب ۰/۱۴۵ رادیان		
۲۲/۵°	۴۵°	۸/۲۵ ۰/۵ ۰/۱۷ ۶۷ ۵۲ (٪۷۸) ۱۰ (٪۱۵) ۵ (٪۷)
مدل اولیه بر شیب ۰/۱۲ رادیان		
۲۷/۵°	۵۵°	۵ ۰/۵ ۰/۱۵ ۱۰۰ ۳۷ (٪۳۷) ۴۵ (٪۴۵) ۱۸ (٪۱۸)
مدل با دو وزنه ۲۰۰ گرمی اضافه شده در بالاتنه بر شیب اولیه ۰/۱۴۵ رادیان		
۳۲/۵°	۶۵°	۱۰ ۰/۵ ۰/۲ ۵۹ ۴۰ (٪۶۸) ۷ (٪۲۱) ۱۲ (٪۲۰)
مدل با وزنه‌های ۲۰۰ گرمی در انتهای پایین پاها بر شیب ۰/۱۴۵ رادیان		
۲۵°	۵۰°	۵/۵ ۰/۵ ۰/۱۴ ۶۹ ۲۱ (٪۳۱) ۲۲ (٪۳۲) ۲۵ (٪۳۷)



شکل ۳۰ بازگشت پا در لحظه برخورد گام سوم، لحظه برخورد (راست)، بلند شدن پا در اثر برخورد (وسط و بالا)، برخورد دوباره پا و شروع غلتش (چپ)

در مورد برآورد حوزه جذب مدل از طریق بررسی آماری نتایج آزمایش‌های عملی، نقش آزمایشگر ماهر در هنگام پرتاب مدل غیرقابل انکار است. از این رو اشاره دقیق به نتایج آزمایش‌های عملی و برآورد حوزه جذب از این طریق در تحقیق‌های مشابه پیشین ارائه نشده است. تنها در صورت تکرار آزمایش‌ها توسط یک فرد بر روی مدل‌های مختلف، تفاوت درصد پرتاب‌ها می‌تواند معیار مقایسه پایداری و حوزه جذب این مدل‌ها با یکدیگر باشد، اما تفاوت درصد پرتاب‌های موفق در آزمایش‌های انجام شده توسط افراد متفاوت و در شرایط آزمایشگاهی مختلف نمی‌تواند معیار دقیقی از بهتر بودن

نتیجه آزمایش‌ها تا حد زیادی با نتایج تئوری همخوانی دارد. در بررسی‌ها، مشخصات حرکتی مدل بر شیب ۰/۱۴۵ رادیان مبنای مقایسه قرار گرفته است. در این حالت سطح حوزه جذب تنها برابر ۷ درصد سطح فضای فاز می‌باشد. در مرحله بعد با آزمایش مدل بر روی شیب ۰/۱۲ رادیان، طبق انتظار، با کاهش شیب، طول گام و سرعت متوسط کاهش و زاویه‌های نقاط ثابت افزایش می‌یابد. ثابت زمانی قدم برداشتن طبق انتظار همواره ثابت است، اما وسعت حوزه جذب نسبت به آزمایش بر روی شیب مبنا بیشتر و برابر ۱۸ درصد است. این مطلب غیرطبیعی است. برای مدل با وزنه‌های افزوده شده در مفصل ران، طبق انتظار با افزودن وزن بالاتنه نسبت به حالت اولیه، طول گام و سرعت متوسط و زوایای نقاط ثابت افزایش می‌یابد. ثابت زمانی قدم برداشتن برای تمام آزمایش‌ها ثابت و حدوداً برابر ۰/۵ ثانیه است. وسعت حوزه جذب نیز از آزمایش بر روی شیب مبنا بیشتر و برابر ۲۰ درصد است. با افزودن وزنه به انتهای پای مدل، طبق انتظار نسبت به حالت اولیه، طول گام و سرعت متوسط کاهش و زوایای نقاط ثابت افزایش می‌یابد. ثابت زمانی قدم برداشتن نیز ثابت می‌ماند، اما سطح حوزه جذب از آزمایش بر روی شیب مبنا بیشتر بوده و برابر ۳۷ درصد است. همانند آنچه در آزمایش برای گام برداشتن مدل بر روی شیب ۰/۱۲ رادیان دیده شد، این مطلب غیرطبیعی است. در ادامه به بررسی علت این موضوع پرداخته شده است.

مدل‌سازی انجام شده، مصرف مخصوص انرژی را ۱۵ درصد افزایش می‌دهد. پس از ساخت مدل، در ۵ مرحله آزمایش و برای هر مرحله به روش آماری، حوزه جذب و پایداری مدل تخمین زده شده است. نتایج آزمایش‌ها به طور کیفی قابل مقایسه با نتایج تئوری بوده و انطباق خوبی را نشان می‌دهند.

برای اثرهای غیرقابل انتظار افزایش پایداری در اثر کاهش شیب و یا افزودن وزن به پایین پاها و پایین‌آوردن محل مرکز جرم پا، با توجه به شباهت برخی نتایجی که تغییر این دو پارامتر بر خصوصیات حرکتی مدل داشته‌اند و بررسی فیلم آزمایش‌ها، نشان داده شد که علت اصلی این موضوع شرایط غیرایده‌آل برخورد می‌باشد.

۱۰- مراجع

- [1] Garcia M., Chatterjee A., et al., "The Simplest Walking Model Stability, Complexity, and Scaling", *Journal of Biomechanical Engineering*, Vol. 120, No. 2, 1998, pp. 281-288.
- [2] <http://www-personal.umich.edu/~shc/Robot/>
- [3] Kuo, A. D., "Stabilization of Lateral Motion in Passive Dynamic Walking", *International Journal of Robotics Research*, Vol. 18, No. 9, 1999, pp. 917-930.
- [4] Wisse M., Schwab A. L., "Passive Dynamic Walking Model with Upper Body", *Robotica*, Cambridge University Press, Vol. 22, 2004, pp. 681-688.
- [5] Collins S., Wisse M., Ruina A., "A Three-Dimensional Passive Dynamic Walking Robot with Two Legs and Knees", *International Journal of Robotics Research*, Vol. 20, 2001, pp. 607-622.
- [6] Collins S., Ruina A., "A Bipedal Walking Robot with Efficient and Human-Like Gait", *International Conference on Robotics and Automation - ICRA*, Barcelona, Spain, 2005, pp. 1983-1988.
- [7] Farshimi F., Naraghi M., "A Passive-Biped Model with Multiple Routes to Chaos", *Journal of Acta Mechanica Sinica*, Vol. 27, No. 2, 2011, pp. 277-284.
- [8] Tehrani Safa A. Ghaffari Saadat M. Naraghi, M., "Passive Dynamic of the Simplest Walking Model, Replacing Ramps with Stairs", *Mechanism and Machine Theory*, Elsevier Publication, Vol. 42, 2007, pp. 1314-1325.
- [9] Camp J., *Powered "Passive" Dynamic Walking*, Masters of Engineering Project, USA, Cornell University, The Sibley School of Mechanical and Aerospace Engineering, 1997, pp. 1-8.

مشخصه‌های حرکتی مدل‌های مختلف نسبت به یکدیگر به‌شمار آید. در این بررسی، مطابق جدول ۸، در بهترین شرایط بیش از یک سوم پرتاب‌ها (۳۷ درصد) موفق بوده است. این میزان در تحقیق‌های مشابه برابر یک سوم [۴] و نصف [۲۳] مجموع پرتاب‌ها گزارش شده است.

۹- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این تحقیق، با هدف تعریف روندی که منجر به طراحی و ساخت مدلی بهینه گردد، مراحل مدل‌سازی، حل عددی، بررسی اثر تغییر پارامترهای ساختاری بر خصوصیات حرکتی، بهینه‌سازی و شبیه‌سازی نرم‌افزاری یکی پس از دیگری به انجام رسیده است. مدل در نظر گرفته شده پارامترهای مورد نیاز برای شبیه‌سازی یک نمونه قابل ساخت را در خود دارد از جمله لختی پاها و مرکز جرم با مکان متغیر در طول پا، فنر میان دو پا و شکل منحنی برای کف پا. با هدف سادگی و کاهش خطای محاسباتی، مدل‌سازی به روش ترکیبی انجام شده است. برای رسیدن به معیار مناسبی از تاثیر پارامترها بر پایداری، توانایی بازیابی حرکت پایدار در عبور از پستی و بلندی در سطح مسیر راهرونده به عنوان مبنایی برای تخمین پایداری معرفی شده است. پارامترهای مدل از ۵ دیدگاه برای برآورد بازده، پایداری و شکل حرکت بررسی شده و در کنار نتایج تحقیق‌های مشابه، مجموعه قابل توجهی برای بررسی تاثیر پارامترهای ساختاری در دستیابی به مدل راهرونده بهینه ارائه شده است (جدول ۲ و ۳). نشان داده شده، با توجه به حساسیت مشخصه‌های حرکت راهرونده به تغییر پارامترها، انتخاب مناسب شعاع کف و پس از آن مکان مرکز جرم پاها و توجه به اجرای دقیق آن‌ها در زمان ساخت مدل واقعی، نسبت به سایر پارامترها اهمیت بیشتری دارد. در ادامه بهینه‌سازی یکجای پارامترهای مدل به روش ژنتیک و با هدف دستیابی به بیشترین بازده همراه با کمترین نوسان پاها انجام شده است. از این روش پس از ساده‌سازی پارامترهای مدل برای بهینه‌یابی پارامترهای مهم در طراحی مدل واقعی استفاده شده و مدلی کوچک بر این اساس طراحی و ساخته شده است. پیش از اقدام به ساخت، با هدف نزدیک‌تر شدن به شرایط واقعی، شبیه‌سازی مدل در نرم‌افزار آدامز صورت گرفته است. نشان داده شد که شرایط برخورد اثر زیادی بر بازده حرکت دارد و برای

- [18] Ning L., et al., "The Effects of Parameter Variation on the Basins of Attraction of Passive Walking Models", *IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, Harbin, China, 2007, pp. 1908-1913.
- [19] Hobbelen D., Wisse M., "The Gait Sensitivity Norm", *Dynamic Walking Conference*, Scientific Program and Abstracts, Ann Arbor, USA, 2006, p. 15.
- [20] Noorden L., Styns F., et al., "The Speed of Walking while Synchronising to Music, or How to Model the 2Hz Resonance in Human Locomotion and Musical Tempo", *Dynamic Walking Conference*, Scientific Program and Abstracts, Ann Arbor, USA, 2006, p. 65.
- [21] Thorson I., *On the Gait Robustness of Passive Dynamic Robots, and a Novel Variable Stiffness Series Elastic Actuator*, PhD Thesis Presentation, Japan, Nagoya University, 2008, pp. 1-45.
- [22] Kruz M. J., Judkins T., "A Passive Dynamic Walking Robot That Has a Deterministic Nonlinear Gait", *Journal of Biomechanics*, Elsevier, Vol. 41, No. 6, 2008, pp. 1310-1316.
- [23] Ning L., Junfeng L., et al., "Passive Walker That Can Walk Down Steps: Simulations and Experiments", *Acta Mech. Sin.*, Vol. 24, 2008, pp. 569-573.
- [10] Wisse M., *Essentials of Dynamic Walking, Analysis and Design of Two-Legged Robots*, Netherlands, Delft University, ISBN90-77595-82-1, 2004, pp. 33-50.
- [11] Tedrake R., Zhang W., et al., "Actuating a Simple 3D Passive Dynamic Walker", *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, New Orleans, USA, 2004, pp. 1-6.
- [12] <http://en.wikipedia.org/wiki/ASIMO>
- [13] Schwab L., *Multibody Dynamics B*, University Course Lecture, Netherlands, Delft University of Technology, 1998, pp. 24-27.
- [14] Wisse M., Van Der Linde R. Q., *Delft Pneumatic Biped*, Berlin Heidelberg, Springer, 2007, pp. 15-19.
- [15] Coleman, M., *A Stability Study of a 3-Dimensional Passive Dynamic Model of Human Gait*, PhD Thesis, USA, Cornell University, 1998,
- [16] Dingwell J. B., Kang H. G., "Direct Comparisons of Local and Orbital Dynamic Stability in Human Walking", *Dynamic Walking Conference*, Scientific Program and Abstracts, Ann Arbor, USA, 2006, pp. 51.
- [17] Hobbelen D., Wisse M., "Limit Cycle Walking", *Humanoid Robots: Human-like Machines*, Edited by: Matthias Hackel, Chapter 14, Vienna, Austria, Itech, 2007, pp. 642-660.