



شبیه‌سازی مستقیم عددی کاهش درگ آشفته در یک کانال افقی توسط میکروفیبرها در رینولدز بالا با یک مدل بستگی جبری

امین موسائی

استادیار گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه یاسوج، یاسوج

یاسوج، صندوق پستی ۷۵۹۱۴-۳۵۳ moosaie@yu.ac.ir

چکیده- در مقاله حاضر، نتایج شبیه‌سازی مستقیم عددی پدیده کاهش درگ به کمک میکروفیبرها در جریان کانال آشفته در عدد رینولدز برشی $Re_\tau = 950$ گزارش شده است. برای این منظور، از حل عددی معادلات ناویر-استوکس سه بعدی و وابسته به زمان برای جریان تراکم ناپذیر یک سیال غیرنیوتنی استفاده شده است. تانسور تنش غیرنیوتنی تابع توزیع جهت‌گیری فضایی فیبرها می‌باشد که برای محاسبه آن از یک مدل بستگی جبری که اخیراً پیشنهاد شده استفاده شده است. نشان داده شده که استفاده از این مدل جبری، به دلیل کاهش چشمگیر حجم محاسبات، امکان شبیه‌سازی مستقیم در اعداد رینولدز بالا را می‌دهد. در نهایت، کمیت‌های آماری جریان آشفته (بطور خاص نمایه سرعت متوسط و تنش‌های رینولدز) نشان داده و بحث شده‌اند. تغییرات در ایزوتروپی تانسور تنش رینولدز را به کمک مثلث ایزوتروپی لاملی نشان داده‌ایم.

کلیدواژگان: کاهش درگ آشفته، شبیه‌سازی مستقیم عددی، سوسپانسیون فیبر، مدل بستگی جبری.

DNS of turbulent drag reduction in a horizontal channel by microfibers at high Reynolds numbers using an algebraic closure model

A. Moosaie

Assis. Prof., Dept. of Mech. Eng., Yasouj Univ., Yasouj, Iran
P. O. B. 75914-353, Yasouj, Iran. moosaie@yu.ac.ir

Abstract- In this study, the results of a direct numerical simulation (DNS) of turbulent drag reduction by microfibers in a channel flow at a shear Reynolds number of $Re_\tau = 950$ are reported. For this purpose, we make use of a numerical solution of three-dimensional, time-dependent Navier-Stokes equations for the incompressible flow of a non-Newtonian fluid. The non-Newtonian stress tensor depends on the orientation distribution of fibers, which is computed by a recently-proposed algebraic closure model. It is shown that the use of this algebraic closure, due to the great reduction in computational efforts, enables us to perform a DNS at high Reynolds numbers. Ultimately, statistical quantities of turbulence (in particular, the mean velocity profile, Reynolds stresses, etc.) are presented and discussed. Variations in the isotropy of the Reynolds stress tensor are explained by the aid of Lumley anisotropy map.

Keywords: Turbulent Drag Reduction, Direct Numerical Simulation, Fiber Suspension, Algebraic Closure Model.

۱- مقدمه

مسأله بطور خاص در انتقال شاره‌ها (مانند خطوط انتقال نفت و صنایع پتروشیمی) و نیز در کاربردهای زیر دریایی (مانند دینامیک اژدرها) اهمیت دارد. چرا که ساختمان جریان آشفته در نزدیکی دیوار باعث افزایش قابل ملاحظه درگ می‌شود. این افزایش درگ را می‌توان به این ترتیب تفهیم نمود که به دلیل

جریان‌های آشفته در بسیاری از مسائل صنعتی پیش می‌آیند. همچنین درک مکانیک جریان آشفته از اهمیت بنیادینی در مطالعه فیزیک سیالات برخوردار است. یکی از مسائل جالب در این زمینه، مکانیک جریان آشفته در نزدیکی دیوار است. این

زیاد شدن نفوذاندازه حرکت در جریان آشفته، نمایه سرعت در نزدیکی دیوار تخت می‌شود و در نتیجه گرادیان سرعت نیز افزایش می‌یابد. طبق قانون لزجت نیوتن، این سبب افزایش تنش برشی روی دیوار و در نتیجه افزایش درگ می‌شود. بنابراین در مسائل صنعتی به دنبال راهی برای کاهش درگ آشفته هستیم.

یکی از راه‌های کاهش درگ آشفته استفاده از افزودنی‌های پلیمری است. پلیمرها می‌توانند انعطاف‌پذیر و یا صلب باشند. اثر پلیمرهای صلب روی جریان همانند میکروفیبرها می‌باشد. در ادامه مقاله به بررسی کاهش درگ به کمک میکروفیبرها پرداخته می‌شود. برای این منظور از شبیه‌سازی مستقیم عددی (DNS) استفاده می‌شود. از کاهش درگ به کمک پلیمرها در کاربردهای مختلفی استفاده می‌شود، از جمله در خط لوله آلاسکا برای انتقال نفت، در کاهش درگ اژدرها [۱] و نیز در لوله‌های آتش‌نشانی. در این کاربردها نیاز به حذف پلیمرها در انتهای فرایند نیست. به عنوان مثال در خط لوله آلاسکا از پلیمرهای هیدروکربنی استفاده می‌شود که به مرور در نفت حل می‌شوند و چون غلظت آنها بسیار پایین است سبب تغییر در خواص نفت نمی‌شوند. همچنین در کاربرد اژدرها، پلیمرها در لایه مرزی پیرامون اژدر موجود هستند و نیازی به حذف آنها نیست. بنابراین استفاده از پلیمرها برای کاهش درگ هم در سیکل‌های باز و هم در سیکل‌های بسته امکان‌پذیر است.

امروزه، شبیه‌سازی‌های مستقیم عددی در کنار مطالعات آزمایشگاهی و تئوری، در مرکز تحقیقات جریان‌های آشفته قرار دارند [۳،۲]. آنها کمیات لحظه‌ای مختلف را در همه نقاط میدان جریان در همه زمان‌ها و نیز کمیات آماری گوناگونی را بدست می‌دهند. برای انجام چنین شبیه‌سازی‌هایی، نیاز است که تمامی مقیاس‌های فضایی و زمانی جریان آشفته حل شوند. ارضای این شرط، حجم محاسبات مورد نیاز برای DNS را به شدت بالا می‌برد. به نحوی که اغلب، این گونه محاسبات بر روی ابر رایانه و با استفاده از امکانات پردازش موازی انجام می‌شوند. متأسفانه با افزایش عدد رینولدز، مقیاس‌های فضایی و زمانی جریان آشفته کوچک‌تر می‌شوند و در نتیجه حجم محاسبات افزایش می‌یابد (تقریباً متناسب با Re^3). بنابراین محاسبه مستقیم جریان‌های آشفته در اعداد رینولدز بالا کماکان یک چالش محاسباتی است.

بحث بالا برای شبیه‌سازی جریان سیال نیوتنی و بدون

افزودنی‌های پلیمری (فیبری) بود. برای شبیه‌سازی کاهش درگ به کمک میکروفیبرها، لازم است که در کنار میدان جریان، دینامیک فیبرها نیز حل شود. چنانچه اندازه فیبرها بسیار کوچک باشد، حرکت براونی دورانی آنها نیز مهم است و باید در نظر گرفته شود. حرکت براونی دورانی ناشی از بمباران فیبر توسط مولکول‌های سیال اطراف آن است که باعث یک حرکت تصادفی دورانی برای فیبر می‌شود. شدت این حرکت تابع دما و خواص هندسی فیبر است.

با فرضیاتی که در ادامه معرفی می‌شوند، اثر میکروفیبرها بر روی جریان با یک تانسور تنش غیرنیوتنی توصیف می‌شود. این تنش تابع جهت‌گیری فضایی فیبرها است. دینامیک فیبرها در فضا-زمان فیزیکی و نیز در فضای حالت توصیف می‌شود. از آنجا که میکروفیبرها صلب هستند، نقاط انتهایی آنها هنگامی که همه جهت‌گیری‌های ممکن را داشته باشند سطح یک کره را تشکیل می‌دهند که با نرمال‌سازی بردارهای جهت‌گیری فیبرها کره واحد خواهد بود. بنابراین فضای حالت مسئله، سطح کره واحد است. از آنجا که تعداد بسیار زیادی فیبر در جریان وجود دارند که دارای حرکت براونی می‌باشند، باید به توصیف آماری جهت‌گیری آنها با استفاده از یک تابع توزیع احتمال پرداخت. تکامل زمانی این تابع توزیع احتمال توسط یک معادله فوکر-پلانک توصیف می‌شود. در نتیجه، نیاز به حل یک معادله فوکر-پلانک با ابعاد بالا (در حالت میکروفیبرها دارای ۶ بعد یعنی سه بعد فضایی، دو بعد فضای حالت که سطح کره واحد است و بعد زمان) می‌باشد. پر واضح است که حل چنین سیستمی با روش‌های عددی معمول (مانند تفاضل محدود، حجم محدود [۴]، اجزای محدود و روش‌های طیفی) از نظر محاسباتی بسیار حجیم بوده و به صرفه نیست.

گیلیسن و همکاران [۵] یک روش حل طیفی مبتنی بر هارمونیک‌های کروی برای حل معادله فوکر-پلانک در جریان کانال آشفته ارائه کردند. اما حل آنها محدود به حالتی است که حرکت براونی فیبرها قوی باشد. با تشدید حرکت براونی دورانی، از میزان مؤثر بودن فیبرها برای کاهش درگ کاسته می‌شود. مؤثرترین حالت برای کاهش درگ، استفاده از فیبرهای غیر براونی است [۶]. بنابراین این روش برای محاسبه کاهش درگ چندان مناسب نیست. همچنین می‌توان معادله فوکر-پلانک را به روش آماری حل نمود [۸،۷]. برای انجام این کار، بایستی معادله فوکر-پلانک به فرم آماری معادل خود یعنی

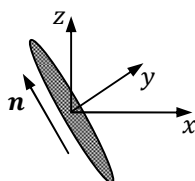
بلا مناسب هستند. البته آنها مشکلاتی هم دارند که در ادامه مقاله به آنها پرداخته می‌شود. اخیراً یک مدل بستگی جبری توسط نویسندگان پیشنهاد شده [۱۷] که مشکلات دو مدل دیگر را ندارد. در آنجا، مدل پیشنهادی در اعداد رینولدز نسبتاً پایین $Re_\tau = 180$ و $Re_\tau = 300$ مورد بررسی و مقایسه با نتایج موجود قرار گرفته است. مقاله حاضر به گزارش نتایج این مدل در رینولدز $Re_\tau = 950$ می‌پردازد و نشان می‌دهد که مدل ارائه شده در اعداد رینولدز نسبتاً بالا هم کاربرد دارد.

ادامه این مقاله به ترتیب زیر سازمان یافته است. در بخش بعد بطور اجمالی فرضیات، تئوری و معادلات حاکم بر جریان یک سوسپانسیون رقیق فیبرها که در یک سیال نیوتنی معلق شده‌اند معرفی شده‌اند. در بخش ۳، مدل‌های بستگی جبری پیشنهاد شده توسط دیگران معرفی و مشکلات آنها بیان شده‌اند. در بخش ۴ مدل بستگی جبری VAF معرفی و نشان داده شده که مشکلات دیگر مدل‌ها را ندارد. روش‌های عددی و پارامترهای شبیه‌سازی در بخش ۵ ارائه شده‌اند. نهایتاً در بخش ۶ نتایج شبیه‌سازی کاهش درگ در جریان آشفته کانال در رینولدز برشی $Re_\tau = 950$ آورده شده است.

۲- فرضیات، تئوری و معادلات حاکم

مفروضات در این مقاله به این قرارند: فیبرها صلب و به شکل بیضی‌گون می‌باشند. همان‌طور که در شکل ۱ نشان داده شده، جهت‌گیری فضایی چنین فیبرهایی توسط بردار یک‌محوری آنها n تعیین می‌گردد.

یکی از خواص هندسی مهم چنین فیبرهایی نسبت منظر آنها $r = L/a$ یعنی نسبت نصف طول فیبر L به شعاع استوای آن a است. نوعاً برای فیبرها r مقدار بزرگی دارد و برای فیبرهای بسیار نازک $r \rightarrow \infty$ برقرار است. نشان داده شده که فیبرهای با نسبت منظر بالاتر از ۳۰ برای کاهش درگ مناسب هستند [۱۸]. همچنین وقتی r حدوداً بزرگ‌تر از ۱۰۰ است، افزایش بیشتر r سبب تغییر کیفی در رفتار تنش‌های غیرنیوتنی نشده و فقط تغییرات کمی را در پی دارد [۷].



شکل ۱ طرح‌واره فیبر صلب و بردار جهت‌گیری آن

معادله لانژواین درآید که دارای پاسخ یکسانی با معادله فوکر-پلانک است. سپس معادله لانژواین به شکل یک انتگرال ایتو در آمده و با یک فرایند آماری وینر برای تعداد زیادی فیبر حل می‌شود [۸]. در این روش اگر چه حجم محاسبات کم‌اکن بسیار بالاست، ولی امکان محاسبه فیبرهای براونی ضعیف و یا غیر براونی وجود دارد.

روش دیگری که برای حل معادله فوکر-پلانک، به ویژه در کاربردهای کاهش درگ، استفاده شده، روش تقریب گشتاور است (به عنوان مثال مراجعه شود به [۹،۶،۵]). طبق تئوری برنر [۱۰]، تانسور تنش غیر نیوتنی ناشی از فیبرها تابع گشتاورهای دوم و چهارم تابع توزیع جهت‌گیری فیبرها می‌باشد. در نتیجه این امکان وجود دارد که معادلات گشتاورها را مستقیماً حل کرد. چنین معادلاتی را می‌توان از معادله فوکر-پلانک استخراج نمود. اما آنها یک سیستم بسته را تشکیل نمی‌دهند. یعنی معادله هر گشتاور شامل گشتاور مرتبه بالاتر نیز می‌باشد. در نتیجه نیاز است که از یک مدل بستگی برای بستن معادلات گشتاور استفاده نمود. چنین مدل‌هایی با پیچیدگی‌ها، دقت‌ها و حجم محاسبات متفاوت عرضه شده‌اند. برای مثال می‌توان به مدل‌های ارائه شده در [۱۲،۱۱] اشاره کرد. این مدل‌ها در همه حالت‌ها منجر به جواب‌های دقیق نمی‌شوند و بعضاً پاسخ‌های غیرفیزیکی ایجاد می‌کنند. همچنین حجم محاسبات بعضی از آنها قابل ملاحظه بوده و مانع از بکارگیری آنها در شبیه‌سازی مستقیم عددی جریان‌های با عدد رینولدز بالا می‌شود. مقایسه‌ای میان کارایی مدل‌های بستگی مشهور در محاسبه جریان آشفته کانال در [۱۳] انجام شده است.

در روش‌های توصیف شده در بالا، یعنی حل معادله فوکر-پلانک و حل معادلات گشتاورها، برای بدست آوردن تانسور تنش غیر نیوتنی بایستی معادلات دیفرانسیل حل شوند. بنابراین آنها را بستگی دیفرانسیل معادلات ناویر-استوکس می‌نامند. یک خانواده دیگر بستگی‌های جبری هستند که در آنها، تنش‌های غیرنیوتنی توسط روابط جبری تعیین و محاسبه می‌شوند. دو نمونه از این مدل‌ها توسط لیپسکومب و همکاران [۱۴] و اورلاندی [۱۵] پیشنهاد شده‌اند. مدل اول توسط دین توندر و همکاران [۱۶] برای محاسبه کاهش درگ آشفته استفاده شده است. مدل دوم نیز که از ابتدا برای کاهش درگ پیشنهاد شده است. واضح است که در این مدل‌ها حجم محاسبات بسیار کمتر بوده و برای شبیه‌سازی در اعداد رینولدز

$$\nabla \cdot U = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{DU}{Dt} = -\nabla P + \nabla \cdot (\tau^N + \tau^{NN}) \quad (2)$$

که در آن ∇ اپراتور برداری نابلا، ρ چگالی سیال حامل، U میدان برداری سرعت و P میدان فشار است. مشتق مادی بردار سرعت نیز به شکل رابطه (۳) تعریف می‌شود.

$$\frac{DU}{Dt} = \frac{\partial U}{\partial t} + \nabla \cdot (U \circ U) \quad (3)$$

که در آن $\circ$ و $\cdot$ به ترتیب اپراتورهای ضرب اسکالر و دیادیک هستند. تانسور تنش نیوتنی τ^N که در نتیجه وجود سیال حامل ایجاد می‌شود، توسط قانون لزجت نیوتن (معادله مواد خطی) زیر داده می‌شود:

$$\tau^N = \mu D$$

که در آن μ ضریب لزجت دینامیکی سیال حامل و D تانسور نرخ کرنش است:

$$D = (\nabla \circ U + U \circ \nabla) / 2 \quad (4)$$

همان طور که مشاهده می‌شود، معادله مومنتم (۱) به همراه معادله مواد (۳) و معادله سینماتیکی (۴) بسته نیست و هنوز به یک معادله مواد برای تانسور تنش غیر نیوتنی τ^{NN} نیاز است. برای این منظور باید رئولوژی یک سوسپانسیون رقیق از فیبرها در نظر گرفته شود. طبق تئوری برنر [۱۰]، تانسور تنش غیرنیوتنی تابع تانسور نرخ کرنش، گشتاورهای دوم و چهارم تابع توزیع جهت‌گیری فیبرها و δ ضریب مواد است:

$$\begin{aligned} \tau^{NN} = & \mu_0 D + \mu_1 (D \cdot \langle nn \rangle_\psi) \\ & + \mu_2 D \cdot \langle nnnn \rangle_\psi \\ & + 2\mu_3 (\langle nn \rangle_\psi \cdot D + D \cdot \langle nn \rangle_\psi) \\ & + 2\mu_4 D_r (\langle nn \rangle_\psi - 1) \end{aligned} \quad (5)$$

که در آن ۱ تانسور یکه با مختصات دلتای کرونکر δ_{ij} ، D_r ضریب نفوذ براونی دورانی و μ_i اپراتور ضرب اسکالر دو گانه تانسورها هستند. پنج ضریب مواد μ_i تابع لزجت سیال حامل μ ، نسبت منظر فیبرها r و کسر حجمی (توصیفی از غلظت) سوسپانسیون ϕ می‌باشند. این توابع در [۱۰، ۸] داده شده‌اند. در ضمن رابطه $\phi = \pi n L^3 / 2r^2$ میان ϕ کسر حجمی و پارامتر غلظت nL^3 برقرار است [۸]. تانسورهای $\langle nn \rangle_\psi$ و $\langle nnnn \rangle_\psi$ نیز به ترتیب گشتاورهای دوم و چهارم تابع توزیع جهت‌گیری $\Psi(n, x, t)$ می‌باشند که به شکل زیر تعریف می‌شوند:

سوسپانسیون رقیق در نظر گرفته می‌شود. برای تعیین غلظت سوسپانسیون، نیاز به تعریف پارامترهایی برای غلظت می‌باشد. یکی از اینها، پارامتر غلظت nL^3 می‌باشد که در آن n دانسیته عددی و L نصف طول فیبر است. سوسپانسیون رقیق است، چنانچه رابطه $nL^3 < 1$ برقرار باشد. در حالت‌های $nL^3 < r$ و $nL^3 > r$ سوسپانسیون به ترتیب نیمه رقیق و غلیظ است که در آن r نسبت منظر فیبر می‌باشد. در یک سوسپانسیون رقیق، اندرکنش مستقیم میان فیبرها (ناشی از برخورد آنها) و نیز اندرکنش هیدروپینامیکی فیبرها (اثر یک فیبر بر فیبر دیگر بدون تماس بین آنها که توسط میدان هیدروپینامیکی سیال حامل منتقل می‌شود) قابل صرف‌نظر است. در کاربردهای کاهش درگ به کمک میکروفیبرها، از سوسپانسیون‌های رقیق و نیمه رقیق استفاده می‌شود. در شبیه‌سازی‌ها نوعاً مدل سوسپانسیون رقیق بکار می‌رود [۹، ۸، ۶، ۵]. یک دلیل سادگی محاسبات است و دلیل دیگر اینکه برای سوسپانسیون نیمه رقیق در مقایسه با حالت رقیق، پاسخ‌ها صرفاً از نظر کمی تفاوت دارند و از نظر کیفی فیزیک جریان تغییر نمی‌کند [۶].

همچنین فرض می‌شود که فیبرها به طور خنثی در سیال حامل غوطه‌ور بوده و از اثرات لختی آنها صرف‌نظر می‌شود. برای بحث بیشتر در این مورد به فصل سوم [۸] رجوع شود. فرض مهم دیگر آن است که طول فیبرها از مقیاس طول کولموگوروف (کوچک‌ترین مقیاس طولی در یک جریان آشفته) کوچک‌تر می‌باشد. در کاربردهای عملی، این فرض ممکن است ارضا نشود. در چنین حالتی یک تئوری قابل قبول برای جریان سوسپانسیون موجود نبوده و یک موضوع تحقیقاتی باز است [۱۰]. به این دلیل در شبیه‌سازی‌های موجود از این فرض استفاده می‌شود [۶]. از کشش سطحی میان سیال و ذرات معلق نیز صرف‌نظر شده است که در تمامی شبیه‌سازی‌های موجود کاهش درگ با افزودنی‌های پلیمری و فیبری این فرض صورت می‌گیرد. در ضمن سیال حامل (بدون میکروفیبرها) نیوتنی در نظر گرفته می‌شود.

با فرضیات فوق، اثر میکروفیبرها بر جریان سیال منحصراً توسط یک تانسور تنش غیرنیوتنی توصیف می‌شود. یعنی سوسپانسیون فیبر مانند یک سیال تک‌فاز غیرنیوتنی رفتار می‌کند. با فرض تراکم ناپذیر و تک‌دما بودن جریان، معادلات حاکم همان معادلات ناویر-استوکس غیرنیوتنی هستند:

همچنین κ ضریب شکل فیبر و تابعی از ضریب منظر است:

$$\kappa = \frac{(r^2 - 1)}{(r^2 + 1)} \quad (11)$$

معادله (۹) از حل تحلیلی معادله استوکس برای جریان خزشی پیرامون بیضی‌گون بدست آمده است [۱۹]. طبق آن، سرعت تغییر در بردار جهت‌گیری یعنی $\dot{n}$ ، توسط یک دوران جسم صلب ($\Omega \cdot n$) و یک تغییر فرم ($D \cdot n$) توصیف می‌شود. تغییر فرم سبب تغییر طول بردار جهت‌گیری می‌شود. اما از آنجا که بردار جهت‌گیری یک بردار یک‌یکه است، به عنوان یک قید هندسی خواسته می‌شود که طول آن یک باقی بماند. عبارت غیر خطی سوم یعنی $n \circ n \circ n \circ n$ ، تغییر طول توسط عبارت تغییر فرم را جبران نموده و باعث یک‌نگه داشتن بردار جهت‌گیری می‌شود. برای اثبات این خاصیت به [۸] مراجعه نمایید. برای فیبرهای بسیار نازک ($r \rightarrow \infty$)، κ به سمت ۱ میل می‌کند. در نتیجه معادله (۹) به معادله زیر برای فیبرهای بسیار نازک تقلیل می‌یابد:

$$\dot{n} = L \cdot n - L \circ n \circ n \circ n \quad (12)$$

که در آن $L = \nabla \circ U$ تانسور گرادیان سرعت است. می‌توان اثبات کرد که معادلات (۹) و (۱۲)، در طول زمان یک‌نگه بودن بردار جهت‌گیری را تضمین می‌کنند [۸].

طبق معادله مواد (۵)، تانسور تنش غیر نیوتنی تابع گشتاورهای دوم و چهارم تابع توزیع جهت‌گیری Ψ است، نه خود آن تابع. بنابراین می‌توان به جای حل معادله فوکر-پلانک (۸) که نیازمند حجم محاسبات بسیار بالایی است، مستقیماً معادلات گشتاورها را حل نمود. برای استخراج چنین معادلاتی از تعریف گشتاورها در روابط (۶) و (۷)، معادله فوکر-پلانک (۸) و معادله جفری (۹) استفاده می‌شود. به این ترتیب برای گشتاور دوم معادله زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \frac{D\langle nn \rangle_\Psi}{Dt} &= \Omega \cdot \langle nn \rangle_\Psi + \langle nn \rangle_\Psi \cdot \Omega^T \\ &+ \kappa (D \cdot \langle nn \rangle_\Psi + \langle nn \rangle_\Psi \cdot D) \\ &- 2\kappa D \circ \langle nnnn \rangle_\Psi \\ &+ 2D_r (1 - 3\langle nn \rangle_\Psi) \end{aligned}$$

که در آن:

$$\frac{D\langle nn \rangle_\Psi}{Dt} = \frac{\partial \langle nn \rangle_\Psi}{\partial t} + U \cdot (\nabla \circ \langle nn \rangle_\Psi) \quad (13)$$

همان طور که ملاحظه می‌شود، معادله (۱۳) برای گشتاور دوم، شامل گشتاور چهارم نیز است. بنابراین این معادله بسته نبوده و

$$\langle nn \rangle_\Psi = \iint n \circ n \Psi \, dS(n) \quad (6)$$

$$\langle nnnn \rangle_\Psi = \iint n \circ n \circ n \circ n \Psi \, dS(n) \quad (7)$$

که در آنها انتگرال‌های سطح بر روی فضای حالت که سطح کره واحد است، انجام شده‌اند. همچنین میان بردارهای جهت‌گیری n در انتگرال‌ها ضرب دیادیک انجام شده و بنابراین گشتاورهای دوم و چهارم به ترتیب تانسورهای از طبقه دوم (دیاد) و چهارم (تتراپاد) هستند.

همان طور که از معادلات (۶) و (۷) بر می‌آید، برای محاسبه گشتاورها و در نتیجه محاسبه تنش غیریونتونی نیاز به دانستن تابع توزیع جهت‌گیری Ψ داریم. $\Psi(n, x, t)$ بیانگر احتمال یافتن فیبرهای با جهت‌گیری n در نقطه x از میدان جریان و در زمان t می‌باشد. Ψ تابعی از دو متغیر در فضای حالت (مختصات مستقل بردار یک‌یکه n و یا زوایای زینت و آزیموت بر روی کره)، سه متغیر در فضای اقلیدسی (مختصات بردار مکان x) و زمان t می‌باشد. توجه گردد که n دارای دو مختصات مستقل است چرا که $n \cdot n = 1$. تکامل Ψ در زمان توسط معادله فوکر-پلانک توصیف می‌شود [۷]:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + U \cdot \nabla \Psi = -\nabla_n \cdot (\dot{n} \Psi) + \Delta_n (D_r \Psi) \quad (8)$$

که در آن $\nabla_n = \nabla_n \cdot \nabla_n$ و $\Delta_n = \nabla_n \cdot \nabla_n$ به ترتیب اپراتورهای برداری نابلا و لاپلاسین بر روی سطح کره واحد هستند. معادله (۸) تشکیل شده است از تغییرات زمانی تابع احتمال $\partial \Psi / \partial t$ ، کنوکسیون (جابجایی) در فضای اقلیدسی $U \cdot \nabla \Psi$ ، کنوکسیون در فضای حالت (بر روی کره) $-\nabla_n \cdot (\dot{n} \Psi)$ و نفوذ بر روی کره $\Delta_n (D_r \Psi)$.

در واقع معادله (۸) نشان می‌دهد که تغییرات زمانی تابع احتمال توسط کنوکسیون در فضای اقلیدسی با میدان برداری سرعت U ، کنوکسیون در فضای حالت با سرعت تغییر بردار جهت‌گیری $\dot{n}$ و نفوذ در فضای حالت با حرکت براونی دورانی D_r دیکته می‌شود. همچنین معادله فوکر-پلانک به عنوان حالت خاصی از معادله موج شرودینگر (معادله مرکزی مکانیک کوانتوم) برای یک ذره منزوی قابل تفهیم است.

سرعت تغییر بردار جهت‌گیری که در معادله (۸) ظاهر شده توسط معادله جفری بدست می‌آید [۱۹]:

$$\dot{n} = \Omega \cdot n + \kappa (D \cdot n - D \circ n \circ n \circ n) \quad (9)$$

که در آن Ω تانسور نرخ چرخش می‌باشد:

$$\Omega = \frac{(\nabla \circ U - U \circ \nabla)}{2} \quad (10)$$

تعیین شده S_T بزرگ‌تر باشد. C ثابت مدل است و غلظت سوسپانسیون را نمایندگی می‌کند. اما ارتباط دادن آن با غلظت بسیار مشکل و در عمل امکان‌ناپذیر است. با این حال این مدل قادر به پیش‌بینی کاهش درگ است و نتایج آن بطور کیفی با نتایج تجربی هم‌خوانی دارند.

مدل جبری دوم که در اینجا مرور می‌شود توسط لپسکومب و همکاران [۱۴] برای حل جریان لامینار سوسپانسیون فیبر در هندسه‌های پیچیده ارائه شده است. سپس دین توندر و همکاران [۱۶] آن را برای شبیه‌سازی پدیده کاهش درگ در جریان آشفته توسعه یافته در لوله بکار بردند. آن را مدل لزج غیر ایزوتروپ (VA) می‌نامند. برای توضیح این مدل، ابتدا باید نگاهی دوباره به معادله مواد (۵) انداخت. برای فیبرهای غیر براونی بسیار نازک ($r \rightarrow \infty$)، می‌توان نشان داد که رابطه (۵) به رابطه (۱۷) تقلیل می‌یابد [۸]:

$$\tau^{NN} = \alpha \mu D \cdots \langle nnnn \rangle \psi \quad (17)$$

که در آن μ ضریب لزجت دینامیکی سیال حامل و α تابعی از کسر حجمی ϕ و نسبت منظر فیبرها r است:

$$\alpha = \frac{\phi r^2}{\ln r} \quad (18)$$

طبق مدل VA، فرض می‌شود که فیبرها در هر نقطه و در هر لحظه هم جهت با بردار سرعت محلی هستند، یعنی:

$$n = \frac{U}{\sqrt{U \cdot U}} \quad (19)$$

بنابراین، تانسور تنش غیر نیوتنی با رابطه (۲۰) داده می‌شود:

$$\tau^{NN} = \alpha \mu D \cdots \frac{U \circ U \circ U \circ U}{(U \cdot U)(U \cdot U)} \quad (20)$$

معادله مواد (۲۰)، معادله ناویر-استوکس (۲) را می‌بندد. دین توندر و همکاران [۱۶] به کمک آن توانستند کاهش درگ را شبیه‌سازی نمایند. ولی این مدل مشکلاتی نیز دارد که در ادامه به آن اشاره می‌شود.

نخستین مشکل این است که این مدل نسبت به تبدیلات گالیله ناوردا نیست. معادلات ناویر-استوکس (نیوتنی و غیرنیوتنی) نسبت به تبدیلات گالیله ناوردا هستند. بنابراین خواسته می‌شود که رابطه تانسور تنش غیر نیوتنی نیز نسبت به این تبدیلات ناوردا باشد. واضح است که فرمول مدل VA، یعنی معادله (۲۰)، این خواسته را برآورده نمی‌کند. توضیح بیشتر آنکه چنانچه ناظر الف بردار سرعت جریان U و تانسور تنش غیر نیوتنی τ^{NN} و ناظر ب بردار سرعت جریان

قابل حل نیست. می‌توان معادله‌ای برای گشتاور چهارم نوشت، ولی گشتاور ششم در آن ظاهر می‌شود. این یک مسأله بستگی کلاسیک است. دلیل وقوع آن وجود عبارت غیر خطی $n \circ n \circ n \circ D$ در معادله جبری (۹) می‌باشد.

برای حل این مسأله باید از یک مدل بستگی استفاده کرد. برای حل معادله گشتاور دوم، به یک مدل بستگی نیاز است که گشتاور چهارم را بر حسب گشتاور دوم بیان کند [۱۲، ۱۱]:

$$\langle nnnn \rangle \psi = f(\langle nn \rangle \psi) \quad (14)$$

در همه روش‌های فوق، یعنی حل معادله فوکر-پلانک و یا حل معادله تقریب گشتاور، برای بستن معادلات ناویر-استوکس غیرنیوتنی (محاسبه تانسور تنش غیرنیوتنی) نیاز به حل معادلات دیفرانسیل است. به همین دلیل آنها را بستگی دیفرانسیلی معادلات ناویر-استوکس می‌نامند. در مقابل، می‌توان برای تانسور تنش غیرنیوتنی روابط جبری ارائه کرد که آن را بستگی جبری معادلات ناویر-استوکس می‌گویند که در بخش بعدی به آن پرداخته می‌شود.

۳- مدل‌های بستگی جبری

در ابتدا دو مدل بستگی جبری که توسط دیگر پژوهشگران پیشنهاد شده مرور و نقاط قوت و ضعف آنها بر شمرده می‌شوند. سپس مدلی که اخیراً توسط نویسنده پیشنهاد شده مرور می‌شود.

نخستین مدل جبری که بررسی می‌شود توسط اورلاندی [۱۵] پیشنهاد شده است. می‌توان آن را نخستین تلاش در جهت شبیه‌سازی کاهش درگ با پلیمرها به حساب آورد. طبق این مدل، تانسور تنش غیرنیوتنی توسط رابطه زیر داده می‌شود:

$$\tau^{NN} = \gamma \mu_p D \quad (15)$$

که در آن $\mu_p = \mu_p(x, t)$ میدان لزجت غیر ایزوتروپ به دلیل حضور فیبرها است که باید مدل شود. پلیمرها لزجت گسترشی زیادی را ایجاد می‌کنند، در حالی که لزجت برشی کمی را سبب می‌شوند. در انطباق با این یافته تجربی، اورلاندی مدل زیر را پیشنهاد کرد:

$$\mu_p = C \left(\frac{\Omega \cdots \Omega}{D \cdots D} \right) \quad (16)$$

چنانچه $\Omega \cdots \Omega \leq D$ و $S_T \geq D \cdots D$ باشد. در غیر این صورت نیز μ_p برابر با صفر است. معنای این مدل این است که لزجت پلیمر در صورتی ایجاد می‌شود که اولاً نرخ کرنش بزرگ‌تر از نرخ چرخش باشد و ثانیاً نرخ کرنش از مقدار از پیش

از بردار سرعت نوسانی محلی پیروی می‌کند. موفقیت این مدل برای رینولدزهای پایین که در [۱۷] ارائه شده تأیید کننده این فرض است. بررسی دقیق این مسأله نیازمند تحلیل آماری مشروط^۱ است که در حال انجام بوده و موضوع مقاله حاضر نیست.

در [۱۷]، مدل پیشنهادی VAF در اعداد رینولدز نسبتاً پایین $Re_\tau = 180$ و $Re_\tau = 300$ بررسی و با نتایج موجود مقایسه شده است. نتایج مقایسه نشان داد که مدل VAF خواص جریان کاهش درگ یافته را به خوبی پیش‌بینی می‌کند. همچنین اثر غلظت فیبرها را، بر خلاف مدل VA، به درستی در نظر می‌گیرد. در ادامه به گزارش نتایج این مدل در یک جریان آشفته تکامل یافته در کانال در رینولدز برشی $Re_\tau = 950$ پرداخته می‌شود. پیش از آن لازم است که روش‌های عددی مورد استفاده و جزئیات شبیه‌سازی گزارش شده توصیف گردند.

۴- روش‌های عددی و جزئیات شبیه‌سازی

در این بخش به توصیف روش‌های عددی بکار رفته برای DNS جریان آشفته در کانال و نیز به جزئیات پارامترهای شبیه‌سازی پرداخته می‌شود.

۴-۱- روش‌های عددی

برای حل معادلات ناویر-استوکس تراکم ناپذیر و غیرنیوتنی (۱) و (۲)، از یک کد CFD که در انستیتوی هیدرومکانیک دانشگاه فنی مونیخ توسعه داده شده استفاده شده است [۲۰]. این کد از یک روش گسسته‌سازی حجم محدود مرتبه دوم در فضا و یک روش انتگرال‌گیری زمانی رونگه-کوتا مرتبه سوم بهره می‌برد. معادله پواسون برای فشار در هر گام زمانی و در هر زیر گام رونگه-کوتا به طور مستقیم حل می‌شود. برای حل مستقیم از تبدیل فوریر در دو جهت پرپوش و از یک حلگر سه قطری توماس (TDMA) در جهت عمود به دیوار استفاده شده است. متغیرهای جریان در یک شبکه محاسباتی جابجا شده ذخیره شده‌اند. تانسور تنش غیرنیوتنی در نقاط گرهی فشار (در مرکز سلول محاسباتی) ذخیره شده است.

حلگر جریان فوق به کمک روش تجزیه میدان و با استفاده از کتابخانه MPI برای پردازش موازی آماده شده است. در مرز

$U^* = U + V$ (که V یک بردار سرعت ثابت است) و تانسور تنش غیر نیوتنی τ^{NN*} را اندازه بگیرد، برای ارضای ناوردایی نسبت به تبدیلات گالیلے باید $\tau^{NN} = \tau^{NN*}$ برقرار باشد. معادله (۲۰) به وضوح این خواسته را نقض می‌کند. چرا که با جایگزینی سرعت $U^* = U + V$ ، در حالت کلی تانسور تنش τ^{NN*} با τ^{NN} متفاوت است.

علاوه بر مشکل فوق، مدل VA مشکلات دیگری نیز دارد. از شبیه‌سازی‌های مستقیم عددی با استفاده از مدل سینتیک کامل و حل آن با روش مونت کارلو [۸]، می‌دانیم که تانسور گشتاور دوم متوسط $\langle nn \rangle \psi$ در مرکز کانال باید حالت ایزوتروپ داشته باشد (تانسور کروی باشد). در مرکز کانال بردار سرعت دارای مؤلفه بزرگ در جهت جریان بوده و دو مؤلفه دیگر آن کوچک هستند. در نتیجه تانسور گشتاور دومی که مدل VA پیش‌بینی می‌کند به شدت غیر ایزوتروپ است. همچنین مدل VA لزجت برشی ناشی از فیبرها را بسیار کمتر از مقدار واقعی تخمین می‌زند [۱۷].

اخیراً یک مدل جبری توسط نویسنده پیشنهاد شده که مشکلات فوق را ندارد و قادر به پیش‌بینی پدیده کاهش درگ آشفته با دقت بالایی است [۱۷]. این مدل که VAF خوانده می‌شود، اولاً نسبت به تبدیلات گالیلے ناوردا است (برای اثبات آن به [۱۷] مراجعه شود). ثانیاً در مرکز کانال، یک حالت ایزوتروپیک (تانسور کروی) را برای تانسور گشتاور دوم متوسط $\langle nn \rangle \psi$ پیش‌بینی می‌کند. ثالثاً تخمین لزجت برشی هم بطور قابل ملاحظه‌ای بهبود یافته است [۱۷].

مدل VAF در واقع توسعه‌ای از مدل VA است. بدین ترتیب که فرض می‌شود فیبرها با بردار سرعت نوسانی جریان توربولانت u همراستا هستند:

$$u = U - \langle U \rangle \quad (21)$$

که در آن $\langle U \rangle$ بردار سرعت متوسط می‌باشد. یادآوری می‌شود که در مدل VA، فیبرها با بردار سرعت U همراستا هستند. در نتیجه تانسور تنش غیر نیوتنی τ^{NN} به شکل رابطه (۲۲) تعریف می‌شود:

$$\tau^{NN} = \alpha \mu D \cdot \frac{u \circ u \circ u \circ u}{(u \cdot u)(u \cdot u)} \quad (22)$$

دلیل فیزیکی برای درست بودن چنین فرضی بر این واقعیت استوار است که فیبرها بسیار کوچک هستند. بنابراین آنها توسط بردار سرعت محلی جابجا می‌شوند. ولی جهت‌گیری فضایی فیبرها از بردار سرعت محلی اثر نپذیرفته و به جای آن

$$z^+ = \frac{\rho u_\tau z}{\mu} = \frac{u_\tau z}{\nu} \quad (26)$$

چنانچه فواصل میان نقاط گرهی در مقیاس درونی دیوار نشان داده شوند، می‌توان نوشت:

$$(\Delta x^+, \Delta y^+, \Delta z_{\min}^+, \Delta z_{\max}^+) = (14/9, 6/3, 0/7, 11) \quad (27)$$

که در آن $\Delta z_{\min}^+$ فاصله نزدیک‌ترین گره محاسباتی به دیوار بوده و $\Delta z_{\max}^+$ ماکزیمم فاصله گره‌ها در جهت z است که در مرکز کانال حادث می‌گردد. اعداد ارائه شده در رابطه (27) در انطباق با مقادیر توصیه شده در [21] برای انجام DNS جریان آشفته کانال می‌باشند.

اعتبار نتایج کد محاسباتی فوق در اعداد رینولدز مختلفی برای جریان آشفته کانال بررسی و تأیید شده است، به عنوان مثال به [22, 17, 8] رجوع شود. مقیاس‌های کوچک جریان آشفته در جریان کاهش درگ یافته نسبت به جریان نیوتنی بزرگ‌تر هستند، در نتیجه یک DNS جریان نیوتنی حتماً یک DNS جریان کاهش درگ یافته هم خواهد بود.

۵- نتایج

در این قسمت، نتایج شبیه‌سازی مستقیم عددی کاهش درگ در جریان آشفته کانال در رینولدز برشی $Re_\tau = 950$ با استفاده از مدل VAF ارائه می‌شود. برای نتایج ارائه شده در این قسمت، ضریب α برابر با 25 در نظر گرفته شده است. این مقدار در [23, 17] نیز برای مطالعه کاهش درگ توسط فیبرها در $Re_\tau = 300$ استفاده شده است.

شکل 3، نمایه‌های سرعت متوسط جریان‌های نیوتنی و فیبری (کاهش درگ یافته) را نشان می‌دهد. سرعت متوسط با سرعت توده جریان نیوتنی $U_{b,N}$ که به صورت رابطه (28) تعریف می‌شود، بی‌بعد شده است.

$$U_{b,N} = \frac{1}{2h} \int_0^{2h} \langle U \rangle_N(z) dz \quad (28)$$

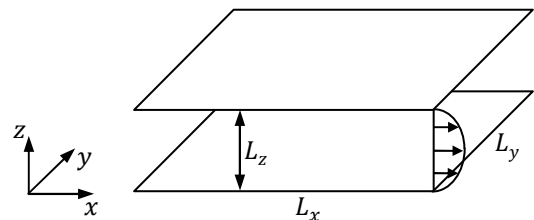
افزایش سرعت متوسط در اثر کاهش درگ مشهود است. معمولاً مرسوم است که نمایه سرعت را در مختصات درونی نمایش دهند. این کار در شکل 4 انجام شده است. همان طور که مشاهده می‌شود، دو نمایه در زیرلایه لزج در نزدیکی دیوار بر هم منطبق بوده و در لایه بافر (حوالی $z^+ = 10$) از هم جدا می‌شوند. در ناحیه لگاریتمی نیز تقریباً با هم موازی هستند و نمایه جریان فیبری رو به بالا (سرعت بیشتر) جابجا شده است.

هر زیر دامنه، شرایط مرزی با استفاده از سلول‌های گاوست تبادل می‌شوند.

۴-۲- جزئیات شبیه‌سازی

شرایط مرزی به قرار زیر هستند. در جهت جریان x و در جهت عرضی y مرز پریودیک فرض می‌شود. در جهت عمود بر دیوار z هم شرط عدم لغزش اعمال شده است. جریان توسط یک گرادیان فشار ثابت در جهت جریان رانده می‌شود. پیکره‌بندی جریان در شکل 2 نشان داده شده است.

دامنه جریان شبیه‌سازی شده، یک مکعب مستطیل به ابعاد $(L_x, L_y, L_z) = (2\pi h, 2\pi h, 2h)$ است. این دامنه به وسیله یک شبکه محاسباتی غیر یکنواخت کارتزین که دارای $(N_x, N_y, N_z) = (400, 360, 400)$ سلول است، گسسته شده است. شبکه محاسباتی در مجموع شامل 5760000 سلول می‌باشد.



شکل 2 هندسه، دستگاه مختصات و ابعاد کانال

طبق رابطه (23) که در آن τ_w تنش برشی متوسط دیوار است، ضریب لزجت، چگالی و گرادیان فشار اعمالی چنان تنظیم شده‌اند که جریان با عدد رینولدز برشی $Re_\tau = 950$ ایجاد شود.

$$\frac{\partial \langle P \rangle}{\partial x} = -\frac{\tau_w}{h} \quad (23)$$

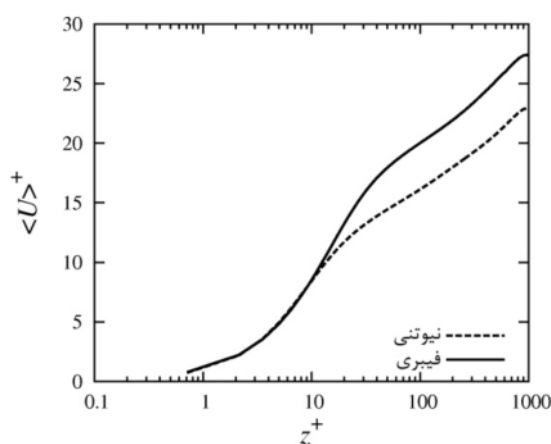
عدد رینولدز برشی با رابطه (24) تعریف می‌شود:

$$Re_\tau = \frac{\rho u_\tau h}{\mu} = \frac{u_\tau h}{\nu} \quad (24)$$

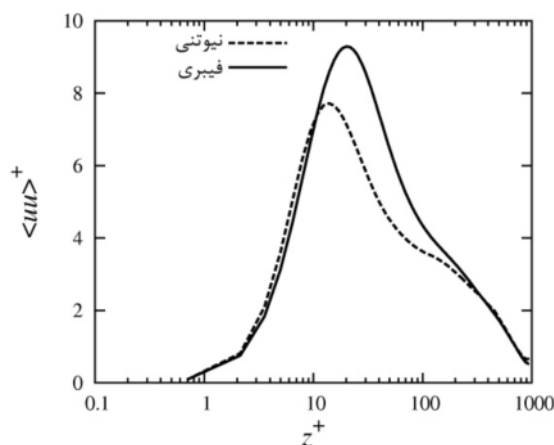
که در آن سرعت برشی u_τ با رابطه (25) تعریف می‌شود.

$$u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho} \quad (25)$$

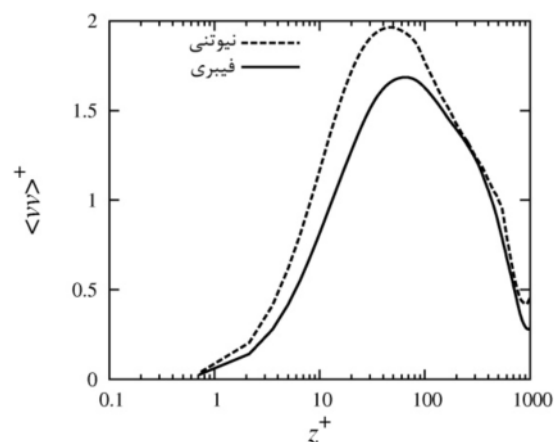
با استفاده از سرعت برشی u_τ می‌توان کمیات جریان آشفته را بی‌بعد کرد که به آن بی‌بعد کردن درونی یا z^+ دریست گفته می‌شود. به عنوان مثال، فاصله از دیوار z را می‌توان به شکل زیر بی‌بعد کرد:



شکل ۴ نمایه سرعت متوسط به عنوان تابع فاصله از دیوار در مختصات درونی برای سیال نیوتنی و فیبری



شکل ۵ تنش رینولدز در جهت جریان به عنوان تابع فاصله از دیوار در مختصات درونی برای سیال نیوتنی و فیبری



شکل ۶ تنش رینولدز در جهت عرضی به عنوان تابع فاصله از دیوار در مختصات درونی برای سیال نیوتنی و فیبری

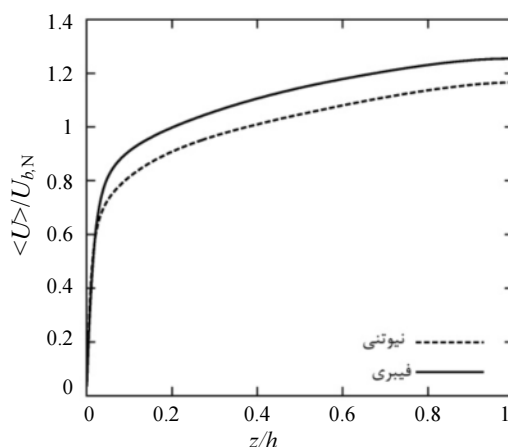
این نشانه‌ای از ضخیم‌تر شدن زیر لایه لزج در جریان فیبری می‌باشد [۷،۵].

در ادامه، تنش‌های ظاهری رینولدز $\langle uu \rangle$ ارائه و بررسی می‌شود. در همه شکل‌ها، نتایج برای سیال نیوتنی و فیبری ارائه شده‌اند. برای بی‌بعد سازی تانسور تنش رینولدز، از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$\langle uu \rangle^+ = \frac{\langle uu \rangle}{u_\tau^2}$$

مؤلفه تنش رینولدز در جهت جریان یعنی $\langle uu \rangle^+$ در شکل ۵ نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می‌شود، مقدار ماکزیمم تنش در جریان فیبری نسبت به جریان نیوتنی افزایش یافته است. همچنین ماکزیمم تنش در فاصله دورتری از دیوار اتفاق می‌افتد که این نشانه دیگری از ضخیم‌تر شدن زیر لایه لزج می‌باشد. اما دو مؤلفه دیگر رفتار متفاوتی را نشان می‌دهند، به این معنا که هر دو کاهش یافته‌اند (شکل‌های ۶ و ۷).

همچنین تنش برشی رینولدز یعنی $\langle uw \rangle^+$ برای هر دو جریان در شکل ۸ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که در جریان فیبری مقدار تنش برشی رینولدز نیز کاهش یافته است. همچنین مکان ماکزیمم از دیوار دور شده است. در نتیجه مکان ماکزیمم تولید آشفتگی نیز از دیوار دور شده است و این مشاهده با ضخیم‌تر شدن زیر لایه لزج توافق دارد. چرا که وقتی تولید آشفتگی در نزدیکی دیوار کاهش می‌یابد، طبیعی است که زیر لایه لزج توسعه می‌یابد.



شکل ۳ نمایه سرعت متوسط به عنوان تابع فاصله از دیوار برای سیال نیوتنی و فیبری

حالات ممکن درون مثلث واقع می‌شوند. در این نقشه خط راست بالایی که با رابطه (۳۱) داده می‌شود، نشان دهنده حالت جریان آشفته دو مؤلفه‌ای است.

$$II_a = \frac{2}{9} + 2III_a \quad (31)$$

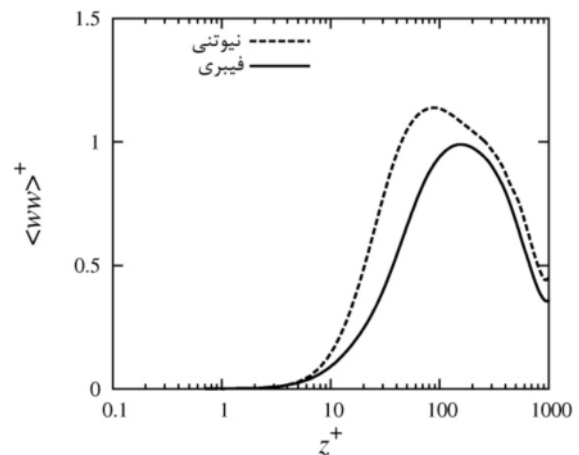
دو ضلع کناری که با رابطه (۳۲) داده می‌شوند، حالت جریان آشفته متقارن محوری را توصیف می‌کنند.

$$II_a = \frac{3}{2} \left(\frac{4}{3} |III_a| \right)^{2/3} \quad (32)$$

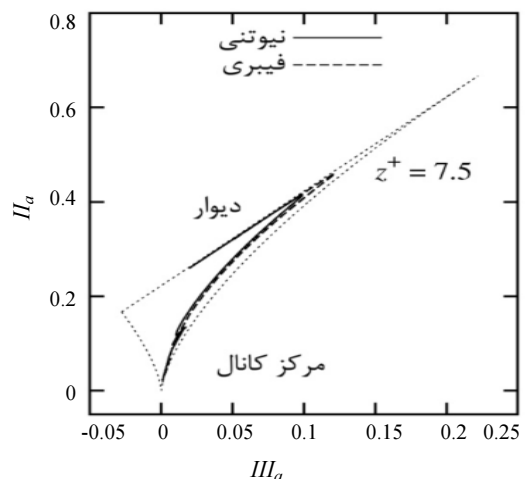
همان‌طور که در شکل ۸ مشاهده می‌شود، در نزدیکی دیوار حالت آشفتگی دو مؤلفه‌ای واقع می‌شود. هر چه فاصله از دیوار افزایش یابد، جریان‌ها غیر ایزوتروپ‌تر می‌شوند. در لایه بافر (حوالی $z^+ = 7/5$) جریان‌ها به غیر ایزوتروپ‌ترین حالت خود می‌رسند. در اینجا مشاهده می‌شود که جریان کاهش درگ یافته به طور قابل ملاحظه‌ای به سمت راست شکل کشیده شده است که نشانه افزایش قابل ملاحظه غیر ایزوتروپی بودن این جریان نسبت به جریان نیوتنی است. دلیل این پدیده افزایش تنش رینولدز در جهت جریان و کاهش آن در دو جهت عرضی و عمود بر دیوار است.

۶- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر، شبیه‌سازی مستقیم عددی جریان‌آشفته در یک کانال در عدد رینولدز نسبتاً بالا ($Re_\tau = 950$) برای حالات جریان نیوتنی و کاهش درگ یافته با استفاده از میکرو فیبرهای صلب ارائه شده است. تئوری و معادلات حاکم بر جریان سوسپانسیون فیبر مرور شده‌اند. مدل بستگی جبری بکار رفته تشریح شده و ویژگی‌های آن‌مرور شده‌اند. روش‌های عددی مورد استفاده مختصراً بررسی شده‌اند. سپس روش‌های توضیح داده شده برای شبیه‌سازی مستقیم عددی جریان کانال مورد استفاده قرار گرفته‌اند. نتایج بدست آمده نشان داد که مدل جبری بکار گرفته شده حجم محاسبات را چنان کاهش می‌دهد که انجام شبیه‌سازی جریان کاهش درگ یافته فیبری در عدد رینولدز برشی نسبتاً بالای $Re_\tau = 950$ را ممکن می‌سازد. روند تغییرات نمایه‌سرعت و تنش‌های رینولدز نشان داده شده‌اند و مشابه روند تغییرات در اعداد رینولدز پایین‌تر است. همچنین مثلث ایزوتروپی لاملی ترسیم شده و دیده می‌شود که ایزوتروپی جریان کاهش درگ یافته نسبت به جریان نیوتنی



شکل ۷ تنش رینولدز در جهت عمود بر دیواره عنوان تابع فاصله از دیوار در مختصات درونی برای سیال نیوتنی و فیبری



شکل ۸ نقشه ایزوتروپی لاملی برای جریان‌های نیوتنی و کاهش درگ یافته

تغییرات فوق در تنش‌های رینولدز سبب تغییر در ایزوتروپی‌آشفستگی در عرض کانال می‌شود. برای نشان دادن این تغییر از نقشه ایزوتروپی لاملی استفاده شده است. برای این منظور، بخش غیر ایزوتروپ تانسور تنش رینولدز به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$a = \frac{\langle uu \rangle}{\langle uu \rangle \cdot 1} - \frac{1}{3} \quad (29)$$

واضح است که a نیز همانند $\langle uu \rangle$ یک تانسور متقارن طبقه دوم می‌باشد. نامتغیرهای دوم و سوم تانسور a به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$II_a = a \cdot a \quad III_a = (a \cdot a) \cdot a \quad (30)$$

حال چنانچه II_a بر حسب III_a رسم شود، نقشه ایزوتروپی لاملی بدست می‌آید که در شکل ۸ نشان داده شده است. تمام

- [11] Moosaie A., Le Duc A., Manhart M., "Numerical Simulation of Flow-Induced Fiber Orientation Using Normalization of Second Moment", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 165, 2010, pp. 551-554.
- [12] Moosaie A., Le Duc A., Manhart M., "A Priori Analysis of a Closure Model Using the Reconstruction of the Orientation Distribution Function in Flow of Fiber Suspensions", *Comput. Mech.*, Vol. 48, 2011, pp. 451-459.
- [13] Moosaie A., Le Duc A., Manhart M., "A Comparative Study on the Performance of Various Moment Closures in Flows of Fiber Suspensions", *Proc. Appl. Math. Mech.*, Vol. 10, 2010, pp. 447-448.
- [14] Lipscomb G.G., Denn M.M., Hur D.U., Boger D.V., "The Flow of Fiber Suspensions in Complex Geometries", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 26, 1988, pp. 297-325.
- [15] Orlandi P., "A Tentative Approach to the Direct Simulation of Drag Reduction by Polymers", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 60, 1995, pp. 277-301.
- [16] Den Toonder J.M.J., Hulsen M.A., Kuiken G.D.C., Nieuwstadt F.T.M., "Drag Reduction by Polymer Additives in a Turbulent Pipe Flow", *J. Fluid Mech.*, Vol. 337, 1997, pp. 193-231.
- [17] Moosaie A., Manhart M., "An Algebraic Closure for the DNS of Fiber-Induced Turbulent Drag Reduction in a Channel Flow", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 166, 2011, pp. 1190-1197.
- [18] Radin I., Zakin J., Patterson G., "Drag Reduction in Solid-Fluid Systems", *AIChE J.*, Vol. 21, 1975, pp. 358-371.
- [19] Jeffery G., "The Motion of Ellipsoidal Particles in a Viscous Fluid", *Proc. R. Soc. Lond. A*, Vol. 102, 1922, pp. 161-179.
- [20] Manhart M., "A Zonal Grid Algorithm for DNS of Turbulent Boundary Layers", *Comput. Fluids*, Vol. 33, 2004, pp. 435-461.
- [21] Wagner C., Hüttl T.J., Sagaut P., *Large-Eddy Simulation for Acoustics*, Cambridge, Cambridge University Press 2007.
- [22] Hokpunna A., Manhart M., "Compact Fourth-Order Finite Volume Method for Numerical Solutions of Navier-Stokes Equations on Staggered Grids", *J. Comput. Phys.*, Vol. 229, 2010, pp. 7545-7570.
- [23] Benzi R., Ching E.S.C., De Angelis E., Procaccia I., "Comparison of Theory and Direct Numerical Simulations of Drag Reduction by Rodlike Polymers in Turbulent Channel Flows", *Phys. Rev. E*, Vol. 77, 2008, 046309.

کاهش یافته است. تغییرات فوق در کمیت‌های آماری جریان آشفته نسبت به جریان نیوتنی همگی با مشاهدات تجربی تأیید شده‌اند [۸،۶].

۷- تقدیر و تشکر

از مرکز محاسبات فوق سریع لاینیتز وابسته به آکادمی علوم ایالت بایرن آلمان برای فراهم نمودن امکانات پردازش موازی تشکر می‌شود.

۸- مراجع

- [1] Fabula A.G., Green J.H., W.F. Madison, "Torpedo Drag Reduction Employing Polymer Ejection", *U.S. Patent*, No. 4186679, 1980.
- [2] Moin P., Mahesh K., "Direct Numerical Simulation: a Tool in Turbulence Research", *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 30, 1998, pp. 539-578.
- [3] Friedrich R., Hüttl T.J., Manhart M., Wagner C., "Direct Numerical Simulation of Incompressible Turbulent Flows", *Comput. Fluids*, Vol. 30, 2001, pp. 555-579.
- [4] Zharovsky E., Moosaie A., Le Duc A., Manhart M., Simeon B., "On the Numerical Solution of a Convection-Diffusion Equation for Particle Orientation Dynamics on Geodesic Grids", *Appl. Numer. Math.*, Vol. 62, 2012, pp. 1554-1566.
- [5] Gillissen J.J.J., Boersma B.J., Mortensen P.H., Andersson H.I., "On the Performance of the Moment Approximation for the Numerical Computation of Fiber Stress in Turbulent Channel Flow", *Phys. Fluids*, Vol. 19, 2007, 035102.
- [6] Paschkewitz J.S., Dubief Y., Dimitropoulos C.D., Shaqfeh E.S.G., Moin P., "Numerical Simulation of Turbulent Drag Reduction Using Rigid Fibers", *J. Fluid Mech.*, Vol. 518, 2004, pp. 281-317.
- [7] Manhart M., "Rheology of Suspensions of Rigid-Rod Like Particles in Turbulent Channel Flow", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 112, 2003, pp. 269-293.
- [8] Moosaie A., "Direct Numerical Simulation of Turbulent Drag Reduction by Rigid Fiber Additives", PhD Thesis, Technical University of Munich, 2011.
- [9] Gillissen J.J.J., Boersma B.J., Mortensen P.H., Andersson H.I., "The Stress Generated by Non-Brownian Fibers in Turbulent Channel Flow", *Phys. Fluids*, Vol. 19, 2007, 115107.
- [10] Brenner H., "Rheology of a Dilute Suspension of Axisymmetric Brownian Particles", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 1, 1974, pp. 195-341.