



مطالعه تطبیقی عملکرد مدل‌های آشفتگی در پیش‌بینی فرکانس جریان جت نوسانی با تحریک طبیعی

محسن جهانمیری^۱، امیر امیدوار^{۲*}، مسعود خراتی کوپایی^۳

۱- دانشیار مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز

۲- استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز

۳- استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز

* شیراز، صندوق پستی ۷۱۵۵۵-۳۱۳، omidvar@sutech.ac.ir

چکیده- در این مقاله عملکرد مدل‌های توربولانسی مختلف در تخمین رفتار نوسانی جت‌های سیالی با تحریک طبیعی، مورد ارزیابی قرار گرفته است. بدین منظور معادلات متوسط‌گیری شده برای جریان تراکم‌ناپذیر آشفته در حالت غیردایم به همراه پنج مدل توربولانسی رایج در یک فضای محاسباتی سه‌بعدی حل شده‌اند. برای محاسبات از نرم‌افزار فلوئنت 6.3.26 استفاده شده است. در این تحقیق نتایج محاسباتی با داده‌های تجربی موجود مقایسه شد. بررسی‌ها نشان داد که دو مدل $k-\varepsilon$ استاندارد و $SST\ k-\omega$ نسبت به سایر مدل‌های مورد بررسی عملکرد مطلوب‌تری دارند. شایان ذکر است که در سرعت‌های ورودی بسیار کم، دقت مدل $k-\varepsilon$ استاندارد به شدت کاهش می‌یابد به طوری که نتایج این مدل در تخمین کمینه سرعت (انرژی) لازم جهت تحریک‌پذیری جت سیال قابل استناد نیست.

کلیدواژه‌ها: جت نوسانی، تحریک طبیعی، آشفتگی

A comparative study of turbulence models performance in predicting the frequency of naturally-excited oscillating jet flows

M. Jahanmiri¹, A. Omidvar^{2*}, M. Kharati Koopaee

1- Assoc. Prof., Aerospace. Eng., Shiraz Univ. Tech., Shiraz, Iran.

2- Assist. Prof., Mech. Eng., Shiraz Univ. Tech., Shiraz, Iran.

3- Assist. Prof., Mech. Eng., Shiraz Univ. Tech., Shiraz, Iran.

*P. O. B. 71555-313 Shiraz, omidvar@sutech.ac.ir

Abstract- This paper presents a comparative study of turbulence models performance in prediction the oscillating characteristics of naturally excited jet flows. The unsteady averaged Navier-Stokes equations for turbulent incompressible flow and five variant turbulence closures are used in this study. The software, FLUENT 6.3.26, was employed for solving the governing equations. Computational results compared with reported experimental data. The standard $k-\varepsilon$ and $SST\ k-\omega$ models clearly showed better results than the others. The accuracy of standard $k-\varepsilon$ model decreases with decreasing the nozzle inlet velocity and it failed to predict the minimum excitation velocity (kinetic energy) in the fluidic nozzle.

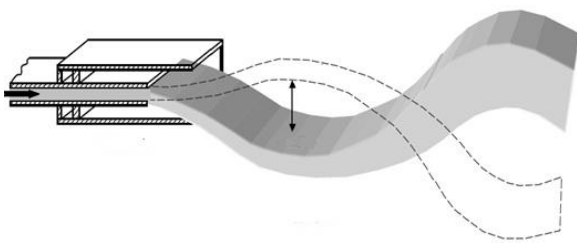
Keywords: Oscillating Jet, Naturally-Excitation, Turbulence

۱- مقدمه

جریان جت تحریک‌شده کاربردهای متنوعی دارد. امروزه در عرصه‌های گسترده‌ای در صنعت و فناوری از جمله سیستم‌های خنک‌کاری، جلوبرنده‌ها و سامانه‌های احتراقی از جریان جت‌های تحریک‌شده استفاده می‌شود [۱]. بررسی‌ها نشان داده است که با تحریک جت سیال و ایجاد نوسان در آن می‌توان مشخصات جت‌های سیالی نظیر طول نفوذ جت، نیم‌زاویه گسترش جت و میزان اختلاط جریان جت با سیال محیطی را کنترل نمود. تحریک جریان جت می‌تواند به دو صورت تحریک فعال و غیرفعال (طبیعی) انجام شود. تحریک فعال شامل تحریک صوتی و تحریک مکانیکی است. در تحریک صوتی، موجی با دامنه کوتاه و اغلب با فرکانس بالا در راستای محوری یا جانبی با استفاده از یک یا چند بلندگو باعث تحریک جریان جت سیال می‌شود. از این روش برای تحریک ویک پشت وسایل نقلیه به منظور کاهش نیروی پسای اعمال‌شده به آن استفاده می‌شود [۱]. در تحریک مکانیکی جسمی مانند یک ایرفویل کوچک در مسیر جریان قرار داده می‌شود تا با نوسان خود باعث تحریک جریان سیال گردد [۲، ۳]. البته تغییر گذر جرمی جریان در نازل و همچنین نوسان متناوب زاویه نازل راه‌های دیگر ایجاد تحریک مکانیکی محسوب می‌شوند. در تحریک غیرفعال (سیالی) هیچ‌گونه عامل تحریک‌کننده متحرکی وجود ندارد. در این حالت تنها عامل تحریک هندسه و ابعاد خاص نازل است. فرکانس نوسان ایجادشده در این حالت به هندسه نازل و سرعت جریان جت سیال بستگی دارد. این شیوه تحریک جت سیال را تحریک طبیعی نیز می‌نامند. نازل ایجادکننده این نوع تحریک اصطلاحاً نازل سیالی یا نازل خودتحریک نامیده می‌شود.

هرمن ویتس در سال ۱۹۷۵ برای اولین بار یک نوع نازل سیالی را برای ایجاد جت تحریک‌شده با هدف افزایش اختلاط و جلوبرندگی به کار گرفت [۳]. او مشاهده نمود که تغییرات اندک در ساختار نازل می‌تواند نرخ اختلاط جریان را به شدت تغییر دهد. در سال ۱۹۸۷ لاکستون و همکاران برای اولین بار از یک نازل تودرتو برای ایجاد تحریک در جریان جت استفاده کردند [۳]. این نوع نازل‌ها امروزه از رایج‌ترین انواع نازل‌های سیالی محسوب می‌شوند. در این نازل‌ها معمولاً به دلیل انبساط ناگهانی در خروجی نازل اولیه، جریان جت به یکی از دیواره‌های

نازل بزرگ‌تر برخورد می‌کند. گرادیان فشار معکوس و جریان بازگشتی ایجادشده در دهانه نازل باعث جداسدن جریان از دیواره و برخورد آن با جداره مقابل می‌گردد. اگر نازل از نظر ابعاد و هندسه، طراحی مناسبی داشته باشد، این رخدادها متناوباً تکرار خواهند شد. اصطلاحاً به این رویداد اثر کواندا^۱ گفته می‌شود. نمایی از شکل نازل و نحوه عملکرد آن در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱ نمایی از نازل سیالی و نحوه عملکرد آن [۴]

با توجه به اینکه استفاده از روش‌های تحریک فعال، به دلیل وزن و حجم نسبتاً زیاد سامانه‌های تحریک‌کننده و همچنین هزینه‌های تعمیر و نگهداری آن‌ها، چندان مقرون به صرفه نیست، امروزه به روش‌های تحریک غیرفعال یا طبیعی توجه بیشتری شده است. استفاده از نازل‌های سیالی، ساده، مؤثر و بادوام است. یکی از مهم‌ترین کاربردهای جت‌های سیالی افزایش نرخ اختلاط جریان است. افزایش نرخ اختلاط معمولاً در سیستم‌های احتراقی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است [۵]. تحقیقات نشان داده است که استفاده از نازل‌های سیالی در مشعل‌ها باعث پایداری شعله و کاهش میزان آلاینده‌ها می‌گردد [۶-۸].

تاکنون مطالعات زیادی در مورد بررسی تأثیر هندسه و ابعاد نازل‌های سیالی بر عملکرد آن‌ها صورت گرفته است [۹، ۱۰]. در برخی از بررسی‌ها [۱۱، ۱۲] تأثیر قطر نازل بیرونی بر فرکانس جت تحریک‌شده مورد توجه قرار گرفته است. همچنین مطالعات نشان داده است که علاوه بر شکل و ابعاد هندسی نازل، نسبت دانسیته سیال اصلی به سیال محیطی اطراف نازل نیز بر رفتار نوسانی این گونه جت‌ها بسیار اثرگذار است [۱۳]. نتایج نشان داده است که با افزایش نسبت چگالی، نیم‌زاویه گسترش جت نیز افزایش می‌یابد.

1. Coanda effect

جتهای تحریک‌شده طبیعی با نازل سیالی (خود تحریک) با هم مقایسه شده است.

همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد، دسته معادلات (۱) و (۲) به‌تنهایی بسته نمی‌شوند. به طوری که جمله $\overline{u'_i u'_j} = \tau_{ij}$ باید با کمک معادلات اضافی به نوعی مدل‌سازی یا محاسبه گردد. در همه مدل‌های آشفتگی فوق‌الذکر، جز مدل RSM، برای مدل‌سازی تنش‌های رینولدزی از تقریب بوزینسک استفاده می‌شود. در این مدل‌ها، که به مدل‌های لزجت توربولانسی نیز مشهور هستند، تنش‌های رینولدزی به صورت زیر برآورد می‌شوند:

$$\tau_{ij} = \frac{2}{3} k \delta_{ij} - 2 \nu_t S_{ij} \quad (4)$$

که k بیانگر انرژی جنبشی آشفتگی است. δ_{ij} دلتای کرونیکر و ν_t لزجت توربولانسی هستند. برای محاسبه k و ν_t معادلات اضافی لازم است که باید در کنار دسته معادلات حاکم بر جریان سیال نوشته و حل شوند. شایان ذکر است که در مدل RSM، برای محاسبه تنش‌های رینولدزی به رابطه (۴) نیاز نیست. در این مدل مقادیر تنش‌ها مستقیماً و بدون مدل‌سازی تعیین می‌شوند.

۲-۲-۱- مدل $k - \varepsilon$ استاندارد (SKE)

مدل $k - \varepsilon$ استاندارد یکی از مدل‌های توربولانسی بسیار رایج است که تاکنون در تحقیقات زیادی مورد استفاده قرار گرفته و نقاط قوت و ضعف آن در مقالات متنوعی به‌چالش کشیده شده است. در این مدل جریان کاملاً آشفته فرض می‌شود به نحوی که می‌توان از اثرات لزجت مولکولی صرف‌نظر نمود [۱۴]. در نزدیکی جداره‌های جامد، عملکرد مدل (SKE) با مشکل مواجه می‌شود. در این نواحی معمولاً معادلات کمکی اضافه‌ای لازم است تا اثرات لزجت مولکولی را نیز در محاسبات لحاظ نماید. به همین دلیل، در نواحی نزدیک جداره، استفاده از توابع دیواره الزامی است.

۲-۲-۲- مدل $k - \varepsilon$ RNG (RNGKE)

یاخوت و ارزاک در سال ۱۹۸۶ شکل جدیدی از مدل $k - \varepsilon$ را ارائه کردند [۱۵]. آن‌ها توانستند اثرات ناشی از مقیاس‌های کوچک آشفتگی که پیش از آن در مفهوم لزجت گردابه‌ای از آن‌ها صرف‌نظر شده بود را در محاسبات لحاظ نمایند. این مدل

بر اساس آخرین جستارهای نگارندگان، اغلب پژوهش‌های انجام‌شده در زمینه مطالعه جتهای نوسانی طبیعی به صورت تجربی انجام شده و تاکنون تحقیق قابل توجهی در زمینه مدل‌سازی عددی این گونه جریان‌ها صورت نگرفته است. به همین علت، در مقاله حاضر، سعی شده است تا با مدل‌سازی سه‌بعدی جریان در داخل نازل‌های خودتحریک، امکان مدل‌سازی عددی و دقت آن مورد ارزیابی قرار گیرد. از آنجا که این گونه جریان‌ها ماهیتی آشفته و کاملاً وابسته به زمان دارند، نقش مدل‌های آشفتگی در شبیه‌سازی رفتار آن‌ها بسیار چشمگیر است. لذا در این مقاله بیشتر بر عملکرد مدل‌های مختلف توربولانسی تمرکز شده است.

۲- معادلات جریان و مدل‌سازی آشفتگی

۲-۱- معادلات حاکم بر جریان سیال

در این مقاله معادلات ناویر-استوکس متوسط‌گیری‌شده (RANS) در حالت غیردایم برای جریان آشفته سیال تراکم‌ناپذیر با خواص ثابت در حالت سه‌بعدی نوشته و حل می‌شوند. معادلات حاکم بر میدان جریان عبارت‌اند از:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\nu S_{ij} - \overline{u'_i u'_j}) \quad (2)$$

که S_{ij} تانسور نرخ کرنش سیال است، به طوری که:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

و $\overline{u'_i u'_j} = \tau_{ij}$ تانسور تنش‌های آشفتگی یا همان تنش‌های رینولدزی است. u'_i بیانگر سرعت نوسانی آشفته در جهت i است. دسته معادلات فوق بسته نمی‌شوند^۱ و برای حل، نیازمند مدل‌های آشفتگی هستند تا تنش‌های آشفتگی را محاسبه نمایند.

۲-۲- مدل‌سازی آشفتگی

در این مقاله، عملکرد برخی از مدل‌های مرسوم آشفتگی نظیر $k - \varepsilon$ استاندارد، $k - \omega$ RNG، $k - \omega$ SST و مدل تنش‌های رینولدزی یا RSM برای پیش‌بینی فرکانس نوسانی

این ویژگی‌ها باعث شده است که مدل مذکور برای دسته وسیعی از جریان‌های مهندسی عملکرد دقیق‌تر و مطمئن‌تری داشته باشد. جهت اطلاع از جزئیات بیشتر در این باره می‌توان به مراجع [۱۵] و [۱۶] مراجعه نمود.

۲-۲-۵- مدل‌های تنش‌های رینولدزی (RSM)

مدل تنش‌های رینولدزی، نسبت به سایر مدل‌های مطرح‌شده در این مقاله، یک مدل سطح بالاتر و قویتر محسوب می‌گردد. این مدل به مدل مرتبه دوم^۲ نیز معروف است. در مدل RSM، بر خلاف سایر مدل‌های مورد بحث، رهیافت لزجت گردابه‌ای دنبال نمی‌شود. در این مدل برای هر یک از مؤلفه‌های تانسور تنش‌های توربولانسی، یک معادله انتقال به طور جداگانه نوشته و به طور همبسته با سایر معادلات حاکم بر میدان جریان سیال حل می‌شوند. برای دستیابی به جزئیات بیشتر در این زمینه می‌توان به مرجع [۱۶] مراجعه نمود.

۲-۳- توابع دیواره

در نواحی نزدیک به جداره، گرادیان کمیت‌های حاکم بر جریان بسیار چشمگیر است به طوری که برای محاسبه چنین تغییراتی لازم است اندازه شبکه محاسباتی در نزدیکی دیواره بسیار ریز باشد. استفاده از تابع دیواره اجازه می‌دهد که با تعداد سلول‌های محاسباتی کمتر بتوان نتایج قابل قبولی را به دست آورد.

برای جریان‌های پیچیده همراه با جدایش جریان و نقطه تماس مجدد، اغلب تابع دیواره لگاریتمی مرسوم که توسط لاندرو و اسپالدینگ [۱۴] ارائه شد چندان قابل اطمینان نیست. تابع دیواره غیرتعدالی که توسط کیم و چوداری ارائه شد، به دلیل اینکه اثرات گرایان فشار و انحراف از حالت تعادلی در آن لحاظ شده است، تقریب‌های به مراتب بهتری را ارائه می‌نماید [۱۷]. تابع دیواره غیرتعدالی، در مقایسه با تابع دیواره لگاریتمی مرسوم، حساسیت کمتری به گرادیان فشار و تغییرات شدید نرخ کرنش از خود نشان می‌دهد [۱۷]. در این تحقیق از تابع دیواره غیرتعدالی استفاده شده است.

تابع دیواره غیرتعدالی در محاسبه انرژی جنبشی آشفتگی از مفهوم دولایه‌ای استفاده می‌کند به طوری که برای نقاط نزدیک دیواره و نقاط دور از آن دو مقدار مختلف اختیار می‌کند و مقادیر مابین این دو نقطه را خطی فرض می‌نماید.

نسبت به مدل استاندارد دارای یک جمله اضافی است که بیانگر نسبت زمان مشخصه آشفتگی به زمان مشخصه میدان جریان است. لذا پیش‌بینی می‌شود که این مدل بتواند اثرات غیرتعدالی^۱ (مانند جریان‌های سریعاً کرنش‌یافته یا جریان‌هایی با چرخش زیاد) را بهتر محاسبه نماید. در چنین جریان‌هایی، مقیاس زمانی آشفتگی می‌تواند با مقیاس زمانی جریان متوسط متفاوت باشد. برای دسترسی به جزئیات بیشتر در این مورد می‌توان به مرجع [۱۵] مراجعه نمود.

۲-۳-۳- مدل $k - \omega$ استاندارد (SKW)

این مدل نیز یکی از مدل‌های بسیار مرسوم و کاربردی برای محاسبه آشفتگی است. مدل $k - \omega$ استاندارد برای محاسبه خواص آشفتگی جریان نیاز به دو معادله دیفرانسیل اضافی دارد. اولین معادله مربوط به انتقال انرژی جنبشی آشفتگی (k) است و از این بابت کاملاً مشابه مدل $k - \varepsilon$ استاندارد است. معادله انتقال دوم مربوط به تلفات ویژه (ω) یا همان نسبت (ε/k) است. در این مدل اصلاحاتی، برای لحاظ نمودن اثرات تراکم‌پذیری جریان و Re پایین، اعمال شده است. جزئیات بیشتر در مورد مدل مذکور توسط ویلکاکس در مرجع [۱۶] آورده شده است.

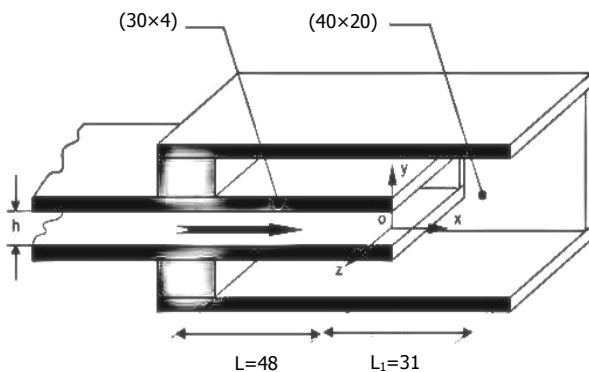
۲-۳-۴- مدل انتقال تنش‌های رینولدزی (SST)

این مدل برای اولین بار توسط منتر ارائه شد. این مدل توانمندی‌های مدل $k - \omega$ برای جریان‌های با رینولدز پایین را با مزایای مدل $k - \varepsilon$ در مناطق دور از جداره به طور همزمان داراست. مدل انتقال تنش‌های رینولدزی از نظر ظاهری بسیار شبیه به مدل $k - \omega$ ویلکاکس است. مدل انتقال تنش‌های رینولدزی، علاوه بر دربر داشتن اثرات عدد رینولدز پایین، اثرات تراکم‌پذیری جریان و اثرات پراکندگی جریان برشی، دارای توانمندی‌های دیگری نیز هست که از آن جمله می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

- در این مدل، به منظور دخیل نمودن اثرات انتقال تنش‌های برشی اصلی، تعریف لزجت آشفته اصلاح شده است.
- ثوابت مدل نسبت به ثوابت مدل استاندارد $k - \omega$ بهبود یافته است.

1. Off-equilibrium

2. Second order



شکل ۲. نمایی از نازل خود تحریک (ابعاد به میلی متر) [۱۸]

مبدأ مختصات در دهانه خروجی نازل اولیه (درونی) قرار دارد. محور x عمود بر سطح مقطع این نازل و در راستای محور جریان جت سیال قرار دارد. سیال مورد بررسی در این مقاله، هواست که با لزجت ثابت و با دمای معین و مشخص (مشابه با آنچه در مرجع [۱۸] آمده) در داخل نازل جریان دارد.

به منظور مدل‌سازی محیط اطراف نازل و تحلیل کنش متقابل محیط بیرونی نازل با جریان داخل آن، یک فضای مکعب مستطیل شکل بزرگ‌تر در اطراف نازل در نظر گرفته شده است. مرزهای این فضا که در واقع بیانگر محیط اطراف نازل است باید به گونه‌ای انتخاب شوند که الگوی جریان خروجی از نازل مستقل از محل آن‌ها باشد. بدین منظور مرزهای محیط بیرونی به اندازه سه برابر قطر نازل بیرونی در راستای عمود بر محور جریان و به اندازه پنج برابر طول کل نازل در راستای افقی (هم جهت با محور نازل) در نظر گرفته شد.

شایان ذکر است که میزان تأثیرپذیری الگوی جریان جت از محل قرارگیری مرزهای محیط اطراف نازل مورد بررسی قرار گرفت و استقلال الگوی جریان از محل مرزهای محیطی در فواصل فوق‌الذکر تأیید شد. به منظور حل عددی جریان جت نوسانی با نازل خودتحریک، فضای درون نازل و محیط اطراف آن با یک شبکه سازمان‌یافته غیریکنواخت پوشش داده شده است.

در شکل ۳ نمایی کلی از شبکه محاسباتی مورد استفاده در این تحقیق نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، اندازه سلول‌های شبکه در نزدیکی نازل و محور جت ریزتر است و هر چه از نازل دور می‌شویم شبکه درشت‌تر شده است.

$$k = \begin{cases} \left(\frac{y}{y_v}\right)^2 k_p & ; y < y_v \\ k_p & ; y > y_v \end{cases} \quad (5)$$

که y_v و y به ترتیب ضخامت زیرلایه لزج و فاصله از دیواره است. k_p انرژی جنبشی آشفته‌گی در فواصل دور از جداره است. همچنین، برای میرایی انرژی جنبشی آشفته‌گی نیز داریم:

$$\varepsilon = \begin{cases} \frac{2\nu k}{y^2} & ; y < y_v \\ \frac{k^{3/2}}{C_l^* y} & ; y > y_v \end{cases} \quad (6)$$

که ν لزجت سینماتیک است و

$$C_l^* = \kappa C_\mu^{-3/4} \quad (7)$$

κ ثابت ون کارمن است و $C_\mu = 0.09$ است.

۳- هندسه میدان حل و شبکه محاسباتی

در این تحقیق، جریان آشفته تراکم‌ناپذیر یک جت سیال نوسانی با تحریک طبیعی، به هنگام خروج از یک نازل خودتحریک به صورت سه‌بعدی مدل‌سازی شده است. این مسئله به صورت تجربی بارها در شرایط مختلف و با نازل‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفته است [۱۰، ۹]. اما بر اساس آخرین بررسی‌های نگارندگان، تاکنون تحقیقات عددی زیادی در مورد مدل‌سازی این گونه جریان‌ها انجام نشده است. به همین علت، در این مقاله سعی شده است تا توانمندی مدل‌های مختلف آشفته‌گی در محاسبه و مدل‌سازی رفتار نوسانی این گونه جریان‌ها مورد بحث و تجزیه و تحلیل قرار گیرد.

در شکل ۲، نمایی از نازل سیالی مورد مطالعه در این پژوهش نشان داده شده است. این نازل درواقع از دو نازل تودرتو تشکیل شده است. نازل درونی اصطلاحاً نازل اولیه و نازل بیرونی نازل ثانویه نامیده می‌شود. در این شکل، نازل بیرونی دارای سطح مقطع مستطیلی با ابعاد ۲۰ در ۴۰ میلی‌متر و نازل درونی دارای مقطع مستطیل شکل با ابعاد ۳۰ در ۴ میلی‌متر است. طول نازل بیرونی ۷۹ میلی‌متر و طول نازل درونی ۴۸ میلی‌متر در نظر گرفته شده است. کلیه ابعاد نازل کاملاً مشابه با نازلی است که در مرجع [۱۸] رفتار نوسانی آن به طور تجربی مورد بررسی قرار گرفته است.

معادلات گسسته‌سازی شده در شرایط وابسته به زمان، به طور ضمنی، توسط نرم‌افزار فلوئنت حل شده‌اند. در حل معادلات از گام زمانی 0.0001 ثانیه استفاده شده است. شایان ذکر است که در چنین شرایطی، استقلال نتایج محاسباتی از اندازه گام زمانی برای مسئله مورد بحث تضمین می‌گردد. جهت تعیین معیار همگرایی، مقادیر خطای باقی‌مانده برای سایر کمیت‌های محاسباتی برابر با 10^{-6} در نظر گرفته شده است.

محاسبات از طریق پردازش موازی توسط دو پردازشگر چهارهسته‌ای دوگیاگهرتز انجام شد. مدت زمان محاسبات توسط سیستم مذکور تقریباً ۱۲۰ ساعت به طول انجامید.

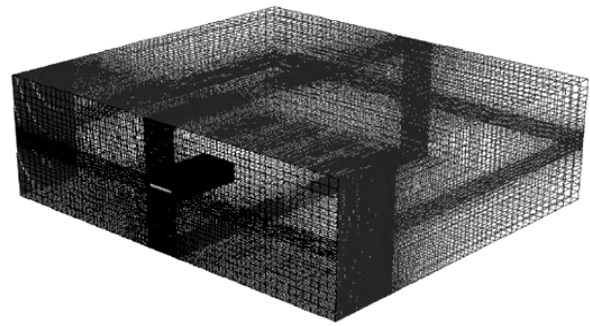
۶- نتایج و بحث

۶-۱- پیش‌بینی فرکانس جت نوسانی طبیعی

می و ناتان رفتار یک جت نوسانی با نازلی همانند نازل نشان داده شده در شکل ۱ را به صورت تجربی مورد مطالعه قرار دادند [۱۸]. آن‌ها نشان دادند که فرکانس نوسانات جریان جت یکی از پارامترهای بنیادی تعیین‌کننده برای پیش‌بینی ویژگی‌های رفتاری جت‌های نوسانی است.

بر اساس نتایج گزارش‌شده در مرجع [۱۸]، فرکانس جت نوسانی وابستگی خطی شدیدی به سرعت سیال ورودی به نازل دارد. این در حالی است که با تغییر سرعت جریان ورودی به نازل، فرکانس بی‌بعد (عدد استروهل) تقریباً ثابت باقی می‌ماند. نتایج تحقیق مذکور نشان داد که با تغییر سرعت جریان ورودی به نازل از ۱۱ تا ۸۶ متر بر ثانیه، مقدار عدد استروهل تنها به اندازه 0.003 تغییر خواهد کرد [۱۸].

به منظور بررسی عملکرد و توانمندی مدل‌های توربولانسی رایج در محاسبه رفتار جت‌های خودتحریک و پیش‌بینی فرکانس نوسانی آن‌ها، با به کارگیری مدل‌های مختلف آشفته‌گی، فرکانس جریان جت نوسانی تولیدشده توسط نازل شکل ۱ برای یک سرعت ورودی مشخص ($56/6$ متر بر ثانیه) با مقدار فرکانس محاسبه شده توسط مرجع [۱۸] مقایسه شده است. نتایج این مقایسه در جدول ۱ آمده است. به منظور محاسبه فرکانس نوسان جت، تاریخچه زمانی تغییرات اندازه مؤلفه‌های سرعت جت سیال در هر نقطه میدان رسم شده و تعداد نوسانات در واحد زمان به عنوان فرکانس غالب در نظر گرفته شده است.



شکل ۳ نمایشی از شبکه محاسباتی مورد استفاده

جهت ارزیابی حساسیت نتایج محاسباتی به ابعاد و دانسیته نقاط شبکه، محاسبات برای سه شبکه با تعداد نقاط ۴۸۳۰۰۰، ۶۹۶۰۰۰ و ۹۱۲۰۰۰ انجام شد. جهت بررسی استقلال محاسبات از سایز شبکه محاسباتی دو پارامتر سرعت جت سیال در راستای محوری و فرکانس نوسانات سرعت مدنظر قرار گرفت. این دو پارامتر از مهم‌ترین کمیت‌های ساختار جت به‌شمار می‌آیند.

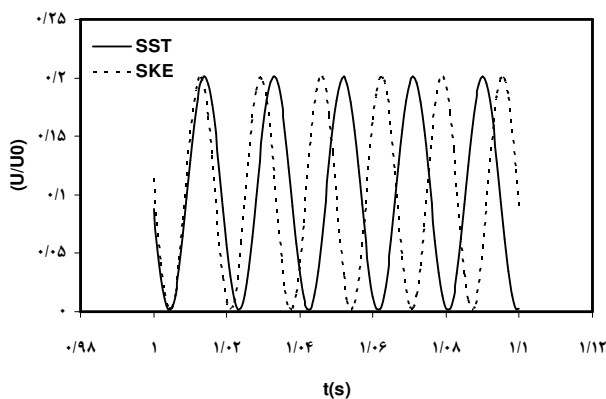
نتایج نشان داد که با شبکه ۶۹۶۰۰۰ گره‌ای استقلال نتایج از شبکه محاسباتی برآورده می‌گردد. لذا این شبکه به عنوان شبکه محاسباتی انتخاب شد. همچنین، شایان ذکر است که با این شبکه مقادیر فاصله بدون بعد از جداره (Y^+)، به جز در بخش‌های کوچکی از ورودی جریان در نازل درونی که مقادیر Y^+ تا حدود ۳۵ افزایش می‌یابد، در سایر بخش‌های میدان در مرتبه یک ($O(Y^+) = 1$) نگه داشته شده است.

۴- شرایط مرزی

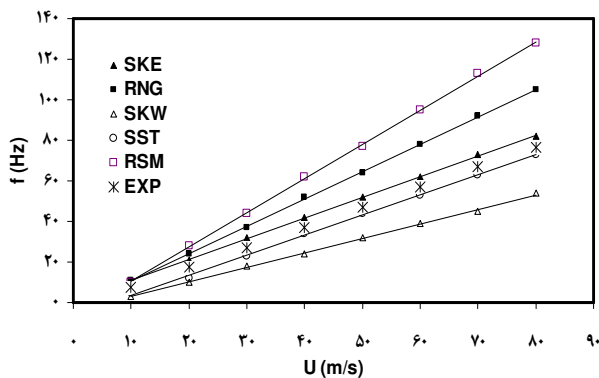
در دهانه ورودی نازل درونی، گذر جرمی جریان به عنوان ورودی به محاسبات اعمال شده است. بر روی جداره‌های نازل شرط عدم لغزش اعمال شده و در نواحی نزدیک دیواره نیز از توابع دیواره (بخش ۲-۳) استفاده شده است. بر روی مرزهای محیط اطراف نازل نیز شرط فشار خروجی لحاظ شده است.

۵- راهبردها و شیوه حل عددی

برای گسسته‌سازی معادلات ممنوم از تقریب بالادست مرتبه دوم و برای گسسته‌سازی معادلات آشفته‌گی از تقریب بالادست مرتبه اول استفاده شده است. برای برقراری همبستگی بین سرعت و فشار از الگوریتم سیمپل استفاده شده است. کلیه



شکل ۴ نمودار زمانی سیگنال سرعت بدون بعد



شکل ۵ مقایسه مقادیر فرکانس محاسباتی توسط مدل‌های آشفتگی مختلف با داده‌های تجربی گزارش شده در مرجع [۱۸]

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، مقادیر فرکانس پیش‌بینی شده توسط دو مدل SST و SKE به مقادیر تجربی نزدیک‌تر است. در سرعت‌های متوسط و یا نسبتاً زیاد مدل SST دقت به‌مراتب مطلوب‌تری در محاسبه فرکانس نوسان جت دارد. در حالی که در سرعت‌های نسبتاً پایین (کمتر از ۳۰ متر بر ثانیه) از دقت مدل SST تا حدی کم می‌شود. به‌طوریکه نتایج مدل SST در سرعت‌های نسبتاً کم به سمت نتایج مدل SKW میل می‌کند. البته این رخداد چندان هم دور از انتظار نیست. چرا که مدل SST از نظر ساختاری ترکیبی از دو مدل SKW و SKE است؛ به نحوی که در سرعت‌های کم عملکرد مدل SST به سمت مدل SKW نزدیک می‌شود و بالعکس در مقادیر سرعت بالا، عملکرد مدل به سمت مدل SKE میل خواهد کرد. با کمی دقت در نمودارهای ارائه‌شده در شکل ۵، دقیقاً چنین رفتاری در نتایج مدل SST قابل مشاهده است. با تحلیل نمودارهای شکل ۵، مشاهده می‌گردد که مدل‌های RSM و

جدول ۱ مقایسه فرکانس محاسباتی جت نوسانی با مقادیر تجربی

مدل آشفتگی	فرکانس محاسباتی (Hz)	فرکانس تجربی [۱۸] (Hz)
SKE	۵۸	۵۳/۵
RNGKE	۷۲	۵۳/۵
SKW	۳۵	۵۳/۵
SST	۵۲	۵۳/۵
RSM	۸۸	۵۳/۵

نکته جالب توجه اینکه اندازه فرکانس محاسبه‌شده به مکان نقطه مورد بررسی در میدان جریان وابسته نیست. به عبارت دیگر، نزدیک یا دور بودن نقطه داده‌برداری به دهانه نازل تأثیری بر مقدار فرکانس ندارد. فرکانس نوسان یکی از پارامترهای ساختاری جت خودتحریک محسوب می‌شود و مقدار آن به‌شدت تابع هندسه نازل است [۲۰، ۱۹، ۱۱]. فرکانس نوسان به‌نوعی بیانگر ویژگی ساختاری نازل به‌شمار می‌آید و شاید به همین دلیل است که این پارامتر در نقاط مختلف میدان تغییر نمی‌کند.

البته شایان ذکر است که بر خلاف فرکانس، دامنه تغییرات سرعت عمودی به‌شدت به فاصله نقطه داده‌برداری از دهانه نازل بستگی دارد. به طوری که با دور شدن از نازل دامنه تغییرات مؤلفه عمودی سرعت جت به‌شدت کاهش می‌یابد.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، مدل انتقال تنش برشی (SST) نسبت به سایر مدل‌های مورد ارزیابی، نتایج دقیق‌تری را پیش‌بینی کرده است. در این بین، مدل تنش‌های رینولدزی (RSM) بیشترین خطا را در محاسبه فرکانس جت نوسانی به‌همراه داشته است.

به عنوان نمونه تاریخچه سیگنال سرعت برای دو مدل SST و SKE در بازه زمانی ۱ تا ۱/۱ ثانیه در شکل ۴ رسم شده است. در این نمودار محور عمودی نمایانگر سرعت بدون بعد (نسبت سرعت به سرعت سیال خروجی از نازل) جریان است. این داده‌ها در فاصله ۸۵ میلی‌متری از نازل رسم شده‌اند. در ادامه باید دید که مدل‌های توربولانسی مذکور وابستگی خطی نسبتاً شدید فرکانس با سرعت ورودی جت را چگونه پیش‌بینی خواهند کرد. بدین منظور، در نمودار شکل ۵، مقادیر فرکانس پیش‌بینی‌شده توسط مدل‌های توربولانسی مختلف برای سرعت‌های ۱۰ تا ۸۰ متر بر ثانیه رسم شده است.

شبیه‌سازی جریان‌های همراه با گرادین فشار نامطلوب بسیار خوب عمل می‌کند، لذا عملکرد مطلوب این مدل در محاسبات جت‌های سیالی خودتحریک نیز چندان دور از انتظار نیست.

۶-۲- پیش‌بینی کمینه سرعت تحریک‌پذیری جت

نکته حائز اهمیت دیگر، تعیین مقدار کمینه سرعت لازم برای تحریک‌پذیری و ایجاد نوسان در جریان جت سیال است. به عبارت دیگر، اگر رابطه خطی به‌دست آمده نتایج تجربی مرجع [۱۸] را ادامه دهیم، محور مختصات افقی (محور u) را در نقطه $u = 2/55 \text{ m/s}$ قطع خواهد کرد. در مقادیر سرعت کمتر از این مقدار فرکانس جریان جت صفر خواهد بود. یعنی در سرعت‌های کمتر از $2/55$ متر بر ثانیه، جریان جت حاصل از نازل خودتحریک مورد بررسی در این تحقیق تحریک نخواهد شد. به همین علت، این مقدار سرعت آستانه‌ای را می‌توان تحت عنوان کمینه سرعت لازم برای تحریک‌پذیری جریان جت معرفی نمود.

مقادیر محاسباتی کمینه سرعت تحریک‌پذیری جت نوسانی با نازل خودتحریک (نشان داده شده در شکل ۲) در جدول ۲ با مقدار استنتاج‌شده از داده‌های تجربی گزارش‌شده در مرجع [۱۸] مقایسه شده است.

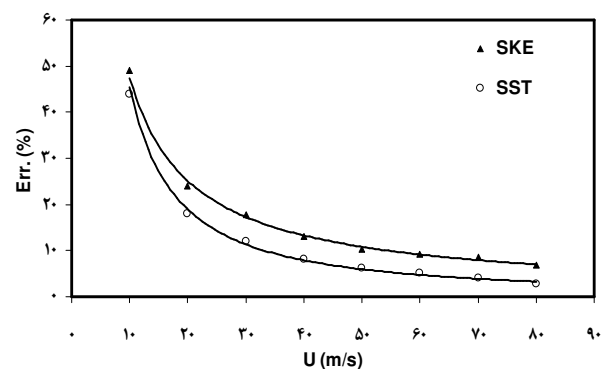
ملاحظه می‌شود که مدل‌های SKE و SKW بدترین پیش‌بینی‌ها را برای مقدار کمینه سرعت تحریک‌پذیری جت ارائه کرده‌اند. بر مبنای مدل SKE، حتی در مقادیر سرعت بسیار ناچیز (نزدیک به صفر)، تحریک در نازل رخ می‌دهد که این امر هم با فیزیک مسئله و هم با آنچه در نتایج تجربی منعکس شده تفاوت دارد.

جدول ۲ مقایسه کمینه سرعت تحریک‌پذیری جت

مدل آشفتگی	کمینه سرعت تحریک‌پذیری محاسباتی (m/s)	کمینه سرعت تحریک‌پذیری تجربی [۵] (m/s)
SKE	≈ 0	۲/۵۵
RNGKE	۱/۴	۲/۵۵
SKW	۵/۶	۲/۵۵
SST	۳/۴	۲/۵۵
RSM	۳/۸	۲/۵۵

RNGKE دقت کمتری نسبت به مدل‌های دیگر دارند. این کاهش دقت در سرعت‌های نسبتاً بالا مشهودتر است. شایان ذکر است عملکرد مدل‌های آشفتگی مذکور با تابع دیواره مرسوم لگاریتمی نیز مورد ارزیابی قرار گرفت که نتایج به‌دست آمده به هیچ وجه با داده‌های تجربی تطابق نداشت.

از آنجا که دو مدل SKE و SST نسبت به سایر مدل‌ها نتایج بهتری را در پیش‌بینی فرکانس جت نوسانی ارائه کرده‌اند، به منظور مقایسه بهتر، میزان خطای این دو مدل نسبت به داده‌های تجربی گزارش‌شده در مرجع [۱۸] در شکل ۶ با هم مقایسه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌گردد، هر دو مدل در سرعت‌های ورودی بیشتر، دقت‌های مطلوب‌تری دارند. به طوری که با افزایش سرعت ورودی سیال، از میزان خطای محاسباتی مدل‌ها به‌شدت کاسته می‌شود. خطای مدل SST به‌مراتب کمتر از خطای مدل SKE است. اما در سرعت‌های پایین هیچ یک از آن‌ها در محاسبه فرکانس نوسان جت دقت خوبی ندارند. شاید بتوان چنین نتیجه‌گیری نمود که در سرعت‌های پایین مدل‌های محاسباتی به‌سختی می‌توانند رفتار نوسانی جت‌های تحریک‌شده سیالی را پیش‌بینی کنند.



شکل ۶ مقایسه خطای محاسباتی مدل‌های SKE و SST

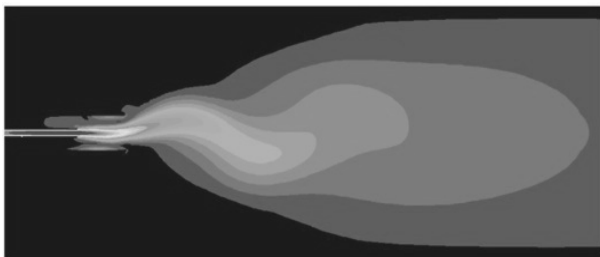
به طور کلی چنین نتیجه‌گیری می‌شود که مدل آشفتگی SST در محاسبه فرکانس جت نوسانی، نسبت به سایر مدل‌های مورد بررسی دقت محاسباتی به مراتب مطلوب‌تری دارد. این امر تا حد زیادی به توانمندی مدل مذکور در محاسبه جریان‌های با گرادین فشار نامطلوب برمی‌گردد. از آنجا که ایجاد نوسان و تحریک در نازل‌های خودتحریک (مانند شکل ۲) تا حد زیادی مرهون ایجاد جریان برگشتی از سمت محیط بیرون به داخل نازل بیرونی است و با توجه به اینکه مدل SST در

۶-۴- الگوی جریان جت نوسانی طبیعی

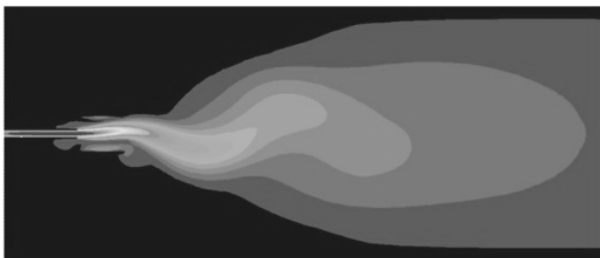
برای دستیابی به یک نمای کلی و ملموس از الگوی جریان جت نوسانی ایجادشده توسط نازل خودتحرک شکل ۲، کانتورهای اندازه بردار سرعت در صفحه xy در ثانیه‌های دوم و سوم برای سرعت ورودی $u=60$ متر بر ثانیه با استفاده از مدل آشفتگی SST در شکل‌های ۸-الف) و ۸-ب) رسم شده است. مقادیر سرعت جریان از مقدار ۶۰ متر بر ثانیه در نزدیکی نازل (رنگ سفید) تا مقادیر بسیار نزدیک به صفر (رنگ سیاه) تغییر کرده است.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، در ثانیه دوم سرعت سیال در نقاط سمت بالای نازل بالاست، در حالی که در ثانیه سوم اوضاع کاملاً تغییر کرده و نقاط پایینی دارای سرعت بالاتری هستند. این امر به‌خوبی نشان‌دهنده اثر کوانداست (مراجعه شود به شکل ۱).

نکته مهم دیگری که در این شکل‌ها به‌چشم می‌خورد میرایی دامنه نوسانات جت در فواصل دورتر از نازل است. برای وضوح بیشتر، در شکل ۹ دامنه نوسانات سرعت جریان برای نقاط واقع بر محور جریان جت بر حسب فاصله از دهانه نازل رسم شده است.



(الف)



(ب)

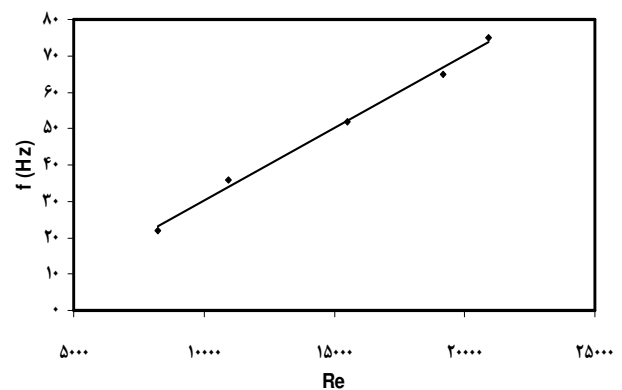
شکل ۸ نمایی از الگوی جریان جت نوسانی طبیعی توسط کانتورهای اندازه بردار سرعت جت نوسانی در الف) ثانیه ۲، ب) ثانیه ۳

در این میان، مدل SST کمینه سرعت لازم جهت تحریک‌پذیری جت را با تقریب نسبتاً قابل قبولی می‌تواند تخمین بزند. اینکه مدل SST توانسته است فرکانس نوسان جت و کمینه سرعت تحریک‌پذیری آن را به‌خوبی پیش‌بینی نماید به هیچ وجه دلیل بر توانمندی کامل این مدل در پیش‌بینی دقیق سایر ویژگی‌های جت نوسانی نیست و باید برای صدور یک حکم قطعی داده‌ها و کمیت‌های متنوع‌تری مورد بررسی قرار گیرد. آنچه فعلاً با قطعیت می‌توان بیان کرد این است که مدل SST در پیش‌بینی فرکانس جت نوسانی و کمینه سرعت تحریک‌پذیری آن عملکرد نسبتاً مطلوب‌تری نسبت به سایر مدل‌های مورد بررسی دارد.

۶-۳- رابطه فرکانس جت نوسانی با عدد رینولدز

تحقیقات پیشین نشان داده است که فرکانس جت‌های نوسانی طبیعی با عدد رینولدز رابطه خطی دارد [۲۰، ۱۱]. معمولاً عدد رینولدز بر اساس مشخصه طولی دهانه نازل و سرعت سیال در دهانه ورودی نازل تعریف می‌شود. رابطه بین فرکانس نوسان و عدد رینولدز برای نازل خودتحرک سیالی (شکل ۲) در شکل ۷ رسم شده است.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود برای نازل مورد بررسی در این مقاله نیز، فرکانس با عدد رینولدز رابطه خطی دارد. این امر با نتایجی که قبلاً به صورت تجربی برای نازل‌های نسبتاً مشابه انجام شده تطابق دارد [۲۰، ۱۱]. شایان ذکر است که نتایج گزارش‌شده در شکل ۷ با استفاده از مدل SST محاسبه شده است.



شکل ۷ رابطه فرکانس با عدد رینولدز

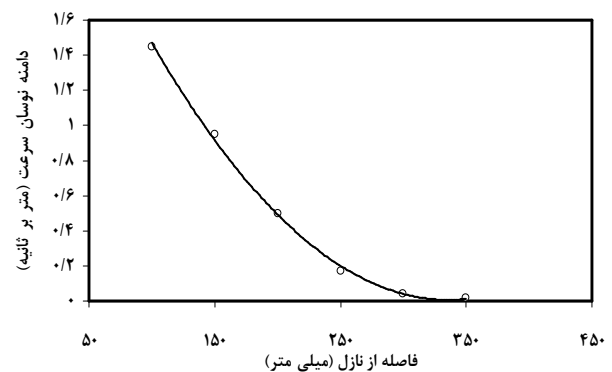
با نازل را به طور کیفی پیش‌بینی کنند. در این بین دو مدل SST و SKE از دقت محاسباتی بسیار بالاتری برخوردار بودند. مدل SST نسبت به مدل SKE با خطای کمتری توانست رفتار نوسانی جت تحریک‌شده طبیعی را پیش‌بینی نماید.

۲- بررسی‌ها نشان داد که با افزایش سرعت ورودی به نازل، به‌شدت از خطای محاسباتی مدل‌های SST و SKE کاسته می‌شود. در سرعت‌های ورودی خیلی کم، هیچ یک از مدل‌های مذکور نتوانستند فرکانس نوسانی جت را با دقت پیش‌بینی کنند. در این شرایط در بهترین حالت خطای محاسبه فرکانس به ۴۵ درصد می‌رسد. این در حالی است که در سرعت‌های ورودی بالا، مدل SST می‌تواند با خطای کمتر از ۱۰ درصد فرکانس نوسان جت را پیش‌بینی نماید.

۳- مدل SST توانست کمینه سرعت ورودی لازم برای ایجاد تحریک‌پذیری جریان در نازل را با تقریب نسبتاً قابل قبولی تخمین بزند. در این مورد استفاده از سایر مدل‌های آشفتگی خطای بسیار بیشتری را به محاسبات تحمیل نمود. شایان ذکر است که مدل SKE در محاسبه کمینه سرعت تحریک‌پذیری در نازل بیشترین خطا را به‌دنبال داشت. علی‌رغم عملکرد نسبتاً مطلوب این مدل در سرعت‌های نسبتاً بالا، در محدوده سرعت‌های ورودی بسیار کم، نتایج مدل SKE چندان قابل استناد نیست.

۴- بررسی‌ها نشان داد که دامنه نوسانات سرعت جریان جت خودتحریک با دورشدن از دهانه نازل به‌شدت کاهش می‌یابد. این در حالی است که فرکانس نوسانات ثابت است و با دورشدن از دهانه نازل تغییر نمی‌کند.

انتخاب یک مدل آشفتگی مناسب می‌تواند در مدل‌سازی رفتار نوسانی جت‌های خودتحریک به‌شدت مؤثر باشد. نتایج تحقیق حاضر نشان داد که مدل SST تا حدودی از سایر مدل‌های مرسوم در این مورد بهتر عمل می‌کند. البته شایان ذکر است که برای اعلام نظر قطعی لازم است عملکرد این مدل برای سیال‌های مختلف و تحت شرایط گوناگون آزموده شود. از آنجا که تاکنون در مورد نحوه مدل‌سازی عددی این گونه جریان‌ها بررسی در خور توجهی صورت نگرفته است، نتایج به‌دست آمده در این مقاله می‌تواند بستر مناسبی برای تحقیقات گسترده‌تر آتی در این زمینه را فراهم نماید.



شکل ۹ میرایی دامنه نوسانات سرعت با دور شدن از نازل

ملاحظه می‌گردد با دورشدن از نازل، دامنه نوسانات جریان به‌شدت کاهش می‌یابد. یادآوری می‌شود که بررسی‌ها نشان داد که مقدار فرکانس در سایر نقاط میدان جریان فرقی نمی‌کند، به طوری که با دورشدن از نازل اندازه فرکانس ثابت باقی می‌ماند. به عبارت دیگر، در تحقیقات تجربی نیز محل قرارگیری سنچشگر فرکانس در میدان اهمیت چندانی ندارد.

شاید به همین علت است که در همه تحقیقات تجربی، که توسط نگارندگان مورد مطالعه و بررسی قرار گرفت، از محل قرارگیری سنچشگر فرکانس هیچ صحبتی به‌میان نیامده است. البته واضح است که هرچه محل سنچشگر فرکانس به دهانه نازل نزدیک‌تر باشد، به دلیل قوی‌تر بودن دامنه نوسانات، قدرت تمایز بالاتر رفته و شناسایی نوسانات جریان آسان‌تر صورت خواهد گرفت.

۷- جمع‌بندی

در این مقاله نحوه عملکرد و میزان دقت محاسباتی برخی از مدل‌های رایج آشفتگی در پیش‌بینی رفتار نوسانی جت‌های تحریک‌شده طبیعی مورد بحث و ارزیابی قرار گرفت. به‌منظور مقایسه با داده‌های تجربی موجود، محاسبات برای یک نازل خودتحریک معین انجام شد. جهت هماهنگی با شرایط تست تجربی، سیال مورد بررسی هوا در نظر گرفته شد و محاسبات برای سرعت‌های مختلف ورودی (بین ۱۰ تا ۸۰ متر بر ثانیه) تکرار شد. نتایج به‌دست آمده از این تحقیق را می‌توان در قالب موارد زیر خلاصه نمود:

۱- کلیه مدل‌های آشفتگی مورد بررسی توانستند ماهیت خطی وابستگی بین فرکانس جت و سرعت سیال ورودی

۸- مراجع

- Journal of Fluid Engineering, Trans. ASME*, No. 123, 2001, pp. 878-883.
- [11] Mi J., Nathan G. J., "Self-Excited Jet-Precession Strouhal Number and its Influence on Downstream Mixing Field", *Journal of Fluids and Structures*, No. 19, 2004, pp. 851-862.
- [12] Mi J., Nathan G. J., Hill S. J., "Frequency Characteristic of a Self Excited Precession Jet Nozzle", *Proceeding of the English Asian of Fluid Mechanics*, China, Shenzhen, 1999.
- [13] England G., Kalt P. A. M., Nathan G. J., Keslo R.M., "The Effect of Density Ratio on the Near Field of a Naturally Occurring Oscillating Jet", *Experiments in Fluids*, Vol. 48, No. 1, 2010, pp. 69-80.
- [14] Launder B. E., Spalding D. P., "The Numerical Computation of Turbulent Flows" *Computational Methods in Applied Mechanical Engineering*, No. 3, 1974, pp. 269-289.
- [۱۵] صنیعی نژاد مهدی، "مبانی جریان‌های آشفته و مدلسازی آنها"، تهران، دانش نگار، ۱۳۸۸، ۴۸۷-۴۸۳.
- [16] Wilcox D. C., "Turbulence Modeling for CFD", La Canada, California: DCW Industries, 1998.
- [17] Kim J. Y., Ghajar A. J., Tang C., Foutch G. L., "Comparison of Near-Wall Treatment Methods for High Reynolds Number Backward-Facing Step Flow", *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, No. 19, 2005, pp. 493-500.
- [18] Mi J., Nathan G. J., "Scalar Mixing Characteristics of a Self-Excited Flip-Flop Jet Nozzle", *15th Australian Fluid Mechanics Conference*, Australia, Adelaide, 2001.
- [19] Mataoui A., Schiestel R., "Unsteady Phenomena of an Oscillating Turbulent Jet Flow inside a Cavity: Effect of Aspect Ratio" *Journal of Fluid and Structures*, No. 25, 2009, pp. 60-79.
- [20] Mi J., Nathan G. J., Wong C. Y., "The Influence of Inlet Flow Condition on the Frequency of Self-Excited Jet precession" *Journal of Fluid and Structures*, No. 22, 2006, pp. 129-133.
- [1] Jahanmiri M., "Excited Jet and its Applications", Research Report 2011:10, Department of Applied Mechanics, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 2011.
- [2] Jahanmiri M., "Static Pressure Distribution in an Excited Jet: Some Observation", *International Journal of Engineering*, Vol. 13, No. 3, 2000.
- [3] Riese M., "Study of Large Scale Coherent Structure in the Mechanically Oscillated Planar Jet", PHD Thesis, School of Mechanical Engineering, University Of Adelaide, 2005.
- [4] Nathan G. J., Mi J., Newbold G.J.R., Nobes D.S., Alwahabi Z. T., "Effects of Subtle and Dramatic Changes to Initial Conditions on a Jet's Turbulent Structure, Mixing and Combustion", *15th Fluid Mechanics Conference*, Australia, Sydney, 2004.
- [5] Mi J., Nathan G. J., Luxton R. E., "Mixing Characteristics of a Flapping Jet from a Self Exciting Nozzle", *Flow Turbulence and Combustion*, No. 67, 2001, pp. 1-23.
- [6] Claypole T. C., Syred N., "The Stabilization of Flames in Swirl Combustors", *Journal of the Institute of Energy*, No. 55, 1982, pp. 14-19.
- [7] Nathan G. J., Luxtone R. E., "Flame Stability and Emission Characteristics of the Enhanced Mixing Burner", *2nd European Conference on Industrial Furnaces and Boilers*, Portugal, Algarve 1991.
- [8] Nathan G. J., Luxtone R. E., "A Stable Un-Premixed Gas Burner with Infinite Turn-Down Ratio", *1st European Conference on Industrial Furnaces and Boilers*, Portugal, Lisbon 1988.
- [9] Han D., Mungal M.G., "Direct Measurements of Entrainment in Reacting/Nonreacting Turbulent Jets", *Combustion and Flame*, Vol. 124, No. 4, 2001, pp. 370-386.
- [10] Mi J., Nathan G. J., Nobes D. S., "Mixing Characteristics of Axisymmetric Free Jets from a Contoured Nozzle, an Orifice, Plate and Pipe",