



مطالعه عددی و آزمایشگاهی پدیده خودچرخشی در جریان چاه

جلال محمدی^۱، حسن کریمی^{۲*}، محمد حسین حامدی^۳

۱- دانشجوی دکترای مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

۲- دانشیار مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

۳- استاد مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

* تهران، صندوق پستی ۳۳۸۱-۱۶۷۶۵، karimi@kntu.ac.ir

چکیده- به وجود آمدن چرخش بدون عامل خارجی در جریان سیال به خودچرخشی معروف است. برخی از محققان در وجود یا عدم وجود پدیده خودچرخشی در جریان چاه اختلاف نظر دارند. در تحقیق آزمایشگاهی و عددی حاضر، وجود پدیده خودچرخشی در جریان چاه مورد بررسی قرار می گیرد. در تحقیق آزمایشگاهی، یک چیدمان آزمایشگاهی جدید نسبت به کارهای گذشته ارائه می شود و اندازه گیری سرعت با توسعه روش تیمول بلو انجام می شود. نتایج آزمایش نشان داد که حتی با افزایش دبی خروجی تا چندین برابر دبی بحرانی ادعایی، مقدار خالص سیرکولاسیون در جریان، نسبت به مقدار ورودی خود افزایش پیدا نمی کند و یا به عبارت دیگر، پدیده خودچرخشی در جریان چاه رخ نمی دهد. در مطالعه عددی، پدیده خودچرخشی با هندسه و شرایط یکسان با آزمایش، به صورت سه بعدی شبیه سازی می شود. نتایج بدست آمده نشان گر آن است که نتایج عددی با نتایج آزمایشگاهی همخوانی دارد و همانند نتایج آزمایش نشان می دهد که پدیده خودچرخشی در جریان چاه وجود ندارد. اضافه بر آن، نتایج عددی نشان داد که چرخش (یا مقدار متناظر آن سیرکولاسیون) دیده شده در آزمایش، ناشی از نامتقارنی جریان در ورودی است و با حذف این نامتقارنی، چرخش حذف می شود.

کلیدواژگان: خودچرخشی، جریان چاه، گردابه ظرف حمام، جریان چرخشی.

Experimental and numerical study on the self-rotation in sink flow

J. Mohammadi¹, H. Karimi^{2*}, M. H. Hamed³

1- PhD. Student of Mech. Eng., K. N. Toosi Univ. of Tech., Tehran, Iran

2- Assoc. Prof. of Mech. Eng., K. N. Toosi Univ. of Tech., Tehran, Iran

3- Prof. of Mech. Eng., K. N. Toosi Univ. of Tech., Tehran, Iran

* P. O. B. 16765-3381 Tehran, Iran. karimi@kntu.ac.ir

Abstract- The appearance of swirl in the fluid flow, without any external factors, is named self-rotation. There is no consensus among the researchers on the possibility of self-rotation in sink flow. In the present study, this phenomenon is studied experimentally and numerically. In the experiment, a new setup is proposed and the thymol-blue method is developed for velocity measurement. The experimental results show that the net value of circulation in the flow domain does not increase relative to its inlet value with increasing drain flow rate up to several times of claimed critical value. In other words, self-rotation does not happen in sink flow. In the numerical study, the three-dimension model of the experiment is simulated under the same conditions with the experiment. The simulation results have good agreement with the experiment ones and show that the self-rotation does not occur. In addition, the numerical results show that the swirl, or corresponding circulation, which was seen in the experiment, is due to asymmetry of input flow and by eliminating this asymmetry, the swirl can be removed completely.

Keywords: Self-Rotation, Sink Flow, Bathtub Vortex, Swirling Flow.

۱- مقدمه

ظهور چرخش در جریان چاه^۱ (یا گردابه ظرف حمام^۲) وابسته به عوامل مختلف مانند: نامتقارنی کوچک در دیواره چاه، نامتقارنی توزیع دما، نامتقارنی جریان هوای روی سطح آب، چرخش باقیمانده در سیال داخل ظرف، ارتعاش ظرف و تحت شرایط ایده آل و تحت تاثیر گردش زمین می باشد [۱-۳]. سوال اساسی این است که اگر تمامی عوامل خارجی به وجود آورنده گردابه حذف شوند، آیا باز نیز چرخش در جریان ایجاد می شود؟ به پدیده به وجود آمدن چرخش در جریان سیال، بدون عامل خارجی، خودچرخشی می گویند. این پدیده در جریان های مختلف دیده شده است [۴-۷].

چندین تحقیق در ارتباط با پدیده خودچرخشی در جریان چاه انجام شده است. مطالعات آزمایشگاهی نشان می دهد که چرخش در جریان چاه، در ابتدا غیر چرخشی، با افزایش دبی خروجی (یا عدد رینولدز که براساس دبی خروجی تعریف می شود) از یک مقدار بحرانی ظاهر می شود [۸-۱۱]. مطالعات عددی در این زمینه در حالت های دوبعدی و سه بعدی انجام شده است [۱۱-۱۴]. در این مطالعات، پدیده خودچرخشی دیده نشده است و تنها در مرجع [۱۱] و با بررسی پایداری جریان سه بعدی، امکان پدیده خودچرخشی پیش بینی شده است. در حقیقت، برخی از محققان، وجود این پدیده را تأیید و برخی دیگر رد کرده اند و نتایج متضاد بدست آورده اند. از طرف دیگر، وجود پدیده خودچرخشی در جریان چاه در تناقض با اصل بقای اندازه حرکت زاویه ای است [۱۵]. بنابراین بهتر است این پدیده به صورت جزئی تر و دقیق تر مورد بررسی قرار گیرد.

تحقیق حاضر، با هدف بررسی وجود خودچرخشی در جریان چاه انجام شده است. برای این منظور، تغییر مقدار سیرکولاسیون (یا مقدار متناظر آن سرعت چرخشی) در یک جریان چاه دائمی به صورت آزمایشگاهی و عددی مورد مطالعه قرار می گیرد. هندسه آزمایش شامل یک مخزن استوانه ای با لوله تخلیه در مرکز و با سطح آزاد است (شکل ۱).

در مطالعه آزمایشگاهی، سعی می شود که یک چیدمان آزمایشگاهی با نامتقارنی حداقل ساخته شده (همان طور که در مرجع [۱۶] پیشنهاد شده است) و سپس تغییر مقدار سیرکولاسیون در امتداد خطوط جریان بررسی شود. در این

تحقیق، چیدمان آزمایش پیشنهادی نسبت به کارهای گذشته دارای نوآوری می باشد و همچنین، برای اندازه گیری سرعت جریان، روش تیمول بلو^۳ بکار رفته، توسعه داده شد. در تحقیق حاضر، اندازه گیری سرعت برخلاف تحقیقات گذشته که محدود به یک نقطه یا یک خط بوده، در کل میدان جریان صورت می گیرد. در مطالعه عددی، جریان آزمایشگاهی به صورت سه بعدی مدل سازی می شود و تأثیر عواملی که در مطالعه آزمایشگاهی امکان بررسی آنها نبود، بر روی پدیده خودچرخشی بررسی می شود.

در ادامه، ابتدا شرح چیدمان آزمایش و روش اندازه گیری سرعت ذکر می شود. سپس، بخش مطالعه عددی که شامل معادلات حاکم و روش حل آنها می باشد، آورده می شود. در مرحله بعد، نتایج آزمایشگاهی و عددی به صورت یکجا در یک بخش آورده و توضیح داده خواهد شد و در انتهای مقاله، نتیجه گیری و نتایج مهم ذکر می شود.

۲- مطالعه آزمایشگاهی

۲-۱- چیدمان آزمایشگاهی

طرحواره چیدمان آزمایش در شکل ۱ نشان داده شده است. هندسه آزمایش شامل مخزن استوانه ای با قطر ۳۰۰ میلی متر می باشد که از آب به ارتفاع ۱۰ میلی متر پر شده است. مخزن به دو بخش مرکزی و کناری تقسیم شده که بوسیله یک اسفنج با ضخامت ۲۰ میلی متر از همدیگر جدا شده اند. اسفنج برای میرا کردن اغتشاش های وارد شده به بخش کناری (محفظه آرام سازی) استفاده می شود. آب با دبی حجمی Q از سوراخ تخلیه دایره ای با قطر ۵ میلی متر که در کف مخزن قرار دارد، تخلیه شده و دوباره، مایع توسط چهار سوراخ واقع در محفظه آرام سازی به مخزن برمی گردد. جریان آب توسط پمپ استمرار پیدا می کند و مقدار دبی حجمی Q توسط شیر تنظیم می شود. اندازه گیری دبی توسط یک دبی سنج با دقت $(1/h)$ انجام می گیرد.

۲-۲- اندازه گیری سرعت

برای اندازه گیری سرعت از روش تیمول بلو استفاده شد. بر اساس این روش، تیمول بلو با ۰/۰۴٪ وزنی، در آب مقطر حل می شود.

1. Sink Flow
2. Bathtub Vortex

تصاویر با نرخ ۶۰ فریم بر ثانیه می‌باشد.

تکنیک تیمول بلو هیچ تغییری در جرم حجمی سیال ایجاد نمی‌کند و همچنین دیده می‌شود که نورپردازی با نور زرد سدیمی، تفکیک‌پذیری تصویر را بالا می‌برد. این موضوع به دلیل زرد بودن محلول و آبی بودن رنگ تولید شده در اطراف کاتد می‌باشد. سرعت شعاعی V_r^* با اندازه‌گیری زمان لازم برای حرکت نوک توده سیال علامت زده شده در فاصله شعاعی معین بدست آمد. با مشخص شدن سرعت شعاعی، سرعت آزیموئال^۴ را می‌توان از رابطه (۱) بدست آورد.

$$V_\theta^* = V_r^* \tan \alpha \quad (1)$$

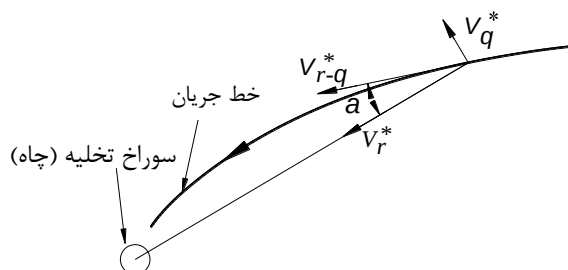
در اینجا، α زاویه بین بردار سرعت شعاعی V_r^* و خط جریان متناظر است (شکل ۲). مقدار α با مشخص شدن معادله مسیر نوک توده رنگی (به عبارت دیگر خط جریان) بدست می‌آید. برای استخراج این معادله مسیر، فریم‌های متوالی از حرکت توده رنگی وارد نرم افزار اتوکد شد و مختصات نوک توده رنگی در زمان‌های مختلف تعیین شد. متعاقب آن، معادله مسیر با منطبق کردن یک تابع به این نقاط بدست آمد.

با مشخص شدن دو پارامتر V_r^* و α ، مقدار سیرکولاسیون Γ^* در امتداد خط جریان از معادله (۲) بدست می‌آید.

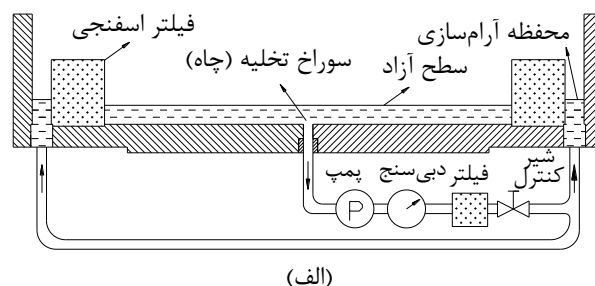
$$\begin{aligned} \Gamma^* &= r^* V_\theta^* \\ \Gamma^* &= r^* V_r^* \tan \alpha \end{aligned} \quad (2)$$

۳- مطالعات عددی

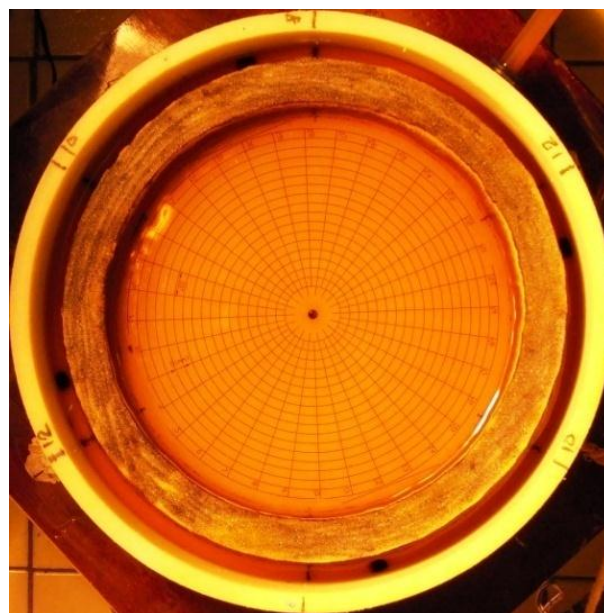
در مطالعه عددی حاضر، پدیده خودچرخشی در جریان چاه به صورت سه‌بعدی و با هندسه مشابه با آزمایش، شبیه‌سازی عددی مستقیم^۵ می‌شود.



شکل ۲ زاویه بین بردار سرعت شعاعی و خط جریان (α) و رابطه بین سرعت شعاعی و آزیموئال ($V_\theta^* = V_r^* \tan \alpha$)



(الف)



(ب)

شکل ۱ الف- طرح چیدمان و هندسه آزمایش ب- نمای بالا از مخزن آزمایش

سپس با اضافه کردن چند تکه هیدرواکسید سدیم به محلول، پی‌اچ^۱ محلول تا انتهای سمت اسیدی ایندکاتور (۸/۰) رسانده شد. به این ترتیب، محلول به رنگ زرد پرتغالی در آمد [۱۷]. دو الکتروود کاتد و آنده، به داخل سیال وارد شدند. کاتد یک سیم نازک به قطر ۰/۱ میلی‌متر بود که به صورت عمود بر جریان در بالادست جریان قرار داشت. آنده متشکل از دو سیم کلفت و در محفظه آرام‌سازی قرار داشت. یک جریان مستقیم^۲ با ولتاژ ۳۶ ولت برای مدت ۱/۵S، بوسیله کلید الکتریکی اتوماتیک، اعمال شد که منجر به تولید رنگ در اطراف کاتد شد. توسط یک دوربین، از حرکت توده رنگی سیال از نمای بالا، فیلم برداری شد. این دوربین ویدئویی دارای کیفیت کامل^۳ و با قابلیت ضبط

1. PH
2. DC
3. Full HD

4. Azimuthal Velocity
5. Direct Numerical Simulation

تنها یک دسته از معادله‌های پیوستگی و مومنتم برای هر دو سیال در کل میدان، حل می‌شوند (معادله‌های (۷-۱۰)). از مختصات استوانه‌ای (r, θ, z) همراه با میدان سرعت (V_r, V_θ, V_z) استفاده می‌شود، به ترتیبی که، محور z را منطبق بر محور سیلندر و کف مخزن را منطبق بر صفحه $z=0$ در نظر گرفته می‌شود. برای بی‌بعدسازی معادله‌های حاکم، قطر لوله تخلیه d و سرعت جریان متوسط در آن $4Q/\pi d^2$ به عنوان مقیاس طول و سرعت در نظر گرفته می‌شود. بنابراین، فرم بی‌بعد شده معادله‌های حاکم، به شکلی که در ادامه آمده، در می‌آید.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rV_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(V_\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(V_z) = 0 \quad (7)$$

$$(V \cdot \nabla) V_r - \frac{V_\theta^2}{r} = -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\nabla^2 V_r - \frac{V_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} \right) \quad (8)$$

$$(V \cdot \nabla) V_\theta + \frac{V_r V_\theta}{r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\nabla^2 V_\theta + \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} - \frac{V_\theta}{r^2} \right) \quad (9)$$

$$(V \cdot \nabla) V_z = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{\text{Fr}} + \frac{1}{\text{Re}} (\nabla^2 V_z) \quad (10)$$

در اینجا، $\text{Re} = 4Q/\pi d\nu$ ، $\text{Fr} = 16Q^2/\pi^2 d^5 g$ ، بدست آوردن مقدار سیرکولاسیون (به عبارت دیگر، اندازه حرکت زاویه‌ای بر واحد جرم) هدف است که به فرم بی‌بعد و بابت به ترتیب، به شکل $\Gamma = rV_\theta$ و $\Gamma^* = r^*V_\theta^*$ تعریف می‌شوند.

در ورودی مخزن (شکل ۳ مشاهده شود)، سرعت محوری صفر است و با توجه به نتایج آزمایش، یک پروفیل سهموی برای سرعت‌های شعاعی و آزیموئال در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} V_r(\theta, z) &= \bar{V}_r(\theta)_{in} 1.5(-z^2 + 2z), \\ r &= 20, \quad 0 < z < 2 \\ V_\theta(\theta, z) &= \bar{V}_\theta(\theta)_{in} 1.5(-z^2 + 2z), \\ r &= 20, \quad 0 < z < 2 \\ V_z &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

در اینجا، $\bar{V}_\theta(\theta)_{in}$ و $\bar{V}_r(\theta)_{in}$ مقادیر متوسط V_θ و V_r در ورودی جریان می‌باشند که از نتایج آزمایش بدست می‌آیند.

در دیواره‌های جامد، همه سرعت‌ها صفر است و در این مرزها می‌توان نوشت:

$$V_r = 0, V_\theta = 0, V_z = 0 \quad (12)$$

۳-۲- روش محاسباتی

برای حل معادله‌های حاکم (۳-۱۰) و شرایط مرزی (۱۱) و

در این مطالعه، همانند مطالعه آزمایشگاهی، پایداری جریان چاه و امکان خودچرخشی در آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. علاوه بر این، تأثیر نامتقارنی در مرز ورودی بر روی سیرکولاسیون در میدان حل مورد توجه قرار می‌گیرد. شبیه‌سازی عددی با استفاده از نرم‌افزار فلونت ۱^{۶/۲} انجام می‌شود.

۳-۱- معادله‌های حاکم

در شکل ۳، جریان داخل مخزن استوانه‌ای مورد توجه قرار گرفته است. آب با دبی حجمی Q به صورت افقی وارد مخزن استوانه‌ای شده و سپس از طریق یک لوله تخلیه کوچک به قطر d واقع در کف مخزن، خارج می‌شود. جریان در مخزن استوانه‌ای، دائمی و غیر قابل تراکم فرض می‌شود.

مدل سهم حجمی سیال^۲ برای مدل‌سازی سطح آزاد و جریان دوفازی (آب و هوا) به کار می‌رود. با حل معادله پیوستگی سهم حجمی برای یکی از فازها (در اینجا، آب)، همان طور که در معادله ۳ آمده است، سطح بین فازها مشخص می‌شود. سهم حجمی هوا با استفاده از قید نشان داده شده در معادله (۴) محاسبه می‌شود:

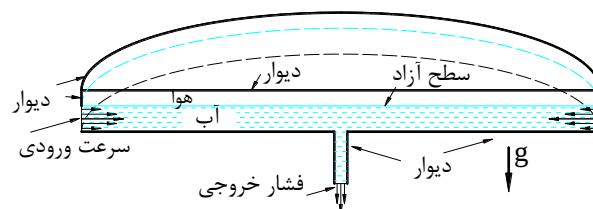
$$\vec{V} \cdot \nabla \varepsilon_w = 0 \quad (3)$$

$$\varepsilon_w + \varepsilon_a = 1 \quad (4)$$

در اینجا، ε_w و ε_a به ترتیب، سهم حجمی آب و هوا هستند. ویسکوزیته μ و جرم حجمی ρ در هر سلول محاسباتی بر اساس سهم حجمی متوسط وزنی، همان طور که در معادله‌های (۵) و (۶) نشان داده شده است، تعیین می‌شوند.

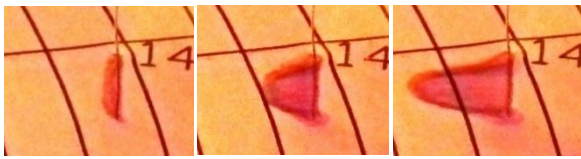
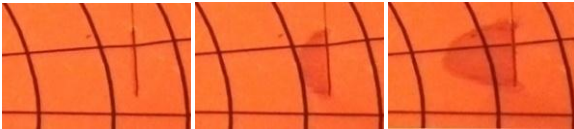
$$\rho = \varepsilon_w \rho_w + (1 - \varepsilon_w) \rho_a \quad (5)$$

$$\mu = \varepsilon_w \mu_w + (1 - \varepsilon_w) \mu_a \quad (6)$$

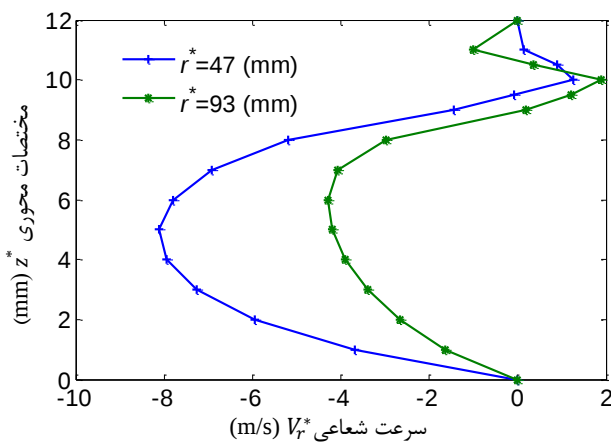


شکل ۳ نصف هندسه و تعاریف میدان شبیه‌سازی شده سه‌بعدی با ابعاد یکسان با هندسه آزمایش

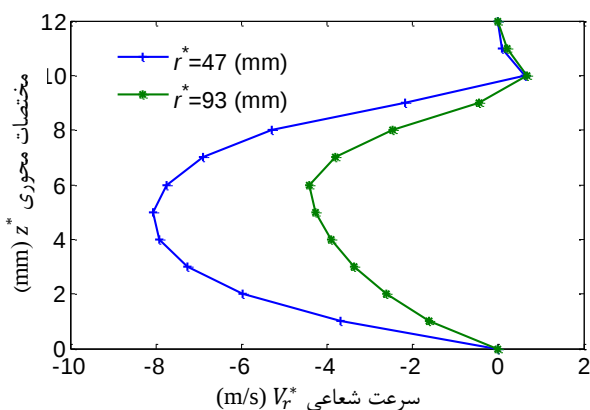
1. Fluent
2. Volume of Fraction

الف - $r^* = 93 \text{ mm}$ ب - $r^* = 47 \text{ mm}$

شکل ۴ دید از کنار تولید رنگ در اطراف سیم کاند در فواصل مختلف از لوله خروجی



الف - با نقاط شبکه ۵۲۸۰۰۰



ب - با نقاط شبکه ۳۹۶۰۰۰

شکل ۵ تغییرات سرعت شعاعی V_r^* نسبت به فاصله از کف مخزن در صفحه $\theta = 90^\circ$. ارتفاع مایع ۱۰ میلی متر است.

حداکثر اختلاف ارتفاع سطح آزاد حدود ۰/۱ میلی متر

(۱۲) از روش گسسته سازی حجم محدود استفاده شد. از الگوریتم سیمپل^۱ برای حل معادله اصلاح فشار استفاده و برای گسسته سازی ترم های جابجایی از روش پادبادسو درجه دوم استفاده شد. همچنین از یک شبکه بی سزمان استفاده و دیده شد که با استفاده از یک شبکه با ۵۲۸۰۰۰ سلول شش وجهی، می تواند به جواب مستقل از شبکه رسید.

۴- نتایج و تفسیر

در ادامه، نتایج آزمایشگاهی مربوط به عدد رینولدز $Re = 4250$ آورده می شود که در این عدد رینولدز، دبی حجمی Q ، قطر لوله تخلیه d و ویسکوزیته سینماتیکی ν به ترتیب برابر با 60 (l/h) ، 5 mm و $1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ هستند. در این شرایط، دبی حجمی آزمایش حاضر Q حدود $1/7$ برابر مقدار بحرانی بدست آمده در [۸] می باشد و همچنین، عدد رینولدز Re تحقیق حاضر به ترتیب حدود $3/1$ و $9/5$ برابر مقادیر بحرانی در [۹] و [۱۱] است. در چند پاراگراف بعد، نشان داده خواهد شد که، حتی با انتخاب این عدد رینولدز بالا، خودچرخشی در جریان دیده نخواهد شد. در ادامه، ابتدا تغییرات سرعت شعاعی در راستای محوری بحث می شود. سپس، نتایج تغییرات سرعت شعاعی و سیرکولاسیون مرتبط با خودچرخشی در میدان جریان آورده و تفسیر می شود.

۴-۱- تغییرات محوری سرعت شعاعی

تصاویر متوالی و دید از کنار حرکت توده رنگی در شکل ۴ نشان داده شده است. همان طور که دیده می شود، سرعت شعاعی در کف مخزن، صفر است و مقدار حداکثر آن در میانه ارتفاع آب رخ می دهد و در سطح آزاد، مقدار آن ناچیز است. این نتیجه آزمایشگاهی با مقدار متناظر خود در شبیه سازی عددی هماهنگی دارد (شکل ۵). از طرف دیگر، به دلیل عدم وجود تنش در سطح آزاد، انتظار می رود که سرعت در سطح آزاد حداکثر باشد نه در میانه ارتفاع آب. در ادامه، این تناقض توضیح داده می شود.

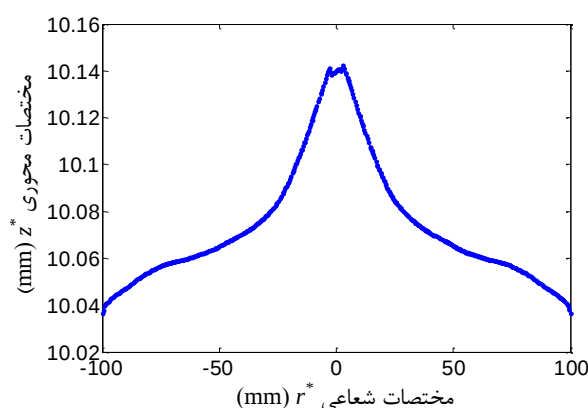
شکل ۶، ارتفاع سطح آزاد مایع در امتداد یک خط را نشان می دهد. همان طور که مشاهده می شود، سطح آزاد دارای سطح تخت نمی باشد و در شعاع های کم و نزدیک سوراخ خروجی دارای حداکثر ارتفاع است.

در شکل ۵ مشاهده می‌شود که در نزدیک سطح آزاد و در حدود ۱ میلی‌متر زیر سطح آزاد (۱۰ میلی‌متر $z^* < 9$ میلی‌متر)، سرعت شعاعی دارای جهت مخالف با جریان آب غالب دارد و به عبارت دیگر، جریان برگشتی مشاهده می‌شود. این پدیده در نتایج آزمایشگاهی نشان داده شده در شکل ۴ مشاهده نمی‌شود. بنابراین می‌توان گفت که شبیه‌سازی عددی، جریان نزدیک به سطح آب را به درستی مدل نکرده است. از طرف دیگر، با مقایسه شکل‌های ۵-الف و ۵-ب دیده می‌شود که جریان برگشتی به تعداد شبکه محاسباتی حساس است. بنابراین انتظار می‌رود که با افزایش تعداد نقاط شبکه محاسباتی، این مشکل حل شود. در مطالعه عددی حاضر، به دلیل محدودیت ظرفیت رایانه‌ای، افزایش تعداد شبکه امکان‌پذیر نیست. لازم به ذکر است که مقدار سیرکولاسیون بدست آمده از نتایج شبیه‌سازی، مستقل از تعداد شبکه محاسباتی موجود است.

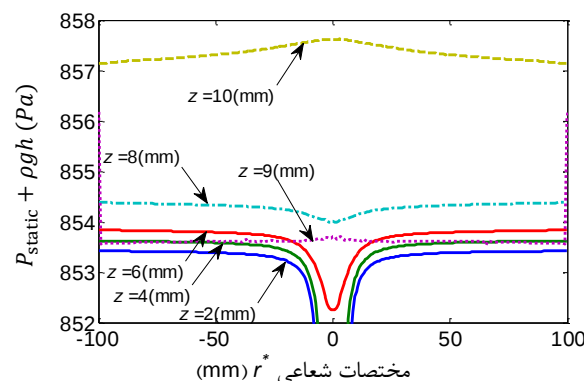
۴-۲- نتایج مرتبط به خودچرخشی

در شکل ۸، تصاویر حرکت توده رنگی در خطوط جریان شماره ۱ تا ۵ و ۱۲ و در زمان‌های ۰، ۶، ۹ و ۱۲ ثانیه نشان داده شده است. لازم به ذکر است که زمان $t=0$ مربوط به لحظه‌ای است که نوک توده رنگی به شعاع ۱۰۰ میلی‌متر از سوراخ تخلیه برسد. از شکل ۸، مشاهده می‌شود که هر دوی سرعت شعاعی و آزمون‌تال در خطوط جریان‌های مختلف دارای مقادیر متفاوت هستند و از یک خط جریان نسبت به خط جریان دیگری تغییر می‌کنند. در یک زمان معین، فاصله طی شده توسط نوک توده رنگی در خطوط جریان مختلف متفاوت است که نشان دهنده سرعت شعاعی مختلف در آنها است. با توجه به شکل ۸، سرعت شعاعی از خط جریان شماره ۵ تا ۱ افزایش می‌یابد. اضافه بر آن، از جهت حرکت توده رنگی نسبت به خطوط شعاعی صفحه مدرج شده، می‌توان جهت سرعت آزمون‌تال V_θ^* را استخراج کرد. برای مثال، جهت V_θ^* برای خطوط جریان شماره ۱ تا ۵ مثبت است اگر جهت خلاف عقربه‌های ساعت، مثبت فرض شود. به دو نمایش مختلف، سرعت شعاعی مربوط به خطوط جریان مختلف در شکل ۹ نشان داده شده است. دیده می‌شود که سرعت شعاعی با کاهش شعاع، افزایش می‌یابد، که به دلیل قانون بقای جرم است. همچنین این سرعت دارای تقارن محوری نیست و تابع پیوسته و آرام از θ ، به شکل

می‌باشد، که نسبت به ارتفاع آب (۱۰ میلی‌متر) مقداری ناچیز است. این تغییر کوچک در ارتفاع آب منجر به حالت خاصی از تغییرات فشار در جریان مایع می‌شود. در شکل ۷، تغییرات فشار در جریان مایع در ارتفاعات مختلف از کف مخزن نشان داده شده است. همان‌طور که دیده می‌شود، در ارتفاع کمتر از ۸ میلی‌متر، فشار به سمت سوراخ خروجی کاهش می‌یابد. با این وجود، در ارتفاع بالاتر از ۸ میلی‌متر، فشار رفتار برعکس دارد و فشار به سمت سوراخ خروجی افزایش می‌یابد. این نوع رفتار خاص از گرادین فشار می‌تواند توجیهی بر حداکثر بودن سرعت در میانه ارتفاع آب و ناچیز بودن سرعت در سطح آزاد باشد. گرادین فشار هم جهت با سرعت در ارتفاع کمتر از ۸ میلی‌متر سبب شتاب و افزایش سرعت آب می‌شود. همچنین، گرادین فشار مخالف با جهت سرعت متوسط در ارتفاع بالاتر از ۸ میلی‌متر با تنش برشی وارد شده از طرف لایه زیرین مقابله می‌کند و سرعت در سطح آزاد ناچیز باقی می‌ماند.



شکل ۶ تغییرات ارتفاع سطح آزاد مایع از کف مخزن نسبت به فاصله از سوراخ خروجی (r^*) در راستای خط $\theta=90^\circ$

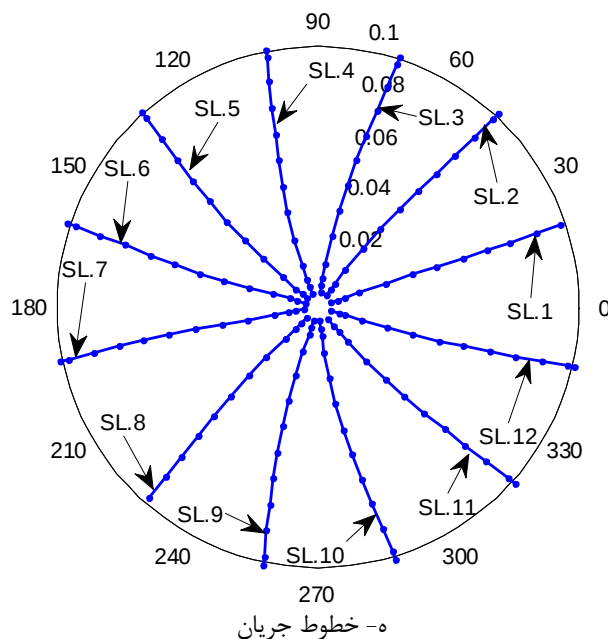
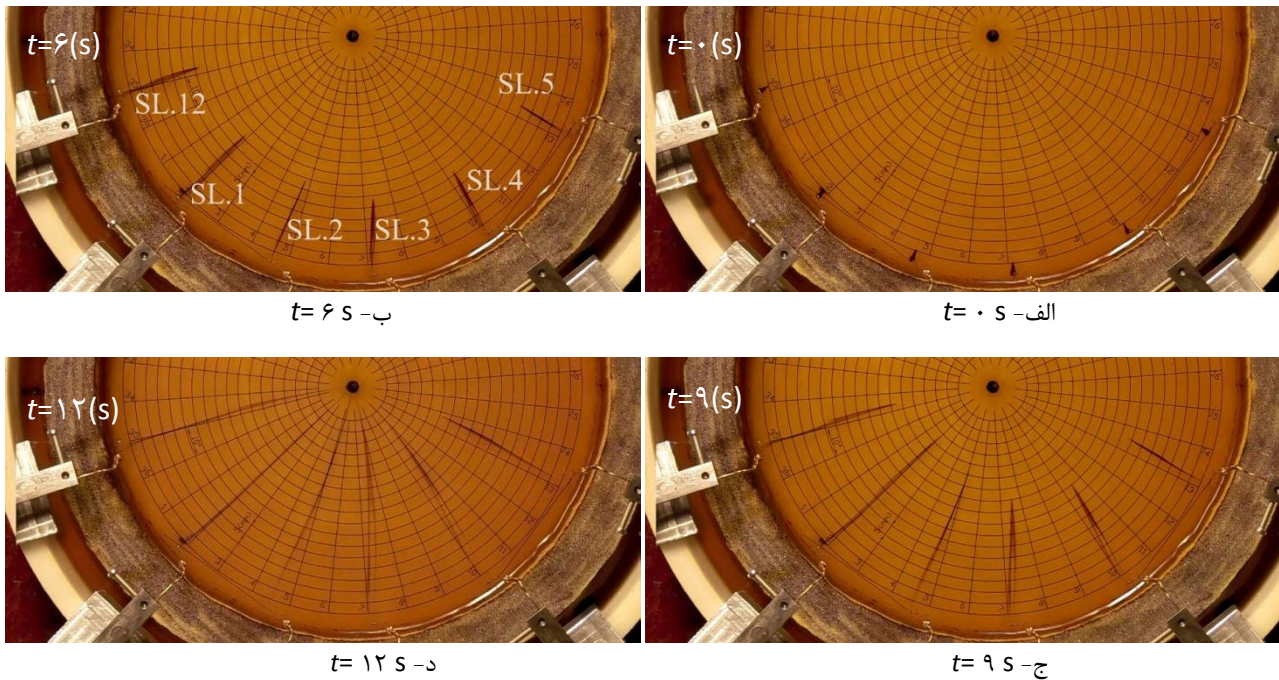


شکل ۷ تغییرات پارامتر $P_{static} + \rho gh$ نسبت به فاصله از سوراخ خروجی (r^*) در ارتفاع‌های مختلف در صفحه $\theta=90^\circ$

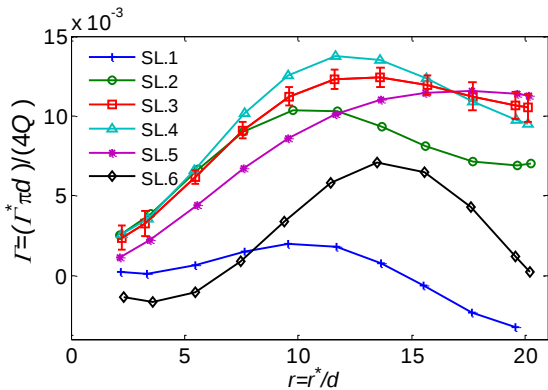
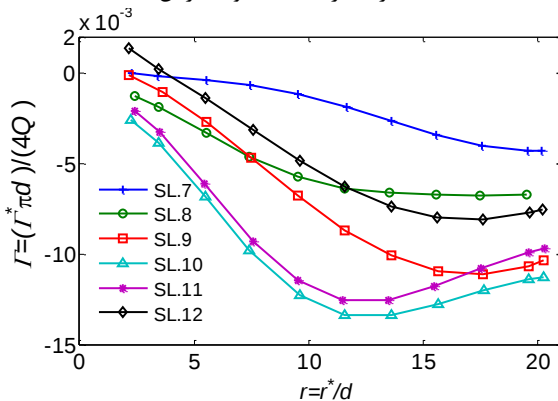
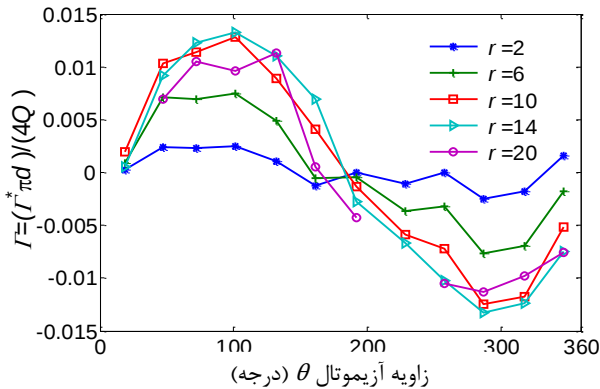
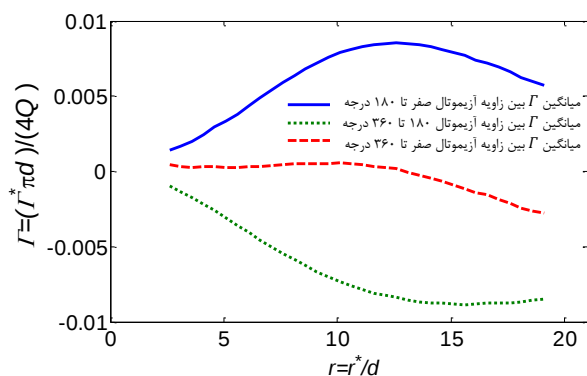
خطای اندازه‌گیری سرعت شعاعی با کاهش شعاع است (به پیوست مراجعه شود). لازم به ذکر است که با توجه اینکه خطوط جریان ۱ تا ۱۲ تقریباً در میانه عمق آب ($z^* \sim 5 \text{ mm}$) هستند، بنابراین، نتایج V_r^* مربوط به خطوط جریان نیز در همین عمق هستند.

$V_r(\theta) = a + b \sin(\theta/2)$ می‌باشد که a ، b مقادیر ثابت هستند. مقادیر حداکثر و حداقل V_r^* به ترتیب، متناظر با خط جریان ۱ ($\theta = 20^\circ$) و ۷ ($\theta = 190^\circ$) هستند.

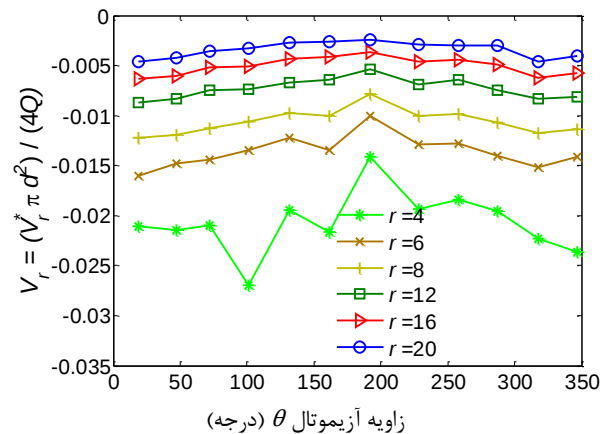
از شکل ۹-الف مشاهده می‌شود که سرعت شعاعی در شعاع‌های زیاد دارای نظم و تغییرات آرام است ولی با کاهش شعاع، نظم موجود کاسته می‌شود. دلیل این موضوع، افزایش



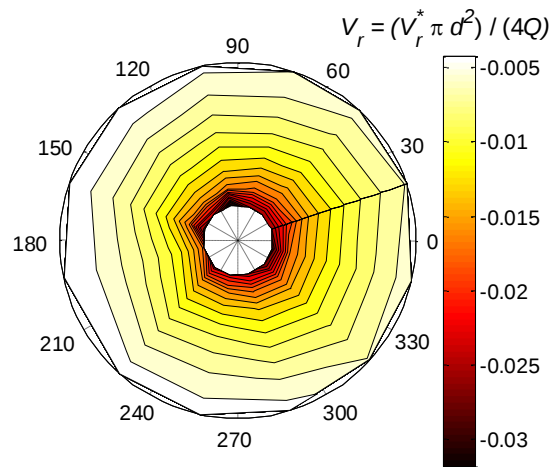
شکل ۸ الف تا د- تصاویر متوالی از نمای بالا و از حرکت توده رنگ در امتداد خطوط جریان ۱ تا ۱۲ در زمان‌های مختلف ه- خطوط جریان ۱ تا ۱۲ در صفحه $r - \theta$ استخراج شده از نتایج آزمایش

الف- تغییر Γ در امتداد خطوط جریان ۱ تا ۶ب- تغییر Γ در امتداد خطوط جریان ۷ تا ۱۲ج- تغییرات آزمونالی Γ در شعاعهای مختلف

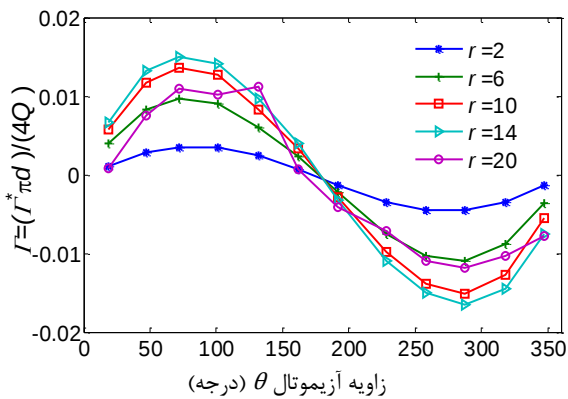
د- میانگین سیرکولاسیون در نیمه بالایی، پایینی و کل جریان

شکل ۱۰ نتایج آزمایشگاهی سیرکولاسیون بی بعد Γ زاویه آزمونالی θ (درجه)

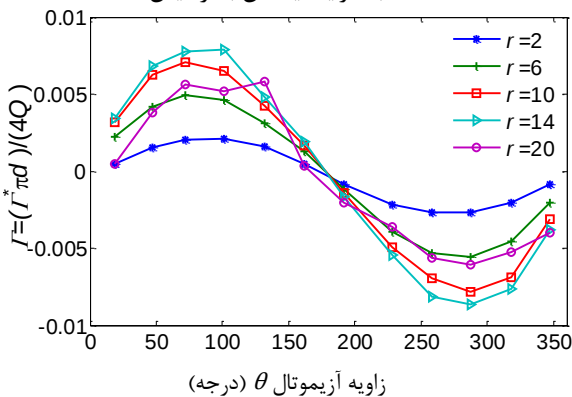
الف- تغییرات آزمونالی سرعت شعاعی

ب- کانتور نتایج قسمت (الف) در صفحه $r - \theta$ شکل ۹ نتایج آزمایشگاهی تغییرات سرعت شعاعی بی بعد V_r مربوط به خطوط جریان ۱ تا ۱۲

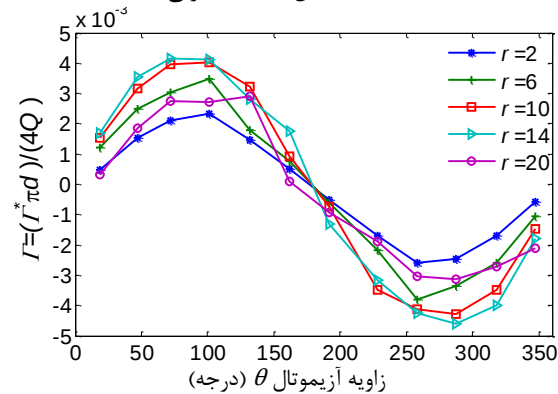
تغییر سیرکولاسیون در امتداد خطوط جریان شماره ۱-۱۲ در شکل ۱۰ نشان داده شده است. در امتداد همه خطوط جریان، مقدار قدر مطلق سیرکولاسیون از ورودی ($r=20$) تا شعاع $r=12$ افزایش می‌یابد، بعد از آن به سمت لوله خروجی کاهش می‌یابد به نحوی که مقدار آن در نزدیک لوله خروجی به صفر میل می‌کند. دیده می‌شود علامت سیرکولاسیون برای خطوط جریان شماره ۱ تا ۶ (به عبارت دیگر، $\theta=0$ تا $\theta=180$) مثبت و برای خطوط جریان شماره ۷ تا ۱۲ (به عبارت دیگر، $\theta=180$ تا $\theta=360$) منفی می‌باشد. با توجه به این موضوع، در شکل ۱۰-د دیده می‌شود که میانگین مقدار سیرکولاسیون نسبت به زاویه θ در فاصله $\theta=0$ تا $\theta=180$ مثبت و در فاصله $\theta=180$ تا $\theta=360$ منفی است.



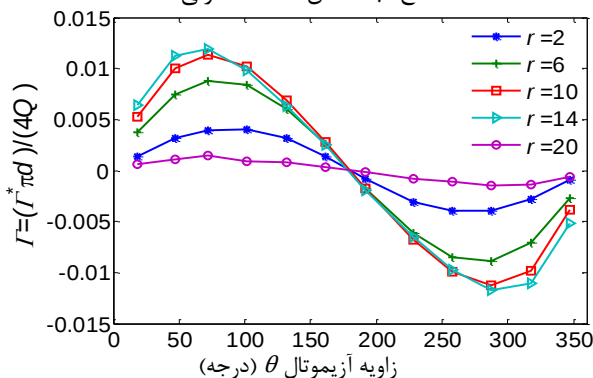
الف- با شرایط یکسان با آزمایش



ب- با کاهش ۱:۲ نامتقارنی



ج- با کاهش ۱:۴ نامتقارنی

د- با مقدار سیرکولاسیون ورودی صفر شعاعی و مقدار سیرکولاسیون
شکل ۱۱ نتایج عددی سیرکولاسیون بی بعد Γ

میانگین مقدار سیرکولاسیون در کل جریان ($\theta=0$) تا $\theta=360$ در شکل ۱۰- د نشان داده شده است. همان طور که دیده می‌شود، مقدار قدرمطلق خالص سیرکولاسیون در راستای جریان (از شعاع زیاد به شعاع کم) کاهش پیدا می‌کند و به مقدار کمی می‌رسد. به عبارت دیگر، خالص سیرکولاسیون در میدان جریان نسبت به مقدار خالص آن در ورودی جریان، افزایش نیافته است. این موضوع نشان دهنده، عدم تولید سیرکولاسیون و بنابراین عدم وجود خودچرخشی در جریان چاه است. پدیده خودچرخشی به صورت عددی با انتخاب هندسه و شرایط مرزی یکسان با آزمایش مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج عددی سیرکولاسیون نسبت به زاویه آزیموتال و در شعاع‌های مختلف در شکل ۱۱- الف آورده شده است. این نتیجه عددی با نتیجه آزمایشگاهی متناظر آمده در شکل ۱۰- ج قابل مقایسه است. دیده می‌شود که بین نتایج شبیه‌سازی و آزمایش توافق خوبی وجود دارد، اگر چه مقادیر حداکثر و حداقل سیرکولاسیون و موقعیت وقوع آنها کمی متفاوت است. این خطاها، ممکن است ناشی از خطای ذاتی آزمایشگاهی، تخت و یا صاف نبودن کف مخزن و تراز افقی نبودن مخزن باشد.

برای بررسی تأثیر نامتقارنی ورودی، نامتقارنی سرعت شعاعی ورودی $(V_r(\theta) - \bar{V}_r)$ و همچنین مقدار سیرکولاسیون ورودی $\Gamma(\theta)$ به ۱:۲ و ۱:۴ مقادیر آزمایشگاهی کاهش یافت و نتایج شبیه‌سازی عددی در شکل‌های ۱۱- ب و ۱۱- ج به ترتیب نشان داده شد. همان طور که دیده می‌شود، در کل میدان، مقادیر سیرکولاسیون نزدیک به ۱:۲ و ۱:۴ کاهش یافته است. این موضوع نشان می‌دهد که منشاء سیرکولاسیون دیده شده در آزمایش جریان چاه ناشی از نامتقارنی سرعت شعاعی ورودی و غیر صفر بودن سیرکولاسیون در ورودی است. بنابراین، اگر این عوامل خارجی در ورودی (نامتقارنی) حذف شوند، سیرکولاسیون در جریان چاه می‌تواند کاملاً حذف شود. این موضوع تأیید می‌کند که تولید سیرکولاسیون در جریان چاه خود به خودی نیست.

یک شبیه‌سازی دیگری تحت شرایط یکسان با آزمایش به استثناء انتخاب مقدار صفر برای مقدار سیرکولاسیون در ورودی انجام شد. نتیجه شبیه‌سازی در شکل ۱۱- د آمده است. همان طور که دیده می‌شود تفاوت نتیجه شبیه‌سازی با نتیجه آزمایش (شکل ۱۰- ج) ناچیز است.

مقایسه شکل‌های ۱۰-ج، ۱۱-ب و ۱۱-ج و نتیجه حاضر نشان می‌دهد که دلیل اصلی ایجاد سیرکولاسیون در میدان جریان، نامتقارنی سرعت شعاعی است و سیرکولاسیون ورودی نقش کمتری دارد.

همان طور که از نتایج شبیه‌سازی عددی مشاهده شد، دلیل اصلی عامل ایجاد سیرکولاسیون دیده شده در نتایج آزمایشگاهی، نامتقارنی سرعت شعاعی در ورودی جریان است. تحت این شرایط، ذرات سیال از نقاطی با سرعت شعاعی ورودی زیاد به سمت نقاطی با سرعت شعاعی کمتر حرکت می‌کنند و منجر به تشکیل سیرکولاسیون مثبت و منفی در جریان می‌شوند.

همان طور که در مقدمه مقاله گفته شد. وجود پدیده خودچرخشی در جریان چاه توسط آزمایش‌های [۸-۱۱] ادعا شده است. با این وجود، در مطالعه آزمایشگاهی و عددی حاضر، وجود این پدیده رد شد. به نظر می‌رسد که مطالعات آزمایشگاهی گذشته تفسیر نادرستی از نتایج آزمایش داشته‌اند و می‌توان به دلایلی که در ادامه می‌آید اشاره کرد: الف- در این آزمایش‌ها، مقدار V_θ اندازه‌گیری، ارائه و تفسیر شده است در حالی که مقدار V_θ در امتداد جریان دارای تغییرات زیادی است و مناسب‌تر بود که کمیت سیرکولاسیون Γ ، مانند تحقیق حاضر، مورد توجه قرار می‌گرفت. ب- اندازه‌گیری و ارائه نتایج برای کل میدان جریان صورت نگرفته است و محدود به یک نقطه [۸، ۱۰، ۱۱] و یا خط [۹] بوده است و به طور خاص، مقدار V_θ در ورودی آزمایش تعیین نشده است و به عبارت دیگر، صفر در نظر گرفته شده است که به نظر، این فرض نادرست است. ج- در این مطالعات، جریان چاه متقارن محوری فرض شده است. در صورتی که در مطالعه حاضر مشخص شد که جریان دارای تقارن نیست. د- غالب مطالعات عددی دوبعدی و سه‌بعدی امکان وجود پدیده خودچرخشی در جریان چاه را نفی کرده‌اند [۱۲-۱۴]. ه- وجود پدیده خودچرخشی در جریان چاه در تناقض با اصل بقای اندازه حرکت زاویه‌ای است [۱۵].

۵- نتیجه‌گیری

این مطالعه به منظور تحقیق بر روی امکان تولید سیرکولاسیون در غیاب عوامل خارجی (به عبارت دیگر، خودچرخشی) در جریان چاه و در دو حالت آزمایشگاهی و

عددی انجام شد. در مطالعه آزمایشگاهی، تغییر سیرکولاسیون در امتداد خطوط جریان مختلف مطالعه شد. دبی حجمی تخلیه و عدد رینولدز چندین برابر مقادیر بحرانی انتخاب شدند. نتایج آشکار کرد که مقدار خالص سیرکولاسیون در میدان جریان نسبت به مقدار خالص آن در ورودی، افزایش نمی‌یابد که نشان دهنده این موضوع است که در غیاب عوامل خارجی، خودچرخشی در جریان چاه رخ نمی‌دهد. شبیه‌سازی عددی مسأله با شرایط مرزی و هندسه یکسان با آزمایش انجام شد و نشان داد که مقادیر مثبت و منفی سیرکولاسیون دیده شده در آزمایش ناشی از نامتقارنی سرعت شعاعی و غیر صفر بودن سیرکولاسیون در ورودی است و با کاهش این عوامل بوسیله طراحی مناسب ورودی، سیرکولاسیون در میدان جریان می‌تواند به طور کامل حذف شود. این موضوع، یک بار دیگر، تأکید می‌کند که تولید خود به خودی سیرکولاسیون در جریان چاه وجود ندارد.

۶- فهرست علائم

d	قطر لوله خروجی (m)
Fr	عدد فرود $Fr = 16Q^2/(\pi^2 d^5 g)$
g	شتاب جاذبه ($m s^{-2}$)
H	ارتفاع سطح آزاد (m)
P	فشار بی بعد $P = P^* \pi^2 d^4 / (16\rho Q^2)$
Q	نرخ دبی حجمی ($m^3 s^{-1}$)
R	شعاع مخزن (m)
r^*	مختصات شعاعی (m)
r	مختصات شعاعی بی‌بعد $r = r^*/d$
Re	عدد رینولدز $Re = 4Q/(\pi d \nu)$
SL	خط جریان
V_r^*	سرعت شعاعی ($m s^{-1}$)
V_θ^*	سرعت آزیموئال ($m s^{-1}$)
V_z^*	سرعت محوری ($m s^{-1}$)
$V_{r-\theta}^*$	سرعت در صفحه $r-\theta$ ($m s^{-1}$)
V_r	سرعت شعاعی بی‌بعد $V_r = V_r^* \pi d^2 / 4Q$
V_θ	سرعت آزیموئال بی‌بعد $V_\theta = V_\theta^* \pi d^2 / 4Q$
V_z	سرعت محوری بی‌بعد $V_z = V_z^* \pi d^2 / 4Q$
z^*	مختصات محوری (m)
z	مختصات محوری بی‌بعد $z = z^*/d$

علائم یونانی:

ν	ویسکوزیته سینماتیکی ($m^2 s^{-1}$)
μ	ویسکوزیته دینامیکی (Pa s)
ρ	جرم حجمی ($kg m^{-3}$)
ε	سهم حجمی
α	زاویه بین سرعت شعاعی و خط جریان متناظر (رادیان)
Γ^*	سیرکولاسیون یا مومنتم زاویه‌ای بر واحد جرم ($m^2 s^{-1}$)
Γ	سیرکولاسیون بی بعد $\Gamma = \Gamma^* \pi d / 4Q$

زیرنویس‌ها:

w	آب
a	هوا

۷- پیوست، تحلیل خطای نتایج آزمایش

در پیوست حاضر، تحلیل خطای^۱ نتایج آزمایشگاهی آورده می‌شود. پارامترهای مهم آزمایشگاهی اندازه‌گیری شده، α (شکل ۲)، سرعت شعاعی V_r^* و سیرکولاسیون Γ^* می‌باشند. با توجه به معادله (۲)، مقدار خطای Γ^* را می‌توان بر حسب خطایی پارامترهای α ، V_r^* و r^* حساب کرد. دقت تعیین r^* نسبت به دو پارامتر دیگر بسیار بیشتر است و باید پارامترهای α و V_r^* مورد توجه قرار گیرد. با توجه به فصل ۳ مرجع [۱۸]، مقدار خطای Γ^* را می‌توان از رابطه زیر حساب کرد:

$$\frac{\Delta \Gamma^*}{\Gamma^*} = \sqrt{\left(\frac{\Delta V_r}{V_r}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \alpha}{\alpha}\right)^2} \quad (پ-۱)$$

در ادامه، انواع خطاهای متصور تاثیرگذار بر دقت اندازه‌گیری α و V_r^* بحث می‌شود.

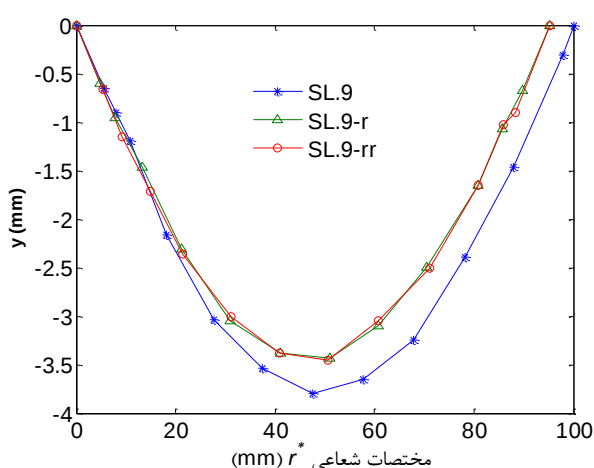
۱- تعیین مختصات دقیق نقاط مسیر حرکت نوک توده رنگی و مرکز سوراخ خروجی با نرم‌افزار اتوکد^۲، بر دقت مقدار α موثر است. چون این نوع خطا، از نوع تصادفی می‌باشد، می‌توان با تکرار اندازه‌گیری، مقدار خطای اندازه‌گیری را برآورد کرد. در شکل پ-۱ و شکل پ-۲ مسیر خط جریان و مقدار α برای خط جریان شماره ۹ با سه بار تکرار اندازه‌گیری با اتوکد نشان داده شده است. برای تعیین این مسیر، مرکز محور مختصات نرم‌افزار اتوکد بر روی مرکز سوراخ خروجی قرار داده شد و محور شعاعی (r) منطبق بر مرکز سوراخ خروجی و

دورترین نقطه اندازه‌گیری شده نسبت به مرکز، قرار داده شد و همچنین محور y عمود بر محور r و در جهت مثبت آزیموئال قرار دارد.

همان طور که از شکل پ-۱ مشاهده می‌شود، مسیر خط جریان با برچسب SL.9 نسبت به دو اندازه‌گیری دیگر دارای اختلاف زیاد است. علت این موضوع مربوط به متفاوت بودن محور مختصات به کار رفته است. از طرف دیگر، همان طور که در شکل پ-۲ دیده می‌شود، متفاوت بودن محور مختصات بر نتایج α تأثیری ندارد. این موضوع به دلیل مستقل بودن α از محل محور مختصات است. برچسب‌های SL.9-r و SL.9-rr مربوط به اندازه‌گیری‌هایی است که از دستگاه مختصات یکسان استفاده شده است. اختلاف بین مقادیر y مربوط به این دو برچسب که در حدود ± 0.025 تا ± 0.040 میلی‌متر می‌باشد، معرف خطای تعیین مختصات نقاط مسیر حرکت با نرم‌افزار اتوکد می‌باشد.

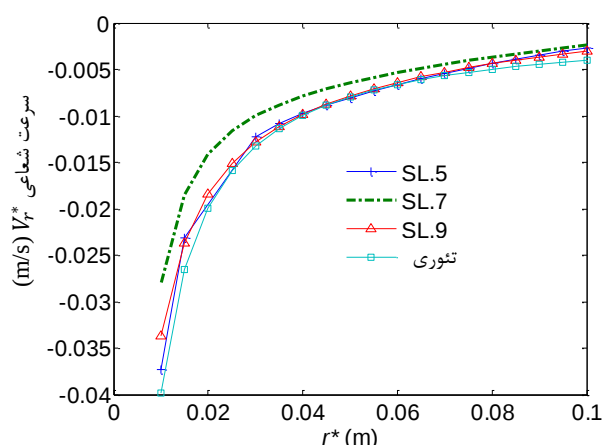
با توجه به شکل پ-۲ می‌توان گفت محدوده خطای مقدار α بین $\pm 0.2^\circ$ تا $\pm 0.4^\circ$ متغیر است.

۲- خطای تعیین سرعت شعاعی خطوط جریان (شکل ۲): در شکل پ-۳ و شکل پ-۴ سرعت شعاعی جریان بر روی چند خطوط جریان نشان داده شده است. اضافه بر این مقادیر اندازه‌گیری شده، مقدار سرعت شعاعی متوسط نیز، بر اساس محاسبه تئوری و دبی خروجی اندازه‌گیری شده، در شکل‌ها نشان داده شده است.



شکل پ-۱ مسیر خط جریان شماره ۹ با سه بار تکرار اندازه‌گیری با نرم‌افزار اتوکد

1. Error Analysis
2. AutoCAD



شکل پ-۴ سرعت شعاعی اندازه‌گیری شده بر روی خط جریان‌های ۵، ۷ و ۹ به همراه مقدار متوسط سرعت شعاعی از پیش‌بینی تئوری

علت زیاد بودن خطا در شعاع‌های کم، افزایش مقدار خطای تعیین مدت زمان حرکت نوک توده رنگی بین دو فاصله شعاعی معین و همچنین افزایش خطای تقریب سرعت لحظه‌ای از سرعت متوسط می‌باشد.

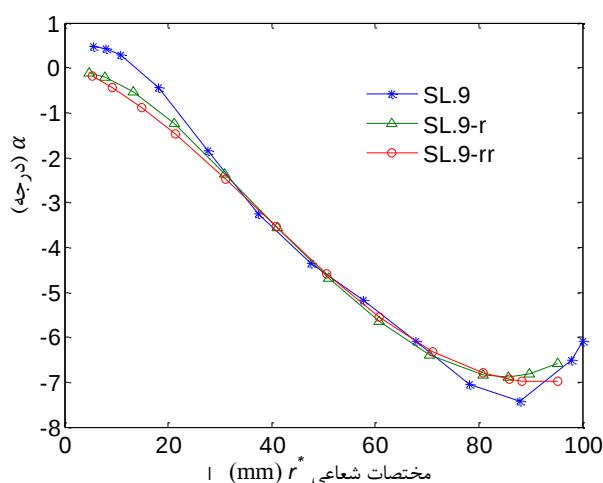
۳- خطای ناشی از تغییر شرایط آزمایش نسبت به زمان: در آزمایش، اگر برخی از پارامترها تنظیم شده، نسبت به زمان تغییر کنند، باعث خطا در نتایج می‌شوند. با توجه به بررسی که بر روی نتایج اندازه‌گیری در دو زمان مختلف با شرایط آزمایش یکسان (دبی یکسان، ارتفاع آب یکسان، محل قرارگیری سیم مسی و محل چیدمان آزمایش) انجام شد. اختلاف بین مقدار زاویه α مربوط به این دو زمان حداکثر حدود $\pm 0.25^\circ$ می‌باشد که از خطای اندازه‌گیری α ذکر شده در بند ۱ کمتر است. به عبارت دیگر، خطای غیر دائمی بودن شرایط آزمایش کمتر از خطای اندازه‌گیری مقدار α است.

۴- خطای ناشی از فرو کردن سیم مسی در آب: وجود سیم مسی در بالا دست جریان برای تولید رنگ، ممکن است، خطای نتایج آزمایشگاهی را زیاد کند. براساس تئوری دنباله آرام، در فاصله تقریبی ۷۰ برابر قطر سیم، سرعت توده رنگ شده به سرعت جریان آزاد می‌رسد. با توجه به قطر سیم ۰/۱ میلی‌متر به کار رفته می‌توان گفت، خطای ناشی از وجود سیم، در فاصله پایین‌دست ۷ میلی‌متر از بین می‌رود.

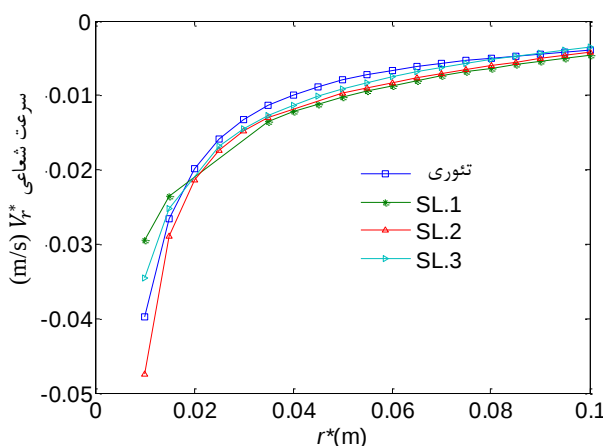
۵- خطای ضریب شکست آب: به دلیل متفاوت بودن ضریب شکست نور بین آب و هوا، مسیر نور در سطح آب دچار شکست می‌شود. این موضوع، باعث تغییر طول ابعاد

به دلیل عدم تقارن محوری جریان وارد شده به مخزن آزمایش، سرعت شعاعی اندازه‌گیری شده دارای مقادیر کمتر و بیشتر از مقدار متوسط سرعت شعاعی هستند.

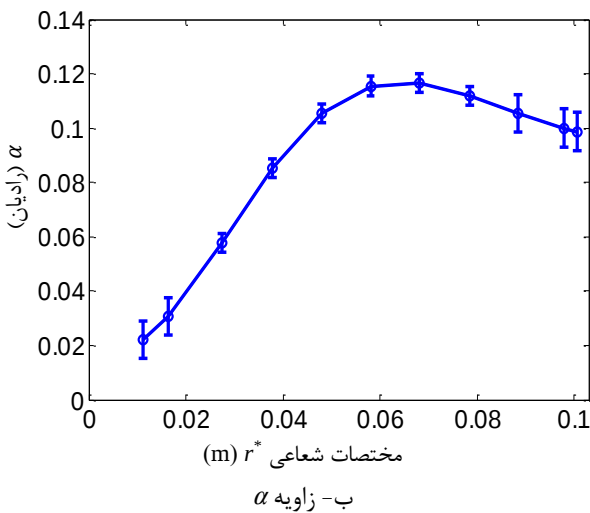
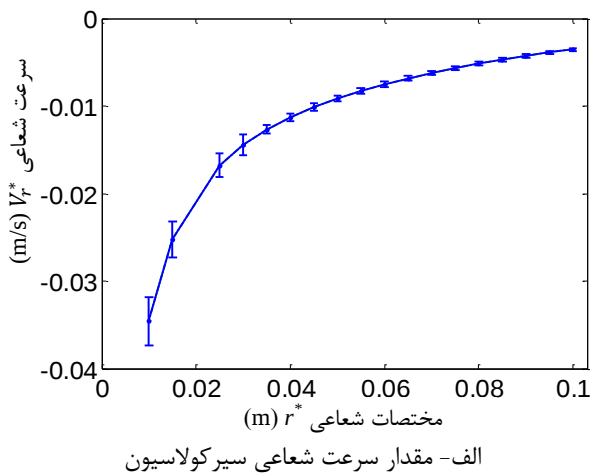
با توجه به شکل پ-۳ و شکل پ-۴ می‌توان گفت که پراکندگی مقادیر اندازه‌گیری شده نسبت به همدیگر و نسبت به مقدار متوسط تئوری کم و مورد قبول است. با توجه به مقدار پراکندگی، می‌توان دقت مقادیر اندازه‌گیری را تعیین کرد. مقدار خطای سرعت شعاعی با توجه به این شکل‌ها در محدوده ± 0.0015 m/s تا ± 0.025 m/s متغیر است که حد بالایی خطا مربوط به شعاع‌های کم، می‌باشد.



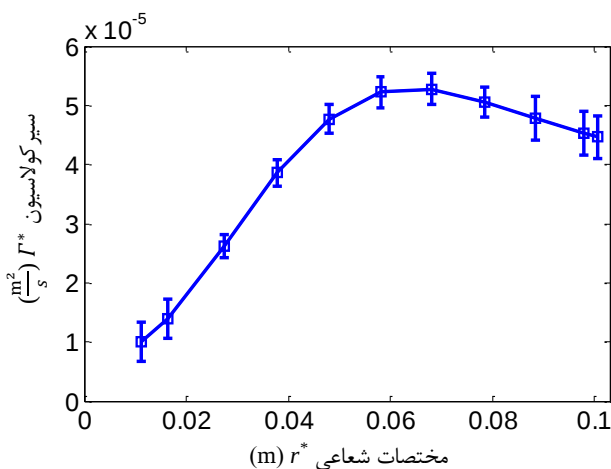
شکل پ-۲ زاویه α مربوط خط جریان شماره ۹ با سه بار تکرار اندازه‌گیری با نرم‌افزار اتوکد



شکل پ-۳ سرعت شعاعی اندازه‌گیری شده بر روی خط جریان‌های شماره ۱، ۲ و ۳ به همراه مقدار متوسط سرعت شعاعی از پیش‌بینی تئوری



شکل پ- ۵ زاویه α و مقدار سرعت شعاعی اندازه‌گیری شده بر روی خط جریان شماره ۳ و محدوده خطای آن



اندازه‌گیری می‌شود که رابطه مستقیم با ارتفاع آب و رابطه عکس با فاصله دوربین از مخزن آزمایش دارد. با انتخاب فاصله دوربین از مخزن آزمایش برابر با ۲۰۰۰ میلی‌متر و ارتفاع آب ۱۰ میلی‌متر، خطای ناشی از ضریب شکست آب کمتر از ۰/۱٪ برآورد می‌شود، که بسیار ناچیز است.

۶- خطای عدم عمود بودن مسیر دید دوربین فیلم‌برداری نسبت به خطوط جریان: تصویربرداری با زاویه غیر عمود باعث کاهش طول یک جسم در یک جهت می‌شود. این خطا، وابسته به فاصله دوربین از مخزن آزمایش است. در آزمایش سعی شد که با قرار دادن دوربین در فاصله ۲۰۰۰ میلی‌متر، این خطا به حداقل برسد. با توجه به برآوردی که صورت گرفت، این خطا کمتر از ۰/۲٪ برآورد شد.

۷- خطای عدسی دوربین: برخی از عدسی دوربین‌ها کیفیت خوبی ندارند و شکل دایروی را به صورت بیضی‌گون نشان می‌دهد. این خطا با مقیاس کردن^۱ تصویر در مکانی و جهتی که اندازه‌گیری در آن محل و جهت انجام می‌شود، به حداقل می‌رسد و مقدار خطا، قابل صرفه‌نظر کردن می‌شود.

۸- خطای دبی‌سنج، مقدار ارتفاع آب در مخزن، تراز نبودن مخزن، مسطح نبودن کف مخزن: می‌توان گفت این خطاها بر دقت اندازه‌گیری I^* تاثیری ندارند زیرا مقدار I^* به طور مستقیم اندازه‌گیری می‌شود و از این کمیت‌ها برای محاسبه I^* استفاده نمی‌شود. مقدار خطای دبی‌سنج در محاسبه عدد رینولدز موثر است که مقدار خطای دبی سنج برابر با ۱/۷٪ بود. خطای تعیین ارتفاع آب در مخزن، تراز نبودن مخزن و مسطح نبودن کف مخزن می‌تواند در عدم دقیق بودن مدل‌سازی عددی سه‌بعدی جریان آزمایش مؤثر باشد و امکان مقایسه نتایج آزمایش با نتایج عددی را با مشکل روبرو کند.

در شکل پ-۵ مقدار سرعت شعاعی V_r^* و مقدار زاویه α برای خط جریان شماره ۳ با محدوده خطای آنها نشان داده شده است. با توجه به محدوده خطای محاسبه شده برای پارامترهای α ، V_r^* و معادله (پ-۱) می‌توان محدوده خطای I^* را حساب کرد که در شکل پ-۶ نشان داده شده است. لازم به ذکر است که خط جریان شماره ۳ به صورت اختیاری برای نشان دادن محدوده خطای مقادیر اندازه‌گیری انتخاب شده است.

۸- مراجع

- Tanaka D., Mizushima J., Kida S., "The Origin of the Bathtub Vortex", Kyoto University Research Information Repository, Vol. 1406, 2004, pp. 166-177, Japan.
- [10] De Felice V. F., *The Free Surface Vortex due to Instability*, PhD Thesis, Degli Studi di Salerno University, 2008, France.
- [11] Fernandez-Feria R., "Stability Analysis of Boundary Layer Flow due to the Presence of a Small Hole on a Surface", *Physical Review E*, Vol. 65, No. 3, 2002, pp. 036307.
- [12] Sanmiguel-Rojas E., *On the Phenomenon of Self-Rotation*, PhD. Thesis, Malaga University, 2002, France.
- [13] Sanmiguel-Rojas E., Fernandez-Feria R., "Nonlinear Instabilities in a Vertical Pipe Flow Discharging from a Cylindrical Container", *Physics of Fluids*, Vol. 18, No. 2, 2006, pp. 024101.
- [14] Vladimir S., Fazle H., "Collapse, Symmetry Breaking and Hysteresis in Swirling Flows", *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 31, No. 1, 1999, pp. 537-566.
- [15] Bohling L., Andersen A., Fabre D., "Structure of a Steady Drain-Hole Vortex in a Viscous Fluid", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 656, 2010, pp. 177-188.
- [16] Merzkirch W., *Flow Visualization*. Academic Press, 1978.
- [17] Taylor J. R., *An Introduction Error Analysis: The Study of Uncertainties in Physical Measurements*, University Science Books, 1997.
- [1] Lugt H. J., *Vortex Flow in Nature and Technology*, John Wiley & Sons, 1983.
- [2] Shapiro A. H., "Bath-tub vortex", *Nature*, Vol. 196, No. 4859, 1962, pp. 1080-1081.
- [3] Trefethen L. M., Bilger R. W., Fink P. T., Luxton R. E., Tanner R. I., "The Bath-Tub Vortex in the Southern Hemisphere", *Nature*, Vol. 207, No. 5001, 1965, pp. 1084-1085.
- [4] Herrada M. A., Barrero A., "Self-rotation in Electrocapillary Flows", *Physical Review E*, Vol. 66, No. 3, 2002, pp. 036311-036320.
- [5] Torrance K. E., "Natural Convection in Thermally Stratified Enclosures with Localized Heating from Below", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 95, No. 3, 1979, pp. 477-495.
- [6] Funakoshi M., Inoue S., "Surface Waves due to Resonant Horizontal Oscillation", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 192, 1988, pp. 219-247.
- [7] Bojarevics V., Freibergs Y. A., Shilova E. I., Shcherbinin E. V., *Electrically Induced Vortical Flows*, Kluwer Academic, 1989.
- [8] Kawakubo T., Tsuchiya Y., Sugaya M., Matsumura K., "Formation of a Vortex Around a Sink, a Kind of Phase Transition in a Nonequilibrium Open System", *Physics Letters A*, Vol. 68, No. 1, 1978, pp. 65-66.
- [9] Fernandez-Feria R., Sanmiguel-Rojas E., "On the Appearance of Swirl in a Confined Sink Flow", *Physics of Fluids*, Vol. 12, No. 11, 2000, pp. 3082-3085.