



طراحی مسیر حرکت بدون عکس العمل برای ربات پایه متحرک

سید علی اکبر موسویان^۱، اکبر دانشور قلعه‌لر^{۲*}، مجتبی مرادی^۳

۱- استاد دانشکده مکانیک، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

۲- کارشناس ارشد دانشکده مکانیک، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

۳- کارشناس ارشد دانشکده مکانیک، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

*تهران، کدپستی ۴۳۳۴۴ ۱۹۹۹۱ moosavian@kntu.ac.ir

چکیده- نیروها و گشتاورهای اینرسی ناشی از حرکت بازوان رباتیک نصب شده بر روی یک پایه متحرک، موجب بروز عکس العمل در پایه مزبور می‌گردد، که موجب حرکت ناخواسته پایه می‌شوند. در این مقاله، روش جدیدی برای طراحی مسیر حرکت بدون عکس العمل بین دو موقعیت اولیه و نهائی در سیستم‌های رباتیک متحرک ارائه شده است. ابتدا با استخراج مدل دینامیکی سیستم، معادلات حرکت و مومنتم استخراج می‌شوند. سپس با استفاده از اصل بقاء مومنتم در غیاب نیروها و گشتاورهای خارجی، به حل معادلات مومنتم زاویه‌ای ناشی از حرکت بازوان ربات پرداخته می‌شود. با تعریف نگاشت فضای تهی عکس العمل ماتریس کوپلینگ دینامیکی، سرعت‌های مفصلی را در فضای تهی عکس العمل تصویر می‌کنیم، تا سرعت‌های مفصلی در این فضا بدست آید. با انتگرال‌گیری عددی از سرعت‌های مفصلی در فضای تهی عکس العمل، چگونگی حرکت در فضای مفصلی بدون عکس العمل بدست می‌آید. با حرکت بازوهای ربات با این سرعت‌ها و حرکت‌های مفصلی طراحی شده، مومنتم زاویه‌ای مجموعه صفر باقی مانده و با توجه به عدم اعمال نیروها و گشتاورهای عکس العملی بر روی پایه متحرک، تغییرات موقعیت و وضعیت پایه مزبور صفر خواهد ماند. **کلیدواژگان:** مسیر حرکت بدون عکس العمل، الگوریتم فضای گسترش‌یافته تهی عکس العمل، مومنتم زاویه‌ای.

Reactionless Path Planning for Mobile Robots

S. A. A. Moosavian¹, A. Daneshvar^{2*}, M. Moradi³

1- Professor, Department of Mechanical Engi, K. N. Toosi University of Tech

2- Graduate Student, Department of Mechanical Eng, K. N. Toosi University of Tech

3- Graduate Student, Department of Mechanical Eng, K. N. Toosi University of Tech

*P. O. B. 19991 43344, Tehran, Iran. moosavian@kntu.ac.ir.

Abstract- The inertial forces and moments, due to the motion of robotic arms installed on a mobile base, lead to reaction forces on the moving base which may cause its unexpected motion. In this article, a method of designing a path of motion in the Cartesian space between the initial and final positions is presented which guarantees no reaction on the moving base. To this end, developing the system dynamics model, the moment equations are derived. Based on the conservation of momentum in the absence of any external force and moments, the angular motion due to the motion of robotic arms is solved. Then, based on the definition of reaction null-space map for dynamic coupling matrix, the joint speeds are projected to the reaction null-space, to obtain the joint speeds in this space. Next, using numerical integration of the obtained joint rates, the motion in the joint space with no reaction on the base is obtained. Therefore, motion of robotic arms according to these joint specifications, the total momentum of the system remains zero, and due to no reaction forces applied on the moving base, its position and attitude remains unchanged.

Keywords: Zero Reaction Path planning, Extended Reaction Null-Space algorithms, Angular Momentum.

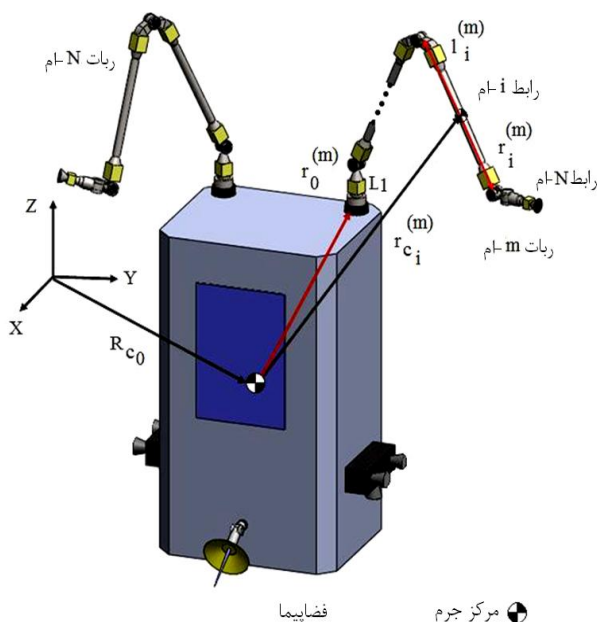
۱- مقدمه

در ربات‌های پایه متحرک، نیروها و گشتاورهای ایجاد شده در پایه ناشی از حرکت بازو یا بازوان رباتیک، ممکن است موجب ناپایداری پایه شده و سیستم را در حالت نامطلوب قرار دهد. با توجه به کاربرد ربات و شرایط محیطی که در آن کار می‌کند، روش‌های مختلفی برای مینیمم کردن این عکس‌العملها، پیشنهاد شده است. در [1,2] استفاده از جرم‌های تعادلی و مکانیزم‌های آینه‌ای برای حذف عکس‌العملها توصیه شده است که با ثابت نگه داشتن مرکز جرم مکانیزم در نقطه اتصال به پایه، نیروها و گشتاورهای عکس‌العملی حذف می‌شود. در [3] برای کاهش عکس‌العملها و تعادل دینامیکی مکانیزم ربات از جرم‌های تعادلی به همراه فنرهای تعادلی استفاده شده است. در [4,5]، نصب چند عملگر ربات در پایه و طراحی مسیر حرکت بازوهای ربات، برای حالتی که عملگرها عکس‌العمل همدیگر را حذف کنند پیشنهاد شده است. در [6] با استفاده از کنترل همزمان حرکت پایه و ربات، گشتاورهای عکس‌العملی در سیستم ربات صفحه‌ای حذف شده است. در [7] با استفاده از افزونگی سینماتیکی برای ربات صفحه‌ای مسیر حرکت بدون عکس‌العمل طراحی می‌شود. در [8,9] طراحی مسیر حرکت مینیمم عکس‌العمل با استفاده از روشهای بهینه‌سازی ارائه شده است. در [10,11]، مسیرهای حرکت بدون عکس‌العمل، با استفاده از نگاشت اغتشاش بدست آمده است و با توسعه نگاشت اغتشاش و استفاده از افزونگی سینماتیکی رویه‌های بدون اغتشاش بدست آمده و با حرکت مجری‌نهایی بر روی این رویه‌ها هیچ عکس‌العملی به پایه انتقال نمی‌یابد. در [12,13]، استفاده از ربات تعادلی برای حذف اغتشاش ناشی از ربات کارفرما پیشنهاد شده است که با استفاده از این روش اغتشاش ناشی از حرکت ربات کارفرما توسط ربات تعادلی، خنثی می‌شود. روشهای ارائه شده استفاده از جرم تعادلی، بازوهای کمکی برا انتقال حرکت از پایه به مجری نهایی و ربات تعادلی موجب افزایش وزن کلی سیستم می‌شود که این مطلوب نمی‌باشد. بنابراین استفاده از روشهای طراحی مسیر حرکت برای سیستم‌های رباتیک فضایی مطلوب می‌باشد.

در این مقاله، یک سیستم رباتیک فضایی با دو بازوی نصب شده بر روی ماهواره، برای بررسی عکس‌العملها انتخاب شده است. با استخراج معادلات حرکت و مومنتم، الگوریتم فضای تهی عکس‌العمل برای طرح‌ریزی مسیر حرکت بدون عکس‌العمل در فضای مفصلی ربات ارائه شده است. با توسعه الگوریتم فضای تهی عکس‌العمل، شرایط لازم برای طی مسیر حرکت بدون عکس‌العمل از نقطه ابتدایی تا نقطه انتهایی مفروض، فراهم می‌شود. الگوریتم توسعه یافته، الگوریتم فضای گسترش یافته تهی عکس‌العمل نامیده می‌شود. با انتخاب دوره‌های زمانی ثابت و برابر برای تشکیل فضای گسترش یافته و مسیر حرکت بدون عکس‌العمل در این فضا بدست می‌آید. نشان داده می‌شود با حرکت ربات در فضای تهی عکس‌العمل، مومنتم زاویه‌ای و تغییرات موقعیت و وضعیت ماهواره برابر صفر است.

۲- مدل دینامیکی سیستم رباتیک فضایی

مدل دینامیکی، پایه و اساس شبیه‌سازی می‌باشد که از آن برای طرح‌ریزی مسیر حرکت و کنترل آن استفاده می‌شود.



شکل ۱ سیستم رباتیک فضایی

که در آن H ، ماتریس اینرسی $k \times k$ ، مثبت و متقارن بوده و به شکل زیر ماتریس‌های تشکیل دهنده آن نشان داده شده است. H_b ماتریس اینرسی 6×6 پایه، H_{mi} ماتریس اینرسی 6×6 مربوط به ربات i -ام و H_{bmi} ماتریس اینرسی کوپلینگ $6 \times n$ بین ربات i -ام و پایه است. C بردار $k \times 1$ که بیانگر نیروها و گشتاورهای کریولیس و گریز از مرکز است. Q_{mi} نیروها و گشتاورهای تعمیم یافته بازوها را نشان می‌دهد. در اینجا نیروها و گشتاورهای خارجی تولید شده توسط موتورهای جت پایه و همچنین روی مجری‌نهایی ربات‌ها برابر صفر است. حرکت ربات‌ها فقط توسط گشتاور داخلی مفصل‌ها ایجاد می‌شود. بنابراین، مومنتم خطی و زاویه‌ای سیستم پایستار بوده و ثابت است. این معادلات با استفاده از [10,11] و معادلات دینامیکی سیستم استخراج می‌شود.

$$\begin{bmatrix} P \\ L \end{bmatrix} = H_b \dot{x}_b + \sum_{i=1}^n H_{bmi} \dot{\theta}_{mi} \quad (2)$$

در معادله (۲)، P و L به ترتیب بیانگر مومنتم خطی و زاویه‌ای هستند. $\dot{\theta}_{mi}$ بیانگر سرعت‌های مفصلی بازوان ربات است.

۴- مومنتم زاویه‌ای

در معادله (۲)، L بیانگر مومنتم زاویه‌ای است. انتگرال‌گیری از مومنتم خطی این نتیجه را می‌دهد که مرکزجرم ثابت باقی می‌ماند و یا با سرعت ثابتی حرکت می‌کند. معادله مومنتم زاویه‌ای، اگرچه، انتگرال مرتبه دوم ندارد با این وجود قید غیر هولونومیک مرتبه اول را تأمین می‌کند. معادله مومنتم زاویه‌ای با استفاده از سرعت‌های زاویه‌ای پایه $\dot{\delta}$ و نرخ حرکت مفصلی بازوهای ربات‌ها $\dot{\theta}_{mi}$ ، به شکل زیر بیان می‌شود.

$$L = \tilde{H}_b \dot{\delta} + \sum_{i=1}^n \tilde{H}_{bmi} \dot{\theta}_{mi} \quad (3)$$

در معادله (۳)، L ثابت اولیه مومنتم زاویه‌ای بوده و $\tilde{H}_b$ زیر ماتریس 3×6 و $\tilde{H}_{bmi}$ ‌ها زیر ماتریس‌های اینرسی کوپلینگ $3 \times n$ از ماتریس اینرسی می‌باشند که مومنتم

شکل (۱) مدل دینامیکی سیستم رباتیک فضایی با n ربات که هر کدام دارای N_m درجه آزادی هست را نشان می‌دهد. پایه دارای ۶ درجه آزادی است که سه درجه آزادی آن مربوط به موقعیت و سه درجه دیگر مربوط به وضعیتش می‌باشد. در کل درجه آزادی سیستم $k = 6 + \sum_{m=1}^n N_m$ می‌باشد. همه مفاصل مربوط به ربات‌ها از نوع چرخشی هستند.

اولین فرض مربوط به محیط‌کاری ربات‌های فضایی می‌باشد. ربات‌های فضایی برای کار در مداری خارج از جو طراحی می‌شوند که با توجه به سرعت مداری و شتاب جانب به مرکز ناشی از آن، اثر شتاب گرانش حذف می‌گردد. بنابراین، در فرمولاسیون مدل، ترم‌های گشتاور و نیروی گرانشی را در معادلات دینامیکی نخواهیم داشت و این ترم‌ها برابر صفر خواهند بود. همچنین فرض می‌شود بازوهای ربات‌ها صلب بوده و قابلیت انعطاف‌پذیری آنها جزئی است در این صورت از اثرات غیرصلب بازوها صرف‌نظر می‌شود. ربات‌های نصب شده بر روی پایه (ماهواره) به صورت بازوهای باز سینماتیکی مدل می‌شوند.

۳- معادلات حرکت

سینماتیک سیستم رباتیک فضایی با استفاده از [14] و معادلات حرکت برای n ربات N_m درجه آزادی که در شکل (۱) نشان داده شد به شکل ماتریسی زیر بیان می‌شود [15].

$$\begin{bmatrix} H_b & H_{bm1} & H_{bm2} & \cdots & H_{bmn} \\ H_{bm1}^T & H_{m1} & 0 & \cdots & 0 \\ H_{bm2}^T & 0 & H_{m2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{bmn}^T & 0 & 0 & 0 & H_{mn} \end{bmatrix}_{k \times k} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_{m1} \\ \ddot{\theta}_{m2} \\ \vdots \\ \ddot{\theta}_{mn} \end{bmatrix}_{k \times 1} + \begin{bmatrix} C_1 \\ C_{m1} \\ C_{m2} \\ \vdots \\ C_{mn} \end{bmatrix}_{k \times 1} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_{m1} \\ Q_{m2} \\ \vdots \\ Q_{mn} \end{bmatrix}_{k \times 1}$$

۵- فضای تهی عکس‌العمل

زمانیکه $\tilde{H}_{bmi}$ یک ماتریس $3 \times n$ ، که در آن $3 < n$ باشد آنگاه بردار غیر صفر $\dot{\theta}_{mi}$ ای وجود دارد که شرایط معادله (۵) را فراهم کند. تمام جواب‌های این دستگاه، تشکیل زیر فضایی در فضای R^n می‌دهند. لازم به ذکر است که هر یک از این جواب‌ها به صورت نقطه‌ای در فضای R^n می‌باشند. این زیر فضا را فضای پوچ $\tilde{H}_{bmi}$ می‌نامیم و به صورت $N(\tilde{H}_{bmi})$ نمایش می‌دهیم. هر ترکیب خطی از جواب‌ها در فضای پوچ خود جواب معادله است. بنابراین زیر فضای پوچ، یک فضای برداری مستقل خطی است. بُعد فضای جواب (پوچ) از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\dim N(\tilde{H}_{bmi}) = n - r \quad (۶)$$

در رابطه (۶)، n تعداد مجهولات و r مرتبه ماتریس $\tilde{H}_{bmi}$ است. زمانیکه ماتریس $\tilde{H}_{bmi}$ به فرم پلکانی تبدیل شد دستگاه معادلات متناظر با این فرم پلکانی، دقیقاً دارای $n - r$ متغیر آزاد است. لذا با دادن مقادیر دلخواه به این متغیرهای آزاد، $n - r$ جواب برای سیستم به دست می‌آید که مستقل خطی هستند و لذا تشکیل یک پایه برای فضای جواب (پوچ) می‌دهند. هر مجموعه $n - r + 1$ بردار وابسته خطی هستند یعنی بُعد فضا با تعداد متغیرهای آزاد سیستم برابر است. سرعت‌های مفصلی در فضای تهی عکس‌العمل با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آید [16,17,18,19].

$$\dot{\theta}_{mi} = [I - \tilde{H}_{bmi}^\# \tilde{H}_{bmi}] \dot{\zeta}(t)_{mi} \quad (۷)$$

در معادله (۷)، $\dot{\zeta}(t)_{mi}$ سرعت‌های مفصلی اختیاری انتخاب شده که بصورت تابعی از زمان است و عبارت $[I - \tilde{H}_{bmi}^\# \tilde{H}_{bmi}]$ را عملگر تصویر فضای تهی عکس‌العمل ماتریس کوپلینگ $\tilde{H}_{bmi}$ می‌نامند که سرعت‌های مفصلی را در فضای تهی عکس‌العمل ماتریس کوپلینگ $\tilde{H}_{bmi}$ نگاشت می‌کند. سرعت‌های مفصلی بدست آمده در فضای تهی عکس‌العمل، شرایط معادله (۵) را فراهم می‌کند. با

زاویه‌ای را ایجاد می‌کنند. در این معادله عبارت اول طرف دوم تساوی، معرف مومنتم زاویه‌ای پایه و عبارت‌های دوم معرف مومنتم زاویه‌ای تولید شده توسط حرکت بازوهای ربات اول تا n -ام متصل به پایه می‌باشند. قبل از شروع حرکت، شرایط اولیه سرعت‌های مفصلی صفر بوده و وضعیت پایه هیچ تغییری ندارد. در این صورت ثابت مومنتم زاویه‌ای ($L=0$) صفر می‌باشد. بر اساس اصل بقای مومنتم، باید این مقدار صفر باقی بماند. برای حذف اغتشاش وضعیتی پایه، تغییرات وضعیت پایه در زمان حرکت بازوهای ربات‌ها باید صفر باشد در این صورت $\dot{\theta}_i = 0$ بوده و معادله (۳) به شکل زیر بازنویسی می‌شود.

$$\sum_{i=1}^n \tilde{H}_{bmi} \dot{\theta}_{mi} = 0 \quad (۴)$$

معادله (۴) بیان می‌کند برای داشتن اغتشاش وضعیتی صفر در پایه، باید مجموع مومنتم زاویه‌ای ناشی از حرکت بازوهای ربات‌ها برابر صفر باشد. برای اینکه معادله (۴) برابر صفر باشد دو حالت وجود دارد. در حالت (۱)، مجموع کل مومنتم‌ها برابر صفر باشد در این صورت با حرکت یکی از ربات‌ها، باید ربات دیگری برای حذف مومنتم ناشی از حرکت ربات اول شروع به حرکت کند در این حالت ربات دوم نقش ربات تعادلی دارد. در حالت (۲)، مومنتم ناشی از حرکت تک‌تک ربات‌ها برابر صفر باشد در این صورت با حرکت یک ربات، نیاز به حرکت ربات دوم نیست و ربات‌ها و پایه از هم دی‌کوپله شده و حرکت آنها از هم مستقل می‌باشد. در این مقاله برای حذف عکس‌العمل‌ها از حالت (۲) استفاده شده و معادله (۴) به شکل زیر ساده شده است.

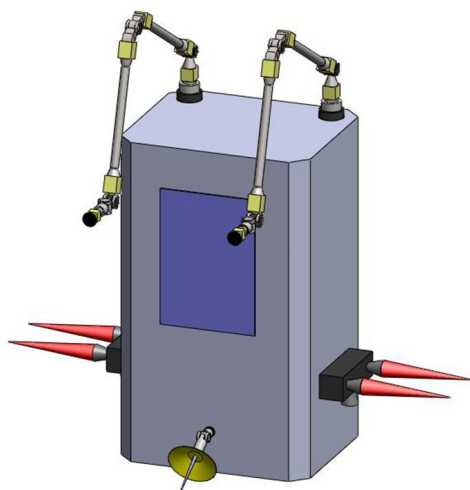
$$\begin{cases} \tilde{H}_{bm1} \dot{\theta}_{m1} = 0 \\ \tilde{H}_{bm2} \dot{\theta}_{m2} = 0 \\ \vdots \\ \tilde{H}_{bmn} \dot{\theta}_{mn} = 0 \end{cases} \quad (۵)$$

برای دستیابی به جواب این معادلات، نیاز به حل دستگاه‌های معادلات خطی داریم. در ادامه به حل دستگاه‌های معادلات خطی و شرایط وجود جواب آنها پرداخته می‌شود.

از سرعت‌های مفصلی در فضای تهی عکس‌العمل، حرکت بدون عکس‌العمل بازوهای ربات بدست می‌آید. با مقایسه θ_{Null} در زمان t_f با θ_{final} ، اگر این دو مقدار باهم برابر باشند در این صورت بازو به نقطه انتهایی مفروض رسیده است در غیر این صورت θ_{Null} را برای تشکیل قطعه دوم مسیر حرکت به جای θ_{init} جایگزین کرده و با تشکیل فضای تهی عکس-العمل ثانویه، مسیر حرکت بدون عکس‌العمل تا رسیدن به نقطه انتهایی مفروض ادامه می‌یابد. با استفاده از این الگوریتم با تشکیل فضاهای تهی عکس‌العمل ثانویه، مسیر حرکت بدون عکس‌العمل تا نقطه انتهایی مفروض، طراحی می‌شود. شکل (۲) الگوریتم فضای گسترش یافته تهی عکس‌العمل را نشان می‌دهد. در این الگوریتم، زمان حرکت بدون عکس‌العمل بازوها در همه فضاهای تهی عکس‌العمل اختیاری و برابر t_f فرض شده است.

۷- شبیه‌سازی الگوریتم فضای گسترش یافته تهی عکس‌العمل برای سیستم رباتیک فضایی با دو ربات ۶ درجه آزادی

شکل (۳) سیستم رباتیک فضایی با دو ربات شش درجه آزادی را نشان می‌دهد.

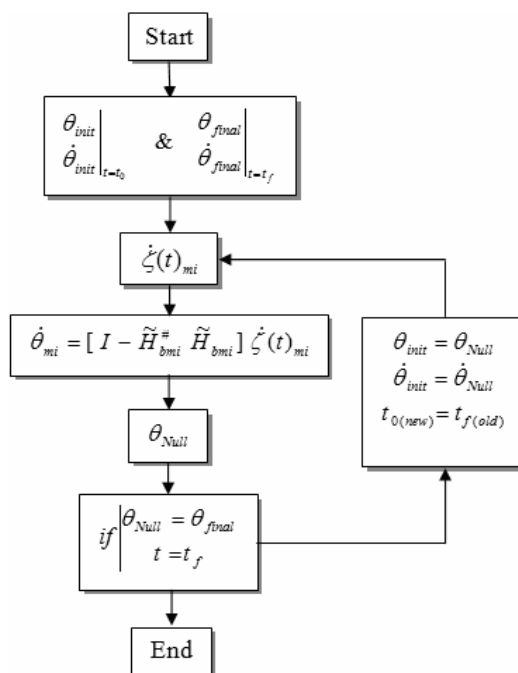


شکل ۳ سیستم رباتیک فضایی با دو ربات ۶ درجه آزادی

انتگرال گیری عددی از سرعت‌های مفصلی رابطه (۷)، حرکت مفصلی بدون عکس‌العمل بدست می‌آید [20].

۶- الگوریتم فضای گسترش یافته تهی عکس‌العمل

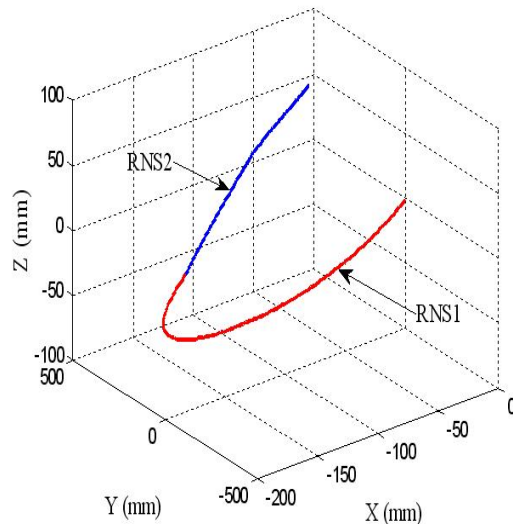
با طراحی مسیر حرکت بدون عکس‌العمل در فضای تهی عکس‌العمل مشاهده می‌شود در اکثر موارد بازوهای ربات به نقطه انتهایی مفروض نمی‌رسند و برای ادامه حرکت بدون عکس‌العمل و رسیدن به نقطه انتهایی مفروض باز می‌مانند. بنابراین، برای رفع این مشکل، الگوریتم فضای گسترش یافته تهی عکس‌العمل ارائه شد.



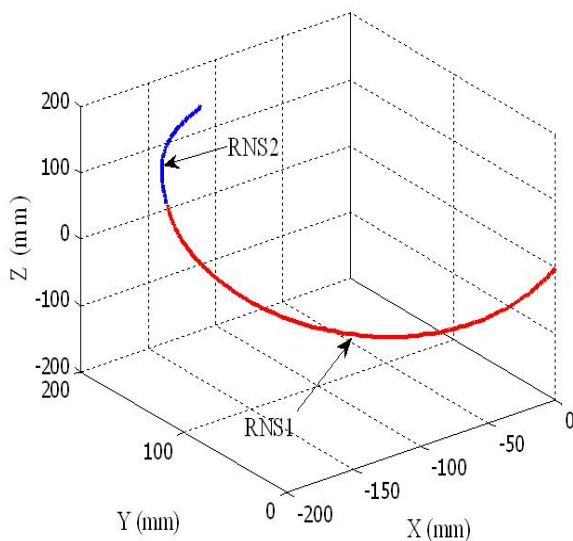
شکل ۲ الگوریتم فضای گسترش یافته تهی عکس‌العمل

در این الگوریتم، با انتخاب نقاط ابتدایی θ_{init} و انتهایی θ_{final} در فضای مفصلی و شرایط حرکت در این نقاط، سرعت‌های مفصلی بازوها به صورت چند جمله‌ای درجه چهارم تشکیل شده و با استفاده از عملگر تصویر فضای تهی عکس‌العمل به این فضا نگاشت می‌شوند. با انتگرال گیری عددی

می‌شود. حرکت بدون عکس‌العمل مجری‌نهایی ربات‌ها در شکل (۴) نشان داده شده است.



الف) مجری‌نهایی ربات اول



ب) مجری‌نهایی ربات دوم

شکل ۴ حرکت بدون عکس‌العمل مجری‌نهایی در فضای تهی عکس‌العمل

در این سیستم از دو ربات مشابه استفاده شده است که همه مفصل‌های آنها از نوع چرخشی می‌باشد. مشخصات هندسی و اینرسی این سیستم در جدول (۱) نشان داده شده است.

جدول ۱ مشخصات هندسی و اینرسی سیستم

عضو (i)	m_i kg	L_i m	L_{ci} m	I_i (kgm ²)		
				I_{xx}	I_{yy}	I_{zz}
0	300			76.5	68.5	32.5
1	18	0.350	0.175	0.2020	0.2020	0.0211
2	26	1.040	0.520	0.0292	3.3764	3.3764
3	26	1.040	0.520	3.3764	0.0292	3.3764
4	3	0.100	0.050	0.0083	0.0083	0.0029
5	3.5	0.100	0.050	0.0071	0.0040	0.0071
6	4	0.200	0.100	0.0148	0.0148	0.0020

در جدول (۱)، m_i جرم پایه (ماهواره) و m_i جرم بازوهای ربات می‌باشد. l_i طول بازوها و l_{ci} فاصله مرکز جرم بازوی i -ام ربات را تا مفصلش نشان می‌دهد. I_i اینرسی پایه (ماهواره) و I_i اینرسی بازوهای ربات را بیان می‌کند. با انتخاب نقاط ابتدایی و انتهایی حرکت بازوهای ربات‌ها در فضای تهی عکس‌العمل و اعمال الگوریتم فضای تهی عکس‌العمل، حرکت بدون عکس‌العمل بازوهای ربات‌ها بدست می‌آید. با استفاده از رابطه (۸) سرعت‌های مجری‌نهایی ربات‌ها به‌دست می‌آید.

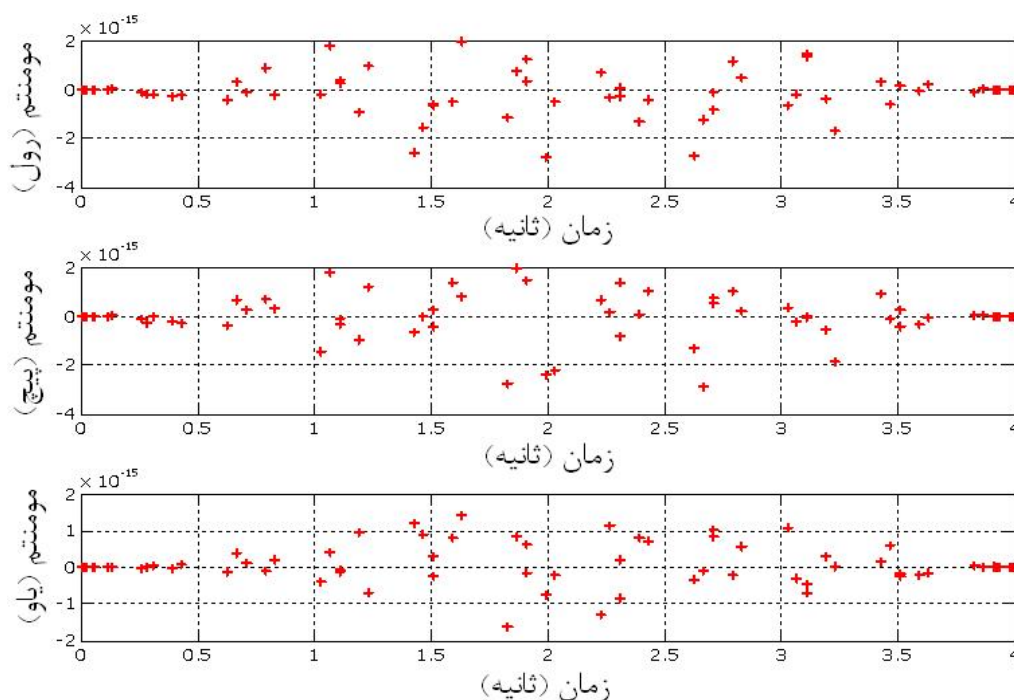
$$v_{h(mi)} = J_{v(mi)} \dot{\theta}_{mi} \quad (8)$$

با انتگرال‌گیری عددی از رابطه (۸)، حرکت بدون عکس‌العمل مجری‌نهایی ربات‌ها در فضای دکارتی حاصل

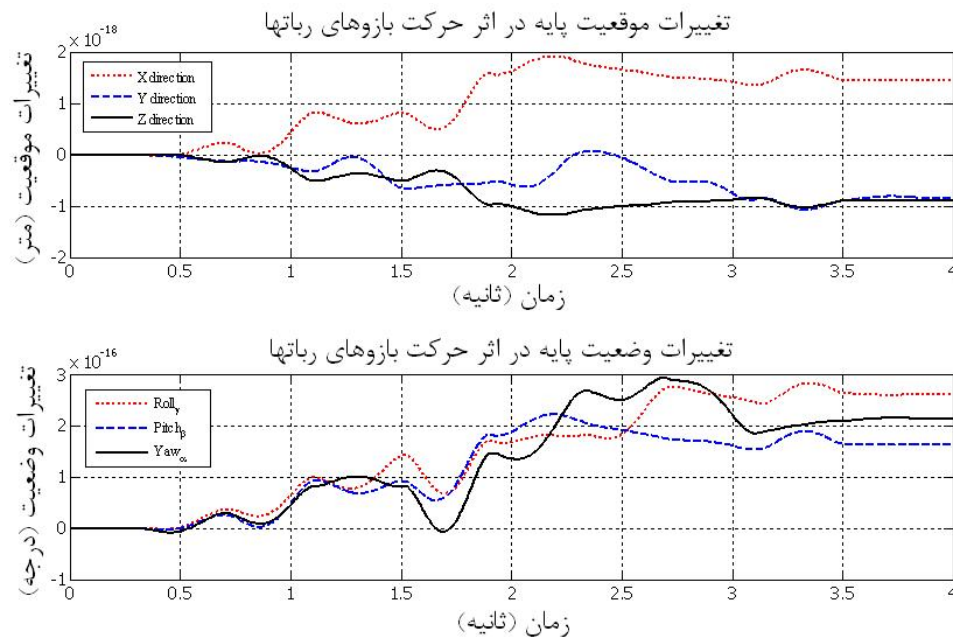
فضای تهی عکس‌العمل برابر صفر است. بنابراین، مومنتم زاویه‌ای در لحظه شروع حرکت برابر صفر است. با توجه به رابطه (۴) با حرکت بازوهای ربات‌ها در فضای تهی عکس‌العمل باید مومنتم زاویه‌ای ناشی از این حرکت برابر صفر باشد با توجه به شکل (۵) مشخص است که مومنتم زاویه‌ای ناشی از این حرکت تقریباً برابر صفر است. انتظار داریم مقادیر تغییرات موقعیت و وضعیت پایه، ناشی از حرکت ربات‌ها برابر صفر باشد.

با توجه به رابطه (۳) زمانیکه مومنتم زاویه‌ای ناشی از حرکت ربات‌ها برابر صفر است باید تغییرات موقعیت و وضعیت پایه برابر صفر باشد. در شکل (۶) کاملاً مشخص است که تغییرات موقعیت ضربی از 10^{-18} و تغییرات وضعیت ضربی از 10^{-16} است که با توجه به وجود خطاهای محاسباتی می‌توان نتیجه گرفت این تغییرات واقعاً برابر صفر است.

در شکل (۴) مسیر حرکت بدون عکس‌العمل برای هر دو مجری‌نهایی در فضای تهی عکس‌العمل اولیه با RNS1 و در فضای گسترش‌یافته تهی عکس‌العمل با RNS2 نشان داده شده است. مومنتم زاویه‌ای ناشی از این حرکت‌ها در فضای تهی عکس‌العمل اولیه و گسترش‌یافته در شکل (۵) نشان داده شده است. در این حرکت ربات‌ها و پایه از هم دی‌کوپله شده و با حرکت بازوها، هیچ مومنتم زاویه‌ایی در پایه ایجاد نمی‌شود. بدلیل اینکه سرعت‌های زاویه‌ای مفصلی در فضای تهی عکس‌العمل، به‌صورت نقاطی در این فضا هستند در نتیجه مومنتم‌های زاویه‌ای نیز بصورت نقطه‌ای می‌باشند. اما می‌توان نموداری از آنها برازش کرد. در اینجا شکل نمودارهای مربوط به مومنتم‌های زاویه‌ای بصورت نقطه‌ای در شکل (۵) نشان داده شده است. زمانیکه بازوها از حالت سکون شروع به حرکت می‌کنند سرعت‌های زاویه‌ای اولیه در



شکل ۵ مومنتم‌های زاویه‌ای ناشی از حرکت ربات‌ها در فضای تهی عکس‌العمل



شکل ۶ تغییرات موقعیت و وضعیت پایه ناشی از حرکت ربات در فضای تهی عکس‌العمل

نتایج بدست آمده از شبیه‌سازی نیز مشاهده می‌شود که تغییرات موقعیت و وضعیت ناشی از این حرکت برابر صفر است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در اثر این حرکت هیچ عکس‌العملی در پایه ایجاد نشده است و عکس‌العمل‌ها برابر صفر بوده و پایه در موقعیت و وضعیت مطلوب خود باقی می‌ماند.

۹- منابع

- [1] A. Fattah, S.K. Agrawal, "Design and Modeling of Classes of Spatial Reactionless Manipulators", International Conference on Robotics & Automation Taipei, Taiwan, September 14-19, 2003.
- [2] S.K. Agrawal, A. Fattah, "Reactionless space and ground robots: novel designs and concept studies", Mechanism and Machine Theory 39, 25-40, 2004.
- [3] M. Kolarski, M. Vukobratovi, B. Borovac, "Dynamic analysis of balanced robot Mechanisms", Meck. Mack. Theory Vol. 29. No. 3. 1994, pp. 421-454.

۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله با بررسی روش‌های حذف عکس‌العمل‌های ایجاد شده ناشی از حرکت بازوان رباتیک متصل به پایه متحرک، روش جدیدی بنام فضای تهی عکس‌العمل گسترده ارائه شده است. با انتخاب سیستم رباتیک فضایی و شبیه‌سازی روش فضای تهی عکس‌العمل برای طراحی مسیر حرکت بدون عکس‌العمل، مشاهده شد که در اکثر موارد به دلیل گسترده نبودن فضای تهی عکس‌العمل، بازوهای ربات به نقطه انتهایی مفروض نمی‌رسند. با بررسی شرایط لازم برای ایجاد فضای تهی عکس‌العمل گسترده، الگوریتم فضای گسترش یافته ارائه شد. با استفاده از این الگوریتم، با انتخاب نقاط ابتدایی و انتهایی حرکت، مسیر حرکت بدون عکس‌العمل با ایجاد فضای گسترش یافته طی می‌شود. با حرکت بازوهای ربات‌ها در فضای تهی عکس‌العمل، ربات‌ها و پایه از هم دی‌کوپله شده و مومنت ایجاد شده در پایه برابر صفر است. زمانیکه مومنت ناشی از حرکت مجموعه برابر صفر است، نشان داده شده است که باید تغییرات موقعیت و وضعیت پایه برابر صفر باشد و در

- [14] S. Ali. Moosavian, E. Papadopoulos, "On the Kinematics of Multiple Manipulator Space Free-Flyers and their Computation", *Journal of Robotic Systems*, Vol. 15, No 4, John Wiley, 1998.
- [15] S. Ali. Moosavian, E. Papadopoulos, "Explicit Dynamics of Space Free-Flyers with Multiple Manipulators via SPACEMAPLE", *Advanced Robotics*, Robotics Society of Japan, Vol. 18, No. 2, 2004, pp. 223-244.
- [16] D. N. Nenchev, K. Yoshida, P. Vichitkulsawat, A. Konno, M. Uchiyama, "Experiments on Reaction Null-space Based Decoupled Control of a Flexible Structure Mounted Manipulator System", *Proc. in the IEEE International Conference on Robotics and Automation Albuquerque*, New Mexico - April 1997.
- [17] D. N. Nenchev, K. Yoshida, "Reaction Null-Space Control of Flexible Structure Mounted Manipulator Systems", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 15, No. 6, December 1999, pp. 1011-1023.
- [18] K. Yoshida, K. Hashizume, S. Abiko, "Zero Reaction Maneuver: Flight Validation with ETS-VII Space Robot and Extension to Kinematically Redundant Arm", in: *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Seoul, Korea, May 21-26, 2001, pp. 441-446.
- [19] D. Dimitrov, K. Yoshida, "Utilization of Distributed Momentum Control for Planning Approaching Trajectories of a Space Manipulator to a Target Satellite", *Proc. of the 8th International Symposium on Artificial Intelligence, Robotics and Automation in Space*, 2005, pp. 3345-3350.
- [20] P. Piersigillia, I. Sharfb, A. K. Misrab, "Reactionless capture of a satellite by a two degree-of-freedom manipulator", *Acta Astronautica* 66, 2010, pp. 183-192.
- [4] E. Papadopoulos, A. Abu Abed, "A Design Methodology for Zero Reaction Robots", *Special Issue of the Transactions of the Canadian Society of Mechanical Engineers*, Vol. 19, No. 3, 1995, pp. 197-211.
- [5] E. Papadopoulos, A. Abu-Abed, "Design and Motion Planning for a Zero-Reaction Manipulator", *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, San Diego, CA, May 1994, pp. 1554-1559.
- [6] E. Papadopoulos, S. Dubowsky, "Coordinated Manipulator/Spacecraft Motion Control for Space Robotic Systems", *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Sacramento, CA, April 1991, pp. 1696-1701.
- [7] H. P. Lee, "motions with minimal base reactions for redundant manipulators", *Computers & Structures*, Vol. 61, No. 4, 1996, pp. 651-656.
- [8] D. P. Garg, M. Kumar, "Optimization techniques applied to multiple manipulators for path planning and torque minimization", *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 15, 2002, pp. 241-252.
- [9] P. Huang, Y. Xu, B. Liang, "minimum-torque path planning Of space robots using Genetic algorithms", *International Journal of Robotics and Automation*, Vol. 21, No. 3, 2006.
- [10] S. Dubowsky, M. A. Torres, "Path planning for space manipulators to minimize spacecraft attitude disturbances", in: *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Sacramento, California – April 1991.
- [11] M. A. Torres, S. Dubowsky, "Minimizing spacecraft attitude disturbances in space manipulator systems", *Journal of Guidance, Control And Dynamics*, Vol. 15, No. 4, July-August 1992.
- [12] P. Huang, Y. Xu, B. Liang, "Dynamic Balance Control of Multi-arm Free-Floating Space Robots", *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol. 2, No. 2, 2005, pp. 117-124.
- [13] P. Huang, Y. Xu, "Attitude Compensation of Space Robots for Capturing Operation", *Mobile Robots towards New Applications*, Germany, December 2006.