



مدلسازی عددی انقباض یک قطعه سرامیکی در فرایند خشک شدن

خلیل خلیلی^{۱*}، محسن حیدری^۲

۱- استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند

* P. O. B. 9717431396 Birjand, Khkhalili@yahoo.com

چکیده- در مطالعه حاضر، پدیده خشک شدن یک سرامیک خاص مطالعه و تحلیل شده است. معادلات تنش-کرنش وابسته به انتقال جرم و انتقال حرارت، هنگام خشک شدن محیط دوفازی، با قابلیت تغییر شکل، مدل شده و چینش های دوبعدی و سه بعدی بررسی شده اند. با هدف مقایسه نتایج، از یک سرامیک با آنالیز شیمیایی واحد برای هر دو چینش استفاده شده است. محصول دوفازی، همگن، نم گیر، ایزوتروپیک و با قابلیت انقباض بالا لحاظ شده است. معادلات اصلی به دلیل رفتار انقباضی به بیان لاگرانژی نوشته شده اند و مدل به صورت عددی با روش تفاضل محدود حل شده است و ارزیابی نتایج با مقایسه اطلاعات تجربی و عددی انجام شده است. به کمک شبیه سازی، می توان توزیع رطوبت، کرنش و تنش را در فضا و مکان محاسبه کرد. اختلاف زیادی بین نتایج حاصل از دو چینش به ویژه در شدت تنش، که عامل ایجاد ترک است، مشاهده شد.

کلیدواژگان: خشک شدن، مدل سازی، انتقال همزمان جرم و حرارت، تحلیل تنش، تحلیل کرنش

Numerical modeling of shrinkage of a ceramic material in drying process

Kh. Khalili^{1*}, M. Heydari²

1- Assis. Prof., Mech. Eng., Univ. of Birjand, Birjand, Iran

2- MSc. Student, Mech. Eng., Univ. of Birjand, Birjand, Iran

* P. O. B. 9717431396 Birjand, Khkhalili@yahoo.com

Abstract- In the present study the phenomenon of drying a ceramic mud is analyzed. Strain-Stress equations coupled to heat and mass transfers during drying of deformable two-phase media has been model and both 2D and 3D arrangements have been studied. In order to compare the results, ceramics with similar composition is used for both configurations. The product is considered as a two phase, homogeneous, isotropic, and highly shrinkable medium. The principal equations of the model, because of the shrinkage behavior are written in a Lagrangian formulation. The model is solved numerically by a finite difference method And Validation of results is achieved by comparing the numerical and experimental data. The simulation allows the derivation of the time and space evaluating moisture, strain, and stress. A significant difference was observed between the results obtained for the two different configurations particularly in intensity of the stress causing cracking.

Keywords Drying, Modeling, Simultaneous Heat and Mass Transfer, Stress Analysis, Strain Analysis

۱- مقدمه

خشک شدن یکی از مراحل مهم در تولید بسیاری از محصولات مانند محصولات غذایی، داروسازی، شیمیایی و سرامیک هاست. کاهش رطوبت مدل باعث تغییر ابعاد غیریکنواخت مدل می شود. درحقیقت تغییر ابعاد ارتباطی با تعادل مکانیکی مدل ندارد و از تعادل مومنتوم نتیجه می شود. زمانی که توزیع تنش در محصول مناسب نباشد، باعث تغییر شکل های نامناسب، عیوب مکانیکی مانند ترک و شکاف و ساخت محصولات بی کیفیت می شود. در زمان خشک شدن، جسم، به واسطه جابه جایی لایه ها و رشد تنش های داخلی، تغییر شکل می دهد.

مدل های ریاضی جدید قادر به بیان پدیده انقباض هستند. این بیان از پدیده های مختلف انتقال (حرارت، جرم و مومنتوم) بهره می گیرد. مدل بایستی حتی الامکان ساده و در عین حال به منظور پیش بینی و آنالیز توزیع رطوبت، تنش و کرنش در طول فرایند به قدر کفایت کامل باشد.

آگاهی از تنش و کرنش داخلی، برای شناسایی دلایل ایجاد و حذف پیچش و ترک خوردن مواد در طول خشک شدن، مهم است. بنابراین، برای بهینه سازی و پیش بینی بهتر فرآیندهای خشک شدن بیان مدلی ریاضی، که تحولات تغییر شکل را هم شامل شود، ضروری و مفید است. چندین نویسنده پدیده انتقال در محیط های با قابلیت تغییر شکل در فرآیندهای تفکیک مایع-جامد را بررسی کرده اند [۲،۱]. بیشتر مواد مورد بررسی به صورت یک سیستم دوفازی، یک فاز جامد و یک فاز مایع، در نظر گرفته شده اند.

پذیرفته شده است که منحنی خشک شدن را می توان به دو دوره تقسیم کرد. در دوره اول، نرخ کاهش رطوبت تقریباً ثابت می ماند و در دوره دوم نرخ کاهش رطوبت به سرعت کاهش می یابد. مقدار رطوبت در نقطه انتقالی از دوره اول به دوره دوم را رطوبت بحرانی می نامند [۳]. مکانیزم خشک شدن در دوره دوم بسیار مورد بحث قرار گرفته است. مدل های نفوذ و مویرگی-متخلخل بیشترین روش های مدل سازی مورد استفاده در این دوره بوده است. اما مکانیزم خشک شدن در دوره اول، با وجود اینکه ۷۰ تا ۸۰ درصد از رطوبت ماده در این دوره از ماده خارج می شود، به ندرت مورد بحث قرار گرفته است. مکانیزم تبخیر از لایه نازک گسترش یافته عموماً روش مدلسازی در دوره دوم بوده است [۴-۶].

در روش نفوذ، تعدادی از محققان [۷] محصول را به صورت یک محیط همگن متشکل از فازهای جامد و مایع در نظر گرفته اند. انتقال جرم با قانون فیک بیان می شود. قانون فیک مستلزم استفاده از ضریب نفوذ موثر است که از سینتیک خشک شدن شبیه سازی و تجربی به دست می آید. در چنین این مدل سرعت جامد به وسیله انتقال معادلات جرم و حرارت از مختصات اولری به مختصات جامد، با هدف اجتناب از تحلیل معادلات مومنتوم، حذف شده است.

محققان دیگری [۸] نیز همچنین از مدل نفوذ برای بیان انتقال استفاده کردند، اما آن ها جامد و مایع را مخلوط نشدنی فرض کردند و محتوی رطوبت از معادله نفوذ محاسبه گردید. جابه جایی جامد به وسیله تحلیل معادلات مومنتوم محاسبه شده است. با این وجود، مقادیر ضریب نفوذ رطوبت با شناسایی مدل های توسعه یافته معتبر تعیین شده اند. بنابراین، مطالعه بر روی مکانیزم های فیزیکی فرایند انجام نشده است. بیان کامل پدیده های انتقال به کمک شبیه سازی به راحتی ممکن نیست و شبیه سازی ها استفاده محدود در درک پدیده های فیزیکی دارند. برای مثال، برای فرایند خشک شدن، ویتاکر [۹] نشان داد انتقال جرم در فاز مایع به واسطه مکانیزم جابه جایی است که به راحتی با قانون دوم فیک بیان نمی شود.

در روش مویرگی-متخلخل، فازهای جامد و مایع به صورت پیوسته و مخلوط نشدنی لحاظ می شوند [۱۰، ۱۱] و معادلات تعادل برای هر فاز نوشته می شوند. شرایط سطح مشترک رابط بین دو فاز هستند. حل عددی این معادلات به واسطه هندسه پیچیده سطح مشترک بسیار سخت است. این مشکل در طول دو استراتژی حل و فصل می شود؛ با ساده سازی هندسه دو فاز محیط یا با اعمال تکنیک همجنس سازی با هدف تعریف یک محیط پیوسته که معادل با محیط دوفازی است. در این روش، حرکت رطوبت در محصول معمولاً به وسیله چندین فاکتور از قبیل نیروی موینگی، فشار اسمزی، نفوذ و نیروی گرانش کنترل می شود. بررسی این فاکتورها منجر به یک بیان ریاضی پیچیده می شود. محققان دیگر [۱۲] پتانسیل رطوبت را معرفی کردند که گرادیان آن عامل انتقال رطوبت نهایی است. روش آخر اجازه کاهش فاکتورهای ذکر شده در بالا را می دهد.

در کارهای بعضی از محققان [۱۳] مدل نفوذ، مبتنی بر انتقال مختصات، برای بیان سیر تکاملی رطوبت و دما در محصول

جدول ۱ آنالیز شیمیایی خاک

عنصر	درصد
Si	۵۹/۵
Ca	۷/۸۳
Mg	۴/۲۰
Fe	۴/۵۰
Al	۷/۸۰
Ti, Mn	<۱
L.O.I	۹/۸۰

برای ساده سازی مسئله و به دست آوردن مجموعه ای از معادلات ماکروسکوپی حاکم، فرضیات زیر در نظر گرفته شده اند:

- خاک رس یک ماده متخلخل ایزوتروپیک است.
- خاک رس یک ماده خنثی است.
- رطوبت موجود در خاک رس یا به صورت مقید یا به صورت آزاد است.
- رطوبت و دمای اولیه یکنواخت است.
- پروفیل رطوبت و دمای خاک رس هنگام خشک شدن غیر یکنواخت است.
- ماده بر اساس آب از دست داده شده بدون تولید هیچ گونه فاز گازی و خلل و فرج منقبض می شود.
- انتقال جرم و انتقال حرارت در داخل ماده به صورت نفوذ و بین ماده و محیط اطراف به صورت جابه جایی است.
- بر روی سطوح قطعه تغییر فاز از مایع به بخار رخ می دهد.
- شبیه سازی به دوره پیش گرم و خشک شدن با نرخ ثابت محدود شده است، چرا که تغییر شکل اصلی در طول این دو دوره برای خاک رس، که محصول مورد استفاده در این آزمایش است، رخ می دهد.
- ماده خشک شونده به یک سیستم دوجزئی شامل جامد و مایع همانند سازی شده است.
- با لحاظ کردن این فرضیات، معادلات ماکروسکوپی حاکم بر انتقال جرم و انتقال حرارت در خاک رس متخلخل به صورت بیان شده در قسمت بعدی خلاصه می شوند.

۳- معادلات بقای جرم

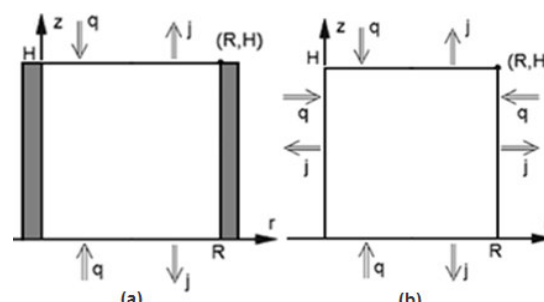
برای گسترش معادلات حاکم بر توزیع رطوبت در قطعه خشک شده، معادلات تعادل جرم زیر برای اسکلت جامد و رطوبت مورد نیاز است:

هنگام خشک کردن با هوا، استفاده شده است. با استفاده از معادلات پیوستگی و قانون فیک، یک رابطه بین سرعت جامد و گرادیان رطوبت پایه گذاری شده است. جابه جایی جامد از سرعت جامد محاسبه شده است.

هدف کار حاضر بهبود درک مکانیزم های فیزیکی مستلزم، هنگام خشک شدن محیط های با قابلیت تغییر شکل، است. برای این منظور، مدل نفوذ مورد استفاده قرار گرفت و برخلاف کارهای قبلی سرعت جامد از معادلات مومنتوم، با هدف ترکیب تعادل مکانیکی با انتقال جرم و حرارت، محاسبه شد. معادلات تعادل در چینش واقعی حل شد. همچنین، سیر تکاملی تنش و کرنش، در محصولاتی که با هوا خشک می شوند، محاسبه شد. اثرات تنش و کرنش انتقال جرم و حرارت رخ داده در محصولات خشک شده مورد مطالعه قرار گرفتند.

۲- بررسی روابط حاکم و مفروضات مسئله

آنالیز تنش و تغییر شکل وابسته به انتقال جرم و حرارت است. با فرض اینکه رسیدن به تغییر شکل از توزیع رطوبت و دما، محصول این وابستگی است در ابتدا باید انتقال جرم و حرارت را بررسی نمود. برای بیان این وابستگی به روش دیگر، می توان گفت سرعت حرکت مایع از ضریب انتقال نتیجه می شود و ارتباطی به تعادل مکانیکی ندارد. هندسه دوبعدی و سه بعدی مدل در شکل ۱ (نمای جلو) نشان داده شده است. در حالت سه بعدی، انتقال جرم (j) و انتقال حرارت (q) از تمامی سطوح انجام می شود، اما در حالت دوبعدی جرم و حرارت فقط از سطح بالایی و پایینی جابه جا می شود. با هدف تصور بهتر تغییر رطوبت، تغییر شکل و تنش های ایجاد شده در هنگام کاهش رطوبت غیر یکنواخت، از یک نمونه خاک رس، با آنالیز شیمیایی مشخص (جدول ۱)، در تمامی شبیه سازی ها استفاده شده است.



شکل ۱ نمای شماتیک از هندسه سیستم (a) حالت دوبعدی (b) حالت سه بعدی

$$\rho_l = w\rho_s \Rightarrow \rho_s \left(\frac{\partial w}{\partial t} + \vec{v}_s \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(w) \right)$$

$$= \text{div} \left(\frac{\rho}{1+w} D_{l,s} \overrightarrow{\text{grad}}(w) \right) \quad (16)$$

۴- معادلات بقای انرژی

با توجه به این فرضیه که تبخیر فقط در سطوح انجام می‌شود، انتقال حرارت داخلی از قانون فوریه با ضریب رسانایی مناسب که وابسته به رطوبت است تبیین می‌کند. بنابراین، انتقال حرارت می‌تواند به صورت زیر بیان شود [۱۴]:

$$\frac{\partial(\rho c_p T)}{\partial T} + \vec{v}_s \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(\rho c_p T) - \frac{D}{1+w} \overrightarrow{\text{grad}}(w) \overrightarrow{\text{grad}}(\rho c_p T) = \text{div}(k \overrightarrow{\text{grad}}(T)) \quad (17)$$

۵- تنش‌های ناشی از خشک‌شدن

فرض شده است که مواد خشک‌شده رفتار الاستیک دارند. معادلات حاکم شامل معادلات تعادل مکانیکی است. معادله توصیف‌کننده رفتار تغییر شکل ماده به دو قسمت تجزیه شده است؛ یکی به رفتار مکانیکی ε^M و دیگری به گرادیان دما و رطوبت ε^T مربوط می‌شود:

$$\varepsilon = \varepsilon^M + \varepsilon^T \quad (18)$$

تانسور کرنش ε^T به گرادیان رطوبت ε^H و گرادیان دما ε^T بستگی دارد:

$$\varepsilon^T = \varepsilon^T + \varepsilon^H \quad (19)$$

که

$$\varepsilon^T = \alpha(T - T_0) \quad (20)$$

$$\varepsilon^H = \beta(w - w_0) \quad (21)$$

ضریب انقباض جرمی وابستگی شدیدی به رطوبت دارد. بر اساس حدود اثربرگ، خشک‌شدن ماده تا رسیدن به رطوبت حد انقباض همراه با کاهش هم‌زمان حجم و رطوبت است، اما در رطوبت‌های زیر حد انقباض کاهش رطوبت همراه با تغییرات حجم نیست (شکل ۲). در این مطالعه، حدود اثربرگ ماده مورد مطالعه در آزمایشگاه مکانیک خاک دانشگاه بیرجند اندازه‌گیری شد (جدول ۲). در شکل ۳، منحنی تغییرات ضریب انقباض جرمی نسبت به رطوبت نشان داده شده است. این نمودار با اندازه‌گیری تغییرات حجم مدل در طول فرایند خشک‌شدن در آزمایشگاه به‌دست آمده است.

جامد:

$$\frac{d\rho_s}{dt} + \text{div}(\rho_s \vec{v}_s) = 0 \quad (1)$$

مایع:

$$\frac{d\rho_l}{dt} + \text{div}(\rho_l \vec{v}_l) = 0 \quad (2)$$

همچنین:

$$\rho \vec{v} = \rho_s \vec{v}_s + \rho_l \vec{v}_l \quad (3)$$

و

$$\rho = \rho_l + \rho_s \quad (4)$$

علاوه بر این، شار جرم می‌تواند به ترم‌های نفوذ و جابه‌جایی تجزیه شود:

$$\rho_k \vec{v}_k = \vec{j}_{D,K} + \rho_k \vec{v} \quad k = l, s \quad (5)$$

رطوبت w به صورت کسر چگالی دو فاز (جامد و مایع) تعریف می‌شود:

$$w = \frac{\rho_l}{\rho_s} \quad (6)$$

فرض کنید شار مایع فقط بر اثر نفوذ است (بدون اثر گرانش). این شار می‌تواند نسبت به مرجع فاز جامد با استفاده از معادلات ۳، ۵ و ۶ به صورت زیر بیان شود:

$$N_l = \rho_l \vec{v}_l \quad (7)$$

$$N_l = \rho_l \vec{v}_s + \rho_l (\vec{v}_l - \vec{v}_s) \quad (8)$$

$$\rho_l (\vec{v}_l - \vec{v}_s) = -D_{ls} \overrightarrow{\text{grad}}(\rho_l) \quad (9)$$

$$\rho_l (\vec{v}_l - \vec{v}_s) = -D_{ls} \rho_s \overrightarrow{\text{grad}}(w) \quad (10)$$

$$1 + w = 1 + \frac{\rho_l}{\rho_s} \Rightarrow \rho_s = \frac{\rho_s}{1 + w} \quad (11)$$

$$\rho_l \vec{v}_l = \rho_l \vec{v}_s - \frac{\rho}{1 + w} D_{ls} \overrightarrow{\text{grad}}(w) \quad (12)$$

D ضریب نفوذ رطوبت است.

با ترکیب و گسترش روابط قبلی با دو معادله تعادل جرم (معادلات ۱ و ۲)، معادله انتقال مایع شکل نهایی خود را پیدا می‌کند [۱۳]:

$$\rho_l \vec{v}_l = \rho_l \vec{v}_s - \frac{\rho}{1 + w} D_{ls} \overrightarrow{\text{grad}}(w) \quad (13)$$

$$\text{div}(\rho_l \vec{v}_l) = \text{div} \left(\rho_l \vec{v}_s - \frac{\rho}{1 + w} D_{ls} \overrightarrow{\text{grad}}(w) \right) \quad (14)$$

$$-\frac{\partial \rho_l}{\partial t} - \text{div}(\rho_l \vec{v}_s) = -\text{div} \left(\frac{\rho}{1 + w} D_{ls} \overrightarrow{\text{grad}}(w) \right) \quad (15)$$

کرنش‌ها با جابه‌جایی جامد از طریق روابط زیر وابسته‌اند:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}; \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (27)$$

استفاده از روابط (۲۴) تا (۲۷) در معادلات (۲۲) و (۲۳)، اجازه استنتاج توزیع فضایی جابه‌جایی محصول هنگام خشک شدن را می‌دهد. در ادامه سرعت محصول (جامد و مایع) محاسبه می‌گردد. فرض شده است که سرعت جامد و سرعت محصول در هر نقطه با هم برابرند [۱۴]:

$$(v_s)_x = \frac{\partial u}{\partial t} \quad (28)$$

$$(v_s)_y = \frac{\partial v}{\partial t} \quad (29)$$

۶- شرایط اولیه و شرایط مرزی

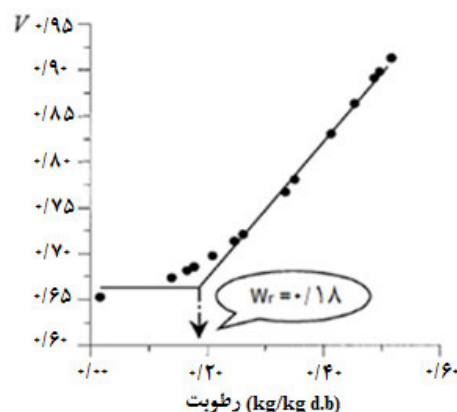
در ابتدا، دما و رطوبت یکنواخت هستند:

$$T(Z,0) = T_0; w(z,0) = w_0 \quad (30)$$

شرایط مرزی حرارت و جرم در جدول ۳ نشان داده شده است. $h(T_a - T_{surf})$ حرارت منتقل‌شده به وسیله جابه‌جایی، $\dot{m}L_v$ حرارت منتقل‌شده به واسطه تبخیر رطوبت، $k \frac{\partial T}{\partial x}$ حرارت منتقل‌شده در مدل به وسیله رسانایی و Q_{wall} حرارت تشعشعی مبادله‌شده با دیوارهای احاطه‌کننده است.

جدول ۳ شرایط مرزی انتقال حرارت و انتقال جرم

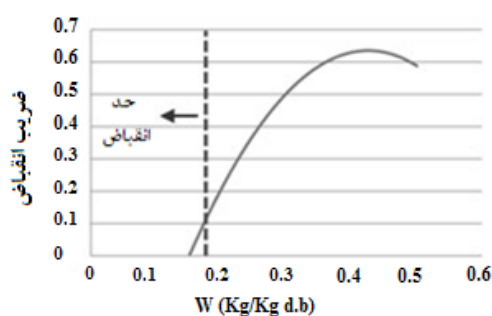
دو بعدی		
سطح	انتقال حرارت	انتقال جرم
0-R	$h(T_a - T_{surf}) + Q_{wall}$	$\dot{m} = -\rho_s D \frac{\partial w}{\partial y}$
H-R	$= \dot{m}L_v (T_{surf}) + k \frac{\partial T}{\partial y}$	
0-H	$\dot{q} = 0$	$\dot{m} = 0$
R-H		
سه بعدی		
سطح	انتقال حرارت	انتقال جرم
0-R	$h(T_a - T_{surf}) + Q_{wall}$	$\dot{m} = -\rho_s D \frac{\partial w}{\partial y}$
0-H	$= \dot{m}L_v (T_{surf}) + k \frac{\partial T}{\partial y}$	
R-H		
H-R		



شکل ۲ تغییرات حجم مدل نسبت به تغییرات رطوبت [۱۵]

جدول ۲ حدود اتربرگ

حدود اتربرگ	رطوبت (درصد)
حد روانی	۲۳/۴۸
حد خمیری	۱۹/۶۴
حد انقباض	۱۸



شکل ۳ تغییرات ضریب انقباض نسبت به رطوبت

تنش‌ها باید معادلات تعادل را ارضا کنند:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (22)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} = 0 \quad (23)$$

تنش‌ها به کرنش به صورت زیر وابسته‌اند:

$$\sigma_{xx} = \lambda(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) + 2\mu\varepsilon_{xx} - 3k\beta(w - w_0) - 3k\alpha(T - T_0) \quad (24)$$

$$\sigma_{yy} = \lambda(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) + 2\mu\varepsilon_{yy} - 3k\beta(w - w_0) - 3k\alpha(T - T_0) \quad (25)$$

$$\sigma_{xy} = 2\mu\varepsilon_{xy} \quad (26)$$

تبخیر با کاهش دمای سطح و ایجاد گرادیان دما بین سطح و محیط اطراف باعث انتقال حرارت از محیط اطراف به مدل و افزایش نرخ تبخیر می‌شود. تبخیر همچنین با ایجاد گرادیان دما بین سطح و عمق مدل باعث ایجاد تنش‌های حرارتی می‌شود. مقادیر تنش‌های حرارتی در مقایسه با تنش‌های ناشی از گرادیان رطوبت ناچیزند و در این تحقیق، با هدف ساده‌سازی شبیه‌سازی فرایند خشک‌شدن، از محاسبه آن‌ها صرف‌نظر شده است.

ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی میانگین $\bar{h}$ (W/m²K) از طریق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{h} = \frac{kNu_L}{L} \quad (43)$$

عدد ناسلت برای سطوح جانبی، سطح بالا و سطح پایین به‌ترتیب از طریق روابط (۴۵)، (۴۶) و (۴۷) محاسبه می‌شود:

$$Nu_L = (0.825 + \frac{0.387Ra_L^{\frac{1}{4}}}{(1 + (0.492/Pr)^{9/16})^{8/27}})^2 \quad (44)$$

$$Nu_L = 0.27Ra_L^{\frac{1}{4}} \quad (45)$$

$$Nu_L = 0.54Ra_L^{\frac{1}{4}} \quad (46)$$

عدد ریلی، عدد پرانتل و طول مشخصه عبارت‌اند از:

$$Ra_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha} \quad (47)$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (48)$$

$$L = \frac{A_s}{P} \quad (49)$$

در روابط بالا، ν (m²/s) ویسکوزیته سینماتیک، α (m²/s) پخشندگی گرمایی، T_s (K) و T_∞ (K) به‌ترتیب دمای سطح و دمای محیط، β (K⁻¹) ضریب انبساط گرمایی و A_s (m²) مساحت سطح و P (m) محیط سطح است [۱۶].

۹- تاثیر انقباض بر رفتار خشک‌شدن

جهت جابه‌جایی مختصات فضایی، تغییر شکل مدل به واسطه انقباض و تنش‌ها باید لحاظ شود. برای محاسبه تغییر شکل‌ها به واسطه تنش‌ها، معادلات تعادل مومنوم، علاوه بر معادلات نفوذ، باید حل شوند که منجر به یک سری دستگاه معادلات دیفرانسیلی می‌شود.

با خاکستری فرض کردن سطح و دیوارهای احاطه‌کننده، حرارت تشعشعی با عبارت زیر بیان می‌شود:

$$Q_{wall} = \frac{x(T_{wall}^4 - T_{surf}^4)}{\frac{1}{\epsilon_{products}} + A_{products}/A_{wall}(1/\epsilon_{wall} - 1)} \quad (31)$$

در رابطه بالا، X ثابت اسفان-بولتزمن است. شرایط مرزی تنش‌ها به صورت زیر هستند:

$$x = L : \sigma_{xx} = 0; \sigma_{xy} = 0 \quad (32)$$

$$x = 0 : u = 0 \quad (33)$$

$$y = H : \sigma_{yy} = 0; \sigma_{xy} = 0 \quad (34)$$

$$y = 0 : v = 0 \quad (35)$$

۷- رابطه بین جابه‌جایی جامد و آب از دست داده شده

تغییر تدریجی غلظت جرم جامد و مایع با رطوبت می‌تواند به صورت زیر گسترش یابد [۱۳]:

$$\rho_s = \frac{\rho_s^0}{1 + \delta w}; \rho_l = \frac{w\rho_s^0}{1 + \delta w} \quad (36)$$

$$\rho_s = \rho_s^0 - \delta\rho_l \quad (37)$$

$$\delta\left(\frac{\partial\rho_l}{\partial t} + \vec{v}_s \cdot \text{grad}\rho_l\right) + \rho_s \text{div}(\vec{v}_s) = 0 \quad (38)$$

$$\frac{\partial\rho_l}{\partial t} + \text{div}(\vec{j}) + \rho_l \text{div}(\vec{v}_s) + \vec{v}_s \cdot \text{grad}\rho_l = 0 \quad (39)$$

$$\delta \text{div}(\vec{j}) + (\delta\rho_l + \rho_s) \text{div}(\vec{v}_s) = 0 \quad (40)$$

و در نهایت

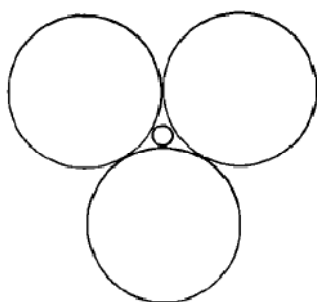
$$\delta \text{div}\left(-\frac{\rho_s^0 D}{1 + \epsilon w} \text{grad}(w)\right) = -\rho_s^0 \text{div}(\vec{v}_s) \quad (41)$$

که می‌تواند به صورت زیر ساده شود:

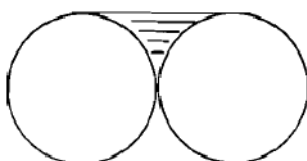
$$\delta \text{div}\left(\frac{D}{1 + \epsilon w} \text{grad}(w)\right) = \text{div}(\vec{v}_s) \quad (42)$$

۸- ضریب جابه‌جایی حرارت

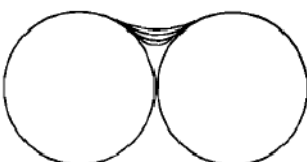
در شروع فرایند، دما در کل مدل یکسان و هم‌دما با دمای خشک‌کن است. اما با ادامه فرایند خشک‌شدن و تبخیر رطوبت از سطح، دمای سطح به‌تدریج کاهش می‌یابد و با گذشت زمان به عمق مدل نفوذ می‌کند.



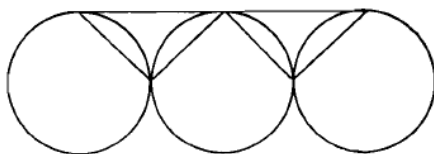
شکل ۵ نمای بالا از مواد متخلخل



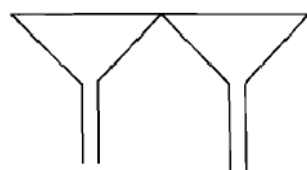
شکل ۶ نمای جانبی از مواد متخلخل در شروع فرایند



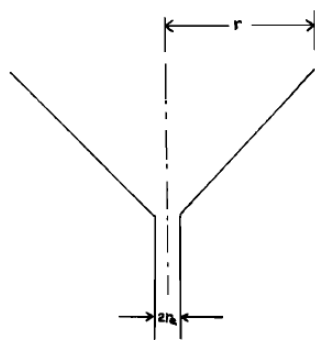
شکل ۷ نمای جانبی از مواد متخلخل در طول فرایند



(a)



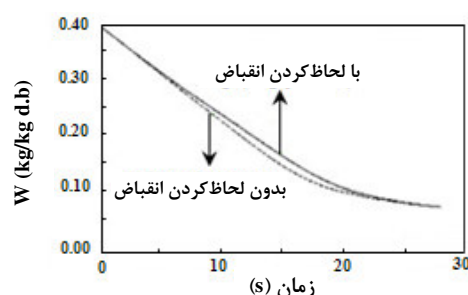
(b)



(c)

شکل ۸ مدل سطوح متخلخل

در انقباض همسان، مهم‌ترین تاثیر تغییر شکل بر رفتار خشک‌شدن کاهش سطح خشک‌شدن است که منجر به کاهش نرخ خشک‌شدن می‌شود. در شکل ۴ تاثیر در نظر گرفتن و نگرفتن انقباض در فرایند خشک‌شدن نشان داده شده است [۱۷]. مشاهده می‌شود که در دوره خشک‌شدن با نرخ ثابت لحاظ نکردن انقباض در شبیه‌سازی فرایند باعث کاهش نرخ خشک‌شدن می‌شود. اما اختلاف در دو منحنی با شروع دوره خشک‌شدن با نرخ کاهشی به سرعت از بین می‌رود. در این تحقیق، با در نظر گرفتن تغییرات سطح در محاسبه نرخ خشک‌شدن، اثر انقباض در نرخ خشک‌شدن لحاظ شده است. تغییرات سطح با استفاده از ضریب انقباض محاسبه می‌شود.



شکل ۴ تاثیر انقباض همسان در رفتار خشک شدن [۱۷]

۱۰- تبخیر در سطوح مواد متخلخل

برخلاف این پنداشت عمومی که خشک‌شدن با نرخ ثابت فقط تا زمانی که سطح کاملاً خیس است اتفاق می‌افتد، در مواد متخلخل آزمایش‌های فراوانی نشان داده‌اند که نرخ خشک‌شدن می‌تواند ثابت باشد، در حالی که سطح نسبتاً نمدار است. جهت ساده‌سازی مسئله، فرض شده است که ماده متخلخل از کره‌هایی با شعاع یکسان تشکیل شده است و مایع می‌تواند کاملاً سطح ذرات را خیس کند.

شکل ۵ نمای بالای یک المان از سطح ماده متخلخل را نشان می‌دهد. بخش مرکزی که توسط سه کره احاطه شده دارای شعاع معادل $r_e = 0.1547 r$ است. در شروع فرایند، کل سطح ماده متخلخل از آب پوشیده شده است (شکل ۶). با ادامه فرایند خشک‌شدن، سطح تبخیر با عقب‌نشینی به قسمت داخلی ماده متخلخل نیروی مکش برای انتقال آب به سطح را فراهم می‌کند (شکل ۷).

جهت تحلیل مکانیزم تبخیر، سطح متخلخل با مدل نشان داده شده در شکل ۸ ساده‌سازی شده است [۴].

$$M_r = \frac{M_A + M_B}{M_A M_B} \quad (52)$$

در معادلات بالا، M_A و M_B به ترتیب جرم مولی هوا و رطوبت برحسب g/mol ، V_A و V_B به ترتیب حجم مولی هوا و رطوبت برحسب cm^3/mol و P فشار محیط برحسب atm است. مقادیر متغیرها در این تحقیق به صورت زیر فرض شده است.

$$M_A = 28.94 \text{ g/mol}$$

$$M_B = 18 \text{ g/mol}$$

$$V_A = 20.1 \text{ cm}^3/mol$$

$$V_B = 12.7 \text{ cm}^3/mol$$

$$P = 1 \text{ atm}$$

۱۲- ضریب نفوذ رطوبت در داخل مدل

با توجه به تغییرات رطوبت در زمان و مکان در داخل مدل و وابسته بودن ضریب نفوذ رطوبت به مقدار رطوبت و دما، در هر لحظه ضریب نفوذ رطوبت با استفاده از معادله ارنهیموس محاسبه می شود [۲۱].

$$D = D_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{a_T} \left(\frac{X}{X_0} \right)^{a_X}$$

$$D_0 = 7.36 \times 10^{-9} \frac{m^2}{s}$$

$$T_0 = 273K \quad a_T = 9.5$$

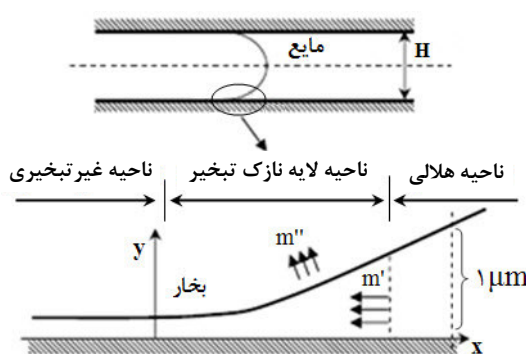
$$X_0 = 0.35 \frac{kg}{kg.d.b} \quad a_X = 0.5 \quad (53)$$

۱۳- مدل سازی و شبیه سازی فرایند

فرایند خشک شدن خاک رس با پارامترهای متغیر ذکر شده در بخش های قبل و پارامترهای ثابت ارائه شده در جدول ۴ شبیه سازی شد. در شبیه سازی فرایند، زمان کافی برای رسیدن ماده از رطوبت اولیه ۴۰ درصد به محدوده رطوبت هایگراسکوپ ۵ درصد (۲ تا ۵ درصد) داده شده است.

برای شبیه سازی فرایند خشک شدن به روش المان محدود، از ۳۵۰۰ تا ۷۵۰۰ المان مکعبی ۸ گره ای با درون یابی خطی و المان چهاروجهی ۴ گره ای با درون یابی خطی، بسته به ابعاد مدل و نوع آنالیز در مش بندی مدل، استفاده شده است.

مکانیزم تبخیر در سطوح مواد متخلخل مکانیزم از لوله های موئین یا همان تبخیر از لایه نازک گسترش یافته است. لایه نازک گسترش یافته به صورت لایه ای از مایع، که در آن فشار جداسازی بر میدان جریان سیال حاکم است و عامل حرکت جریان به سمت ناحیه لایه نازک است، تعریف می شود (شکل ۹) [۱۸].



شکل ۹ مکانیزم تبخیر از سطوح مواد متخلخل [۱۸]

تبخیر از لایه نازک گسترش یافته، به همراه مقاومت در برابر نفوذ بخار به محیط، عامل خشک شدن با نرخ ثابت در دوره اول است. تبخیر از لایه نازک گسترش یافته کاهش نرخ خشک شدن به دلیل افزایش نقاط خشک را جبران می کند و نرخ خشک شدن را تقریباً ثابت نگه می دارد.

نرخ تبخیر از سطوح نمدار از طریق رابطه زیر محاسبه می شود [۱۹].

$$m_e = \frac{(0.7581 + 0.42527v)(P_w - \phi P_a)^{0.7}}{h_{fg}} \quad (50)$$

با اندازه گیری های انجام شده، اختلاف دمای سطح آب و محیط اطراف به طور میانگین ۳ درجه سانتی گراد در طول فرایند فرض شد. فشار بخار اشباع در دمای ۳۰ درجه 4234 Pa ، در دمای ۲۷ درجه $3571/6 \text{ Pa}$ و رطوبت محیط ۲۵ درصد منظور شد.

۱۱- ضریب نفوذ بخار به محیط اطراف

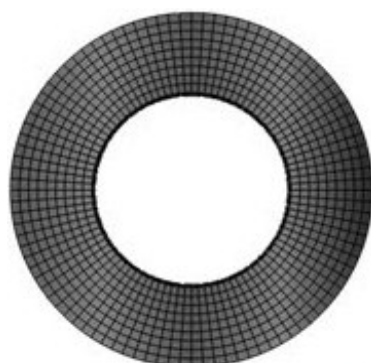
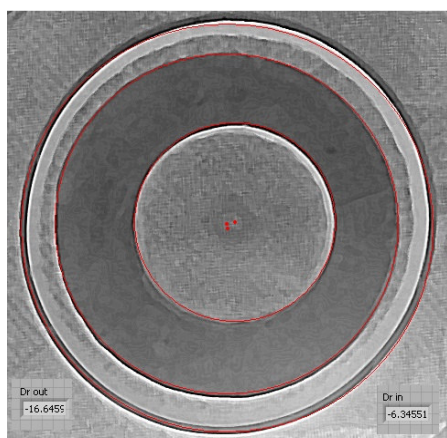
ضریب انتقال رطوبت در هوا که به دما وابسته است از طریق معادله زیر محاسبه می شود [۲۰].

$$D = 0.001 \frac{T^{1.75} M_r^{0.5}}{P(V_A^{1/3} + V_B^{1/3})^2} \quad (51)$$

دمای ۳۰ درجه سانتی‌گراد با رطوبت نسبی ۲۵ درصد خشک شد. کاهش شعاع خارجی، کاهش شعاع داخلی و درصد انقباض حجمی مدل با استفاده از تکنیک‌های پردازش تصویر محاسبه شد. در جدول ۵، نتایج حاصل از پردازش تصویر و شبیه‌سازی در محاسبه کاهش شعاع خارجی، کاهش شعاع داخلی برحسب میلی‌متر و درصد انقباض حجمی نشان داده شده است. همچنین، در شکل ۱۱ خروجی نرم‌افزار شبیه‌سازی و پردازش تصویر نشان داده شده است.

جدول ۵ مقایسه نتایج پردازش تصویر و شبیه‌سازی

پردازش تصویر	شبیه‌سازی	خطا (درصد)
کاهش شعاع خارجی	۱۶/۴۱۵	۱/۳۸
کاهش شعاع داخلی	۹/۰۲۸	۴۲/۲۸
در صد انقباض حجمی	۳۴/۳۲۹	۳۰/۱۳۶



تغییر قطر = ۳۲/۸۲ mm

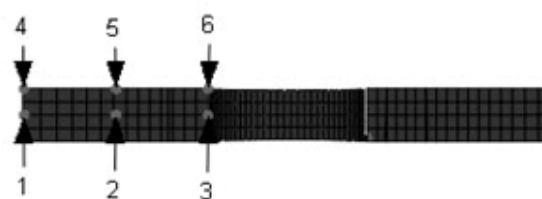
شکل ۱۱ مقایسه مدل ۱۱۰ با واقعیت

در بررسی‌های انجام‌شده، از چهار مدل مدور با قطر خارجی یکسان ۲۰۰ میلی‌متر و قطرهای داخلی ۶۰، ۹۰، ۱۱۰ و ۱۶۰ میلی‌متر و ضخامت ۲۰ میلی‌متر استفاده شده است. نام‌گذاری مدل‌ها بر اساس تنها پارامتر متفاوت آن‌ها یعنی قطر داخلی انجام شده است. برای نمونه مدل ۶۰ به معنای قطعه‌ای مدور از خاک رس به قطر خارجی ۲۰۰ میلی‌متر و قطر داخلی ۶۰ میلی‌متر و ضخامت ۲۰ میلی‌متر با خواص فیزیکی و مکانیکی ارائه‌شده در جدول ۴ است.

جدول ۴ خواص فیزیکی و مکانیکی مدل

مشخصات ماده	
ضریب انبساط دمایی	$1 \cdot e^{-5} (1/K)$
ضریب پواسون	۰/۴
چگالی	$1800 (kg/m^3)$
رسانایی	$1/5 (W/mK)$
گرمای ویژه	$0.840 (kJ/kg)$

مدل ۶۰ با هندسه سه‌بعدی در رسم نمودار انقباض بر حسب زمان استفاده شد. در این نمودار انقباض یک گره سطح مدل و انقباض یک گره در عمق مدل مورد بررسی قرار گرفته است. در رسم نمودار تغییرات رطوبت بر حسب زمان در هر دو چینش علاوه بر دو نقطه بالا ۴ نقطه دیگر هم مورد مطالعه قرار گرفت که در شکل ۱۰ نشان داده شده است.

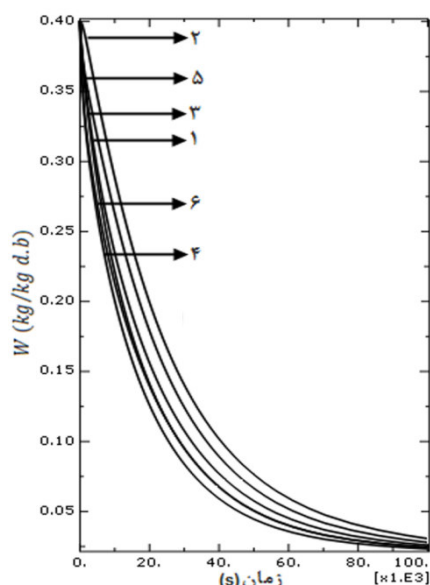


شکل ۱۰ نمایش مکان هندسی نقاط مورد مطالعه در آنالیز تنش

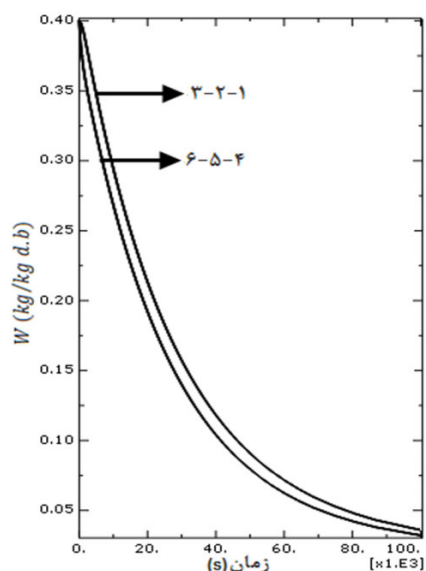
۱۴- خشک‌نمودن قطعه و مشاهدات تجربی

به منظور بررسی و دقت معادلات ارائه‌شده به کمک مقایسه نتایج تجربی و شبیه‌سازی، مدل ۱۱۰ در آزمایشگاه مورد بررسی قرار گرفت. برای تهیه قالب مدل ۱۱۰ از دو لوله یکی با قطر داخلی ۲۰۰ میلی‌متر و دیگری با قطر خارجی ۱۱۰ میلی‌متر استفاده شد. مدل ۱۱۰ با رطوبت اولیه ۴۰ درصد در

می‌شود، در حالت سه‌بعدی گره ۴ که در لبه بیرونی مدل قرار دارد، اولین و گره ۲ که در عمق مدل قرار دارد آخرین گره در فرایند خشک‌شدن است؛ اما در حالت دوبعدی گره‌های ۴، ۵، ۶ اولین گره‌ها و گره‌های ۱، ۲، ۳ آخرین گره در فرایند خشک شدن هستند.



شکل ۱۳ تغییرات رطوبت مدل ۶۰ در حالت سه‌بعدی



شکل ۱۴ تغییرات رطوبت مدل ۶۰ در حالت دوبعدی

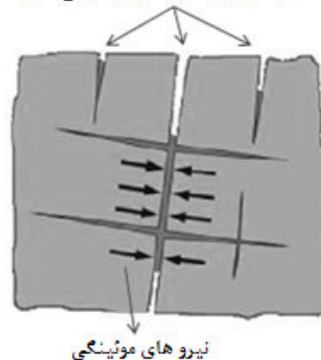
در گره‌هایی که رطوبت خود را زودتر از بقیه گره‌ها از دست می‌دهند، به دلیل داشتن میل به جابه‌جایی بیشتر نسبت به گره‌های مجاور، انتظار می‌رود که مقادیر تنش بیشتر باشد.

از جمله عوامل خطا در شبیه‌سازی می‌توان به دوفازی فرض کردن ماده، حضور و ظهور فاز گازی، لحاظ نکردن اصطکاک در شبیه‌سازی، خطا در محاسبه حدود اتربرگ ماده، ثابت فرض کردن چگالی و گرمای ویژه و در نهایت به خطای پردازش تصویر اشاره کرد.

۱۵- نتایج و بررسی

فرایند خشک‌شدن در حالت سه‌بعدی از سطوح جانبی (با شدت بیشتر در لبه‌ها) شروع می‌شود و با گذشت زمان در عمق نفوذ می‌کند، اما در حالت دوبعدی فرایند خشک‌شدن از مرکز سطوح بالا و پایین مدل شروع می‌شود و گسترش می‌یابد. اختلاف فاز در خشک‌شدن (بین سطح و عمق) سبب انقباض بیشتر سطح نسبت به عمق می‌شود؛ به عبارت دیگر مدل در سطح به علت ازدست دادن رطوبت تمایل به کوچک شدن دارد، اما در عمق، مدل به دلیل ازدست دادن رطوبت کمتر نسبت به سطح و حضور نیروهای موئینگی انقباض کمتری دارد (شکل ۱۲) و این اصلی‌ترین عامل برای ایجاد تنش‌های کششی در سطح و وقوع ترک در طول فرایند خشک شدن است.

ظاهر شدن ترک در سطوح خارجی مدل

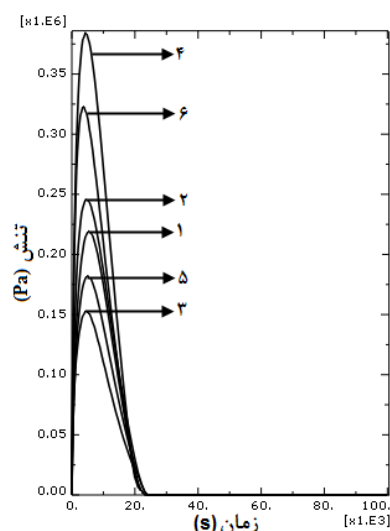


شکل ۱۲ نیروهای موئینگی و وقوع ترک

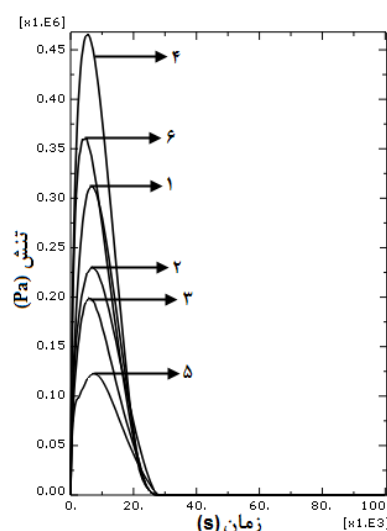
در ابتدا رطوبت در سرتاسر مدل یکنواخت است و در ادامه فرایند خشک‌شدن گرادیان رطوبت در مدل به وجود می‌آید. شکل ۱۳ نمودار تغییرات رطوبت مدل را که حاصل از شبیه‌سازی سینتیک خشک‌شدن در دمای ۳۰ درجه سانتی‌گراد و رطوبت نسبی ۲۵ درصد با رطوبت اولیه ۴۰ درصد بر مبنای خشک است برای ۶ نقطه در حالت سه‌بعدی و شکل ۱۴ برای همان ۶ نقطه در حالت دوبعدی نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده

عنوان درآمد حاصل از خشک کردن، تنش‌ها به موازات توزیع غیریکنواخت رطوبت افزایش می‌یابد و در بعضی از لحظات به بیشترین مقدار خود می‌رسند. وقتی توزیع رطوبت یکنواخت‌تر می‌شود، تنش‌ها شروع به کاهش یافتن می‌کنند. شدت تنش‌ها در حالت سه‌بعدی بیشتر از حالت دوبعدی است. برای مثال، بیشترین مقدار تنش در مدل ۶۰ برای حالت سه‌بعدی حدود ۰/۴۷۲ مگاپاسکال و در حالت دوبعدی حدود ۰/۱۱۶ مگاپاسکال است. تنش میز برای هر چهار مدل در ۶ نقطه مشخص شده در شکل ۱۰ محاسبه شد. شکل ۱۵ تغییرات تنش میز در این ۶ نقطه را در طول فرایند خشک شدن برای حالت سه‌بعدی و شکل ۱۶ برای حالت دوبعدی نشان داده است.

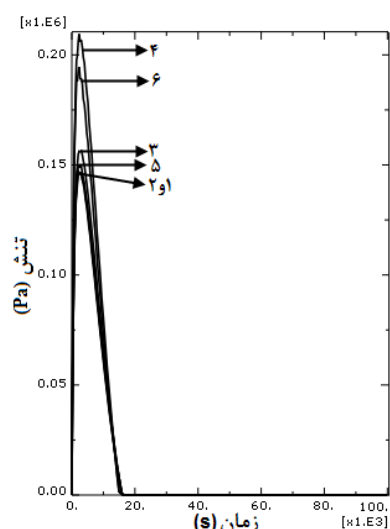
خشک شدن تا رطوبت بحرانی ($w_r(t = 32e3 \text{ s})$) در حالت سه‌بعدی همراه با کاهش هم‌زمان حجم و رطوبت و تغییرات تنش می‌باشد و بعد از آن خشک شدن فقط با کاهش رطوبت ادامه می‌یابد و تغییرات تنش و حجم صفر می‌شود. درحقیقت، بعد از دوره خشک شدن اول، نرخ خشک شدن یا نرخ تبخیر رطوبت از سطح با نرخ نفوذ رطوبت در محصول کنترل می‌شود، در حالی که در دوره اول نرخ خشک شدن با نرخ تبخیر از سطح ماده متخلخل کنترل می‌شود. تفاوت تمایل در کوچک شدن سطح و عمق باعث ایجاد تنش‌های کششی بزرگ در لبه‌ها و سطح (در صورت زیادبودن ارتفاع مدل تنش‌های فشاری در عمق) می‌شود. در حقیقت، به



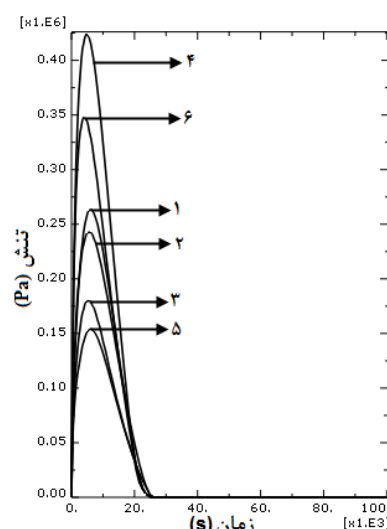
c) M-110



a) M-60

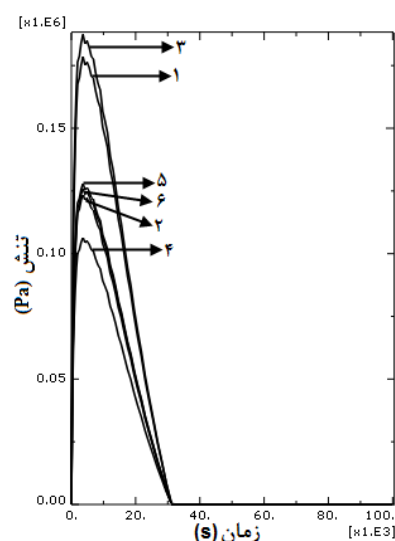


d) M-160

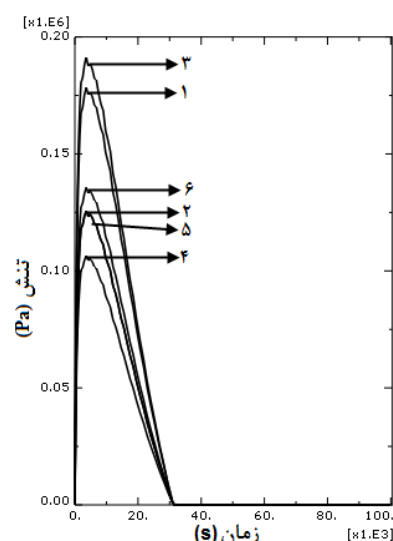


b) M-90

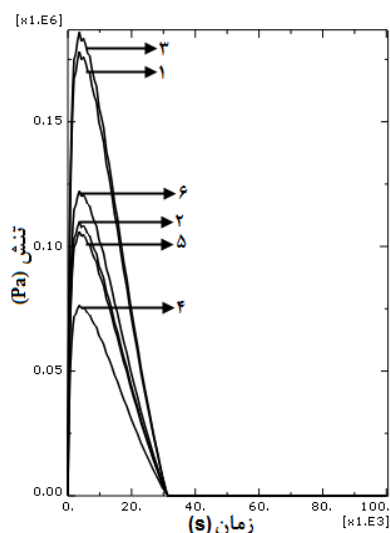
شکل ۱۵ تغییرات تنش برای هر چهار مدل در حالت سه‌بعدی: (a) مدل ۶۰، (b) مدل ۹۰، (c) مدل ۱۱۰، (d) مدل ۱۶۰



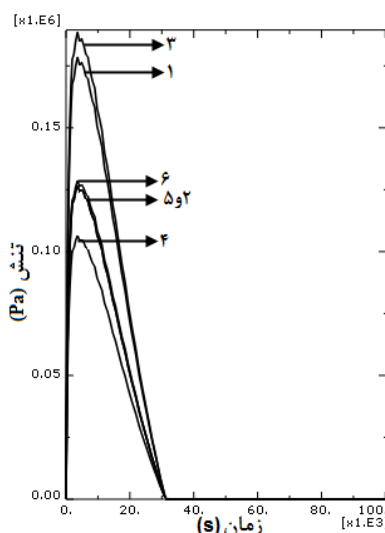
c) M-110



a) M-60



d) M-160



b) M-90

شکل ۱۶ تغییرات تنش برای هر چهار مدل در حالت دو بعدی (a: مدل ۶۰، b: مدل ۹۰، c: مدل ۱۱۰، d: مدل ۱۶۰)

است و ذرات جامد با پر پرکردن فضای خالی ناشی از خروج آب منقبض می‌شوند.

گرادیان تغییر شکل در راستای z در حالت دوبعدی بیشتر است، که به دلیل تفاوت توزیع رطوبت در این دو چینش است. درحقیقت در راستای z گرادیان رطوبت در حالت دوبعدی بیشتر از سه‌بعدی است، اما لایه‌های طولی که به موازات سطح هستند به صورت یکنواخت خشک می‌شوند.

گرادیان رطوبت در مدل باعث تغییر شکل ناهمگن مدل و به دنبال آن ظاهر شدن و ناپدید شدن تنش‌های کششی و فشاری و در شرایط خاصی تنش‌های پس‌ماند در مدل می‌شود. این سری

بیشترین مقدار تنش در هر چهار مدل در حالت سه‌بعدی مربوط به گره ۴ است و در حالت دوبعدی مربوط به گره ۳ است که زودتر از بقیه گره‌ها خشک می‌شوند. جهت درک تاثیر ضخامت (اختلاف بین شعاع خارجی و شعاع داخلی) بر مقادیر تنش‌ها، مقدار تنش ماکزیمم در هر ۴ مدل مشخص شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش ضخامت، تنش ماکزیمم افزایش می‌یابد.

شکل ۱۷ انقباض محصول برای دو گره را در حالت سه‌بعدی نشان می‌دهد. در هر دو حالت شدت کرنش در سطوح تبادل بیشتر از داخل محصول است، زیرا در سطح، تنش‌ها ماکزیمم

- گرادیان رطوبت و دما باعث جابه‌جایی غیریکنواخت ذرات جامد در ماده می‌شود.
- به کمک مدل ارائه‌شده تنش‌های خشک‌شدن، در دو چینش خشک‌شدن دوبعدی و سه‌بعدی، برای یک نمونه خاک رس شبیه‌سازی شد.
- نمودار تغییرات تنش بر حسب زمان در چند نقطه مختلف در مدل مورد بررسی نشان می‌دهد که تنش، در حالت سه‌بعدی، در لبه‌ها و در حالت دوبعدی در مرکز سطوح جانبی ماکزیمم است.
- امکان وقوع ترک در حالت خشک‌شدن سه‌بعدی بسیار بیشتر از حالت دوبعدی است.
- با کاهش ضخامت مدل، مقادیر تنش ماکزیمم و مینیمم کاهش می‌یابند.
- زمان احتمالی وقوع ترک قبل از زمان انرژی کرنشی ماکزیمم است.

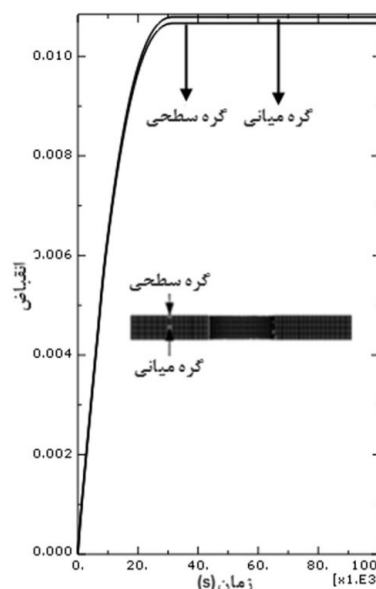
۱۷- علائم

C_p	گرمای ویژه، (J/kgK)
h_{fg}	گرمای نهان تبخیر آب، (J/kg)
m_e	نرخ تبخیر رطوبت، (kg/m ² s)
D	ضریب نفوذ، (m ² /s)
M	جرم مولی، (g/mol)
P	فشار بخار اشباع، (Pa)
T	دما، (K)
V	حجم مولی، (cm ³ /mol)
k	رسانایی حرارتی، (W/mK)
t	زمان، (s)
v	سرعت، (m/s)
w	رطوبت، (kg/kg d.b)

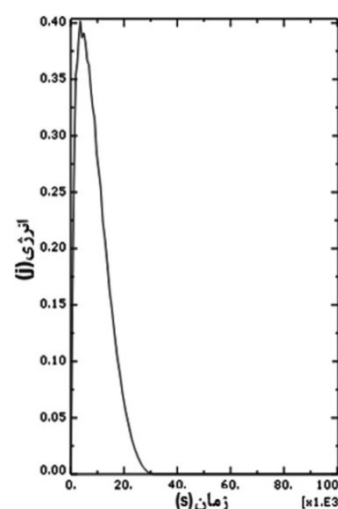
علائم یونانی

ϕ	رطوبت نسبی هوا
λ	مدول یانگ، (Pa)
μ	مدول صلابت، (Pa)
ρ	چگالی، (kg/m ³)

از وقایع سبب تغییر انرژی کرنشی در مدل می‌شود. انرژی کرنشی معیار خوبی برای پیش‌بینی زمان رخداد ترک است. در شکل ۱۸ تغییرات انرژی کرنش برای مدل ۶۰ در حالت سه‌بعدی نشان داده شده است.



شکل ۱۷ انقباض مدل ۶۰ در حالت سه‌بعدی



شکل ۱۸ تغییرات انرژی کرنشی

۱۶- نتیجه‌گیری

- یک مدل ریاضی انتقال جرم و حرارت وابسته به هم را با در نظر گرفتن تنش و کرنش به وجود آمده شرح داد.
- تبخیر سطحی در طی فرایند خشک‌شدن باعث ایجاد گرادیان رطوبت و دما در ماده می‌شود.

زیرنویس‌ها

a هوای محیط

l مایع

s جامد

w سطح ماده مرطوب

۱۸- مراجع

- [10] Whitaker S., "Flow in Porous Media I: A Theoretical Derivation of Darcy's Law", *Journal of Transport Porous Media*, Vol. 1, No. 1, 1986, pp. 3-25.
- [11] Kiraakurek B., Gebizlioglu O., "Capillary Mechanism in Drying", *Proc. First International Symposium on Drying*, Science Press, Montreal, 1978, pp. 59-64.
- [12] Kowalski S. J., Rajewska K., "Drying Induced Stresses in Elastic and Viscoelastic Saturated Materials", *Chemical Engineering Science*, Vol. 57, No. 18, 2002, pp. 3883-3892.
- [13] Mihoubi D., Bellagi A., "Two-Dimensional Heat and Mass Transfer during Drying of Deformable Media", *Journal of Applied Mathematical Modeling*, Vol. 32, No. 3, 2008, pp. 303-314.
- [14] Mihoubi D., Bellagi A., "Stress Generated during Drying of Saturated Porous Media", *Journal of Transport Porous Media*, Vol. 80, No. 3, 2009, pp. 519-536.
- [15] Mihoubi D., Zagrouba F., Ben Amor M., Bellagi A., "Dring of Clay. I Material Characteristics", *Journal of Drying Technology*, Vol. 20, No. 2, 2002, pp. 465-487.
- [۱۶] اینکروپرا فرانک پی، دویت دیوید پی، مقدمه‌ای بر انتقال گرما، ترجمه بهرام پوستی، انتشارات کتاب دانشگاهی، ۱۳۸۵، صص ۳۰۰-۳۱۸.
- [17] Ketelaars A. A. J., *Drying Deformable Media, Kinetics, Shrinkage and Stress*, PhD Thesis, University of Eindhoven, Eindhoven, 1993.
- [18] Wang H., Garimella S. V., Murthy J. Y., "Characteristics of an Evaporating Thin Film in a Microchannel", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, No. 19-20, 2007, pp. 3933-3942.
- [19] Tang R., Etzion Y., "Comparative Studies on the Water Evaporation Rate from a Wetted Surface and that from a Free Water Surface", *Journal of Building and Environment*, Vol. 39, No. 1, 2004, pp. 77-86.
- [20] Fuller E. N., Schettler P. D., Giddings J. S., "New Method for Prediction of Binary Gas-Phase Diffusion Coefficients", *Industrial & Engineering Chemistry*, Vol. 58, No. 5, 1966, pp. 18-27.
- [21] Mujumdar A. S., *Handbook of Industrial Drying*, United States, Taylor & Francis Group, 2006.
- [1] Hasatani M., Itaya Y., "Drying Induced Strain and Stress: A Review", *Journal of Drying Technology*, Vol. 14, No. 5, 1996, pp. 1011-1040.
- [2] Katekawa M. E., Silva M. A., "A Review of Drying Models Including Shrinkage Effects", *Journal of Drying Technology*, Vol. 24, No. 1, 2006, pp. 5-20.
- [3] Denis A. B., Gilbert C. R., *Introduction to Drying of Ceramics*, United States, The American Ceramic Society, 2003, pp.63-65.
- [4] Lee M. T., Maa J. R., "Tee Effects of Extended Thin Film Evaporation and External Diffusion Resistance during the Constant Drying Rate Period", *Journal of Drying Technology*, Vol. 10, No. 2, 1992, pp. 395-419.
- [5] Brakel J. V., Heertjes P. M., "On the Period of Constant Drying Rate", *Proc. First International Symposium on Drying*, Science Press, Montreal, 1978, pp.70-78.
- [6] Rogers J. R., Kaviany M., "Variation of Heat and Mass Transfer Coefficients during Drying of Granular Beds", *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 112, 1990, pp. 668-674.
- [7] Chemkhi S., Zagrouba F., Bellagi A., "Mathematical Model for Drying of Highly Shrinkable Media", *Journal of Drying Technology*, Vol. 22, No. 5, 2004, pp. 1023-1039.
- [8] Ketelaars T., Pel L., Coumans W. J., Kerkhof P. J. A. M., "Drying Kinetics: a Comparison of Diffusion Coefficients from Moisture Concentration Profiles and Drying Curves", *Chemical Engineering Science*, Vol. 50, No. 7 1995, pp.1187-1191.
- [9] Whitaker S., "Simultaneous Heat, Mass and Momentum Transfer in Porous Media", *Journal of Advanced Heat Transfer*, Vol. 13, 1977, pp. 119-203.