مجله مهندسی مکانیک مدرس، خرداد ۱۳۹۳، دوره ۱٤، شماره ۳، ص‌ص ۱۵۷-۱۶۶

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

روشی جدید برای انتخاب نقاط مرجع در آزمایش مودال محیطی سازه‌ها

هدی سرپرست[۱]، محمدرضا آشوری[۲*]، محمد مهدی خطیبی[۳]

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان
۲- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان
۳- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان
* سمنان، صندوق پستی ۳۵۱۹۵۳۶۳، m_ashoori@semnan.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: ۱۸ شهریور ۱۳۹۲
پذیرش: ۱۵ آبان ۱۳۹۲
ارائه در سایت: ۲۷ اردیبهشت ۱۳۹۳

کلید واژگان:
نقاط مرجع
آنالیز مودال محیطی
پارامترهای مودال

چکیده

یکی از مشکلات روش‌های آنالیز مودال محیطی عدم امکان اندازه‌گیری همزمان پاسخ در تمامی نقاط مدنظر است، که عمدتا به‌دلیل محدودیت در تعداد شتاب سنج ها یا کانال‌های اندازه‌گیری می‌باشد. به‌منظور غلبه بر این مشکل، آزمایش باید در چندین مرحله انجام شده و ارتباط بین مراحل آزمایش با انتخاب نقاطی به‌عنوان نقاط مرجع برقرار شود. روش‌های موجود، انتخاب نقاط مرجع را براساس همبستگی بین نقاط اندازه-گیری شده انجام می دهند که با افزایش نویز محیطی، کارایی خود را از دست می دهند. بنابراین در این مقاله شاخص جدیدی برای انتخاب نقاط مرجع ارائه شده است که در محیط نویزی عملکرد مناسب‌تری دارد. به‌منظور بررسی عددی، روش پیشنهادی و روش همبستگی بر روی مدل اجزای محدود یک تیر اجرا و پارامترهای مودال حاصل از دو روش با یکدیگر مقایسه شده‌اند. همچنین اثر اضافه شدن نویز در سیگنال پاسخ بررسی شده است در ادامه آزمایشی بر روی یک ورق فلزی، انجام شده است. نتایج به‌دست آمده از بررسی‌های عددی و تجربی، نشان دهنده عملکرد مناسب‌تر شاخص پیشنهادی در مقایسه با شاخص همبستگی برای انتخاب نقاط مرجع و محاسبه پارامترهای مودال سازه می باشد.

A new method for selection of reference coordinates in operational modal testing of structures

Hoda Sarparast[1], Mohammad Reza Ashory[2*], Mohammad Mahdi Khatibi[3]

1- Department of Mechanical Engineering, Semnan University, Semnan, Iran
2- Department of Mechanical Engineering, Semnan University, Semnan, Iran
3- Department of Mechanical Engineering, Semnan University, Semnan, Iran
*P.O.B. 35195363 Semnan, m_ashoori@semnan.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 09 September 2013
Accepted 06 November 2013
Available Online 17 May 2014

Keywords:
Reference Coordinates
Operational Modal Analysis
Modal Parameters

ABSTRACT

One of the drawbacks of the operational modal analysis techniques is that there is no possibility of measurement of the responses in all required points, which is attributed to the limitations of either the number of accelerometers or the number of measurement channels. To overcome this shortcoming, an experiment should be performed in different steps and relations between these steps of the experiment are determined by selection of some specific points as reference points. Existing techniques use the correlation between measurement points to determine the reference points in which an increase in the environmental noise leads to the incapability of the method. In this paper, a new index for selection of reference points is introduced which is more efficient in the noisy environments. To evaluate the proposed method numerically, a comparison has been drawn between the results of this method and correlation approaches using a FE model of a beam. To validate the method, an experiment has been conducted on a steel plate. Obtained results from numerical and experimental cases show that the proposed index is more capable in reference point selection and calculation of the modal parameters of the structures comparing to the results of correlation method.

۱- مقدمه

آنالیز مودال یکی از روش‌های تجربی تحلیل دینامیکی سازه‌ها می‌باشد که نتایج حاصل از آن از دقت مناسبی برخوردار است[۱]. این تکنیک به تعیین خواص ذاتی یک سیستم در قالب فرکانس‌های طبیعی، نسبت‌های میرایی و شکل مودها می‌پردازد که از آن‌ها برای ایجاد یک مدل ریاضی از رفتار دینامیکی سیستم استفاده می‌شود. این مدل ریاضی، مدل مودال سیستم و اطلاعات مربوط به مشخصات آن، داده‌های مودال نامیده می شوند[۲].

روش‌های آنالیز مودال کلاسیک، تخمین پارامترهای مودال سازه را بر مبنای اندازه‌گیری ورودی-خروجی انجام می‌دهند که از میان آن‌ها می‌توان به‌روش‌های انتخاب قله[۱]، کمترین مربعات[۲] و غیره اشاره نمود[۳]. این روش‌ها معمولا در سازه‌های بزرگ قابل اجرا نمی‌باشند زیرا در این سازه‌ها امکان تحریک سازه یا اندازه‌گیری نیروهای وارد به آن دشوار و یا غیر ممکن

1- Peak picking
2- Least Square Method

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

H. Sarparast, M.R. Ashory, M.M. Khatibi, A new method for selection of reference coordinates in operational modal testing of structures, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 3, pp. 157-166, 2014 (In Persian)

می‌باشد. همچنین برای تحریک مصنوعی چنین سازه‌هایی باید نیروی زیادی به‌کار گرفته شود تا تمامی شکل مودهای سازه در محدوده فرکانسی مدنظر تحریک گردد. این نیروی زیاد امکان بروز خرابی محلی و رفتار غیرخطی در سازه را افزایش می‌دهد. از طرفی عوامل بسیاری نظیر؛ باد، تردد خودرو، امواج صوتی و غیره، در محیط اطراف وجود دارند که باعث ورود نویز در آزمایش می‌شوند[۴]. وجود چنین مشکلاتی باعث شد تا محققان روش‌های آنالیز مودال جدیدی را برای تخمین خصوصیات دینامیکی سازه‌ها ارائه دهند که صرفا بر مبنای اندازه‌گیری پاسخ عمل می‌کنند. این روش‌ها، آنالیز مودال محیطی[۱] نامیده می‌شوند[۵].

در آزمایش مودال محیطی سازه‌های بزرگ امکان اندازه‌گیری همزمان پاسخ سازه در تمام نقاط، به‌دلیل محدودیت تعداد شتاب سنج‌ها و کانال‌های اندازه‌گیری وجود ندارد[۶]. بنابراین آزمایش چنین سازه‌هایی باید در چندین مرحله انجام شود. برای برقرای ارتباط بین مراحل مختلف آزمایش، نقاطی از سازه به‌عنوان مرجع انتخاب می‌شوند که موجب ارتباط داده‌های مراحل مختلف آزمایش با یکدیگر می‌گردند[۷]. تاکنون روش‌های مختلفی برای شناسایی پارامترهای مودال سازه بر مبنای نقاط مرجع ارائه شده است که از این میان می‌توان به روش‌های مبتنی بر مرجع زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای داده[۲] [۷]، زیرفضاهای اتفاقی برمبنای کواریانس[۳] [۸] و روش ترکیبی زیرفضاهای اتفاقی-معین بر مبنای مرجع[۴] [۹] اشاره نمود.

روش‌هایی که در حال حاضر برای انتخاب نقاط مرجع مورد استفاده قرار می‌گیرند براساس همبستگی بین نقاط اندازه‌گیری شده می‌باشند [۹،۱۰]. یکی از مشکلات اساسی این روش‌ها، حساسیت آن‌ها نسبت به نویز است. در یک محیط اندازه‌گیری با سطح نویز زیاد، میزان همبستگی بین کانال‌ها کاهش می‌یابد و نقاط مناسبی به‌عنوان مرجع انتخاب نخواهند شد. به‌منظور برطرف نمودن مشکل مذکور می‌توان با توجه به روش‌های ارائه شده برای انتخاب تعداد و موقعیت مناسب شتاب سنج، روش جدیدی را برای انتخاب نقاط مرجع معرفی نمود. یکی از این روش‌ها روش موقعیت مستقل موثر[۵] می‌باشد که در آن با استفاده از شکل مودهای مدل اجزای محدود سازه، ماتریس اطلاعات[۶] به‌دست می‌آید و طی یک روند تکراری در هر مرحله یک درجه آزادی که سهم کمتری در شناسایی، استقلال خطی و تعامد شکل مودهای مدنظر سازه دارد حذف می‌شود. این روند تا رسیدن به تعداد مشخصی از شتاب سنج ادامه می‌یابد[۱۱،۱۲]. روش بهینه‌سازی مرتبه ماتریس انرژی[۷] روش دیگری است که برای تعیین تعداد و موقعیت مناسب شتاب سنج از ماتریس اطلاعات وزن‌دار استفاده می‌کند که وزن ماتریس اطلاعات، ماتریس سختی می‌باشد. در واقع براساس این روش، درجات آزادی که انرژی کرنشی شکل مودها را ماکزیمم می‌کنند، انتخاب می‌شوند[۱۳]. روش دیگری که براساس ماتریس اطلاعات وزن‌دار عمل می‌کند روش انرژی جنبشی مودال[۸] می‌باشد که وزن ماتریس اطلاعات آن ماتریس جرم است. این روش در حضور نویز بسیار خوب عمل می‌کند و درجات آزادی که بالاترین انرژی جنبشی را دارند انتخاب می‌کند [۱۲-۱۴]. در روش آنتروپی اطلاعات[۹] که جزئیات آن در مرجع [۱۵] آمده است با دنبال نمودن یک روند تکراری، درجات آزادی موردنظر براساس روش موقعیت حسگر ترتیبی پیشرو[۱۰] یا پسرو[۱۱] انتخاب می‌شوند. در مرجع [۱۶] نیز روشی برای انتخاب تعداد شتاب‌سنج براساس معیار اطمینان مودال[۱۲] ارائه شده و به‌دنبال آن روش الگوریتم ژنتیک[۱۳] برای تعیین موقعیت بهینه شتاب سنج‌ها به‌کار گرفته شده است. همچنین روش‌های دیگری نظیر نقطه محرک بهینه[۱۴]، نقطه محرک غیربهینه[۱۵]، تجزیه مقدار تکین[۱۶] و بسط مجموعه حسگر[۱۷] [۱۱] نیز وجود دارند که می‌توان از آن‌ها برای تعیین تعداد و موقعیت مناسب شتاب سنج‌ها استفاده نمود.

در این مقاله با ایده گرفتن از روش‌های فوق و با توجه به اینکه نقاط مرجع باید اطلاعات همه مودهای مدنظر را داشته باشند[۸]، روش جدیدی برای انتخاب نقاط مرجع ارائه شده است. این روش ترکیبی از دو روش موقعیت مستقل موثر و روش انرژی جنبشی مودال می‌باشد که با عنوان موقعیت مستقل موثر تکامل یافته معرفی می‌گردد. مزیت اصلی این روش آن است که درجات آزادی انتخاب شده علاوه‌بر داشتن بیشترین نقش در استقلال خطی شکل مودهای مدنظر، دارای انرژی جنبشی بالا نیز می‌باشند. درحالی که درجات آزادی انتخاب شده از روش موقعیت مستقل موثر لزوما دارای انرژی جنبشی بالاتر نیستند و درجات آزادی انتخاب شده از روش انرژی جنبشی مودال نیز لزوما بیشترین نقش را در استقلال خطی شکل مودهای مدنظر ندارند. همچنین روش پیشنهادی به‌دلیل دارا بودن اطلاعات انرژی جنبشی درجات آزادی در مقایسه با روش‌های مبتنی بر همبستگی نقاط اندازه‌گیری شده، عملکرد مناسب‌تری در برابر نویز دارد.

به‌منظور بررسی عددی روش پیشنهادی، از مدل اجزای محدود یک تیر استفاده شده است. به کمک این مدل، تیر در نرم‌افزار متلب تحت تحریک اتفاقی در تمام درجات آزادی قرار گرفته و تنها پاسخ تیر در درجات آزادی جابه‌جایی اندازه‌گیری شده است. برای انتخاب نقاط مرجع از هر دو روش پیشنهادی و همبستگی استفاده شده است. سپس با به‌کارگیری روش مبتنی بر مرجع زیر فضاهای اتفاقی برمبنای کواریانس و براساس نقاط مرجع، پارامترهای مودال تیر محاسبه و با نتایج حاصل از اجزای محدود مقایسه شده‌اند. همچنین با اضافه شدن نویز به سیگنال پاسخ، دقت پارامترهای مودال به‌دست آمده از روش پیشنهادی و روش همبستگی با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

به‌منظور ارزیابی تجربی روش پیشنهادی، یک ورق فلزی تحت آزمایش مودال کلاسیک و آزمایش مودال محیطی قرار گرفته است و نتایج حاصل از این آزمایش‌ها که پارامترهای مودال ورق می‌باشند با یکدیگر مقایسه شده‌اند. نتایج حاصل از بررسی‌های عددی و تجربی نشان می‌دهند که روش پیشنهادی از دقت مناسبی در انتخاب نقاط مرجع برخوردار است که موجب تخمین مناسب مشخصات دینامیکی سازه می‌گردد.

۲- تئوری

۲-۱- روش پیشنهادی برای انتخاب نقاط مرجع

در این روش ماتریس اطلاعات Q طبق رابطه (۱) به‌دست می‌آید.

$$Q = \Phi^{\mathrm{T}} W \Phi \qquad (۱)$$

1- Operational Modal Analysis (OMA)
2- Reference-based Stochastic Subspace Identification (SSI/Ref)
3- Reference-Based Stochastic Subspace Identification-Covariance Driven (SSI-COV/Ref)
4- Reference-Based Combined Deterministic-Stochastic Subspace Identification (CSI-Ref)
5- Effective Independence (EI)
6- Fisher Information Matrix (FIM)
7- Energy Matrix Rank Optimization (EMRO)
8- Modal Kinetic Energy (MKE)
9- Information Entropy (IE)
10- Forward Sequential Sensor Placement (FSSP)
11- Backward Sequential Sensor Placement (BSSP)
12- Modal Assurance Criterion (MAC)
13- Genetic Algorithm (GA)
14- Optimal Driving Point (ODP)
15- Non-Optimal Driving Point (NODP)
16- Singular Value Decomposition (SVD)
17- Sensor Set Expansion (SSE)

که Φ ماتریس شکل مود، W ماتریس وزن و بالانویس T نماد ترانهاده می‌باشد. ماتریس وزن در این روش به‌صورت ماتریس همانی درنظر گرفته شده است. بنابراین رابطه (۱) به رابطه (۲) ساده خواهد شد.

$$Q = \Phi^{\mathrm{T}}\Phi \qquad (۲)$$

به این ترتیب ماتریس E که عناصر قطری آن شامل سهم مودال هر درجه آزادی می‌باشد از رابطه (۳) محاسبه می‌شود.

$$E = \Phi\, Q^{-1}\Phi^{\mathrm{T}} \qquad (۳)$$

از آنجایی که در روش پیشنهادی هدف آن است که برای انتخاب نقاط مرجع علاوه‌بر سهم هر درجه آزادی در استقلال خطی شکل مودهای مدنظر، انرژی جنبشی مودال هر یک از درجات آزادی نیز سهیم باشد، انرژی جنبشی مودال (e_j) درجه آزادی jام طبق رابطه (۴) تعریف می‌شود.

$$e_j = \sum_{r=1}^{m} \frac{\phi_{jr}^2}{\omega_r^2} \qquad (۴)$$

که ω_r فرکانس طبیعی r امین مود، m تعداد مودهای مدنظر و ϕ_{jr} عنصر j ام از شکل مود r ام می‌باشد.

سپس E^* که بردار موقعیت مستقل موثر تکامل یافته می‌باشد از رابطه (۵) محاسبه می‌شود.

$$E^* = \mathrm{diag}(E) \otimes e \qquad (۵)$$

علامت $\otimes$ بین دو بردار، نشان دهنده این است که عناصر دو بردار باید نظیر به نظیر در یکدیگر ضرب شوند.

به‌منظور به‌کارگیری روش موقعیت مستقل موثر تکامل یافته برای انتخاب نقاط مرجع، گام‌های زیر باید انجام شود:

۱- مدل اجزای محدود سیستم موردنظر ایجاد گردد.

۲- فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای مدنظر از مدل اجزای محدود آن به‌دست آیند.

۳- ماتریس E طبق رابطه (۳) محاسبه شود.

۴- انرژی جنبشی مودال به کمک رابطه (۴) محاسبه شود.

۵- با استفاده از رابطه (۵) E^* به‌دست آید.

۶- درجات آزادی که بالاترین‌ترین مقدار E^* را دارند به‌عنوان مرجع انتخاب شوند.

۲-۲- روش مبتنی بر مرجع زیر فضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس

در این روش، کواریانس بین پاسخ‌های زمانی درجات آزادی مرجع (که از روش پیشنهادی در بخش ۲-۱ انتخاب شده‌اند) در ماتریسی به‌نام ماتریس بلوکی تئوپلیتز (رابطه (۶)) جمع‌آوری می‌شود[۷].

$$T_{1|i}^{\mathrm{ref}} = \begin{bmatrix} R_i^{\mathrm{ref}} & R_{i-1}^{\mathrm{ref}} & \cdots & R_1^{\mathrm{ref}} \\ R_{i+1}^{\mathrm{ref}} & R_i^{\mathrm{ref}} & \cdots & R_2^{\mathrm{ref}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ R_{2i-1}^{\mathrm{ref}} & R_{2i-2}^{\mathrm{ref}} & \cdots & R_i^{\mathrm{ref}} \end{bmatrix} \qquad (۶)$$

که R_i^{ref} کواریانس بین پاسخ همه درجات آزادی و درجات آزادی مرجع می‌باشد و از رابطه (۷) محاسبه می شود [۷].

$$R_i^{\mathrm{ref}} = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} y_{k+i}(y_k^{\mathrm{ref}})^{\mathrm{T}} \qquad (۷)$$

که N تعداد نمونه برداری، y_k بردار پاسخ هر یک از درجات آزادی در زمان k ام، y_k^{ref} بردار پاسخ درجات آزادی مرجع در زمان k ام و i تاخیر زمانی ایجاد شده می باشد.

تجزیه مقادیر تکین[1] یک ابزار معتبر عددی برای تخمین مرتبه یک ماتریس می‌باشد. این ابزار برای ماتریس بلوکی تئوپلیتز از طریق رابطه (۸) به‌کار گرفته می‌شود[۷].

$$T_{1|i}^{\mathrm{ref}} = USV^{\mathrm{T}} \qquad (۸)$$

ماتریس‌های U و V در رابطه (۸) ماتریس‌های متعامد هستند و S یک ماتریس قطری است که شامل مقادیر ویژه می‌باشد.

با استفاده از تجزیه مقادیر تکین ماتریس تئوپلیتز، ماتریس مشاهده-پذیری مبسوط و ماتریس کنترل‌پذیری اتفاقی مبسوط برگردان و در نتیجه ماتریس سیستم به‌دست می‌آیند. سپس با تجزیه مقدار ویژه ماتریس سیستم، پارامترهای مودال سیستم که شامل فرکانس طبیعی، نسبت میرایی و شکل مود می‌باشند محاسبه می‌شوند[۷-۱۷].

۳- شبیه سازی

۳-۱- مدل اجزای محدود تیر

به‌منظور بررسی عددی روش پیشنهادی، مدل اجزای محدود تیر نشان داده شده در شکل ۱، در نرم افزار متلب ایجاد شده است. در این مدل المان‌ها به-صورت دوگرهی انتخاب شده و هر گره دارای دو درجه آزادی جابه‌جایی[2] و چرخشی[3] می‌باشد.

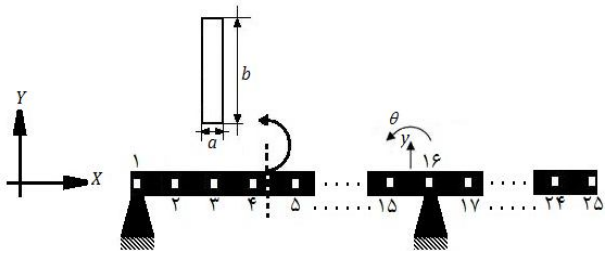
مدل تیر نشان داده شده در شکل ۱، به ۲۴ المان تقسیم شده و با استفاده از ماتریس‌های جرم و سختی کل تیر[۱۸] فرکانس‌های طبیعی (جدول ۲) و شکل مودهای متناظر با پنج مود اول تیر محاسبه شده‌اند (شکل ۲) (در این بررسی ۵ مود اول مورد مطالعه قرار گرفته اند).

جدول ۱ مشخصات تیر شبیه‌سازی شده

مدول یانگ (GPa)	چگالی (kg/m3)	b (mm)	a (mm)	طول (mm)
۲۱۰	۷۸۵۰	۶۰	۶	۲۵۰۰

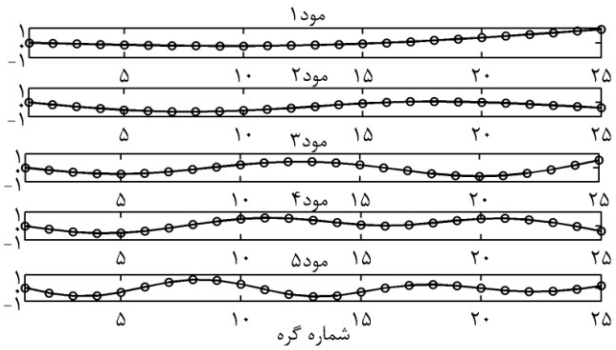
جدول ۲ فرکانس های طبیعی به‌دست آمده از روش اجزای محدود و نسبت‌های میرایی درنظر گرفته شده

شماره مود	فرکانس طبیعی (رادیان بر ثانیه)	نسبت میرایی (٪)
۱	۱۷/۲۳	۰/۱۰
۲	۵۲/۷۹	۰/۱۵
۳	۱۴۷/۶۶	۰/۲۰
۴	۱۹۸/۳۴	۰/۲۵
۵	۳۷۵/۰۶	۰/۳۰

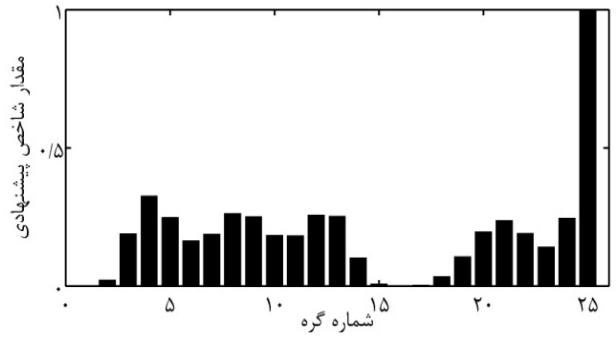


شکل ۱ شکل شماتیک تیر مدل شده

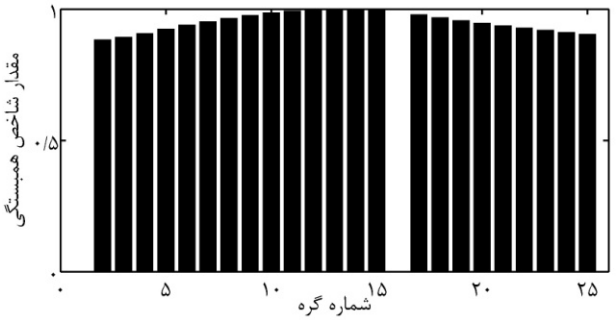
1- Singular Value Decomposition(SVD)
2- Translational degree of freedom
3- Rotational degree of freedom



شکل ۲ شکل مود های به‌دست آمده از روش اجزای محدود



شکل ۳ مقدار شاخص پیشنهادی برای درجات آزادی جابه‌جایی



شکل ۴ مقدار شاخص همبستگی برای درجات آزادی جابه‌جایی

جدول ۳ نحوه قرارگیری شتاب سنج‌ها بر روی تیر تحت بررسی در آزمایش شبیه-سازی شده-شاخص پیشنهادی

شماره مرحله	نقاط مرجع	نقاط دارای شتاب سنج متحرک
۱	۴، ۸ و ۲۵	۱، ۲، ۳، ۵، ۶، ۷، ۹
۲	۴، ۸ و ۲۵	۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶
۳	۴، ۸ و ۲۵	۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴

جدول ۴ نحوه قرارگیری شتاب‌سنج‌ها بر روی تیر تحت بررسی در آزمایش شبیه-سازی شده-شاخص همبستگی

شماره مرحله	نقاط مرجع	نقاط دارای شتاب سنج متحرک
۱	۱۲، ۱۳، ۱۴	۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸
۲	۱۲، ۱۳، ۱۴	۹، ۱۰، ۱۱، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸
۳	۱۲، ۱۳، ۱۴	۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵

نسبت میرایی درنظرگرفته شده برای تیر به‌صورت ویسکوز متناسب می‌باشد که مقادیر آن در جدول ۲ آمده است.

مشخصات تیر شبیه سازی شده براساس شکل شماتیک آن (شکل ۱) در جدول (۱) آمده است.

۳-۲- انتخاب نقاط مرجع

به‌منظور محاسبه پارامترهای مودال تیر شکل ۱، ابتدا باید نقاط مرجع به کمک شاخص پیشنهادی تعیین شوند. بدین ترتیب در این بخش با استفاده از فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای به‌دست آمده از روش اجزای محدود، مقدار شاخص پیشنهادی (طبق رابطه (۵)) در تمام درجات آزادی جابه‌جایی محاسبه شده و مقدار آن به‌صورت نرمال شده، در شکل ۳ ارائه شده است.

طبق شکل ۳، سه نقطه که بیشترین مقدار شاخص پیشنهادی را دارند، به‌عنوان مرجع انتخاب شده‌اند در نتیجه در آزمایش شبیه‌سازی شده، سه نقطه شتاب سنج ثابت دارند که همان نقاط مرجع می‌باشند و سایر نقاط دارای شتاب سنج متحرک می‌باشند. شماره این نقاط در هر مرحله از آزمایش شبیه‌سازی شده درجدول ۳ آمده است.

همان‌طور که در بخش مقدمه بیان شد به منظور مقایسه دقت روش پیشنهادی با روش همبستگی لازم است انتخاب نقاط مرجع براساس شاخص همبستگی نیز انجام شود.

بدین منظور با استفاده از پاسخ درجات آزادی جابه‌جایی تیر، شاخص همبستگی برای هر درجه آزادی محاسبه شده (رابطه (۹))[۱۰] و مقدار آن به‌صورت نرمال شده، در شکل ۴ ارائه شده است.

$$B_i = \frac{1}{N-1}\sum_{j=1}^{N-1} C_{ij} \qquad i \neq j \tag{۹}$$

که N تعداد نقاط اندازه‌گیری و C_{ij} ضریب همبستگی بین پاسخ‌های زمانی سیستم ($y_i(t)$ و $y_j(t)$) در درجات آزادی i و j می‌باشد و از رابطه (۱۰) محاسبه می‌شود.

$$C_{ij}^2 = \frac{E\left[(y_i(t)\times y_j(t))^{\mathrm{T}}\right]}{E\left[(y_i(t)\times y_i(t))\right]\times E\left[(y_j(t)\times y_j(t))\right]} \tag{۱۰}$$

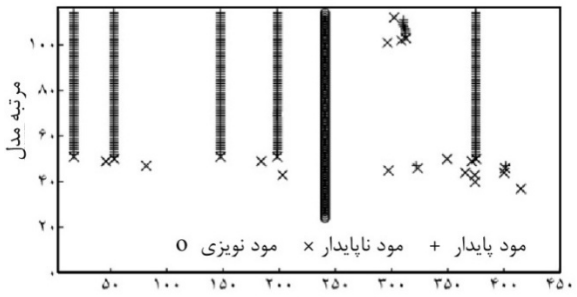
که E عملگر امید آماری می‌باشد.

براساس شکل ۴، سه نقطه که بیشترین همبستگی را با نقاط دیگر دارند به‌عنوان نقاط مرجع انتخاب شده‌اند. شماره نقاط دارای شتاب سنج‌های ثابت و متحرک در هر مرحله از آزمایش شبیه‌سازی شده در جدول ۴ آمده است.

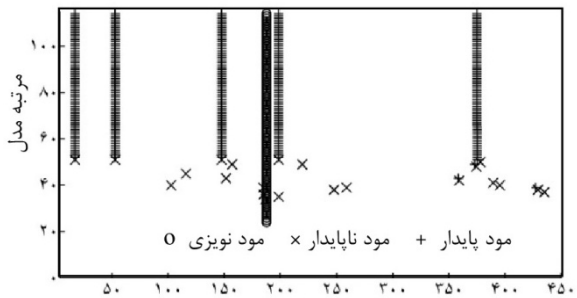
۳-۳- تخمین پارامترهای مودال تیر از روش مبتنی بر مرجع زیر فضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس

در این بخش پارامترهای مودال تیر براساس دو آزمایش شبیه‌سازی شده متفاوت محاسبه می‌شوند. آزمایش اول طبق نقاط مرجع انتخاب شده از شاخص پیشنهادی (جدول ۳) و آزمایش دوم طبق نقاط مرجع انتخاب شده از شاخص همبستگی (جدول ۴) می‌باشد. به‌منظور تخمین پارامترهای مودال تیر در هر دو آزمایش از روش زیر فضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس استفاده شده است. به این ترتیب که مدل تیر (شکل ۱) در محیط نرم‌افزار متلب تحت تحریک اتفاقی در تمام درجات آزادی قرار گرفته و فقط پاسخ در درجات آزادی جابه‌جایی در سه مرحله و مطابق جداول ۳ و ۴ اندازه‌گیری شده است (در فرایند اندازه‌گیری پاسخ، دوره نمونه‌برداری ۰/۰۰۳۸ ثانیه و تعداد نمونه‌ها در هر اندازه‌گیری $۱۰^{۱۴}$ نمونه در نظر گرفته شده است)

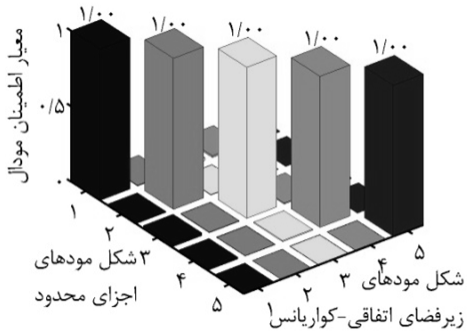
سپس با اجرای روش زیر فضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس بر روی پاسخ‌های اندازه‌گیری شده در هر یک از آزمایش‌ها، ماتریس سیستم محاسبه شده و با تجزیه مقادیر ویژه آن، قطب‌های سیستم به‌دست آمده و در شکل‌های ۵ و ۶ ترسیم شده‌اند. در این شکل‌ها قطب‌ها با توجه به معیارهای تشخیص قطب‌های پایدار، نویزی و ناپایدار، از یکدیگر متمایز شده‌اند[۷].



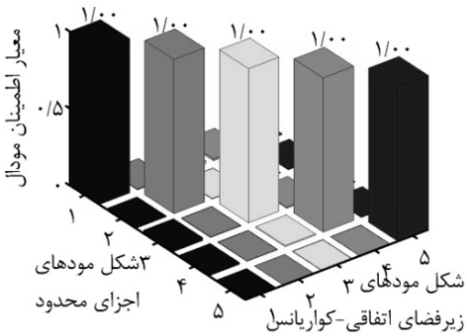
شکل ۵ نمودار پایداری-شاخص پیشنهادی



شکل ۶ نمودار پایداری-شاخص همبستگی



شکل ۷ مقایسه شکل مودهای محاسبه شده به روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس و روش اجزاء محدود-شاخص پیشنهادی



شکل ۸ مقایسه شکل مودهای محاسبه شده به روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس و روش اجزاء محدود-شاخص همبستگی

با استفاده از نمودارهای پایداری و براساس معیار انتخاب مرتبه مدل بهینه[۱۹] (در این مرجع مرتبه مدلی که کمترین اختلاف را بین پاسخ‌های اندازه‌گیری شده و پاسخ‌های به‌دست آمده از مدل ایجاد کند، به‌عنوان مرتبه مدل بهینه انتخاب می‌شود)؛ فرکانس‌های طبیعی، نسبت‌های میرایی (جداول ۵ و ۶) و شکل مودها برای هر یک از آزمایش‌های شبیه‌سازی شده محاسبه و با نتایج روش اجزای محدود مقایسه شده است.

جدول ۵ فرکانس‌های طبیعی و نسبت‌های میرایی پنج مود اول حاصل از روش SSI-COV و FEM-شاخص پیشنهادی

شماره مود	فرکانس طبیعی (رادیان بر ثانیه)		نسبت میرایی (٪)	
	FEM	SSI-COV	FEM	SSI-COV
۱	۱۷/۲۳	۱۷/۲۲	۰/۱۰	۰/۰۹۲
۲	۵۲/۷۹	۵۲/۷۶	۰/۱۵	۰/۱۴۷
۳	۱۴۷/۶۶	۱۴۷/۵۷	۰/۲۰	۰/۱۹۶
۴	۱۹۸/۳۴	۱۹۸/۳۶	۰/۲۵	۰/۲۵۰
۵	۳۷۵/۰۶	۳۷۵/۰۱	۰/۳۰	۰/۳۲۰

جدول ۶ فرکانس های طبیعی و نسبت های میرایی پنج مود اول حاصل از روش SSI-COV و FEM-شاخص همبستگی

شماره مود	فرکانس طبیعی (رادیان بر ثانیه)		نسبت میرایی (٪)	
	FEM	SSI-COV	FEM	SSI-COV
۱	۱۷/۲۳	۱۷/۲۲	۰/۱۰	۰/۰۹۱
۲	۵۲/۷۹	۵۲/۷۷	۰/۱۵	۰/۱۴۵
۳	۱۴۷/۶۶	۱۴۷/۵۷	۰/۲۰	۰/۱۹۵
۴	۱۹۸/۳۴	۱۹۸/۳۷	۰/۲۵	۰/۲۵۳
۵	۳۷۵/۰۶	۳۷۴/۹۱	۰/۳۰	۰/۳۲۴

نتایج جداول ۵ و ۶، نشان می‌دهند که فرکانس‌های طبیعی و نسبت‌های میرایی محاسبه شده به کمک هر دو آزمایش شبیه‌سازی شده از دقت مناسبی برخوردارند. همچنین به‌منظور مقایسه دقیق شکل مودهای به‌دست آمده با روش اجزای محدود از معیار اطمینان مودال استفاده شده است (شکل‌های ۷ و ۸)[۳].

در شکل های ۷ و ۸ عناصر قطر اصلی معیار اطمینان مودال برابر یک می‌باشند که نشان دهنده تطابق کامل شکل مودهای به‌دست آمده از روش زیر فضاهای اتفاقی با روش اجزای محدود است. بنابراین شکل مودهای حاصل از هر دو آزمایش شبیه‌سازی شده از دقت مناسبی برخوردارند.

۳-۴- بررسی اثر نویز

در کاربردهای عملی، داده‌های به‌دست آمده از آزمایش با نویز همراه می‌باشند. بنابراین برای ارزیابی روش پیشنهادی در موارد عملی و مقایسه نتایج به‌دست آمده از آن با نتایج حاصل از شاخص همبستگی باید دقت پارامترهای مودال به‌دست آمده از هر دو آزمایش شبیه‌سازی شده در حضور نویز نیز مورد بررسی قرار گیرد. بدین منظور نویز به‌صورت یک سیگنال اتفاقی که درصدی از سیگنال پاسخ است، به سیگنال پاسخ سازه اضافه شده است (رابطه (۱۱)).

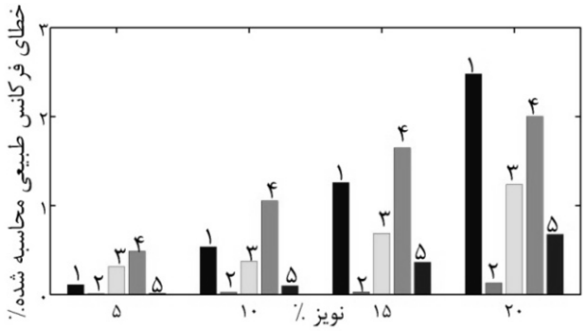
$$NS(t)=S(t)\times(1+C\times N(t)) \qquad (11)$$

که $NS(t)$ سیگنال پاسخ نویزی در زمان t، $S(t)$ سیگنال پاسخ بدون نویز در زمان t، $N(t)$ سیگنال نویز در زمان t و C ضریب نویز می‌باشند.

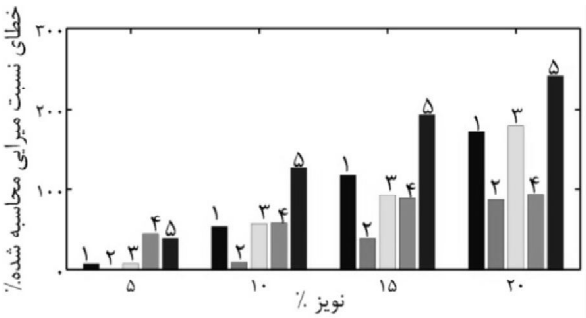
به‌منظور تخمین پارامترهای مودال، روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس بر روی سیگنال های پاسخ نویزی اندازه‌گیری شده هر یک از آزمایش‌های شبیه‌سازی شده اجرا شده است.

خطای فرکانس‌های طبیعی و نسبت‌های میرایی حاصل از اضافه شدن ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ درصد نویز به سیگنال پاسخ (۰/۲۰، ۰/۱۵، ۰/۱۰، ۰/۰۵ $C=$) برای آزمایش شبیه‌سازی شده بر مبنای شاخص پیشنهادی، در شکل‌های ۹ و ۱۰ ارائه شده است.

شکل ۹ نشان می‌دهد که فرکانس‌های طبیعی محاسبه شده حتی با اضافه شدن ۲۰ درصد نویز به سیگنال پاسخ از دقت مناسبی برخوردار است.



شکل ۹ اثر افزایش نویز در خطای فرکانس‌های طبیعی در مقایسه با روش اجزاء محدود-شاخص پیشنهادی



شکل ۱۰ اثر افزایش نویز در خطای نسبت های میرایی در مقایسه با روش اجزاء محدود-شاخص پیشنهادی

ولی نسبت‌های میرایی تخمین زده شده حتی با اضافه شدن ۵ درصد نویز به سیگنال پاسخ دقت قابل قبولی ندارند، که البته این نتیجه دور از انتظار نیست و در بررسی‌های سایر محققان نیز مشاهده می‌شود[۲۰].

به‌منظور مقایسه دقیق شکل مودهای حاصل از بررسی اثر نویز در سیگنال پاسخ با نتایج اجزای محدود از معیار اطمینان مودال استفاده شده است (شکل ۱۱- الف تا ت).

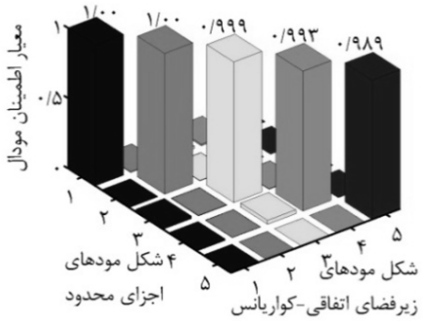
شکل ۱۱-الف تا ت نشان می‌دهد که با افزایش مقدار نویز در سیگنال پاسخ، دقت شکل مودهای محاسبه شده کاهش می‌یابد.

زمانی‌که مقدار نویز اضافه شده به سیگنال خروجی به ۲۱ درصد می‌رسد، مود اول در نمودار پایداری مربوط به آن ظاهر نمی‌شود (شکل ۱۲). بنابراین تخمین پارامترهای مودال این مود امکان‌پذیر نمی‌باشد در نتیجه پارامترهای مودال حاصل از نقاط مرجع انتخاب شده با شاخص پیشنهادی، حداکثر تا ٪۲۰ نویز، از دقت قابل قبولی برخوردارند.

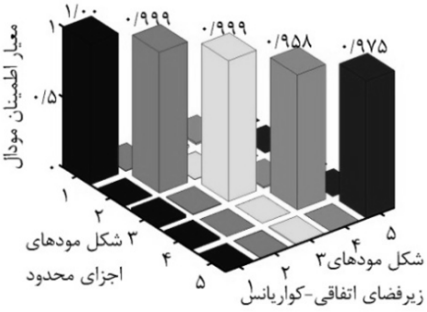
همچنین خطای فرکانس‌های طبیعی و نسبت‌های میرایی حاصل از اضافه شدن ۶ و ۱۲ درصد نویز به سیگنال پاسخ ($C = ۰/۰۶$ ،۰/۱۲) برای آزمایش شبیه‌سازی شده شاخص همبستگی در شکل‌های ۱۳ و ۱۴ ارائه شده است.

همان‌طور که از شکل ۱۳ مشخص است فرکانس‌های طبیعی محاسبه شده با اضافه شدن ۱۲ درصد نویز به سیگنال پاسخ دارای دقت قابل قبولی می‌باشند ولی در مقایسه با مقادیر مشابه آن از شاخص پیشنهادی خطای بالاتری دارند. همچنین خطای نسبت‌های میرایی تخمین زده شده بیشتر از مقادیر مشابه آن از شاخص پیشنهادی است. بنابراین نسبت‌های میرایی تخمین زده شده حتی در نویز ۶ درصد نیز دقت قابل قبولی ندارند.

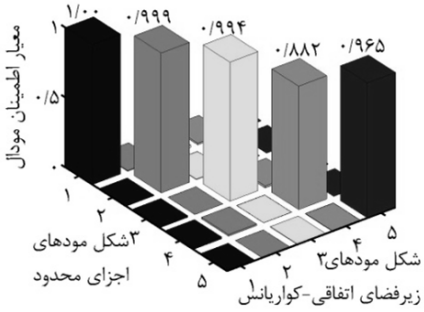
به‌منظور مقایسه دقیق شکل مودهای حاصل از بررسی اثر نویز در سیگنال پاسخ با نتایج اجزای محدود از معیار اطمینان مودال استفاده شده است (شکل ۱۵-الف و ب).



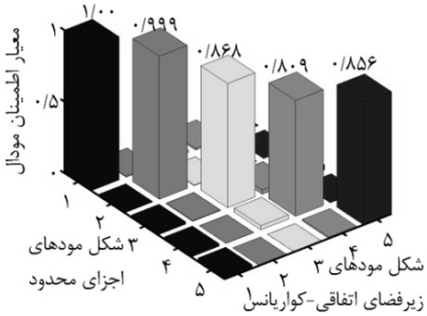
(الف) معیار اطمینان مودال با اضافه شدن ٪۵ نویز-شاخص پیشنهادی



(ب) معیار اطمینان مودال با اضافه شدن ٪۱۰ نویز-شاخص پیشنهادی

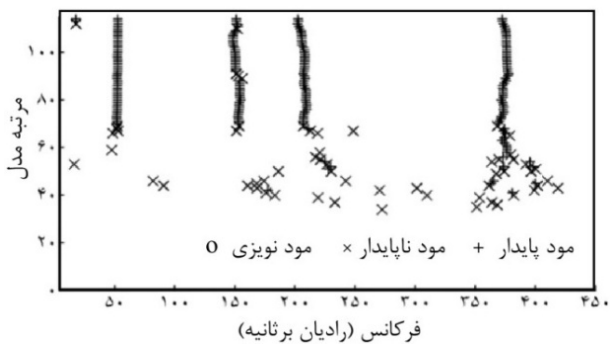


(پ) معیار اطمینان مودال با اضافه شدن ٪۱۵ نویز-شاخص پیشنهادی

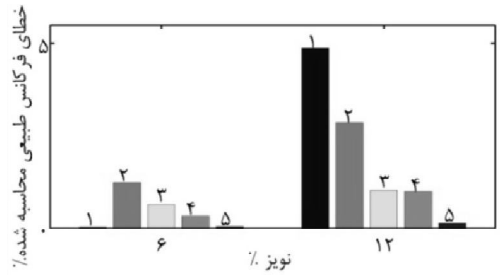


(ت) معیار اطمینان مودال با اضافه شدن ٪۲۰ نویز-شاخص پیشنهادی

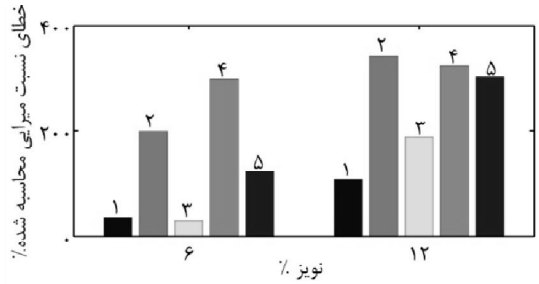
شکل ۱۱



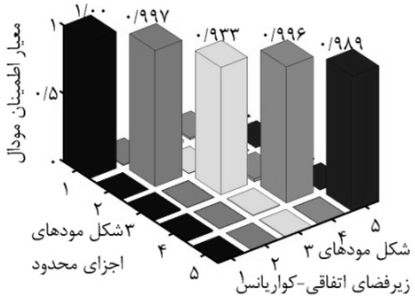
شکل ۱۲ نمودار پایداری با اضافه شدن ٪۲۱ نویز به پاسخ



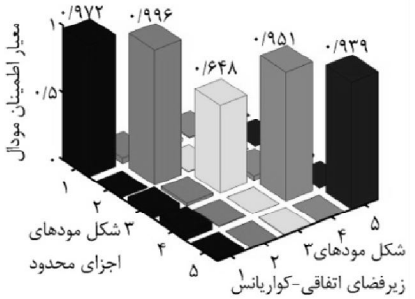
شکل ۱۳ اثر افزایش نویز در خطای فرکانس های طبیعی در مقایسه با روش اجزاء محدود-شاخص همبستگی



شکل ۱۴ اثر افزایش نویز در خطای فرکانس های طبیعی در مقایسه با روش اجزاء محدود-شاخص همبستگی

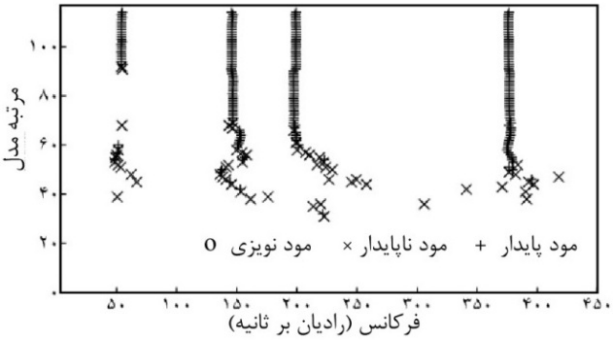


(الف) معیار اطمینان مودال با اضافه شدن ٪۶ نویز-شاخص همبستگی

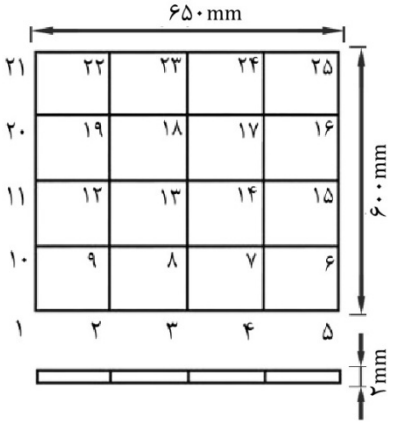


(ب) معیار اطمینان مودال با اضافه شدن ٪۱۲ نویز- شاخص همبستگی

شکل ۱۵



شکل ۱۶ نمودار پایداری با اضافه شدن ٪۱۳ نویز به سیگنال پاسخ-شاخص همبستگی



شکل ۱۷ مدل ورق فلزی تحت آزمایش

مقایسه شکل مودهای به‌دست آمده از دو آزمایش شبیه‌سازی شده نشان می-دهد که شکل مودهای حاصل از به‌کارگیری شاخص پیشنهادی نسبت به شاخص همبستگی دارای دقت بالاتری است (شکل‌های ۱۱ و ۱۵). علاوه‌بر این پارامترهای مودال به‌دست آمده از شاخص پیشنهادی تا ۲۰ درصد نویز قابل قبول می‌باشند درحالی که با اضافه شدن ۱۳ درصد نویز به سیگنال پاسخ در آزمایش شبیه‌سازی شاخص همبستگی، مود اول در نمودار پایداری مربوط به آن ظاهر نمی‌شود و بنابراین پارامترهای مودال این مود قابل شناسایی نمی‌باشند (شکل۱۶).

نتایج حاصل از بررسی نویز در این بخش نشان می‌دهد که شاخص پیشنهادی در مقایسه با شاخص همبستگی نویز بیشتری را تحمل می‌کند و این یک مزیت مهم برای شاخص پیشنهادی است که باعث برتری آن نسبت به شاخص همبستگی می شود.

۴- آزمایش

به‌منظور بررسی تجربی روش پیشنهادی در انتخاب نقاط مرجع که به تخمین پارامترهای مودال سازه می‌انجامد، یک ورق فلزی تحت آزمایش‌های مودال کلاسیک و مودال محیطی قرار گرفته است. مدل ورق موردنظر به همراه ابعاد آن در شکل ۱۷ ارائه شده است.

در ادامه، شرایط آزمایش‌های انجام شده و نتایج حاصل از آن‌ها شرح داده شده است.

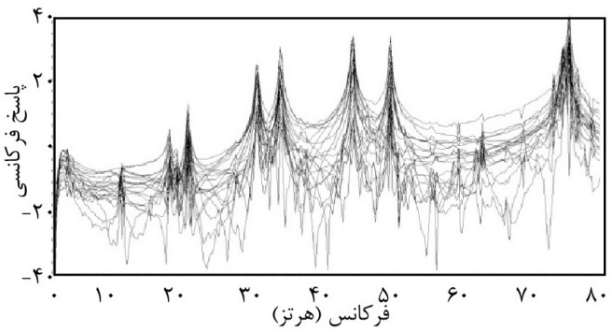
۴-۱- آزمایش مودال کلاسیک

در آزمایش مودال کلاسیک، به‌منظور ایجاد شرایط آزاد-آزاد، ورق فلزی مدنظر توسط کش‌های نرمی آویزان شده است (شکل ۱۸). به‌منظور انجام آزمایش مودال کلاسیک، ورق با استفاده از یک چکش نوع BK8202 با آمپلی فایر ۲۶۴۷A در ۲۵ نقطه (شکل ۱۸) تحریک شده است و پاسخ در یک نقطه توسط شتاب‌سنج نوع DJB/A120V اندازه‌گیری شده است (شکل ۱۸). سپس نیروها و شتاب اندازه‌گیری شده توسط نیروسنج و شتاب‌سنج به کمک نرم‌افزار پالس[۲۱] تحلیل شده است.توابع پاسخ فرکانسی[1] و توابع وابستگی[2] به‌دست آمده از این تحلیل در شکل ۱۹ (الف) و (ب) نشان داده شده‌اند. شایان ذکر است که در این تحلیل تعداد خطوط فرکانسی ۴۰۰ و بازه فرکانسی ۸۰ هرتز می‌باشد.

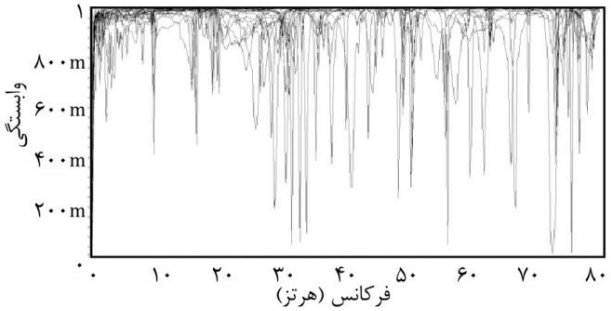
توابع وابستگی به‌دست آمده از آزمایش (شکل ۱۹(ب)) نشان دهنده دقت مناسب آزمایش مودال کلاسیک می‌باشد. به‌منظور تخمین پارامترهای مودال سازه، توابع پاسخ فرکانسی به بخش مودنت نرم‌افزار آیکتس[۲۲] منتقل شده‌اند.

1- Frequency Response Functions (FRFs)
2- Coherence functions

شکل ۱۸ ورق فلزی تحت آزمایش مودال کلاسیک

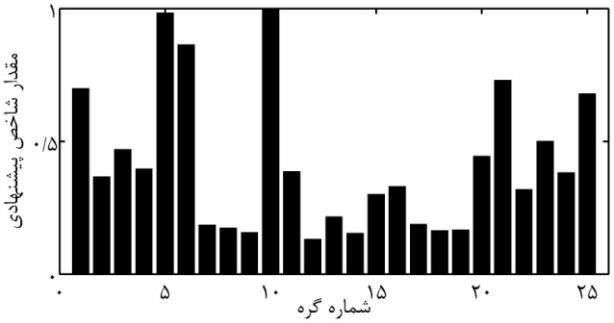


(الف) توابع پاسخ فرکانسی آزمایش مودال کلاسیک



(ب) توابع وابستگی آزمایش مودال کلاسیک

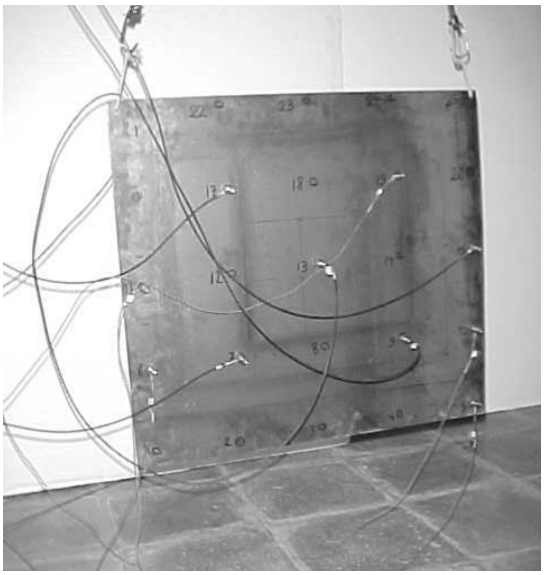
شکل ۱۹



شکل ۲۰ مقدار شاخص پیشنهادی برای درجات آزادی جابه‌جایی

جدول ۷ نحوه قرارگیری شتاب سنج‌ها در آزمایش مودال محیطی

شماره مرحله	نقاط مرجع	نقطه های دارای شتاب سنج متحرک
۱	۵، ۶، ۱۰	۲، ۴، ۸، ۱۲، ۱۴، ۱۸، ۲۲، ۲۴
۲	۵، ۶، ۱۰	۷، ۹، ۱۱، ۱۳، ۱۵، ۱۷، ۱۹
۳	۵، ۶، ۱۰	۱، ۳، ۱۶، ۲۰، ۲۱، ۲۳، ۲۵



شکل ۲۱ ورق فلزی تحت آزمایش مودال محیطی–مرحله ۲

سپس توابع پاسخ فرکانسی به‌دست آمده از آزمایش مودال کلاسیک، به کمک روش یکپارچه[1] آنالیز شده[۲۳] و فرکانس‌های طبیعی، نسبت‌های میرایی و شکل مودهای پنج مود اول الاستیک ورق به‌دست آمده‌اند.

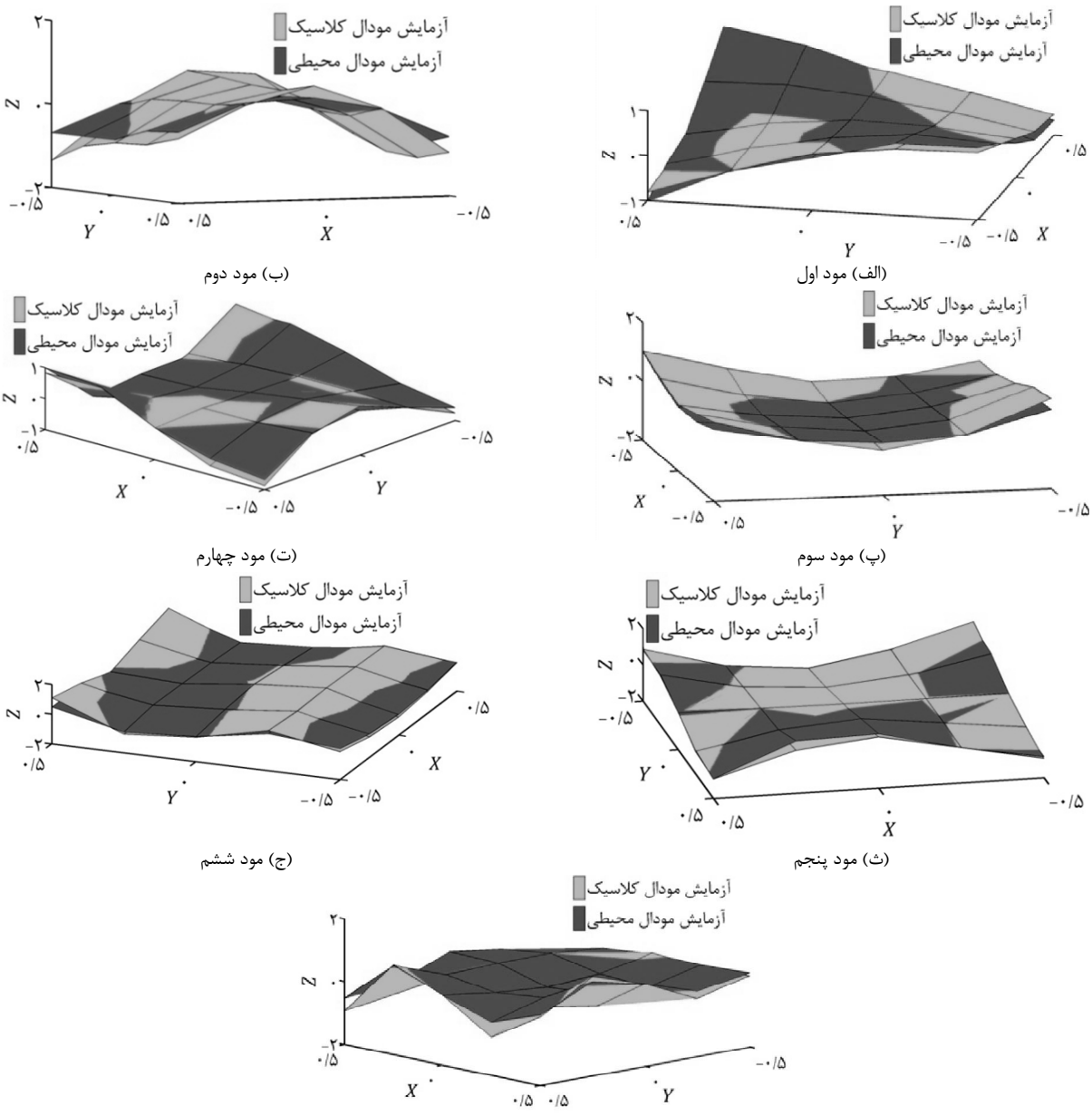
۴-۲- آزمایش مودال محیطی

در آزمایش مودال محیطی ورق، به‌دلیل زیاد بودن تعداد نقاط اندازه‌گیری و محدودیت تعداد شتاب‌سنج‌ها، اندازه‌گیری پاسخ همه نقاط به‌طور همزمان امکان‌پذیر نیست. بنابراین لازم است به کمک روش پیشنهادی تعدادی از نقاط به‌عنوان مرجع انتخاب شوند. بدین منظور ابتدا مدل اجزای محدود ورق (شکل ۱۷) ایجاد شده است. سپس با استفاده از فرکانس‌ها و شکل مودهای الاستیک به‌دست آمده از مدل اجزای محدود، موقعیت مستقل موثر تکامل یافته برای هر نقطه (طبق رابطه (۵)) محاسبه شده و در شکل ۲۰ ارائه شده است. شایان ذکر است که در مدل اجزای محدود ورق چگالی ۷۸۵۰ کیلوگرم برمترمکعب و مدول الاستیسیته ۲۱۰ گیگاپاسکال درنظر گرفته شده است.

براساس شکل ۲۰، ۳ نقطه از ورق (شکل ۱۷) که بیشترین مقدار شاخص پیشنهادی را به خود اختصاص داده‌اند، به‌عنوان مرجع انتخاب شده‌اند و آزمایش مودال محیطی در ۳ مرحله انجام شده است. شکل ۲۱ مرحله دوم این آزمایش را نشان می‌دهد در تمامی مراحل آزمایش، نقاط مرجع دارای شتاب‌سنج‌های ثابت و سایر نقاط دارای شتاب‌سنج متحرک می‌باشند. جدول ۷ شماره نقاط دارای شتاب‌سنج‌های ثابت و متحرک را در هر مرحله از آزمایش نشان می دهد (شایان ذکر است که در تمامی مراحل آزمایش، ورق با استفاده از ضربات دلخواه یک چکش در نقاط مختلف، تحریک شده است).

پس از انجام همه مراحل آزمایش، سیگنال‌های شتاب اندازه‌گیری شده توسط شتاب‌سنج‌ها با استفاده از نرم‌افزار پالس آنالیز شده است. در این آنالیز، از روش مبتنی بر مرجع زیرفضاهای اتفاقی استفاده شده است[۷] و فرکانس‌های طبیعی، نسبت‌های میرایی (جداول ۸ و ۹) و شکل مودهای آزمایش مودال محیطی تخمین زده شده‌اند (شکل ۲۲-الف تا چ).

1- Global



(الف) مود اول

(ب) مود دوم

(پ) مود سوم

(ت) مود چهارم

(ث) مود پنجم

(ج) مود ششم

(چ) مود هفتم

شکل ۲۲ شکل مودهای حاصل از آزمایش‌های مودال کلاسیک و مودال محیطی

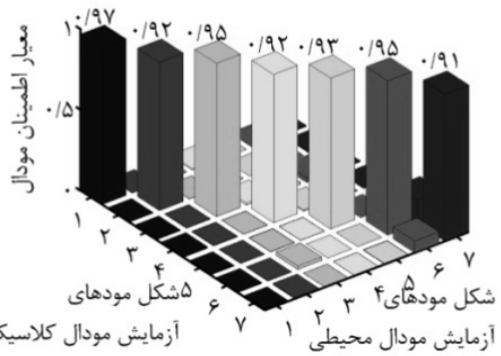
جدول ۸ فرکانس‌های طبیعی به‌دست آمده از آزمایش مودال کلاسیک و آزمایش مودال محیطی

شماره مود	فرکانس طبیعی (هرتز)	
	آزمایش مودال کلاسیک	آزمایش مودال محیطی
۱	۱۹/۴۸	۱۸/۶۳
۲	۲۹/۶۳	۲۹/۱۱
۳	۳۳/۰۸	۳۲/۴۴
۴	۴۳/۵۹	۴۲/۹۴
۵	۴۸/۹۷	۴۷/۸۴
۶	۷۴/۷۸	۷۲/۲۸
۷	۷۵/۴۷	۷۴/۳۱
مقدار متوسط خطا= ۳۹/ ۲٪		

مقایسه نتایج به‌دست آمده در جداول ۸ و ۹ با نتایج حاصل از آزمایش‌های سایر محققان[۲۰]، نشان می‌دهد که فرکانس‌های طبیعی و نسبت‌های میرایی به‌دست آمده از آزمایش مودال محیطی با دقت مناسبی محاسبه شده‌اند. همچنین شکل مودهای به‌دست آمده از آزمایش‌های مودال کلاسیک و مودال محیطی در شکل ۲۲-الف تا چ ارائه شده‌اند.

جدول ۹ نسبت های میرایی بدست آمده از آزمایش مودال کلاسیک و آزمایش مودال محیطی

شماره مود	نسبت میرایی (٪)	
	آزمایش مودال کلاسیک	آزمایش مودال محیطی
۱	۰/۵۸۵	۰/۵۹۶
۲	۰/۱۷۰	۰/۲۲۱
۳	۰/۲۲۵	۰/۲۶۵
۴	۰/۲۳۰	۰/۱۹۹
۵	۰/۱۷۰	۰/۱۹۴
۶	۰/۱۸۵	۰/۱۶۸
۷	۰/۱۲۱	۰/۱۴۸
مقدار متوسط خطا= ۱۵/۵۴٪		



شکل ۲۳ مقایسه شکل مودهای حاصل از آزمایش‌های مودال کلاسیک و مودال محیطی به کمک معیار اطمینان مودال

به‌منظور مقایسه دقیق‌تر شکل مودهای به‌دست آمده از آزمایش مودال محیطی با آزمایش مودال کلاسیک، از معیار اطمینان مودال استفاده شده است (شکل ۲۳).

همان‌طور که شکل ۲۳ نشان می‌هد ارتباط مناسبی بین شکل مودهای آزمایش مودال محیطی و آزمایش مودال کلاسیک وجود دارد.

۵- بحث و نتیجه گیری

در این مقاله شاخص جدیدی برای انتخاب نقاط مرجع معرفی شد. شاخص ارائه شده ترکیبی از دو روش موقعیت مستقل موثر و روش انرژی جنبشی مودال می‌باشد و تحت عنوان موقعیت مستقل موثر تکامل یافته معرفی شده است. این شاخص نقاطی را که دارای بیشترین سهم در استقلال خطی شکل مودهای مدنظر سازه می‌باشند و همچنین انرژی جنبشی بالاتری دارند را به‌عنوان نقاط مرجع انتخاب می‌نماید. به‌منظور بررسی عددی روش پیشنهادی، از مدل اجزای محدود یک تیر استفاده شد و نقاط مرجع از دو شاخص پیشنهادی و همبستگی تعیین شد. سپس با اجرای روش مبتنی بر مرجع زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس، پارامترهای مودال تیر به‌دست آمد. مقایسه نتایج حاصل از به‌کارگیری شاخص پیشنهادی و شاخص همبستگی با روش اجزای محدود نشان دهنده دقت مناسب پارامترهای مودال به‌دست آمده می‌باشد. همچنین، اثر نویز در سیگنال پاسخ بر دقت پارامترهای مودال حاصل از دو روش، مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که با اضافه شدن حداکثر ۲۰ درصد نویز به سیگنال پاسخ نتایج حاصل از روش پیشنهادی از دقت قابل قبولی برخوردارند. ولی نتایج حاصل از روش همبستگی تا حداکثر ۱۲ درصد نویز دارای دقت قابل قبولی می‌باشند. بنابراین روش پیشنهادی در مقایسه با روش همبستگی توانایی بیشتری برای مقاومت در برابر نویز دارد. به‌منظور بررسی تجربی روش پیشنهادی، آزمایش مودال محیطی و آزمایش مودال کلاسیک بر روی یک ورق فلزی انجام شد و پارامترهای مودال به‌دست آمده از دو آزمایش با یکدیگر مقایسه شدند. مقایسه انجام شده نشان دهنده عملکرد مناسب شاخص پیشنهادی در انتخاب نقاط مرجع می‌باشد.

نتایج حاصل از بررسی‌های عددی و تجربی صورت گرفته، بیانگر دقت مناسب مشخصات دینامیکی به‌دست آمده و کارایی شاخص پیشنهادی برای انتخاب نقاط مرجع می‌باشد.

۶- مراجع

[1] H. Sarparast, M. R. Ashory, M. M. Khatibi, The art of measurement and modeling in modal testing and its difficulties (Part 1), *Journal of Vibration and Sound*, Vol. 1, No. 1, pp. 59-68, 2012. (In Persian)

[2] J. He, Z. F. Fu, *Modal Analysis*, Butterworth-Heinemann, United Kingdom, 2001.

[3] D. J. Ewins, *Modal Testing: Theory, Practice and Application*, Research studies press LTD, *Baldock United Kingdom,* 2000.

[4] D. Hanson, *Operational modal analysis and model updating with a cyclostationary input*, PhD Thesis, University of New South Wales Australia, Australia, 2006.

[5] Y. Zhang, Z. Zhang, X. Xu, H. Hua, Modal parameter identification using response data only, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 282, Issues 1-2, pp. 367-380, 2005.

[6] B. Cauberghe, *Applied Frequency-Domain System Identification in the Field of Experimental and Operational Modal Analysis*, PhD Thesis, Vrije University Belgium, Belgium, 2004.

[7] B. Peeters, *System Identification and Damage Detection in Civil Engineering*, PhD Thesis, Katholieke University Leuven, Belgium, 2000.

[8] B. Peeters, G. De Roeck, stochastic subspace identification for operational modal analysis: A review, *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 021104JDS, 2001.

[9] E. Reynders, G. De Roeck, Reference-based Combined Deterministic-Stochastic Subspace Identification for Experimental and Operational Modal Analysis, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 22, Issue 3, pp. 617–637, 2008.

[10] J. Fan, Z. Zhang, H. Hua, Data processing in subspace identification and modal parameter identification of an arch bridge, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 21, Issue 4, pp. 1674–1689, 2007.

[11] P. G. Bakir, Ï. A. Kampüsü, Evaluation of optimal sensor placement techniques for parameter identification in buildings, *Mathematical and Computational Applications*, Vol. 16, No. 2, pp. 456-466, 2011.

[12] J. J. Lian, L. J. He, H. J. Wang, Optimal sensor placement in hydropower house based on improved triaxial effective independence method, *Water Science and Engineering,* Vol. 5, No. 3, pp. 329-339, 2012.

[13] R. Castro-Triguero, S. Murugan, R. Gallego, Friswell–Mechanical M.I., robustness of optimal sensor placement under parametric uncertainty, *Mechanical Systems and Signal Processing,* Vol. 28, Issue 4, pp. 1235-1251, 2013.

[14] D. S. Li, H. N. Li, C. P. Fritzen, The connection between effective independence and modal kinetic energy methods for sensor placement, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 305, Issues 4-5, pp. 945-955, 2007.

[15] C. Papadimitriou, G. Lombaert, The effect of prediction error correlation on optimal sensor placement in structural dynamics, *Mathematical and Computational Applications,* Vol. 28, pp. 105-127, 2012.

[16] T. H. Yi, H. N. Li, M. Gu, Optimal sensor placement for structural health monitoring based on multiple optimization strategies, *The Structural Design of Tall and Special Buildings,* No. 20, pp. 881-900, 2011.

[17] H. Sarparast, M. R. Ashory, M. M. Khatibi, Investigation of the accuracy of SSI-COV method in estimation of modal parameters: numerical and experimental case studies, *modares mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 8, pp. 102-116, 2013. (In Persian)

[18] W. T. Thomson, *Theory of Vibration with application*, Fifth ed, Prentice Hall, United States, 1997.

[19] A. M. Aibinu, N. A. Rahman, M. J. E. Salami, A. A. Shafie, Optimal model order selection for transient error autoregressive moving average mri reconstruction method, *Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology*, No. 42, pp. 161-165, 2008.

[20] A. Agneni, L. B. Crema, G. Coppotelli, Output-only analysis of structures with closely spaced poles, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 24, Issue 5, pp. 1240-1249, 2010.

[21] Brüel & Kjær, PULSE, Version 8.0, Sound & Vibration Measurement, 1996–2003.

[22] Modent, Integrated Software for Structural Dynamics, ICATS, Imperial College of Science, Technology and Medicine, University of London, UK, 1988-2000.

[23] N. M. M. Maia, *Extraction of valid modal properties from measured data in structural vibrations*, PhD Thesis, Dept. of Mech. Eng, Imperial College of Science & Technology, London, U. K, 1988.