



به روزرسانی مدل سازه میرا با استفاده از تکنیک اصلاح سازه با توابع پاسخ فرکانسی تجربی

احسان جمشیدی^۱، محمدرضا آشوری^{۲*}

۱- دانشجوی دکترا، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان

۳- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

*سمنان، صندوق پستی ۳۵۱۹۵۳۶۳، m_ashoori@semnan.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۱۱ تیر ۱۳۹۲

پذیرش: ۱۵ مهر ۱۳۹۲

ارائه در سایت: ۱۰ خرداد ۱۳۹۳

کلید واژگان:

به روزرسانی مدل

سازه میرا

اصلاح سازه

توابع پاسخ فرکانسی

مدل اجزای محدود

در این مقاله یک روش به روزرسانی مدل بر پایه تابع پاسخ فرکانسی با استفاده از روش اصلاح سازه با توابع پاسخ فرکانسی تجربی پیشنهاد می شود. روش با توابع پاسخ فرکانسی مختلط سروکار دارد و هدف آن به روزرسانی پارامترهای متمرکز سیستم است. روش پیشنهادی با استفاده از تعداد معدودی از توابع پاسخ فرکانسی، پارامترها را به دقت بروز می کند. یک سیستم دوازده درجه آزادی به عنوان نمونه آزمایشی عددی در نظر گرفته می شود. همگرایی روش و ظرفیت آن در بهبود دقت مدل اجزای محدود ارزیابی می گردد. علاوه بر این، اثر تعداد مودها، بازه فرکانسی محاسباتی، ناکاملی مختصات اندازه گیری شده و نویز بر کیفیت مدل به روز شده بررسی می گردد. در نهایت از یک تیر یکسرگیردار به عنوان نمونه تجربی استفاده شده است. نتایج حاکی از آن است که توابع پاسخ فرکانسی بروز شده تطابق خوبی با معادل تجربی خود نشان می دهند.

Model updating of damped structures using SMURF technique

EhsanJamshidi¹, MohamadRezaAshory^{2*}

1- Department of Mechanical Engineering, Semnan University, Semnan, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Semnan University, Semnan, Iran

*P. O. B. 35195363 Semnan, m_ashoori@semnan.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 02 July 2013

Accepted 29 September 2013

Available Online 31 May 2014

Keywords:

Model Updating

Damped Structure

SMURF

FRF

FE Model

ABSTRACT

In this paper, a new FRF-based model updating method is proposed based on the Structural Modification Using experimental frequency Response Functions (SMURF) method. The method deals with the complex Frequency Response Functions (FRFs) and aims to update the lumped parameters of system. The parameters of FE model are updated accurately using only a limited data. A twelve degrees of freedom system is considered as a test case in a simulated experiment. The convergence of the method and the accuracy with which it corrects the FE model are studied. Moreover, the effects of the number of modes, the frequency range of interest, the coordinate incompleteness and noise on the quality of the updated model are investigated. Finally a cantilever beam was used as experimental case study. The results show that the updated FRFs are in good agreement with their experimental counterparts.

۱- مقدمه

کردند که به منظور بهبود همگرایی در نمونه هایی که دامنه خطا بالاست، هم از داده های مودال تحلیلی و هم تجربی برای ارزیابی ضرایب حساسیت استفاده می کنند. تلاش هایی به منظور استفاده مستقیم از داده های توابع پاسخ فرکانسی اندازه گیری شده برای به روزرسانی مدل های اجزاء محدود وجود داشته است. روشی به نام روش پاسخ فرکانسی^۱ توسط لین و یو وینز [۴] ارائه گشت که از توابع پاسخ فرکانسی برای به روزرسانی مدل اجزاء محدود بهره می برد. ایمرگون و همکارانش [۵، ۶] برای نشان دادن کارآمدی این تکنیک از چندین روش با استفاده از داده های شبیه سازی و آزمایشگاهی استفاده کردند. اخیراً روش های بر پایه داده های تابع پاسخ فرکانسی به دلیل انعطاف پذیری که

یکی از کاربردهای تست مودال، اعتبارسنجی مدل اجزای محدود سازه هاست. در اغلب موارد نتایج تست در تطابق کامل با نتایج اجزاء محدود نیست. بنابراین لازم است داده های اجزاء محدود و تست مودال برای آنالیزهای بعدی تلفیق گردند. اساساً عقیده بر این است که مدل های مودال تجربی قابل اعتمادتر از مدل های اجزاء محدودند. بنابراین، روش های به روزرسانی مدل به منظور بهبود مدل های اجزاء محدود با استفاده از نتایج تست مودال ارائه شده اند.

همان طور که در مقالات مروری توسط ایمرگون و ویز [۱] و ماترزه و فیریسول [۲] نشان داده شده، تعداد زیادی روش به روزرسانی مدل در سال های اخیر پیشنهاد گردیده است. لین و همکارانش [۳] روشی پیشنهاد

1- Response Function Method (RFM)s

بین i امین و r امین درجه آزادی (C_{ir}, k_{ir}) و فنر و دمپر بین s امین درجه آزادی و زمین (C_s, k_s) هر کدام به‌ترتیب به مقدار $\Delta C_{ir}, \Delta k_{ir}, \Delta m_j$ و ΔC_s و Δk_s کمتر از میزان واقعی خود تخمین زده شده‌اند (شکل ۱-ب).

شکل ۲ دیاگرام آزاد سیستم را با بیان نیروهای عمل و عکس‌العمل بین سیستم شکل ۱-الف و المان‌های $\Delta C_{ir}, \Delta k_{ir}, \Delta m_j$ و $\Delta C_s, \Delta k_s$ به‌تصویر می‌کشد. اگر سیستم در درجه آزادی k تحریک شود و پاسخ در درجه آزادی l اندازه‌گیری گردد، معادله حاکم بر سیستم آزمایشگاهی به‌صورت رابطه (۱) خواهد بود:

$$x_l = \alpha_{lk} F_k + \alpha_{lj} R_j + \alpha_{ls} R_s + \alpha_{lr} R_r + \alpha_{lr} R_r \quad (1)$$

که x_l جابه‌جایی l امین درجه آزادی سیستم نشان داده شده در شکل ۱-ب بوده و $\alpha_{lk}, \alpha_{lj}, \alpha_{ls}, \alpha_{lr}$ رسیپتانس‌های ۲ سیستم نشان داده شده در شکل ۱-الف هستند. F_k نیروی تحریک و R_i, R_s, R_j و R_r نیروهای واکنش اجزای اضافی به‌ترتیب در j امین، s امین، i امین و r امین درجه آزادی‌اند. طبق قانون سوم نیوتن نتیجه می‌گردد:

$$R_i = -R_r \quad (2)$$

با تعریف $R_{ir} = R_i = -R_r$ و جایگذاری R_{ir} و $-R_{ir}$ به‌ترتیب با R_r و R_i با توجه به رابطه (۱) نتیجه می‌شود:

$$x_l = \alpha_{lk} F_k + \alpha_{lj} R_j + \alpha_{ls} R_s + (\alpha_{li} - \alpha_{lr}) R_{ir} \quad (3)$$

معادلات حاکم بر اجزای اضافی برابرند با:

$$\begin{cases} X'_j = \alpha'_{jj} R'_j \\ X'_s = \alpha'_{ss} R'_s \\ X'_i = \alpha'_{ii} R'_i \\ X'_r = \alpha'_{rr} R'_r \end{cases} \quad (4)$$

که α' ها رسیپتانس‌های اجزای اضافی‌اند.

معادلات قیود برابرند با:

$$\begin{cases} X'_j = x_j \\ X'_s = x_s \\ X'_i = x_i \\ X'_r = x_r \end{cases}, \begin{cases} R'_j + R_j = 0 \\ R'_s + R_s = 0 \\ R'_i + R_i = 0 \\ R'_r + R_r = 0 \end{cases} \quad (5)$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} x_j &= -\alpha'_{jj} R_j \\ x_i - x_r &= -\alpha'_{ii} R_i + \alpha'_{rr} R_r = -(\alpha'_{ii} - \alpha'_{rr}) R_{ir} \\ x_s &= -\alpha'_{ss} R_s \end{aligned} \quad (6)$$

با جایگذاری

$$\alpha'_{ii} - \alpha'_{rr} = \frac{1}{\Delta k_{ir} + i\omega \Delta C_{ir}} \quad \text{و} \quad \alpha'_{jj} = \frac{1}{-\omega^2 \Delta m_j} \quad , \quad \alpha'_{ss} = \frac{1}{\Delta k_s + i\omega \Delta C_s}$$

در رابطه (۶) و با استفاده از رابطه (۵)، روابط زیر برای جابه‌جایی‌ها حاصل می‌گردد:

$$\begin{aligned} x_j &= \frac{1}{\omega^2 \Delta m_j} R_j \\ x_i - x_r &= \frac{\Delta k_{ir} + i\omega \Delta C_{ir}}{-1} R_{ir} \\ x_s &= \frac{1}{\Delta k_s + i\omega \Delta C_s} R_s \end{aligned} \quad (7)$$

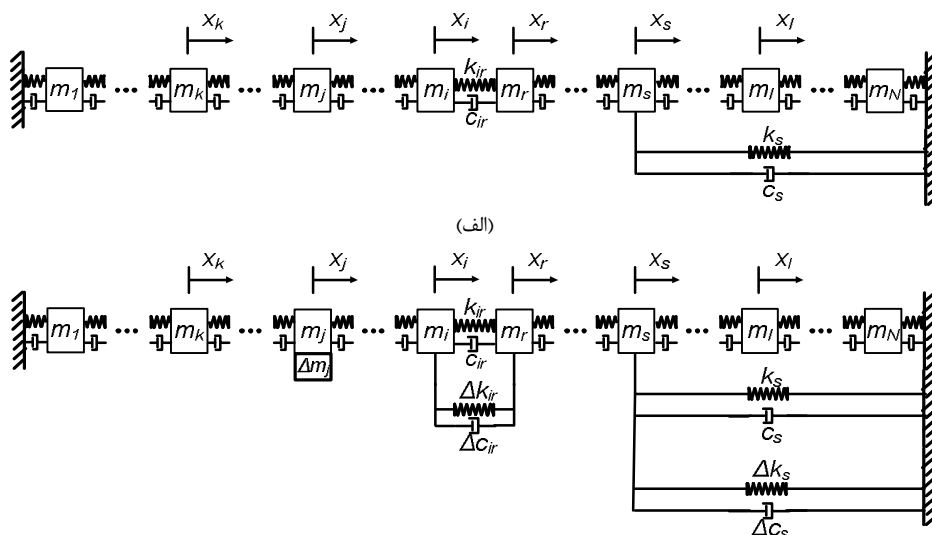
در انتخاب پارامترهای به‌روزرسانی ارائه می‌کنند، بیش از پیش توجه محققین را جلب کرده‌اند.

سازه‌های واقعی دربر دارنده استهلاک می‌باشند. با این وجود، اغلب روش‌های به‌روزرسانی مدل ماتریس استهلاک را دربر نمی‌گیرند. بنابراین به‌منظور پیش‌بینی توابع پاسخ فرکانسی مختلط و شکل مودهای مختلط کارایی ندارند. علاوه بر این، مدل‌های به‌روز شده از طریق این روش‌ها توانایی پیش‌بینی دامنه ارتعاشات در فرکانس‌های طبیعی و آنتی رزونانس‌ها را ندارند؛ به‌همین دلیل اخیراً تلاش‌هایی به‌منظور به‌روزرسانی سازه‌های میرا صورت گرفته است. لین و همکارانش [۷] روش RFM، که یکی از پرارج‌ترین روش‌های به‌روزرسانی مدل بود، را به‌گونه‌ای توسعه دادند تا در کنار شناسایی ماتریس‌های جرم و سختی به شناسایی استهلاک بپردازد. در این روش به‌منظور غلبه بر مشکل مختلط بودن توابع پاسخ فرکانسی اندازه‌گیری شده از فرمولاسیون مختلط استفاده می‌شود و روش توانایی شناسایی استهلاک تناسبی و غیر تناسبی را داراست. آرورا و همکارانش [۸] پروسه‌ای دو مرحله‌ای برای به‌روزرسانی سیستم‌های میرا ارائه کردند. بدین ترتیب که در مرحله اول ماتریس‌های جرم و سختی از طریق روش RFM به‌روز می‌گردد. سپس در مرحله دوم ماتریس استهلاک با استفاده از ماتریس‌های بهبود یافته جرم و سختی در مرحله قبل، به‌دست می‌آید. در تحقیقی دیگر کارایی مدل به‌روز شده از این روش، در طراحی دینامیکی توسط همان محققین مورد ارزیابی قرار گرفت [۹]. آن‌ها سپس روش RFM را به‌گونه‌ای بسط دادند تا با توابع پاسخ فرکانسی مختلط سروکار داشته و در کنار بهبود ماتریس‌های جرم و سختی، توامان به بهبود ماتریس استهلاک بپردازد [۱۰]. آرورا و همکارانش [۱۱] در ادامه به مطالعه مقایسه‌ای روش‌های به‌روزرسانی مدل سازه‌های میرا پرداخته و روش دو مرحله‌ای خود را با یک روش به‌روزرسانی بر پایه پارامترهای مختلط مقایسه می‌کنند. پاردهان و همکارانش [۱۲] با استفاده از مفهوم توابع پاسخ فرکانسی نرمال و با اصلاح نسخه‌ای از روش RFM، که با توابع پاسخ فرکانسی مختلط سروکار دارد، تکنیکی ارائه کردند که در مواقعی که هدف تنها به‌روزرسانی ماتریس‌های جرم و سختی می‌باشد، مورد استفاده قرار می‌گیرد.

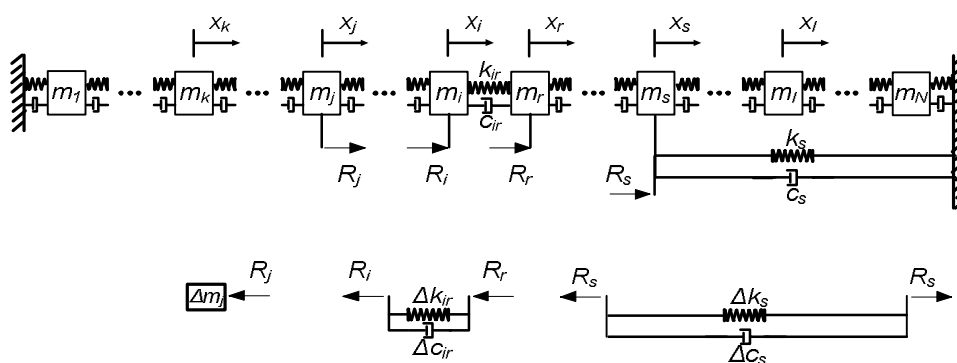
در این مقاله، یک روش جدید به‌روزرسانی مدل بر پایه تابع پاسخ فرکانسی، برگرفته از روش اصلاح سازه با توابع پاسخ فرکانسی (SMURF) [۱۳] پیشنهاد می‌شود. این روش در زمره روش‌های به‌روزرسانی مدل مذکور که از توابع پاسخ فرکانسی مختلط به‌منظور بهبود مدل اجزای محدود استفاده می‌کنند، قرار می‌گیرد. از یک سیستم جرم، فنر و دمپر دوازده درجه آزادی برای تایید روش ارائه شده، استفاده می‌گردد. همگرایی روش و دقت آن در پیش‌بینی اصلاحات لازم در مدل اجزاء محدود بررسی می‌گردد. همچنین اثر تعداد مودها بر کیفیت مدل بروز شده مطالعه می‌گردد. علاوه بر این اثر کامل بودن، ناکامل بودن و نویزی بودن داده‌های آزمایشگاهی بر مدل بروز شده لحاظ می‌شود. مدل‌های به‌روز شده بر پایه چندین اندیس خطا، برحسب فرکانس‌های طبیعی، شکل مودها و پاسخ‌های فرکانسی پیش‌بینی شده، مقایسه می‌گردند. در نهایت از یک تیر یکسرگیردار به‌عنوان نمونه تجربی استفاده شده است و پس از اصلاح ماتریس‌های جرم و سختی تطابق توابع پاسخ فرکانسی مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

۲- تئوری

یک سیستم جرم، فنر و دمپر N درجه آزادی در شکل ۱-الف نمایش داده شده است. این‌طور فرض می‌شود که Z امین جرم (m_j)، فنر و دمپر قرار گرفته



شکل ۱ سیستم N درجه آزادی (الف) غیردقیق (ب) دقیق



شکل ۲ دیاگرام آزاد سیستم N درجه آزادی

نیروهای واکنش اجزای اضافی برابرند با:

$$\begin{aligned} R_j &= \omega^2 \Delta m_j x_j \\ R_i &= -(\Delta k_{ir} + i\omega \Delta c_{ir})(x_i - x_r) \\ R_s &= -(\Delta k_s + i\omega \Delta c_s)x_s \end{aligned} \quad (8)$$

با جایگذاری رابطه (۸) در رابطه (۳) و لحاظ $R_i = R_{ir}$ از رابطه (۲)، جابه‌جایی درجه آزادی i برابر است با:

$$\begin{aligned} x_i &= \alpha_{ik} F_k + \alpha_{ij} \omega^2 \Delta m_j x_j - \alpha_{is} (\Delta k_s + i\omega \Delta c_s) x_s \\ &\quad - (\alpha_{li} - \alpha_{lr})(\Delta k_{ir} + i\omega \Delta c_{ir})(x_i - x_r) \end{aligned} \quad (9)$$

با تقسیم طرفین رابطه (۹) بر F_k و برابر ۱ قرار دادن نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned} \alpha_{ik}^* &= \alpha_{ik} + \alpha_{ij} \omega^2 \Delta m_j \alpha_{jk}^* - \alpha_{is} (\Delta k_s + i\omega \Delta c_s) \alpha_{sk}^* \\ &\quad - (\alpha_{li} - \alpha_{lr})(\Delta k_{ir} + i\omega \Delta c_{ir})(\alpha_{ik}^* - \alpha_{rk}^*) \end{aligned} \quad (10)$$

که α^* ها رسپتانس‌های سیستم تجربی هستند.

اگر به‌جای اضافه کردن یک جرم، n جرم $(m_1, m_2, \dots, m_n)$ در درجات آزادی $j = (j_1, j_2, \dots, j_n)$ ، به‌جای اضافه کردن یک فنر و دمپر، p فنر و دمپر بین درجات آزادی $(i_1, r_1), (i_2, r_2), \dots, (i_p, r_p)$ و به‌جای اضافه کردن یک فنر و دمپر، q فنر و دمپر بین درجات آزادی $s = (s_1, s_2, \dots, s_q)$ زمین اضافه شوند، رابطه (۱۰) به‌صورت زیر اصلاح می‌گردد:

$$\begin{aligned} \alpha_{ik}^* &= \sum_{j=j_1}^{j_n} \alpha_{ij} \omega^2 \Delta m_j \alpha_{jk}^* - \sum_{s=s_1}^{s_q} \alpha_{is} (\Delta k_s + i\omega \Delta c_s) \alpha_{sk}^* \\ &\quad - \sum_{ir=i_1, r_1}^{i_p, r_p} (\alpha_{li} - \alpha_{lr})(\alpha_{ik}^* - \alpha_{rk}^*)(\Delta k_{ir} + i\omega \Delta c_{ir}) + \alpha_{ik} \end{aligned} \quad (11)$$

تفاوت بین رسپتانس‌های تجربی و تحلیلی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Delta \alpha_{ik} = \alpha_{ik}^* - \alpha_{ik} \quad (12)$$

با جایگذاری رابطه (۱۲) در (۱۱)، تفاوت بین رسپتانس‌های تجربی و تحلیلی برابر است با:

$$\begin{aligned} \Delta \alpha_{ik} &= \sum_{j=j_1}^{j_n} \alpha_{ij} \omega^2 \Delta m_j \alpha_{jk}^* - \sum_{s=s_1}^{s_q} \alpha_{is} (\Delta k_s + i\omega \Delta c_s) \alpha_{sk}^* \\ &\quad - \sum_{ir=i_1, r_1}^{i_p, r_p} (\alpha_{li} - \alpha_{lr})(\alpha_{ik}^* - \alpha_{rk}^*)(\Delta k_{ir} + i\omega \Delta c_{ir}) \end{aligned} \quad (13)$$

خطاهای جرم، سختی و استهلاک قابل تعریف به‌صورت رابطه (۱۴) است:

که a, b, d ضرایب اصلاح هستند.

جایگذاری رابطه (۱۴) در (۱۳) نتیجه می‌دهد:

$$\Delta m_j = a_j m_j$$

$$\Delta k_{ir} = b_{ir} k_{ir}$$

$$\Delta k_s = d_s k_s$$

$$B_p = \begin{bmatrix} (\alpha_{li_p} - \alpha_{lr_p})(\alpha_{i_p k}^* - \alpha_{r_p k}^*)k_{i_p r_p} \\ (\alpha_{li_p} - \alpha_{lr_p})(\alpha_{i_p k}^* - \alpha_{r_p k}^*)k_{i_p r_p} \\ \vdots \\ (\alpha_{li_p} - \alpha_{lr_p})(\alpha_{i_p k}^* - \alpha_{r_p k}^*)k_{i_p r_p} \end{bmatrix} \leftarrow \begin{matrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_{nfps} \end{matrix} \quad (24)$$

$$C = \begin{bmatrix} -\alpha_{ls_1} k_{s_1} \alpha_{s_1 k}^* & -\alpha_{ls_2} k_{s_2} \alpha_{s_2 k}^* & \dots & -\alpha_{ls_q} k_{s_q} \alpha_{s_q k}^* \\ -\alpha_{ls_1} k_{s_1} \alpha_{s_1 k}^* & -\alpha_{ls_2} k_{s_2} \alpha_{s_2 k}^* & \dots & -\alpha_{ls_q} k_{s_q} \alpha_{s_q k}^* \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\alpha_{ls_1} k_{s_1} \alpha_{s_1 k}^* & -\alpha_{ls_2} k_{s_2} \alpha_{s_2 k}^* & \dots & -\alpha_{ls_q} k_{s_q} \alpha_{s_q k}^* \end{bmatrix} \leftarrow \begin{matrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_{nfps} \end{matrix} \quad (25)$$

$$D = [D_1 \quad D_2 \quad \dots \quad D_p] \quad (26)$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} i\omega_1(\alpha_{li_1} - \alpha_{lr_1})(\alpha_{i_1 k}^* - \alpha_{r_1 k}^*)c_{i_1 r_1} \\ i\omega_2(\alpha_{li_1} - \alpha_{lr_1})(\alpha_{i_1 k}^* - \alpha_{r_1 k}^*)c_{i_1 r_1} \\ \vdots \\ i\omega_{nfps}(\alpha_{li_1} - \alpha_{lr_1})(\alpha_{i_1 k}^* - \alpha_{r_1 k}^*)c_{i_1 r_1} \end{bmatrix} \leftarrow \begin{matrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_{nfps} \end{matrix} \quad (27)$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} i\omega_1(\alpha_{li_2} - \alpha_{lr_2})(\alpha_{i_2 k}^* - \alpha_{r_2 k}^*)c_{i_2 r_2} \\ i\omega_2(\alpha_{li_2} - \alpha_{lr_2})(\alpha_{i_2 k}^* - \alpha_{r_2 k}^*)c_{i_2 r_2} \\ \vdots \\ i\omega_{nfps}(\alpha_{li_2} - \alpha_{lr_2})(\alpha_{i_2 k}^* - \alpha_{r_2 k}^*)c_{i_2 r_2} \end{bmatrix} \leftarrow \begin{matrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_{nfps} \end{matrix} \quad (28)$$

$$D_p = \begin{bmatrix} i\omega_1(\alpha_{li_p} - \alpha_{lr_p})(\alpha_{i_p k}^* - \alpha_{r_p k}^*)c_{i_p r_p} \\ i\omega_2(\alpha_{li_p} - \alpha_{lr_p})(\alpha_{i_p k}^* - \alpha_{r_p k}^*)c_{i_p r_p} \\ \vdots \\ i\omega_{nfps}(\alpha_{li_p} - \alpha_{lr_p})(\alpha_{i_p k}^* - \alpha_{r_p k}^*)c_{i_p r_p} \end{bmatrix} \leftarrow \begin{matrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_{nfps} \end{matrix} \quad (29)$$

$$E = [E_1 \quad E_2 \quad \dots \quad E_q] \quad (30)$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} -\alpha_{ls_1} c_{s_1} \alpha_{s_1 k}^* \\ -\alpha_{ls_1} c_{s_1} \alpha_{s_1 k}^* \\ \vdots \\ -i\omega_{nfps} \alpha_{ls_1} c_{s_1} \alpha_{s_1 k}^* \end{bmatrix} \leftarrow \begin{matrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_{nfps} \end{matrix} \quad (31)$$

$$E_2 = \begin{bmatrix} -\alpha_{ls_2} c_{s_2} \alpha_{s_2 k}^* \\ -\alpha_{ls_2} c_{s_2} \alpha_{s_2 k}^* \\ \vdots \\ -i\omega_{nfps} \alpha_{ls_2} c_{s_2} \alpha_{s_2 k}^* \end{bmatrix} \leftarrow \begin{matrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_{nfps} \end{matrix} \quad (32)$$

$$E_q = \begin{bmatrix} -\alpha_{ls_q} c_{s_q} \alpha_{s_q k}^* \\ -\alpha_{ls_q} c_{s_q} \alpha_{s_q k}^* \\ \vdots \\ -i\omega_{nfps} \alpha_{ls_q} c_{s_q} \alpha_{s_q k}^* \end{bmatrix} \leftarrow \begin{matrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_{nfps} \end{matrix} \quad (33)$$

$$\Delta = \Sigma.P \quad (34)$$

Δ بردار اختلاف رسیپتانس‌های تجربی و تحلیلی، Σ ماتریس ضرایب معلوم و P بردار ضرایب اصلاح در هر مرحله می‌باشند.

با توجه به بیشتر بودن تعداد معادلات به نسبت تعداد مجهولات و در نتیجه فزونی تعداد سطرهای ماتریس Σ به تعداد ستون‌های آن به‌منظور به‌دست آوردن بردار P نمی‌توان معکوس ماتریس Σ را محاسبه کرد. همان‌طور که پیش از این ذکر شد، در این شرایط از تکنیک SVD جهت محاسبه معکوس ماتریس Σ استفاده می‌شود. در این روش ابتدا ماتریس Σ به‌صورت حاصل‌ضرب سه ماتریس تجزیه می‌گردد.

$$\Sigma = U.S.V^T \quad (35)$$

$$\Delta c_{ir} = l_{ir}.c_{ir} \quad (14)$$

$$\Delta c_s = e_s.c_s$$

$$\Delta \alpha_{lk} = \sum_{j=1}^n \alpha_{lj} \omega_j^2 a_j m_j \alpha_{jk}^* - \sum_{s=s_1}^{s_q} \alpha_{ls} (d_s k_s + i\omega e_s c_s) \alpha_{sk}^* - \sum_{ir=i_1 r_1}^{j_p r_p} (\alpha_{li} - \alpha_{lr})(\alpha_{ik}^* - \alpha_{rk}^*)(b_{ir} k_{ir} + i\omega l_{ir} c_{ir}) \quad (15)$$

رابطه (۱۵) $n+2p+2q$ مجهول دارد. بنابراین لازم است که بیش از $n+2p+2q$ بار و برای نقاط فرکانسی و درجات آزادی مختلف نوشته شود تا فاق معین^۱ شده و توسط تکنیک‌های SVD^۲ قابل حل گردد. نقاط فرکانسی باید به‌صورت رندوم انتخاب گردد. اما نقاط فرکانسی انتخاب شده باید در تکرارهای بعدی ثابت باشند [۱۴].

اگر رابطه (۱۶) به‌طور خلاصه به‌صورت زیر بیان گردد:

$$\begin{bmatrix} \Delta \alpha_{lk}(\omega_1) \\ \Delta \alpha_{lk}(\omega_2) \\ \vdots \\ \Delta \alpha_{lk}(\omega_{fps}) \end{bmatrix} = [A \quad B \quad C \quad D \quad E] \begin{bmatrix} a_{j_1} & a_{j_2} & \dots & a_{j_p} & b_{i_1 r_1} & b_{i_2 r_2} & \dots & b_{i_p r_p} & d_{s_1} & d_{s_2} & \dots & d_{s_q} \\ l_{i_1 r_1} & l_{i_2 r_2} & \dots & l_{i_p r_p} & e_{s_1} & e_{s_2} & \dots & e_{s_q} \end{bmatrix}^T \quad (16)$$

که A, B, C, D و E در روابط (۱۷) تا (۳۳) آمده‌اند:

$$A = [A_1 \quad A_2 \quad \dots \quad A_n] \quad (17)$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} \alpha_{lj_1} \omega_1^2 m_{j_1} \alpha_{j_1 k}^* \\ \alpha_{lj_1} \omega_2^2 m_{j_1} \alpha_{j_1 k}^* \\ \vdots \\ \alpha_{lj_1} \omega_{nfps}^2 m_{j_1} \alpha_{j_1 k}^* \end{bmatrix} \leftarrow \begin{matrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_{nfps} \end{matrix} \quad (18)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} \alpha_{lj_2} \omega_1^2 m_{j_2} \alpha_{j_2 k}^* \\ \alpha_{lj_2} \omega_2^2 m_{j_2} \alpha_{j_2 k}^* \\ \vdots \\ \alpha_{lj_2} \omega_{nfps}^2 m_{j_2} \alpha_{j_2 k}^* \end{bmatrix} \leftarrow \begin{matrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_{nfps} \end{matrix} \quad (19)$$

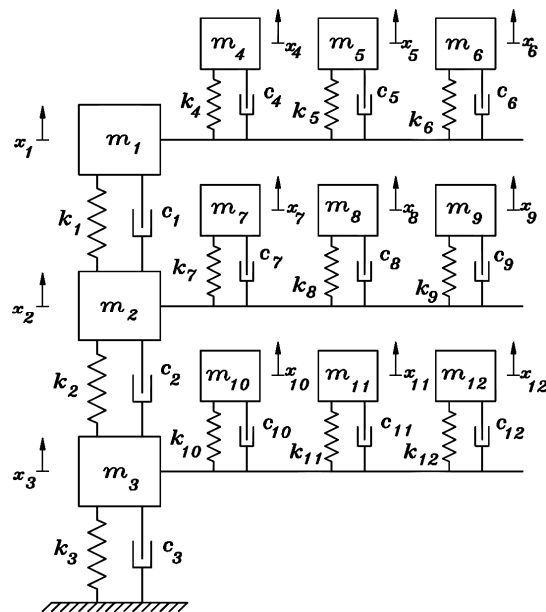
$$A_n = \begin{bmatrix} \alpha_{lj_n} \omega_1^2 m_{j_n} \alpha_{j_n k}^* \\ \alpha_{lj_n} \omega_2^2 m_{j_n} \alpha_{j_n k}^* \\ \vdots \\ \alpha_{lj_n} \omega_{nfps}^2 m_{j_n} \alpha_{j_n k}^* \end{bmatrix} \leftarrow \begin{matrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_{nfps} \end{matrix} \quad (20)$$

$$B = [B_1 \quad B_2 \quad \dots \quad B_p] \quad (21)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} (\alpha_{li_1} - \alpha_{lr_1})(\alpha_{i_1 k}^* - \alpha_{r_1 k}^*)k_{i_1 r_1} \\ (\alpha_{li_1} - \alpha_{lr_2})(\alpha_{i_1 k}^* - \alpha_{r_1 k}^*)k_{i_1 r_1} \\ \vdots \\ (\alpha_{li_1} - \alpha_{lr_1})(\alpha_{i_1 k}^* - \alpha_{r_1 k}^*)k_{i_1 r_1} \end{bmatrix} \leftarrow \begin{matrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_{nfps} \end{matrix} \quad (22)$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} (\alpha_{li_2} - \alpha_{lr_2})(\alpha_{i_2 k}^* - \alpha_{r_2 k}^*)k_{i_2 r_2} \\ (\alpha_{li_2} - \alpha_{lr_2})(\alpha_{i_2 k}^* - \alpha_{r_2 k}^*)k_{i_2 r_2} \\ \vdots \\ (\alpha_{li_2} - \alpha_{lr_2})(\alpha_{i_2 k}^* - \alpha_{r_2 k}^*)k_{i_2 r_2} \end{bmatrix} \leftarrow \begin{matrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_{nfps} \end{matrix} \quad (23)$$

1- Over-determined
2- Singular Value Decomposition



شکل ۳ سیستم جرم، فنر و دمپر دوازده درجه آزادی

$$\bar{P}_i^j = (1 + p_i^1)(1 + p_i^2) \dots (1 + p_i^j) - 1 \quad (39)$$

که p_i^j المان i ام بردار ضرایب اصلاح جزئی $\{p\}$ در j امین تکرار و $\bar{P}_i^j$ مقدار سرجمع i امین المان $\{p\}$ در j امین تکرار است.

برای افزایش احتمال همگرایی یک محدوده حرکت δ به مقدار 0.05 بر مقادیر p در هر تکرار تحمیل شده است. این امر سبب دستیابی تدریجی به مقادیر بهینه در تکرار محدود حرکت می‌گردد [۱۶].

به‌منظور بررسی حالات مختلف، سه نمونه آزمایشی در نظر گرفته شده‌اند. در نمونه اول، فرض می‌شود که تمام درجات آزادی مدل اجزای محدود، اندازه‌گیری شده‌اند. به این نمونه، "نمونه داده کامل" اطلاق گردیده است. بنابراین، یک ستون از ماتریس تابع پاسخ فرکانسی و تمام مقادیر و بردارهای ویژه‌ای که در بازه فرکانسی اندازه‌گیری قرار می‌گیرند با عنوان نمونه کامل شناخته می‌شوند. در عمل اندازه‌گیری تمام درجات آزادی یک سازه، به دلیل عدم دسترسی فیزیکی و یا مشکلات پیش روی اندازه‌گیری درجات آزادی چرخشی غیر ممکن است. به نمونه دوم با عنوان "نمونه داده ناکامل" ارجاع داده می‌شود، که در آن این‌طور فرض می‌شود که تمام درجات آزادی مدل اجزای محدود اندازه‌گیری نشده‌اند. ناکاملی داده با فرض اینکه اندازه‌گیری فقط در شش نقطه (نقاط ۲، ۳، ۵، ۶، ۸ و ۱۲) انجام شده است، در نظر گرفته می‌شود. در عمل، توابع پاسخ فرکانسی اندازه‌گیری شده با نویز همراه هستند و به طبع آن پارامترهای مودال استخراج شده نیز تاثیر می‌پذیرند. در نمونه سوم، فرض می‌گردد که توابع پاسخ فرکانسی دارای ۲٪ نویز می‌باشند. در کنار تمام این موارد، اثر تعداد داده‌های اندازه‌گیری شده بر کیفیت مدل به‌روز شده بررسی می‌گردد. این امر با تغییر رنج فرکانسی به‌روزرسانی به‌طوری که از یک تا شش مود پوشانده شوند، انجام می‌شود.

به‌منظور ارزیابی حالات مختلف، اندیس‌های کیفیت مدل خاصی به کار گرفته شده است [۱۷]. متوسط خطا در فرکانس‌های طبیعی $^{(AENF)}$ ، متوسط خطا در شکل مودها $^{(AEMS)}$ و متوسط خطا در توابع پاسخ فرکانسی $^{(AEFRF)}$ با استفاده از روابط زیر محاسبه می‌گردند:

که در رابطه فوق U ماتریس متعامد با تعداد سطر و ستون معادل ماتریس Σ و V ماتریس متعامد مربعی با ابعاد معادل تعداد ستون‌های ماتریس Σ می‌باشند. نیز ماتریس قطری با عناصر قطر اصلی مثبت یا صفر می‌باشد که به عناصر قطر اصلی آن اصطلاحاً مقادیر تکین ماتریس Σ می‌گویند. ماتریس‌های U ، S و V و در نتیجه تجزیه فوق یکتا [۱۵].

با جایگذاری رابطه (۳۵) در (۳۴)، Δ برابر خواهد بود با:

$$\Delta = U \cdot S \cdot V^T \cdot P \quad (36)$$

با توجه به خواص فوق‌الذکر، بردار P با معکوس‌گیری از رابطه (۳۶) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید.

$$P = V \cdot S^+ \cdot U^T \cdot \Delta \quad (37)$$

که علامت $+$ نشان‌دهنده معکوس مور-پنروس^۳ است و S^+ شامل معکوس مقادیر تکین غیرصفر ماتریس Σ می‌باشد [۱۵]. در تحقیق حاضر از دستور SVD در نرم-افزار متلب^۴ جهت محاسبه ماتریس‌های U ، S و V استفاده شده است.

با حل رابطه (۱۶) و یافتن ماتریس ضرایب اصلاح، المان‌های Δk_{ir} ، Δm_j ، ΔC_{is} و ΔC_{os} با استفاده از رابطه (۱۴) به‌دست می‌آیند. همان‌طور که در رابطه (۱۶) قابل مشاهده است، ریسپانس‌های تجربی در درجات آزادی اصلاح شده در فرآیند به‌روزرسانی مورد نیازند. با این وجود، برخی درجات آزادی مثل درجات آزادی داخل جسم و درجات آزادی چرخشی در عمل قابل اندازه‌گیری نیستند [۱۴]. در این حالات، لازم است در عوض از قرینه تحلیلی آن استفاده شده و نتایج پس از چندین تکرار حاصل گردد.

تمام سازه‌های واقعی دارای مقدار خاصی استهلاک بوده و بنابراین تمامی توابع پاسخ فرکانسی تجربی اندازه‌گیری شده مختلط بوده و دربر دارند اطلاعات استهلاک می‌باشند. بنابراین تکنیک‌های به‌روزرسانی مدل بر پایه توابع پاسخ فرکانسی می‌بایست طبیعت مختلط داده‌های اندازه‌گیری شده را شامل گردند تا توان تشخیص ماتریس‌های استهلاک را دارا باشند. از آنجا که مقادیر P (ضرایب اصلاح) اعداد حقیقی هستند و هر یک از معادلات تشکیل دهنده رابطه (۱۶) که به ازای یک نقطه فرکانسی نوشته می‌شود (رابطه (۱۵))، به دلیل حضور استهلاک معادلاتی مختلط هستند، لازم است هر یک از این معادلات به دو معادله حقیقی تبدیل شوند. در این صورت رابطه (۳۷) به‌صورت رابطه (۳۸) در خواهد آمد و تعداد معادلات به دو برابر نقاط فرکانسی انتخابی افزایش می‌یابد.

$$\begin{bmatrix} \text{real}(\Delta) \\ \text{imag}(\Delta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{real}(\Sigma) \\ \text{imag}(\Sigma) \end{bmatrix} \cdot P \quad (38)$$

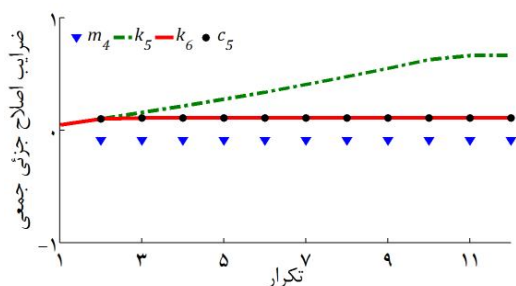
۳- نمونه مطالعاتی عددی

یک سیستم دوازده درجه آزادی جرم، فنر و دمپر در اینجا به‌عنوان نمونه مطالعاتی عددی در نظر گرفته می‌شود (شکل ۳). یکسری اختلافات مشخص در مقادیر المان‌های جرم، سختی و استهلاک به‌عنوان خطاهای مدل اجزای محدود وارد می‌گردد. مقادیر جرم و سختی و استهلاک مدل و اختلافات وارد شده به سیستم در جدول ۱ داده شده است. بازه فرکانسی آزمایش شبیه‌سازی شده صفر تا ۹۵/۵ Hz است، که تمام دوازده مود ارتعاشی سیستم را پوشش می‌دهد.

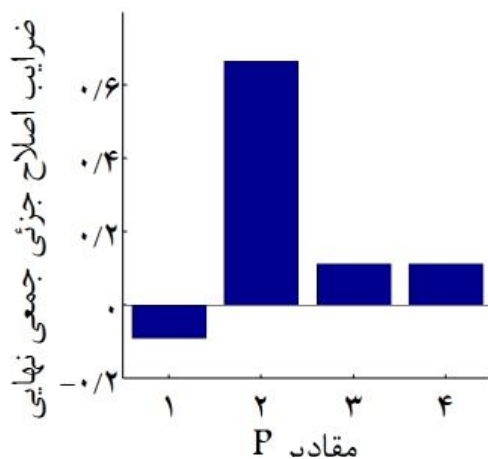
معیار همگرایی بر پایه نرم اختلاف بین دو بردار پیاپی ضرایب اصلاح جزئی جمع^۵ می‌باشد. مقدار نرم 0.001 در این مطالعه به‌عنوان معیار همگرایی انتخاب شده است. ضرایب اصلاح جزئی جمع^۵ به‌صورت رابطه (۳۹) تعریف می‌شوند:

6- Move limit
7- Average Error in Natural Frequency
8- Average Error in Mode Shape
9- Average Error in FRF

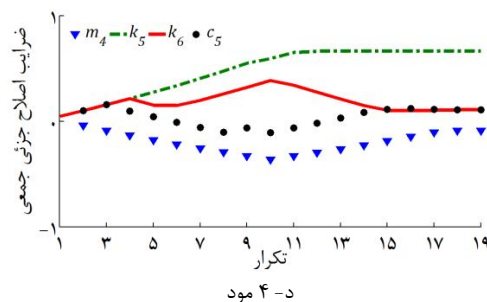
1- Singular Values
2- Unique
3- Moore-Penrose
4- MATLAB
5- Cumulative fractional correction factors



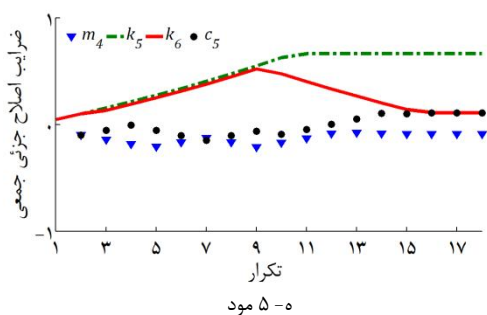
شکل ۴ همگرایی ضرایب اصلاح جزئی جمع برای نمونه داده کامل



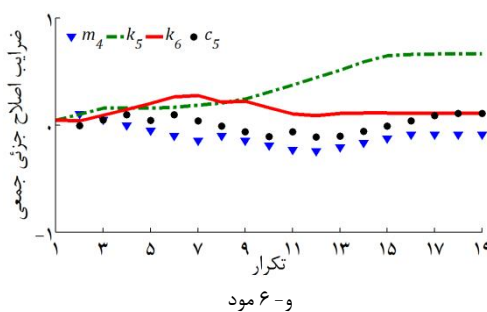
شکل ۵ ضرایب اصلاح جزئی نهایی برای نمونه داده کام



د-۴ مود



ه-۵ مود



و-۶ مود

$$AENF = \frac{100}{m} \sum_{i=1}^m \text{abs} \left(\frac{f_A - f_X}{f_X} \right)_i \quad (40)$$

$$AEMS = \frac{100}{m \times n} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \text{abs} \left(\frac{\{\varphi_i\}'_A - \{\varphi_i\}'_X}{\{\varphi_i\}'_X} \right) \quad (41)$$

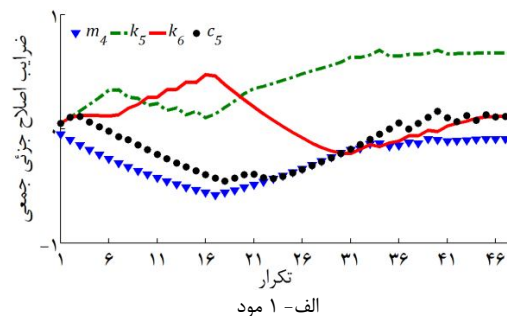
$$AEFRF = \frac{100}{nf \times n} \sum_{j=1}^{nf} \sum_{i=1}^n \text{abs} \left(\frac{([\alpha(f_j)]_A) - ([\alpha(f_j)]_X)}{([\alpha(f_j)]_X)} \right) \quad (42)$$

که f_A و f_X فرکانس‌های طبیعی، $\{\varphi\}_A$ و $\{\varphi\}_X$ شکل مودها و $[\alpha]_A$ و $[\alpha]_X$ به ترتیب ماتریس‌های رسیپتانس‌های مربوط به مدل‌های تحلیلی و تجربی می‌باشند.

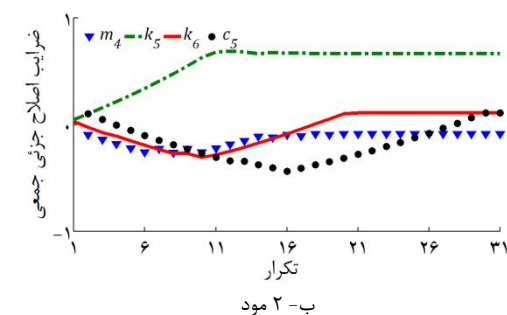
۴- بررسی نتایج

برای نمونه‌داده کامل روش در دوازده تکرار همگرا شده و ضرایب اصلاح جزئی جمع مربوط به المان‌های ماتریس‌های جرم، سختی و استهلاک را مستقل از بازه فرکانسی و تعداد مودها به‌طور دقیق پیش‌بینی می‌کند. شکل ۴ نمودار همگرایی ضرایب اصلاح جزئی جمع را برای حالتی که رنج فرکانسی بروزرسانی یک مود را پوشش می‌دهد تصویر می‌کند. نتایج برای حالتی که بازه فرکانسی بروزرسانی بیش از یک مود را در بر می‌گیرد، کاملاً مشابه شکل ۴ می‌باشد. به دلیل کامل بودن داده تجربی شبیه‌سازی شده، همگرایی کامل، سریع، پایدار و بدون نوسانات در طول تکرارها می‌باشد (شکل ۵).

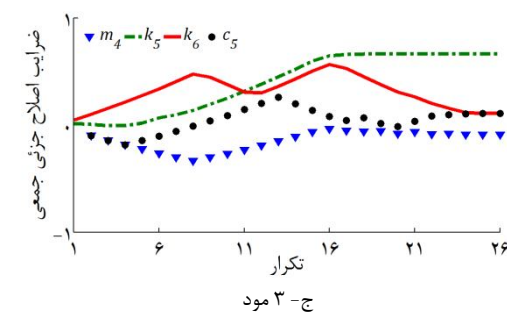
شایان ذکر است که با افزایش مقدار محدوده حرکت بر مقادیر p همگرایی سریع‌تر رخ می‌دهد. اندیس‌های خطا برای نمونه داده کامل، قبل و بعد از فرایند بروزرسانی محاسبه شده‌اند.



الف-۱ مود



ب-۲ مود



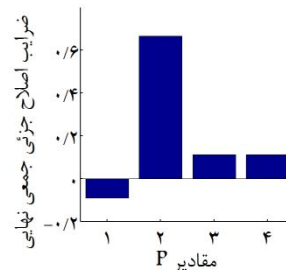
ج-۳ مود

شکل ۶ همگرایی ضرایب اصلاح جزئی برای نمونه داده ناکامل

اما ضرایب اصلاح جزئی جمعی مربوط به المان‌های ماتریس‌های جرم، سختی و استهلاک را مستقل از رنج فرکانسی به‌روزرسانی و نقاط فرکانسی انتخابی، به‌دقت پیش‌بینی می‌کند (شکل ۷).

سرعت همگرایی به‌طور کلی با افزایش تعداد مود افزایش می‌یابد. اما سرعت همگرایی همچنین وابسته به تعداد و مقدار نقاط فرکانسی انتخابی نیز می‌باشد. بنابراین تعداد تکرار و نحوه تغییرات ضرایب اصلاح جزئی جمعی در تکرارهای متوالی، با توجه به ماهیت رندوم نقاط فرکانسی انتخابی می‌تواند در هر اجرای برنامه متفاوت باشد.

جدول ۴ و شکل‌های ۸ و ۹ نتایج نمونه داده ناکامل با ۲٪ نویز را ارائه می‌کنند. همان‌طور که مشاهده می‌گردد، حتی با کاهش تعداد مودهای دخیل در به‌روزرسانی، پروسه همگرایی پایدار باقی می‌ماند که این مطلب در شکل ۸ مشهود است. شکل ۸ به مقایسه همگرایی ضرایب اصلاح جزئی جمعی برای حالتی که بازه فرکانسی به‌روزرسانی یک تا شش مود را شامل می‌شود، می‌پردازد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش تعداد مودها در بازه فرکانسی به‌روزرسانی، پایداری بهبود می‌یابد. همچنین، در مقایسه با حالت داده بدون نویز، روش به تعداد تکرار بیشتری برای یافتن جواب قابل قبول، به‌ویژه برای حالتی که بازه به‌روزرسانی دربردارنده ۲، ۵ و ۶ مود است، نیازمند می‌باشد، اما برای تعداد مودهای دیگر، تقریباً تفاوت بارزی دیده نمی‌شود. از جدول ۴ مشاهده می‌گردد که روش توانایی حذف متوسط خطای فرکانس طبیعی ($AENF$) را به‌ازای تعداد مودهای مختلف در رنج فرکانسی به‌روزرسانی، دارا است. متوسط خطای شکل مودها ($AEMS$) نیز، در حالتی که بازه فرکانسی به‌روزرسانی بیش از سه مود را شامل می‌شود، حذف می‌گردد. برای کمتر از سه مود، سطح خطا با افزایش تعداد مودها کاهش می‌یابد (شکل ۱۰).



شکل ۷ ضرایب اصلاح جزئی جمعی نهایی برای نمونه داده ناکامل

جدول ۲ نشان می‌دهد که خطاها مستقل از تعداد مودهای پوشش داده شده در بازه فرکانسی به‌روزرسانی به‌طور کامل حذف شده‌اند. مقادیر نهایی ضرایب اصلاح جزئی جمعی برای زمانی که تنها یک مود در رنج فرکانسی به‌روزرسانی قرار می‌گیرند، محاسبه گردیده و در شکل ۵ نشان داده شده است. شایان ذکر است که نتایج برای پوشش بیش از یک مود هم کاملاً مشابه شکل ۵ می‌باشد. مقدار اول در شکل فاکتور اصلاح مربوط به m_4 را نشان می‌دهد. مقادیر دوم و سوم مربوط به k_5 و k_6 و آخرین مقدار مربوط به c_5 است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، اختلاف بین مدل تجربی و تحلیلی توسط روش، فارغ از بازه فرکانسی به‌روزرسانی و نقاط فرکانسی انتخابی به‌طور دقیق پیش‌بینی شده است.

در نمونه داده ناکامل، با توجه به کاهش تعداد مختصات‌های اندازه‌گیری شده انتظار می‌رود که سطح خطاها افزایش یابد. اما همان‌طور که در جدول ۳ مشاهده می‌گردد، خطاها برای رنج‌های مختلف فرکانسی به‌روزرسانی، حذف شده‌اند.

شکل ۶ نشان می‌دهد که روش در تعداد تکرار متفاوتی همگرا می‌شود.

جدول ۱ مقادیر جرم، سختی، استهلاک و اختلاف بین مدل تجربی و اجزای محدود

درجه آزادی	جرم (kg)	خطا جرم (%)	سختی (N/m)	خطا سختی (%)	استهلاک (Ns/m)	خطا استهلاک (%)
۱	۳		۷۰۰۰		۰/۳	
۲	۱/۳		۱۰۰۰۰		۰/۲	
۳	۱/۵		۵۰۰۰		۰/۱	
۴	۱	+۱۰	۲۰۰۰		۰/۸	
۵	۱		۱۰۰۰۰	-۴۰	۰/۵	-۱۰
۶	۲/۵		۵۰۰۰	-۱۰	۱/۶	
۷	۱/۵		۱۰۰۰۰		۱	
۸	۱		۳۰۰۰		۰/۳	
۹	۱		۵۰۰۰		۰/۸	
۱۰	۲/۵		۱۰۰۰۰		۰/۳	
۱۱	۱/۲		۴۰۰۰		۰/۵	
۱۲	۱		۸۰۰۰		۰/۹	

جدول ۲ اندیس‌های خطا برای نمونه داده کامل تجربی

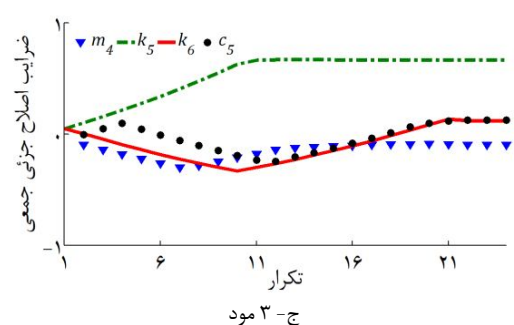
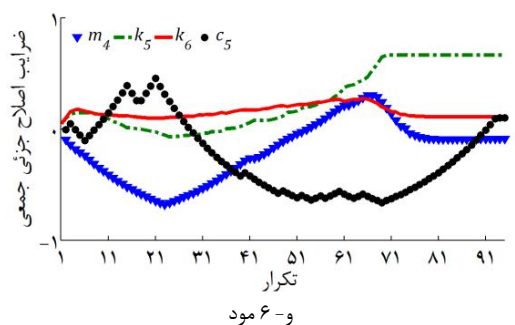
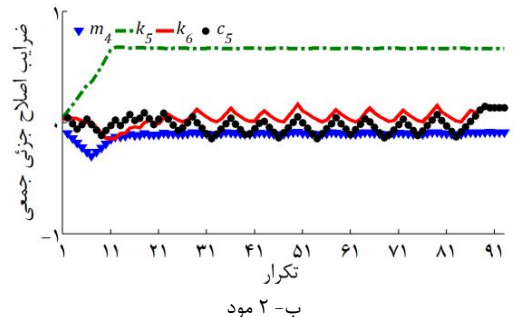
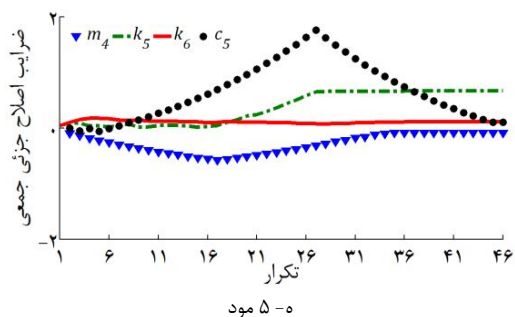
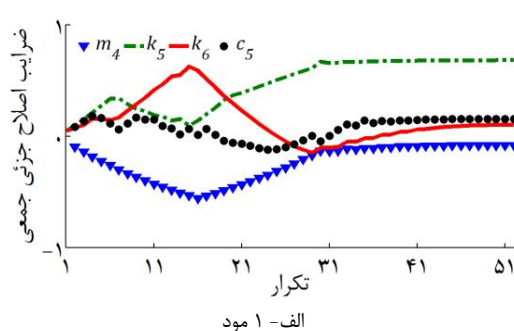
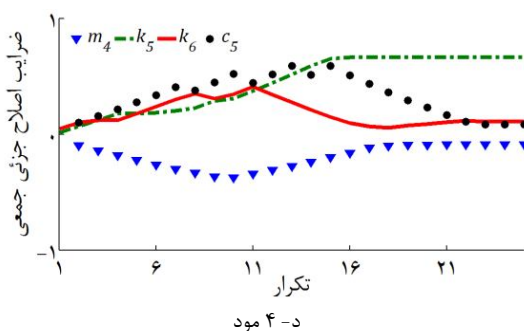
خطای محاسباتی در کل بازه آزمایش						تعداد مودهای درون رنج فرکانسی به‌روز رسانی
AENF		AEMS		AEFRF		
قبل از	بعد از	قبل از	بعد از	قبل از	بعد از	
به‌روز رسانی	به‌روز رسانی	به‌روز رسانی	به‌روز رسانی	به‌روز رسانی	به‌روز رسانی	
۲/۲۴۹	۰/۰۰	۷/۵۶	۰/۰۰	۱۱۵/۸۵	۰/۰۰	۱
۲/۸۳۴	۰/۰۰	۳/۷۸۰	۰/۰۰	۱۱۵/۸۵	۰/۰۰	۲
۴/۸۸۳	۰/۰۰	۲/۵۲۰	۰/۰۰	۱۱۵/۸۵	۰/۰۰	۳
۵/۷۹۶	۰/۰۰	۱/۸۹۰	۰/۰۰	۱۱۵/۸۵	۰/۰۰	۴
۵/۱۲۰	۰/۰۰	۱/۵۱۲	۰/۰۰	۱۱۵/۸۵	۰/۰۰	۵
۴/۳۰۶	۰/۰۰	۱/۲۶۰	۰/۰۰	۱۱۵/۸۵	۰/۰۰	۶

جدول ۳ اندیس‌های خطا برای نمونه داده ناکامل تجربی

تعداد مدهای درون رنج فرکانسی به‌روز رسانی	خطای محاسباتی در کل بازه آزمایش					
	AEFRF		AEMS		AENF	
	قبل از	بعد از	قبل از	بعد از	قبل از	بعد از
۱	۲/۲۴۹	۰/۰۰	۷/۵۶	۰/۰۰	۱۱۵/۸۵	۰/۰۰
۲	۲/۸۳۴	۰/۰۰	۳/۷۸۰	۰/۰۰	۱۱۵/۸۵	۰/۰۰
۳	۴/۸۸۳	۰/۰۰	۲/۵۲۰	۰/۰۰	۱۱۵/۸۵	۰/۰۰
۴	۵/۷۹۶	۰/۰۰	۱/۸۹۰	۰/۰۰	۱۱۵/۸۵	۰/۰۰
۵	۵/۱۲۰	۰/۰۰	۱/۵۱۲	۰/۰۰	۱۱۵/۸۵	۰/۰۰
۶	۴/۳۰۶	۰/۰۰	۱/۲۶۰	۰/۰۰	۱۱۵/۸۵	۰/۰۰

جدول ۴ اندیس‌های خطا برای نمونه داده ناکامل با ۲٪ نویز

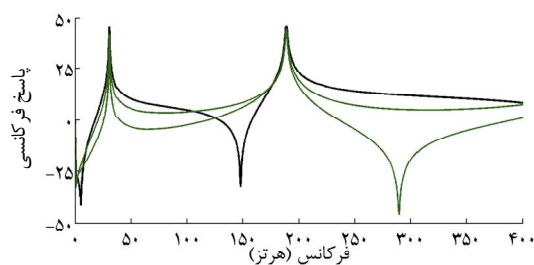
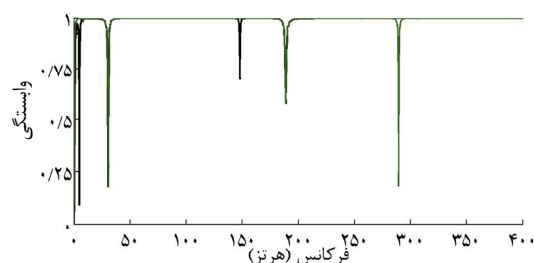
تعداد مدهای درون رنج فرکانسی به‌روز رسانی	خطای محاسباتی در کل بازه آزمایش					
	AEFRF		AEMS		AENF	
	قبل از	بعد از	قبل از	بعد از	قبل از	بعد از
۱	۲/۲۴۹	۰/۰۰	۷/۵۶	۰/۰۷	۱۱۵/۸۵	۴/۶۵
۲	۲/۸۳۴	۰/۰۰	۳/۷۸۰	۰/۰۱	۱۱۵/۸۵	۲/۹۶
۳	۴/۸۸۳	۰/۰۰	۲/۵۲۰	۰/۰۱	۱۱۵/۸۵	۳/۹۰
۴	۵/۷۹۶	۰/۰۰	۱/۸۹۰	۰/۰۰	۱۱۵/۸۵	۰/۳۳
۵	۵/۱۲۰	۰/۰۰	۱/۵۱۲	۰/۰۰	۱۱۵/۸۵	۰/۵۷
۶	۴/۳۰۶	۰/۰۰	۱/۲۶۰	۰/۰۰	۱۱۵/۸۵	۰/۱۵



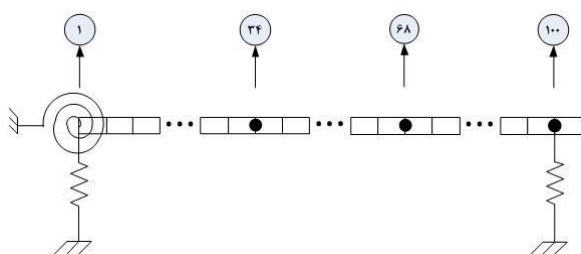
شکل ۸ همگرایی ضرایب برای نمونه داده ناکامل با ۲٪ نویز



شکل ۱۲ نمونه تجربی در حال انجام آزمایش

شکل ۱۳ توابع اکسلرانس A_{11} ، A_{12} و A_{13} 

شکل ۱۴ توابع همبستگی

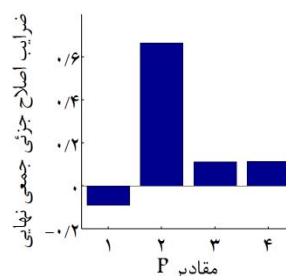


شکل ۱۵ تیر مدل شده با استفاده از ۱۰۰ المان

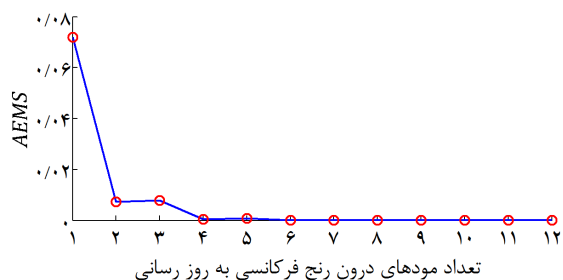
نتایج حاصل از آزمایش که شامل اکسلرانس‌های A_{11} ، A_{12} و A_{13} و توابع همبستگی^۲ مربوط به آن‌هاست، از طریق نرم‌افزار پالس لب شاپ^۴ به دست آمده و به ترتیب در شکل‌های ۱۳ و ۱۴ ارائه شده است.

مدل تحلیلی (اجزای محدود) سازه مورد آزمایش مطابق شکل ۱۵ مدل گردیده است. تیر با استفاده از ۱۰۰ المان تیر تیموشینکو با مدول الاستیسیته و دانسیته به ترتیب $198 \text{ e}9 \text{ N/m}^2$ و 7900 kg/m^3 مدل شده است. سرگیردار تیر به صورت اتصال با دو فنر خطی و پیچشی، سر آزاد تیر در نقطه اتصال به شیکر با یک فنر خطی معادل شده است.

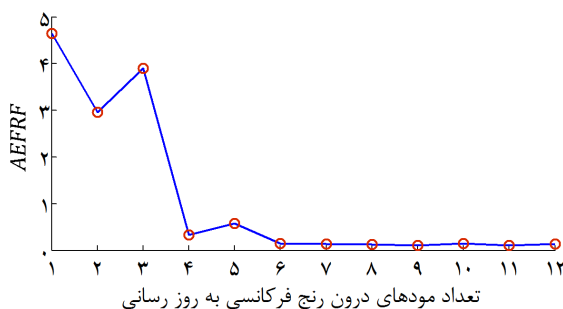
در نقاط قرارگیری شتاب‌سنج‌ها و نیروسنج، جرم متمرکز به درجات آزادی مورد نظر متصل شده است. مقادیر به روز شده فنرهای خطی و پیچشی اتصال سرگیردار به ترتیب $15 \text{ e}9 \text{ N/m}$ و $606 \text{ e}3 \text{ N.m/rad}$ و فنر خطی مربوط به اتصال شیکر 380 N/m می‌باشد.



شکل ۹ ضرایب اصلاح جزئی جمعی نهایی برای نمونه داده ناکامل با ۲٪ نویز



شکل ۱۰ متوسط خطای شکل مودها (AEMS) بعد از پروسه به روز رسانی



شکل ۱۱ متوسط خطای توابع پاسخ فرکانسی (AEFRF) بعد از پروسه به روز رسانی

متوسط خطای توابع پاسخ فرکانسی (AEFRF) در حالت داده با نویز و بدون نویز تفاوت زیادی دارند. در محیط نویزی، خطا به طور کامل حذف نمی‌شود. همچنین مشاهده می‌شود که هر چه محدوده فرکانسی به روز رسانی کاهش یابد، خطای خارج از این محدوده فرکانسی افزایش می‌یابد (شکل ۱۱). با افزایش بازه فرکانسی به روز رسانی و دربرگیری تعداد مودهای بیشتر به طور کلی سطح خطاها کاهش می‌یابد. مقادیر نهایی ضرایب اصلاح جزئی جمعی برای حالت یک مود در بازه فرکانسی به روز رسانی در شکل ۹ نشان داده شده است. شایان ذکر است که فاکتور اصلاح جزئی جمعی مربوط به استهلاک، تقریبی از مقدار واقعی است و برای حالتی که تعداد مودهای درون بازه به روز رسانی مختلف است، متفاوت می‌باشد.

۵- نمونه تجربی

یک تیر یکسرگیردار به طول ۴۳۰ میلی‌متر و مقطع ۱۱ میلی‌متر در ۹ میلی‌متر به عنوان نمونه تجربی مورد آزمایش قرار گرفته است. به این منظور سه شتاب‌سنج مدل A120v شرکت DJB و یک نیرو سنج مدل ۸۲۰۰ شرکت B&K در طول تیر نصب گردیده‌اند. شتاب‌سنج‌های اول، دوم و سوم به ترتیب در فواصل ۴۲۰ میلی‌متر، ۲۸۰ میلی‌متر و ۱۴۰ میلی‌متر از سردرگیر تیر واقع شده‌اند. نیروسنج نیز در فاصله ۱۰ میلی‌متر از سر آزاد تیر قرار گرفته است. قطعه مورد آزمایش توسط یک شیکر^۱ مدل ۴۸۰۸ شرکت B&K مطابق شکل ۱۲ تحریک می‌گردد.

2- Accelerance
3- Coherence functions
4- Pulse labshop

1- Shaker

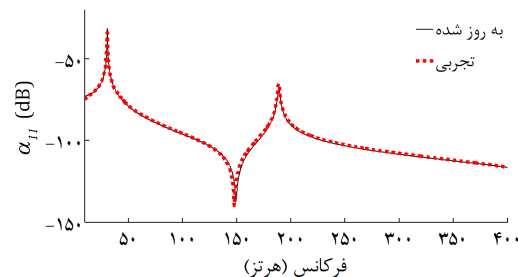
پایداری خوبی نشان داده و اختلاف بین مدل‌های تحلیلی و تجربی را به‌دقت پیش‌بینی می‌کند. اما گاهی به‌ازای تعداد مود کمتر در مقایسه با داده بدون نویز، نیازمند تعداد بیشتر تکرار به‌منظور یافتن جواب قابل قبول می‌باشد. از آنجا که این روش توانایی تعیین مقدار اختلافات بین مدل‌های تحلیلی و تجربی را حتی در نمونه ناکامل داراست، همچنین تنها نیازمند داده در تعداد مختصات محدود بوده و مستقل از تعداد مودهای تحت پوشش رنج فرکانسی به‌روزرسانی قادر به به‌روزرسانی مدل تحلیلی است، سودمند می‌باشد. در نهایت، مطالعات تجربی بر روی یک تیر یکسرگیردار، توانایی روش در به‌روزرسانی مدل اجزای محدود و اصلاح ماتریس‌های جرم و سختی سازه را نشان می‌دهد. نتایج حاکی از تطابق توابع پاسخ فرکانسی مدل به‌روز شده با توابع پاسخ فرکانسی تجربی اندازه‌گیری شده می‌باشد.

۷- تقدیر و تشکر

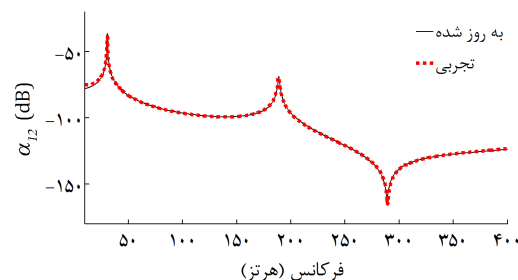
این پژوهش تحت حمایت مالی پارک علم و فناوری دانشگاه سمنان انجام شده است.

۸- مراجع

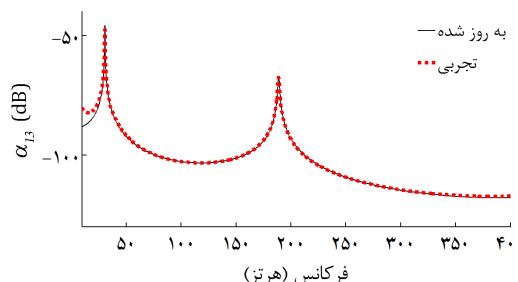
- [1] M. Imregun, W. Visser, A review of model updating techniques, *The Shock and Vibration Digest*, Vol. 23, No. 1, pp. 9-20, 1991.
- [2] J. Mottershead, M. Friswell, Model updating in structural dynamics: a survey, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 167, No. 2, pp. 347-375, 1993.
- [3] R. Lin, M. Lim, H. Du, Improved inverse eigensensitivity method for structural analytical model updating, *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 117, No. 2, pp. 192-198, 1995.
- [4] R. Lin, D. Ewins, Model updating using FRF data, in *Proceeding of the 15th International Seminar on Modal Analysis*, K U Leuven, Belgium, pp. 141-162, 1990.
- [5] M. Imregun, W. Visser, D. Ewins, Finite element model updating using frequency response function data: I. Theory and initial investigation, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 9, No. 2, pp. 187-202, 1995.
- [6] M. Imregun, K. Sanliturk, D. Ewins, Finite element model updating using frequency response function data: II. Case study on a medium-size finite element model, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 9, No. 2, pp. 203-213, 1995.
- [7] R. Lin, J. Zhu, Model updating of damped structures using FRF data, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 20, No. 8, pp. 2200-2218, 2006.
- [8] V. Arora, S. Singh, T. Kundra, Finite element model updating with damping identification, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 324, No. 3, pp. 1111-1123, 2009.
- [9] V. Arora, S. Singh, T. Kundra, On the use of damped updated FE model for dynamic design, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 23, No. 3, pp. 580-587, 2009.
- [10] V. Arora, S. Singh, T. Kundra, Further experience with model updating incorporating damping matrices, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 24, No. 5, pp. 1383-1390, 2010.
- [11] V. Arora, S. Singh, T. Kundra, Comparative study of damped FE model updating methods, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 23, No. 7, pp. 2113-2129, 2009.
- [12] S. Pradhan, S. Modak, Normal response function method for mass and stiffness matrix updating using complex FRFs, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 32, pp. 232-250, 2012.
- [13] A. L. Klosterman, *On the Experimental Determination and use of Modal Representations of Dynamic Characteristics*, PhD Thesis, University of Cincinnati, 1971.
- [14] W. J. Visser, *Updating Structural Dynamics Models using Frequency Response Data*, PhD Thesis, Faculty of Engineering, University of London, Imperial College London, 1992.
- [15] S. Ziaei Rad, *Methods of Updating Numerical Models in Structural Dynamics*, PhD Thesis, Faculty of Engineering, University of London, Imperial College London, 1997.
- [16] G. N. Vanderplaats, *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design: with applications*, McGraw-Hill: New York, 1984.
- [17] S. Modak, T. Kundra, B. Nakra, Comparative study of model updating methods using simulated experimental data, *Computers & Structures*, Vol. 80, No. 5, pp. 437-447, 2002.



شکل ۱۶ α_{11} به‌روز شده (-) و تجربی (...)



شکل ۱۷ α_{12} به‌روز شده (-) و تجربی (...)



شکل ۱۸ α_{13} به‌روز شده (-) و تجربی (...)

مقادیر مربوط به جرم‌های متمرکز به‌روز شده به‌ترتیب $19/2 \text{ gr}$ و $22/5 \text{ gr}$ برای نقاط قرارگیری شتاب سنج‌های اول و دوم و $39/5 \text{ gr}$ برای نقطه قرارگیری نیروسنج و شتاب سنج توأمان (اتصال شیکر) می‌باشد. شکل ۱۶، ۱۷ و ۱۸ به‌ترتیب رستپانس‌های α_{11} ، α_{12} و α_{13} تجربی و به‌روزرسانی شده را نمایش می‌دهند.

۶- بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله یک روش به‌روزرسانی مدل جدید بر پایه روش SMURF پیشنهاد می‌شود. یک سیستم جرم، فنر و دمپر دوازده درجه آزادی به‌عنوان نمونه مطالعاتی عددی در یک آزمایش شبیه‌سازی شده در نظر گرفته می‌شود. نمونه مطالعاتی عددی نشانگر آن است که مستقل از تعداد مودهای تحت پوشش رنج فرکانسی به‌روزرسانی، روش توانایی پیش‌بینی خطاهای مدل اجزاء محدود را برای نمونه داده کامل و ناکامل به‌صورت دقیق و برای نمونه داده کامل با نویز، با دقتی معقول دارد.

مطالعات عددی دال بر این واقعیت است که روش توانایی حذف سه اندیس خطای $AENF$ ، $AEMS$ و $AEFRF$ برای نمونه‌های داده کامل و ناکامل را داراست. در محیط نویزی، روش توانایی حذف $AENF$ را دارد. همچنین قادر است $AEMS$ و $AEFRF$ را کاهش داده و حتی زمانی که بیش از سه مود توسط رنج فرکانسی به‌روزرسانی پوشش داده شوند، توانایی حذف $AEMS$ را داراست. مشاهده گردید که سطوح خطاها با افزایش رنج فرکانسی به‌روزرسانی و پوشش بیشتر مودها، کاهش می‌یابد. علاوه بر این، مستقل از تعداد مودهای پوشش داده شده در رنج فرکانسی به‌روزرسانی، روش حتی در محیط نویزی