



طراحی نرم بهینه یک مکانیزم صفحه‌ای برای کاهش اثرات نامطلوب لقی مفصل

سید مجتبی واردی کولایی^۱، حمیدرضا محمدی دانیالی^{۲*}، مرتضی دردل^۳، علیرضا فتحی^۳

۱- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی بابل

۲- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی بابل

۳- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی بابل

* بابل، صندوق پستی ۷۱۱۶۷-۴۷۱۴۸، mmoammadi@nit.ac.ir

چکیده

وجود لقی در یک مفصل به دلیل ایجاد حرکت نسبی بین اعضا و تolerانس‌های موجود در مرحله ساخت، امری اجتناب‌ناپذیر است. بدیهی است که در صورت وجود لقی در یک مفصل لولایی، یک درجه آزادی غیر قابل کنترل به مکانیزم افزوده می‌شود که می‌تواند منبع ایجاد خطا باشد. همچنین وجود سایش و پس‌زنی در مفصل، موجب افزایش لقی و در نتیجه کاهش دقت و تکرارپذیری خواهد شد. لقی را می‌توان با فرض تماس دائم بین دو عضو، به عنوان یک عضو مجازی بدون جرم مدل کرد. در این مقاله روشی ارائه شده تا بتوان اثرات نامطلوب لقی را کاهش داد. استفاده از مفاصل نرم، یکی از راهکارهای تحقق این امر است. به منظور بهبود عملکرد دینامیکی مکانیزم چهارمیله‌ای، دو مفصل لولایی مکانیزم که محدوده دوران کمتری دارند، با مفاصل نرم جایگزین شده‌اند. برای مدل‌سازی مفاصل نرم از مدل شبه جسم صلب (PRBM) استفاده شده است که در آن مفاصل نرم با فنرهای پیچشی مدل می‌شوند. سفتی مفاصل نرم با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی و تابع هدف مناسب، بهینه‌سازی می‌شوند. برای بهینه‌سازی نیز از روش ازدحام ذرات (PSO) استفاده شده است. با استفاده از یک مثال عددی و نتایج به‌دست آمده، مشخص شده است که استفاده از مفاصل نرم در یک مکانیزم می‌تواند موجب کاهش تغییرات زاویه لقی و در نهایت بهبود عملکرد دینامیکی آن شود.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۲۷ آبان ۱۳۹۲

پذیرش: ۱۳ آذر ۱۳۹۲

ارائه در سایت: ۲۴ خرداد ۱۳۹۳

کلید واژگان:

مفاصل نرم

لقی

بهینه‌سازی

Optimal compliant design of a planar linkage for decreasing the undesirable effects of joint clearance

Seyyed Mojtaba Varedi Koulaei¹, Hamid Reza Mohammadi Daniali^{2*}, Morteza Dardel³, Alireza Fathi³

1- Department of Mechanical Engineering, Babol University of Technology, Babol, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Babol University of Technology, Babol, Iran

3- Department of Mechanical Engineering, Babol University of Technology, Babol, Iran

*P.O.B. 47148-71167 Babol, mmoammadi@nit.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 18 November 2013
Accepted 04 December 2013
Available Online 14 June 2014

Keywords:

Compliant Joints
Clearance
Optimization

ABSTRACT

In practice, clearances in the joints are inevitable due to tolerances and defects arising from design and manufacturing. It is well-known that in the presence of clearance at one joint, the linkage gains an additional uncontrollable degree of freedom which is the source of error. Moreover, these joints undergo wear and backlash, resulting in poor accuracy and repeatability, and so cannot be used in precision mechanisms. The model of continuous contact is used here. Therefore, joint clearance was modeled as a small link with the length equals to the clearance. In this paper, a method is proposed to alleviate the undesirable effects of joints clearances. This improvement implemented using compliant joints. The compliances are introduced locally in the form of flexural hinges at the two oscillating revolute joints of a four-bar crank-rocker linkage. Moreover, pseudo-rigid body model is used for modeling the flexures. An optimum design of the flexural hinge for minimum objective function is deduced and used to modify the conventional mechanism. The PSO method is used for optimization process. An example is included in which we show that introduction of compliance will modify the dynamics performances of the linkage.

۱- مقدمه

علاوه بر ایجاد خطا در دقت عملکرد مکانیزم، وجود لقی یکی از مهم‌ترین عوامل ایجاد شوک و ارتعاشات و صدا در هنگام کارکرد مکانیزم در مفاصل می‌شود. تolerانس‌ها و خطاهای ناشی از فرایند طراحی و ساخت، سائیدگی و خوردگی مفاصل بعد از یک دوره معین کاری و اثرات حرارتی به عنوان مهم‌ترین عوامل ایجاد لقی شناخته شده است.

برای ایجاد حرکت نسبی بین عضوهای متصل به هم، لقی در مفاصل یک مکانیزم اجتناب‌ناپذیر است. در نتیجه وجود این فواصل بسیار اندک بین اجزای مکانیزم، امکان دارد تأثیرات قابل ملاحظه‌ای در موقعیت نقطه کارکرد مکانیزم حاصل گردد که با انتظار طراح از دقت زیاد مکانیزم مغایرت دارد.

آن سایش و در نتیجه افزایش لقی می‌شود. یک زنجیره مکانیکی دارای چنین مفصلی، خطاهای ناشی از پس‌زنی^۳ و سایش را ترکیب می‌کند که نتیجه آن دقت و تکرارپذیری ضعیف این مکانیزم‌ها است (شکل ۱).

یکی از انتظاراتی که از مکانیزم موازی می‌رود، دقت در عملکرد آن است. در برخی از کاربردهای بسیار دقیق، از یک مکانیزم یا ربات موازی که در ظاهر ابعاد بزرگی مثل طول عضوهای در حد ۰/۵ تا ۱ متر دارد دقت زیادی در حدود دهم میلی‌متر انتظار می‌رود. در نتیجه فرآیندهای ساخت اجزای مکانیزم مثل عضوها و یا از آن حساس‌تر، مفصل، که دارای اجزای پیچیده‌تری هستند، باید با دقت زیاد و استفاده از تکنیک‌های مدرن صورت پذیرد. اگر چه در این زمینه، روش‌های ساخت با دقت زیادی ارائه شده‌اند ولی با این حال وجود تلورانس‌هایی بین اجزای متصل به هم اجتناب ناپذیر است. در نتیجه وجود این فواصل بسیار اندک بین اجزای مکانیزم امکان دارد تأثیرات قابل ملاحظه‌ای در موقعیت نقطه کارکرد آن حاصل گردد که با انتظار طراح از دقت زیاد مکانیزم یا ربات مغایرت دارد. علاوه بر ایجاد خطا در دقت عملکرد مکانیزم، وجود لقی یکی از مهم‌ترین عوامل ایجاد شوک، ارتعاشات و صدا در هنگام کارکرد مکانیزم است.

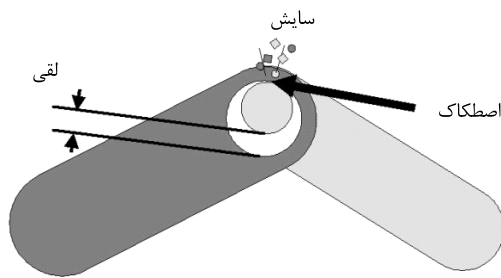
در سال‌های اخیر، محققان در تلاش بوده‌اند تا به شناخت کاملی از رفتار مکانیزم با توجه به وجود لقی در مفصل دست یابند [۱۰، ۱۱]. در واقع تأثیر وجود لقی بر دقت مکانیزم یکی از موضوعات مهمی است که همواره مورد توجه بوده است.

۲-۲- انواع مفاصل نرم (انعطاف‌پذیر)

مفصل نرم (انعطاف‌پذیر) به‌عنوان جایگزینی برای مفصل سنتی می‌باشد که مهم‌ترین نقص مفصل سنتی، یعنی لقی را از بین می‌برد. در واقع این مفصل از انعطاف‌پذیری ذاتی مواد به‌جای مهار این تغییر شکل استفاده می‌کنند. علاوه بر از بین بردن لقی، مهم‌ترین مزایای استفاده از مفصل نرم در مکانیزم‌ها عبارت‌اند از [۱۳]:

- بهبود عمر ناشی از کاهش اصطکاک، پس‌زنی و سایش
- دقت زیرمیکرون
- امکان طراحی و ساخت ساختار یکپارچه
- ساخت محصول با هزینه کمتر
- بسیار سازگار با فرایند ساخت صفحه‌ای
- عدم نیاز به مونتاژ
- عدم نیاز به روغن کاری

این مزایا برای مکانیزم‌هایی که نیروهای وارده بر آن‌ها زیاد نیست و محدوده حرکتشان بسیار کوچک باشد بسیار مفید است. در حال حاضر اکثر این مفصل در زندگی روزمره از جنس مواد پلاستیکی مانند پروپیلن ساخته می‌شوند.



شکل ۱ وجود لقی و اثرات آن در مفصل

در سال‌های اخیر، محققان در تلاش بوده‌اند تا به شناخت کاملی از رفتار مکانیزم با توجه به وجود لقی در مفصل دست یابند [۱، ۲]. در زمینه بررسی لقی مفصل لولایی صفحه‌ای اولین بار موریتا و همکارانش مدلی را با فرض تماس دائم بین دو عضو متصل به هم ارائه کردند [۳]. از این مدل در آنالیز و تحلیل خطای ناشی از وجود لقی مفصل در مکانیزم چهارمیله‌ای برای مسایل تولید مسیر و تولید تابع استفاده شده است [۴، ۵]. تسای و لای [۶] یک روش مناسب برای تحلیل زاویه انتقال در حضور لقی پیشنهاد کردند و در مثالی، جابه‌جایی مکانیزم چهارمیله‌ای را با استفاده از معادلات حلقه بسته تحلیل نمودند. کلهاتکار و یانیک [۷] بیشترین مقدار انحراف خروجی به‌علت لقی را محاسبه کردند. اینوسنتی [۸] اثر لقی مفصل را با استفاده از قانون کار مجازی در مکانیزم‌های فضایی تعیین کرد. ونانزی و پرنی کستلی [۹، ۱۰] تکنیک جدیدی را برای اثر سینماتیکی لقی مفصل روی انحراف در جایگذاری و چرخش عضوهای مکانیزم‌های فضایی پیشنهاد دادند. این تکنیک نیز بر مبنای اصل کار مجازی بوده و در آن اندازه لقی مفصل بسیار ناچیز در نظر گرفته شده است.

در این مقاله، یک مکانیزم چهارمیله‌ای صفحه‌ای که دارای یک مفصل لقی بین عضوهای ورودی و واسطه است، در نظر گرفته می‌شود. برای لقی از فرض تماس دائم استفاده شده است. با این فرض، لقی را می‌توان به‌عنوان برداری که معادل با یک عضو مجازی بدون جرم است، مدل کرد [۴، ۵]. در واقع اگر بتوان تغییرات زاویه‌ای ناگهانی و شدید این عضو مجازی را کاهش داد، آنگاه می‌توان مطمئن بود که در محل مفصل لقی، از پرش و برخورد شدید بین دو سطح کاسته شده و مکانیزم از نظر دینامیکی عملکرد مناسب‌تری داشته باشد، در نتیجه ارتعاش، صدا و خرابی یاتاقان‌ها کاهش می‌یابد. در این مقاله سعی می‌شود با استفاده از قراردادن مفصل انعطاف‌پذیر یا نرم^۱ در برخی از مفصل مکانیزم چهارمیله‌ای، اثرات نامطلوب لقی را کاهش داد. در واقع سفتی موجود در مفصل انعطاف‌پذیر موجب کاهش تغییرات زاویه‌ای عضو مجازی لقی می‌شود.

در این پژوهش برای بهینه‌سازی از الگوریتم ازدحام ذرات^۲ (PSO) استفاده می‌شود. PSO از جمله روش‌های تکاملی و مدرن می‌باشد که اولین بار در سال ۱۹۹۵ توسط کندی و ابرهارت با الهام از رفتار دسته جمعی موجوداتی مثل حشرات، زنبورها، مورچگان و پرندگان ایجاد شده است. هر عضو این گروه براساس اطلاعات و آگاهی خود و اطلاعات کلی گروه حرکت می‌کند. هر کدام از این اعضا دارای دو مشخصه موقعیت و سرعت می‌باشند که دائماً تغییر کرده و اصلاح می‌شود. هر عضو در فضای طراحی مسئله گردش می‌کند و به دنبال نقطه بهینه می‌گردد، از سوی دیگر هر عضو بهترین موقعیت خود را نیز در نظر گرفته و در حافظه خود نگه می‌دارد. رد و بدل شدن اطلاعات میان این اعضا براساس بهترین نقاط برای هر عضو و بهترین نقطه تمام اعضا، موجب اصلاح مداوم موقعیت و سرعت هر عضو می‌شود [۱۲، ۱۱].

۲-۲- مفصل نرم (خمشی)

۲-۱- وجود لقی در مفصل سنتی

اتصال‌دهنده‌های مکانیکی صلب، از قبیل لولاهای، لغزنده‌ها، مفصل یونیورسال و مفصل گوی و کاسه‌ای (کروی) درجات آزادی سینماتیکی مختلفی را به اجزای در حال اتصال می‌دهند. لقی بین دو بخش در حال اتصال در مفصل صلب، سبب پس‌زنی در مونتاژ مکانیکی می‌شود. همچنین در همه مفصل فوق، یک حرکت نسبی بین دو جسم وجود دارد که موجب اصطکاک، پس از

1- Compliant joint

2- Particle Swarm Optimization (PSO)

مفاصل نرم در یک مکانیزم چهارمیله‌ای فضایی RSSR^۴ استفاده کردند [۱۸]. نتایج به‌دست آمده از این مقاله نشان می‌دهد که مقدار دوران مفصل نرم در این مکانیزم فضایی، با توجه به نوع و ابعاد مفصل، در حدود ۴۵ درجه می‌باشد [۱۸]. در مرجع [۱۹] نیز مفصل ADLIF^۵ مورد تحلیل قرار گرفته و روابط مربوط به سفتی و محدوده دوران آن برحسب ابعاد هندسی به‌دست آمده است.

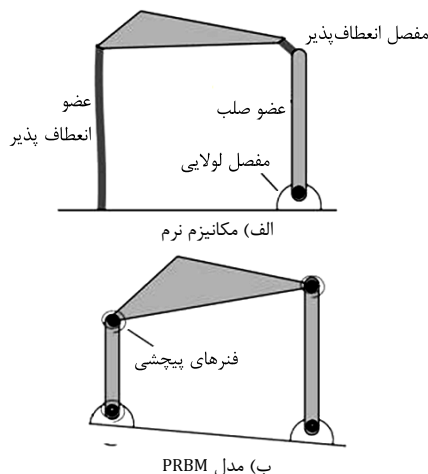
۳- مدل شبه جسم صلب

مدل شبه جسم صلب^۶ جهت ساده‌سازی تحلیل مکانیزم‌های نرم ابتدا توسط هاول و میدها ارائه شد [۱۶]. یک مثال از چنین سیستمی را می‌توان در شکل ۳ ملاحظه نمود. در این مدل مکانیزم نرم توسط اجزای صلب مدل می‌شود و عکس‌العمل بین این اجزاء توسط مفاصل و فنر پیچشی نشان داده می‌شود. این مدل تمامی مزایای موجود در یک تحلیل سینماتیکی را داراست و سیستم قابلیت تغییر شکل بزرگ را نیز خواهد داشت. همان‌طور که در شکل ۳ نشان داده شده است، عضو انعطاف‌پذیر به‌وسیله یک عضو صلب مدل شده است و برای مدل کردن خمش عضو نیز از یک مفصل لولایی و فنر پیچشی استفاده شده است. بنابراین برای توپولوژی موجود، بدون استفاده از روش‌های غیرخطی می‌توان تحلیل تغییر شکل بزرگ برای مکانیزم را انجام داد [۲۰]. با استفاده از این مدل، امکان استفاده از روش‌های طراحی مکانیزم‌های صلب برای مکانیزم‌های نرم وجود دارد. شکل ۴ تبدیل مکانیزم چهارمیله‌ای نرم به مدل شبه جسم صلب آن را نشان می‌دهد.

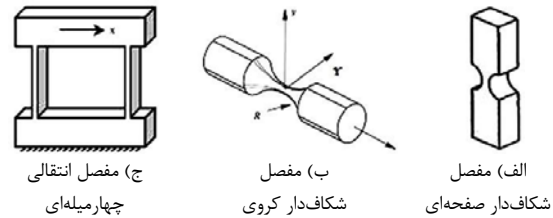
۴- مکانیزم چهارمیله‌ای

یک مکانیزم چهارمیله‌ای صفحه‌ای که دارای یک مفصل لقی بین عضو ورودی و عضو واسطه می‌باشد، در شکل ۵-الف نشان داده شده است. می‌خواهیم در دو مفصل دیگر این مکانیزم، مکان اتصال بین عضو رابط و خروجی و مکان اتصال بین عضو خروجی و زمین از این مفاصل نرم یا انعطاف‌پذیر استفاده کنیم.

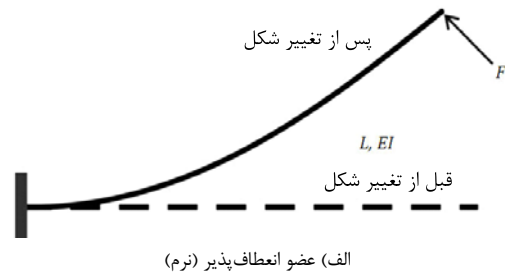
در شکل ۵-ب نشان داده شده است که مفصل A لقی است و با عضو مجازی مدل می‌شود. اما مفاصل B و B0، مکان‌هایی هستند که مفاصل نرم در این نقاط جایگزین می‌شوند و با فنر پیچشی مدل می‌شوند.



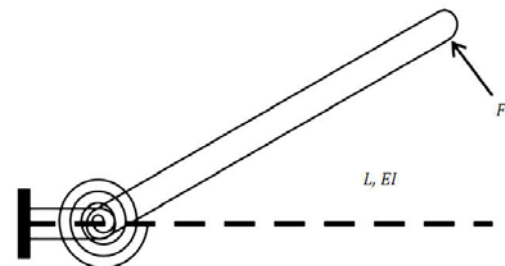
شکل ۴ تشریح مدل PRBM یک مکانیزم چهارمیله‌ای



شکل ۵ مفاصل خمشی (نرم)



(الف) عضو انعطاف‌پذیر (نرم)



(ب) مدل شبه جسم صلب
شکل ۶ یک مدل شبه جسم صلب

در شکل ۶ چند نوع از مهم‌ترین مفاصل نرم نشان داده شده است: مفاصل دورانی (شکاف‌دار)^۱ که می‌تواند به‌صورت صفحه‌ای یا کروی باشد و مفاصل کشویی چهار میله‌ای (فنرهای لایه‌ای)^۲ [۱۳].

مفاصل نرم شکاف‌دار (شکل ۶-۲، الف، ب) اولین بار توسط پاروس و ویزبور [۱۴] در سال ۱۹۶۵ مورد بررسی قرار گرفتند و هم‌اکنون نیز توسط بسیاری از محققان و طراحان تحلیل می‌شوند. این مفاصل امروزه به‌طور گسترده در مکانیزم‌های با جابه‌جایی اندک و دقت بالا استفاده می‌شوند. این مفاصل همچنین توسط هاول و میدها [۱۵، ۱۶] در توسعه مکانیزم‌های نرم شبه جسم صلب به‌کار برده شدند. مفصل انتقالی چهار میله‌ای نیز همانند یک مفصل کشویی انعطاف‌پذیر عمل می‌کند که از مجموعه‌ای از تیرهای انعطاف-پذیر موازی هم تشکیل شده است (شکل ۶-۲، ج) [۱۳].

یکی از محدودیت‌هایی که باید در هنگام استفاده از مفاصل نرم به آن توجه نمود، محدودیت دوران این مفاصل است. بدیهی است که در استفاده از این مفاصل نمی‌توان دوران کامل را در آن مفصل انتظار داشت. محدوده حرکتی این مفاصل با توجه به نوع و ابعاد مفصل نرم مورد استفاده متغیر خواهد بود. پاولویچ و همکارش به بررسی محدوده دوران این مفاصل پرداخته اند [۱۷]. در مقاله ایشان، محدوده دوران برای مفصل نرمی که از یک میله نازک^۳ تشکیل شده باشد، تا ۷۷ درجه نیز به‌دست آمده است. همچنین آن‌ها محدوده دوران را برای یک مفصل شکاف‌دار صفحه‌ای (شکل ۶-۲، الف) تقریباً ۱۴ درجه به‌دست آوردند. البته این مقادیر می‌تواند با توجه به ابعاد مفصل، نوع شکاف و عمق آن متغیر باشد. تانیک و پارلاکتاس نیز در کار خود از

4- RSSR: Revolute, Spherical, Spherical, Revolute

5- Anti-Symmetric Double Leaf-Type Isosceles-Trapezoidal Flexure Joint (ADLIF)

6- Pseudo Rigid Body Model (PRBM)

1- Notch-Type Joints (NTJ)

2- Leaf Springs (LS)

3- Film joint

$$B_2 = (A_2^c - A_3^c)^2 + (A_1^c \pm ((A_1^c)^2 + (A_2^c)^2 - (A_3^c)^2)^{0.5})^2 \quad (5)$$

$$A_1^c = 2L_3(L_2 \sin \theta_2 + r \sin \gamma - L_1 \sin \theta_1) \quad (6)$$

$$A_2^c = 2L_3(L_2 \cos \theta_2 + r \cos \gamma - L_1 \cos \theta_1) \quad (7)$$

$$A_3^c = L_1^2 + L_2^2 + r^2 + L_3^2 - L_4^2 + 2L_2r \cos(\theta_2 - \gamma) - 2L_1L_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) \quad (8)$$

همچنین موقعیت نقطه P عضو واسطه برابر است با [۲]:

$$\begin{pmatrix} P_x^{1c} \\ P_y^{1c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + L_2 \begin{pmatrix} \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} \cos \gamma \\ \sin \gamma \end{pmatrix} + \overline{AP} \begin{pmatrix} \cos(\theta_3 + \beta) \\ \sin(\theta_3 + \beta) \end{pmatrix} \quad (9)$$

موقعیت مرکز جرم عضوهای مکانیزم نیز با استفاده از معادلات (۱۰) تا (۱۲) به دست می‌آیند [۲].

$$\begin{pmatrix} x_{G_2}^{1c} \\ y_{G_2}^{1c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & \sin \theta_2 \\ -\sin \theta_2 & \cos \theta_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_2 \\ v_2 \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{pmatrix} x_{G_3}^{1c} \\ y_{G_3}^{1c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + L_2 \begin{pmatrix} \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} \cos \gamma \\ \sin \gamma \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \theta_3^{1c} & \sin \theta_3^{1c} \\ -\sin \theta_3^{1c} & \cos \theta_3^{1c} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_3 \\ v_3 \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{pmatrix} x_{G_4}^{1c} \\ y_{G_4}^{1c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + L_1 \begin{pmatrix} \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \theta_4^{1c} & \sin \theta_4^{1c} \\ -\sin \theta_4^{1c} & \cos \theta_4^{1c} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_4 \\ v_4 \end{pmatrix} \quad (12)$$

که u_i و v_i مختصات مرکز جرم عضو i ام در دستگاه مختصات محلی می‌باشند (شکل ۵-الف). توجه شود که تمامی معادلات فوق علاوه بر θ_2 ، تابعی از γ (زاویه عضو مجازی لقی) نیز می‌باشند. با مشتق‌گیری از معادلات (۱۰) تا (۱۲) نسبت به زمان، مقادیر سرعت و شتاب مراکز جرم عضوهای مکانیزم به دست می‌آیند [۲]:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_{G_i}^{1c} \\ \dot{y}_{G_i}^{1c} \end{pmatrix} = \dot{\theta}_2 \begin{pmatrix} \frac{\partial x_{G_i}^{1c}}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial y_{G_i}^{1c}}{\partial \theta_2} \end{pmatrix} + \dot{\gamma} \begin{pmatrix} \frac{\partial x_{G_i}^{1c}}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial y_{G_i}^{1c}}{\partial \gamma} \end{pmatrix}, i = 2, 3, 4 \quad (13)$$

$$\begin{pmatrix} \ddot{x}_{G_i}^{1c} \\ \ddot{y}_{G_i}^{1c} \end{pmatrix} = \ddot{\theta}_2 \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 x_{G_i}^{1c}}{\partial \theta_2^2} \\ \frac{\partial^2 y_{G_i}^{1c}}{\partial \theta_2^2} \end{pmatrix} + 2\dot{\theta}_2 \dot{\gamma} \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 x_{G_i}^{1c}}{\partial \theta_2 \partial \gamma} \\ \frac{\partial^2 y_{G_i}^{1c}}{\partial \theta_2 \partial \gamma} \end{pmatrix} + \ddot{\gamma} \begin{pmatrix} \frac{\partial x_{G_i}^{1c}}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial y_{G_i}^{1c}}{\partial \gamma} \end{pmatrix} + \dot{\gamma}^2 \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 x_{G_i}^{1c}}{\partial \gamma^2} \\ \frac{\partial^2 y_{G_i}^{1c}}{\partial \gamma^2} \end{pmatrix}, i = 2, 3, 4 \quad (14)$$

همچنین، سرعت و شتاب زاویه‌ای عضوهای ۳ و ۴ مکانیزم نیز به صورت معادلات (۱۵) و (۱۶) خواهند بود [۲]:

$$\dot{\theta}_i^{1c} = \dot{\theta}_2 \frac{\partial \theta_i^{1c}}{\partial \theta_2} + \dot{\gamma} \frac{\partial \theta_i^{1c}}{\partial \gamma}, i = 3, 4 \quad (15)$$

$$\ddot{\theta}_i^{1c} = \ddot{\theta}_2 \frac{\partial \theta_i^{1c}}{\partial \theta_2} + \ddot{\theta}_2 \frac{\partial^2 \theta_i^{1c}}{\partial \theta_2^2} + 2\dot{\theta}_2 \dot{\gamma} \frac{\partial^2 \theta_i^{1c}}{\partial \theta_2 \partial \gamma} + \dot{\gamma}^2 \frac{\partial^2 \theta_i^{1c}}{\partial \gamma^2} + \dot{\gamma} \frac{\partial \theta_i^{1c}}{\partial \gamma}, i = 3, 4 \quad (16)$$

۲-۴- محاسبه زاویه لقی و گشتاور ورودی

همان‌طور که بیان شد برای مدل‌سازی مفصل نرم از مدل شبه جسم صلب استفاده می‌شود. در این مدل، مفصل نرم به وسیله یک فنر پیچشی با سختی k جایگزین می‌شود. برای مدل‌سازی مفصل لقی نیز از فرض تماس دائم استفاده می‌شود که در آن یک عضو مجازی جایگزین لقی می‌شود. شکل ۵-ب مدل‌سازی‌های فوق را نشان می‌دهد.

در این بخش با فرض معلوم بودن طول اعضا و جرم و مراکز جرمی آن‌ها، زاویه لقی به دست می‌آید. بدین منظور از معادله حرکت سیستم، منتج از رابطه لاگرانژ استفاده می‌شود.

همان‌طور که در بخش قبلی بیان شد، در استفاده از مفصل نرم در یک مکانیزم باید به محدوده دوران مفصل نیز توجه نمود. بنابراین با توجه به اینکه همواره می‌خواهیم عضو ورودی دوران کامل داشته باشد، نمی‌توان در محل اتصال عضو ورودی با عضو زمین و یا عضو ورودی با عضو واسطه، این مفصل نرم را قرار داد. در نتیجه فقط می‌توان در دو مفصل باقی‌مانده، یعنی در نقاط B و B0 از این مفصل استفاده نمود.

۴-۱- تحلیل سینماتیکی

در این بخش، خلاصه‌ای از تحلیل سینماتیکی شامل تحلیل جابه‌جایی، سرعت و شتاب برای مکانیزم چهارمیله‌ای دارای یک مفصل لقی ارائه خواهد شد. رابطه برداری مربوط به شکل ۵-ب به صورت معادله (۱) خواهد بود [۲]:

$$L_2 e^{i\theta_2} + r e^{i\gamma} + L_3 e^{i\theta_3^{1c}} - L_1 e^{i\theta_1} - L_4 e^{i\theta_4^{1c}} = 0 \quad (1)$$

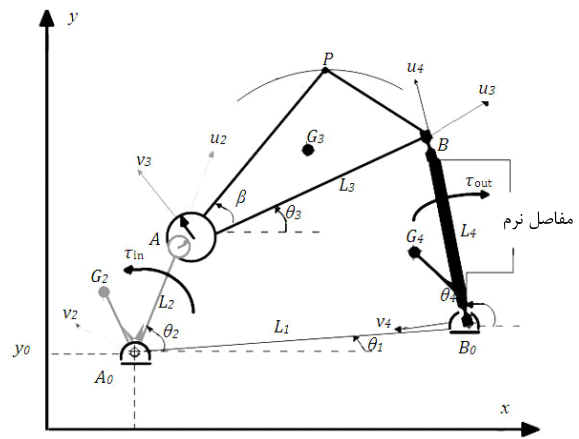
که L_i و θ_i به ترتیب طول و زاویه عضو i ام و r و γ نیز طول و زاویه عضو مجازی لقی می‌باشند. بالانویس "1c"، مقادیر مربوط به وجود یک مفصل لقی را نشان می‌دهد.

با جدا کردن مولفه‌های حقیقی و موهومی رابطه (۱)، و حل آن خواهیم داشت [۱۱]:

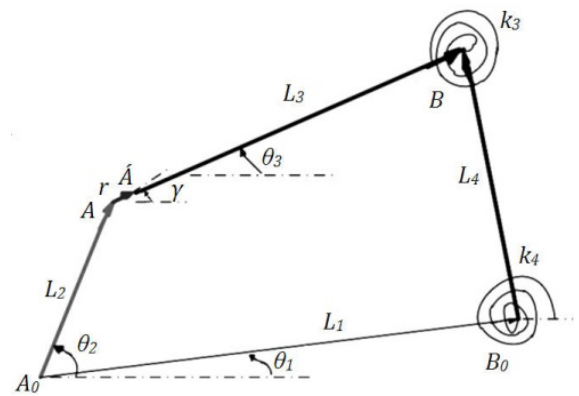
$$\theta_4^{1c} = \arccos\left(\frac{B_1}{B_2}\right) \quad (2)$$

$$\theta_4^{1c} = \arccos\left((L_2 \cos(\theta_2) + r \cos(\gamma) + L_3 \cos(\theta_3^{1c}) - L_1 \cos(\theta_1))/L_4\right) \quad (3)$$

$$B_1 = (A_2^c - A_3^c)^2 - (A_1^c \pm ((A_1^c)^2 + (A_2^c)^2 - (A_3^c)^2)^{0.5})^2 \quad (4)$$

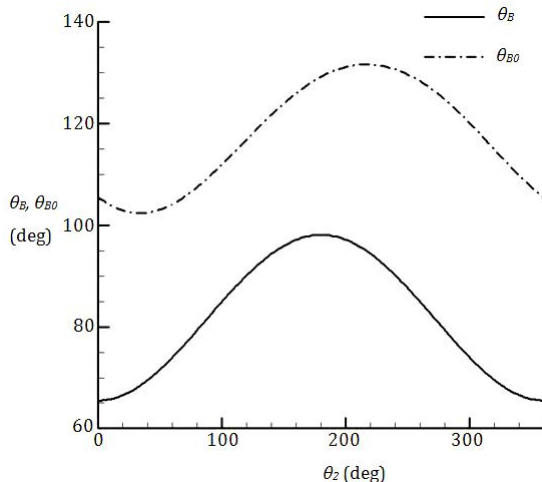


الف) نمایش شماتیک

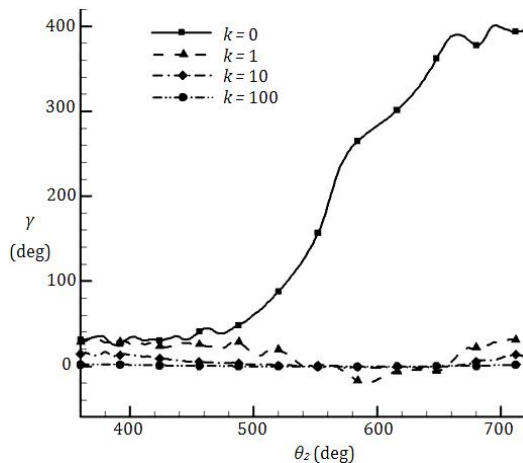


ب) نمایش برداری

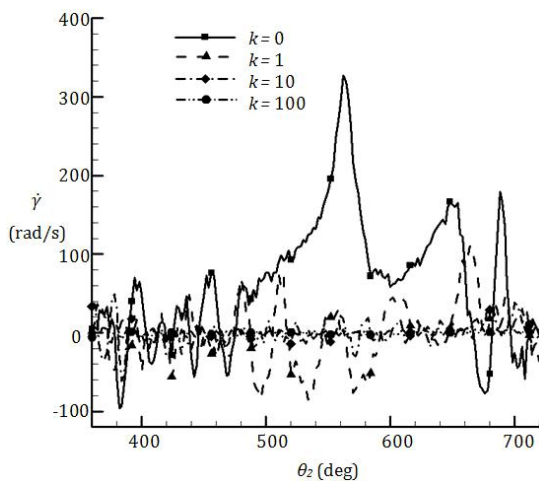
شکل ۵ مکانیزم چهارمیله‌ای با یک مفصل لقی و دو مفصل نرم



شکل ۶ محدوده دوران مفصل نقاط B و B0



شکل ۷ تغییرات زاویه لقی برحسب سفتی مفصل نرم



شکل ۸ تغییرات سرعت زاویه‌ای لقی برحسب سفتی مفصل

با افزودن مفصل نرم در دو مکان اتصال که در شکل ۵ نشان داده شده است، به دلیل سفتی موجود در این مفصل، تغییرات زاویه لقی کاهش می‌یابد. همچنین بدیهی است هر چه مقدار سفتی دو مفصل نرم افزایش یابد، تغییرات زاویه لقی کاهش بیشتری می‌یابد. این امر به وضوح در شکل‌های ۷ و ۸ نشان داده شده است. اما مشکلی که وجود دارد افزایش نامطلوب گشتاور

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\gamma}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \gamma} + \frac{\partial U}{\partial \gamma} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\gamma}} = \tau_{out} \frac{\partial \theta_4}{\partial \gamma} \quad (17)$$

که τ_{out} مقدار گشتاور خارجی وارد بر عضو چهارم است. T ، U و D نیز به-ترتیب انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل و تابع اتلاف بوده و برابرند با [۱۰]:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=2}^4 I_i \dot{\theta}_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=2}^4 m_i (\dot{x}_{Gi}^2 + \dot{y}_{Gi}^2) \quad (18)$$

$$U = \sum_{i=2}^4 m_i g y_{Gi} + \frac{1}{2} k_3 (\theta_4 - \theta_3 - \theta_{s3})^2 + \frac{1}{2} k_4 (\theta_4 - \theta_{s4})^2 \quad (19)$$

$$D = \frac{1}{2} \sum_{i=2}^4 c_{\theta i} \dot{\theta}_i^2 \quad (20)$$

که I_i ، m_i ، g و C نیز به ترتیب جرم و ممان اینرسی عضو i ام، شتاب جاذبه و ضرایب میرایی ویسکوز می‌باشند. θ_{s3} و θ_{s4} نیز زوایای تعادل استاتیکی مفصل نرم هستند. با قراردادن معادلات (۱۸) تا (۲۰) در معادله (۱۷) و مشتق‌گیری‌های مورد نیاز، معادله حرکت کلی سیستم به دست می‌آید.

در معادله (۲۰)، میرایی ویسکوز ناشی از سرعت زاویه‌ای اعضا در هوا می‌باشد. البته به دلیل کوچک بودن ضرایب میرایی ویسکوز، تاثیر این رابطه در معادله کلی بسیار اندک می‌باشد.

با مشخص بودن زاویه عضو ورودی θ_2 و مشتقات آن $\dot{\theta}_2$ ، زاویه لقی و مشتقات آن $(\ddot{\gamma}, \dot{\gamma}, \gamma)$ با حل عددی معادله (۱۷) به دست می‌آیند. همچنین می‌توان گشتاور ورودی مورد نیاز برای حرکت مکانیزم را با نوشتن رابطه لاگرانژ نسبت به پارامتر زاویه ورودی θ_2 به دست آورد:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_2} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta_2} + \frac{\partial U}{\partial \theta_2} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}_2} = \tau_{in} + \tau_{out} \frac{\partial \theta_4}{\partial \theta_2} \quad (21)$$

۵- اثر سفتی مفصل نرم بر دینامیک مکانیزم

مکانیزم چهار میله‌ای شکل ۵ با داده‌های ابعادی و جرمی رابطه (۲۲) در نظر گرفته می‌شود:

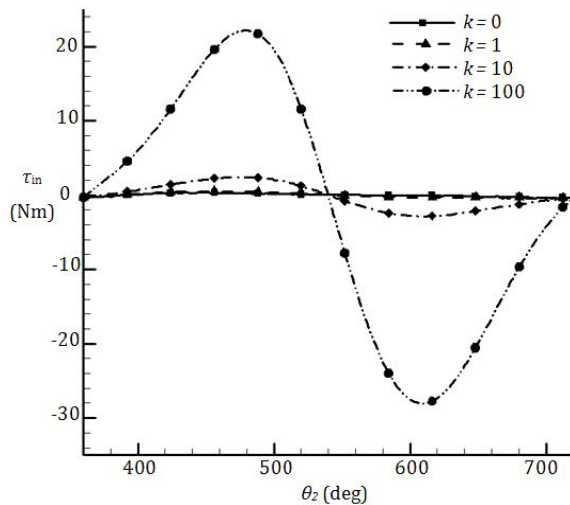
$$\begin{aligned} \omega_2 &= 600 \text{ rpm}, \alpha_2 = 0 \\ L_1 &= 0.2 \text{ m}, \tau_{out} = -1 \text{ Nm} \\ L_2 &= 0.03 \text{ m}, m_2 = 0.0122 \text{ kg} \\ u_2 &= 0.015 \text{ m}, v_2 = 0 \\ I_2 &= 1.82 \times 10^{-6} \text{ kgm}^2 \\ L_3 &= 0.18 \text{ m}, m_3 = 0.0737 \text{ kg} \\ u_3 &= 0.09 \text{ m}, v_3 = 0 \\ I_3 &= 2.02 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2 \\ L_4 &= 0.12 \text{ m}, m_4 = 0.049 \text{ kg} \\ u_4 &= 0.06 \text{ m}, v_4 = 0 \\ I_4 &= 6.19 \times 10^{-5} \text{ kgm}^2 \end{aligned} \quad (22)$$

در شکل ۶ محدوده دوران مفصل B و B0 مکانیزم چهارمیله‌ای با توجه به داده‌های رابطه (۲۲)، رسم شده است تا امکان جایگزینی مفصل نرم در این دو نقطه مورد ارزیابی قرار گیرد.

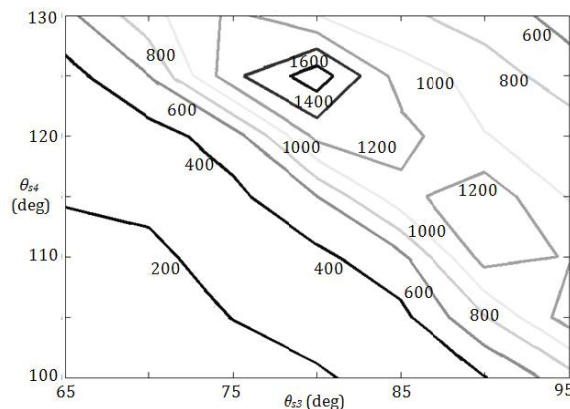
با توجه به شکل ۶ می‌توان محدوده دوران دو مفصل را به دست آورد. محدوده دوران مفصل واقع در نقطه B0 با توجه به شکل، تقریباً ۲۹ درجه است، در حالی که برای مفصل نقطه B این عدد تقریباً ۳۲ درجه است.

با توجه به توضیحات ارائه شده در بخش ۲-۲ در مورد مفصل نرم و محدوده دوران آن‌ها، امکان استفاده از این مفصل در دو نقطه B و B0 وجود دارد و مشکلی از لحاظ محدوده دوران مفصل نرم ایجاد نخواهد شد.

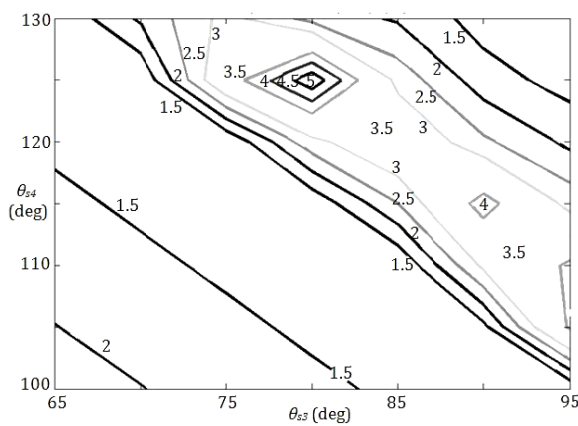
در ابتدا و قبل از افزودن مفصل نرم به مکانیزم، مفصل بین عضوهای ۲ و ۳ دارای لقی است و بقیه مفصل ایده‌آل و بدون سفتی فرض می‌شوند. در این حالت (k=0) زاویه عضو مجازی لقی، سرعت زاویه‌ای آن و گشتاور ورودی مورد نیاز در شکل‌های ۷ تا ۹ رسم شده‌اند. حال مفصل نرم در محل نقاط B و B0 افزوده می‌شوند.



شکل ۹ تغییرات گشتاور ورودی بر حسب سفتی مفصل نرم



شکل ۱۰ کانتور تغییرات سرعت زاویه‌ای عضو مجازی لقی (rad/s)



شکل ۱۱ کانتور تغییرات گشتاور ورودی مورد نیاز (Nm)

۷- نتیجه‌گیری

از تحلیل دینامیک مکانیزم مورد بحث می‌توان دریافت که سفتی پیش‌بینی ناشی از مفصل نرم می‌تواند تغییرات زاویه‌ای عضو مجازی لقی را که منبع ایجاد خطا در یک مکانیزم می‌باشد، کنترل نماید. البته از سوی دیگر، این سفتی اثر نامطلوبی بر روی گشتاور ورودی مورد نیاز دارد و موجب افزایش آن می‌شود. بنابراین باید این مفصل را به گونه‌ای انتخاب نمود که هم تغییرات زاویه لقی کاهش یابد و هم گشتاور مورد نیاز افزایش خیلی زیادی نداشته

ورودی است. در شکل ۹ نشان داده شده است که با افزایش سفتی مفصل نرم، مقدار ماکزیمم گشتاور ورودی نیز افزایش می‌یابد و این امر، نیازمندی به موتور محرک بزرگتر و با توان بیشتر را ایجاد می‌کند که مطلوب طراح نیست. بنابراین لازم است که مقدار مناسب و بهینه‌ای برای سفتی مفصل نرم به گونه‌ای به دست آید که تعادلی بین مقدار سرعت زاویه‌ای لقی و مقدار حداکثر گشتاور مورد نیاز برقرار کند. در واقع باید مقادیر سفتی به گونه‌ای باشند که هم تغییرات زاویه لقی را به حداقل کاهش دهند و هم مقدار حداکثر گشتاور ورودی مورد نیاز خیلی زیاد و غیر معمول نشود (البته افزایش متعارف گشتاور با افزودن مفصل نرم اجتناب‌ناپذیر است). شایان ذکر است که در رسم شکل‌های ۷ تا ۹ مقادیر سفتی برای هر دو مفصل برابر می‌باشد.

علاوه بر سفتی مفصل نرم، زاویه تعادل استاتیکی این مفصل انعطاف‌پذیر نیز بر روی پارامترهای دینامیکی تاثیرگذار است. زاویه تعادل استاتیکی در شکل‌های ۷ تا ۹ برابر $\theta_{s3} = \pi/3$ و $\theta_{s4} = \pi/2$ در نظر گرفته شده است.

در شکل‌های ۱۰ و ۱۱، به ترتیب کانتور مربوط به تغییرات سرعت زاویه‌ای عضو مجازی لقی، و تغییرات گشتاور ورودی مورد نیاز بر حسب θ_{s3} و θ_{s4} رسم شده است. در این شکل‌ها، سفتی مفصل برابر $k=10 \text{ Nm/rad}$ در نظر گرفته شده است.

۶- بهینه‌سازی

از مطالب بخش ۵ می‌توان دریافت که برای انتخاب دو مفصل مناسب، متغیرهای رابطه (۲۳) را می‌توان به عنوان پارامترهای طراحی مسئله بهینه‌سازی در نظر گرفت:

$$X = [k_3, k_4, \theta_{s3}, \theta_{s4}] \quad (23)$$

برای تعیین تابع هدف باید به هر دو عامل تغییرات زاویه لقی و گشتاور ورودی توجه نمود. در واقع تابع هدف به صورت ترکیبی خواهد بود:

$$\text{Minimize } F = M_1 f_1 + M_2 f_2 \quad (24)$$

$$f_1 = \frac{\max|\dot{\gamma}|}{|\omega_2|}, f_2 = \frac{\max|\tau_{in}|}{|\tau_{out}|} \quad (25)$$

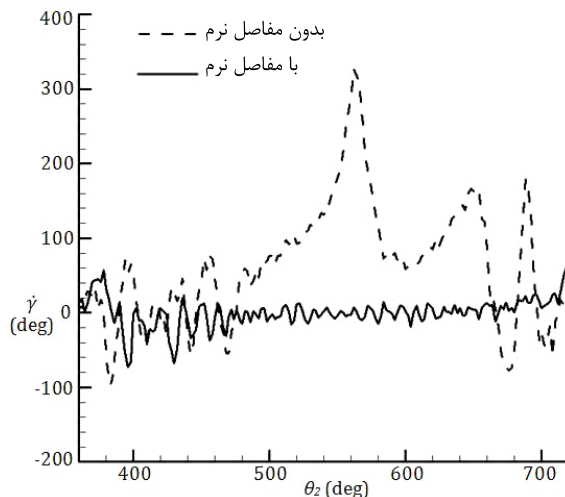
که M_1 و M_2 ضرایب وزنی برای تغییر اثر هر یک از دو جمله می‌باشد. برای حل مسئله بهینه‌سازی $M_1 = 0.95$ و $M_2 = 0.05$ در نظر گرفته شده است. در واقع هدف اصلی، کاهش مقدار بیشینه $\dot{\gamma}$ می‌باشد و جمله دوم فقط برای جلوگیری از افزایش غیر معمول گشتاور ورودی در تابع هدف قرار داده شده است.

برای حل مسئله بهینه‌سازی با تابع هدف رابطه (۲۴) از فلوجارت شکل ۱۲ استفاده می‌شود. همچنین برای بهینه‌سازی از روش ازدحام ذرات (PSO) استفاده شده است. در نتیجه، پارامترهای بهینه مسئله برابرند با:

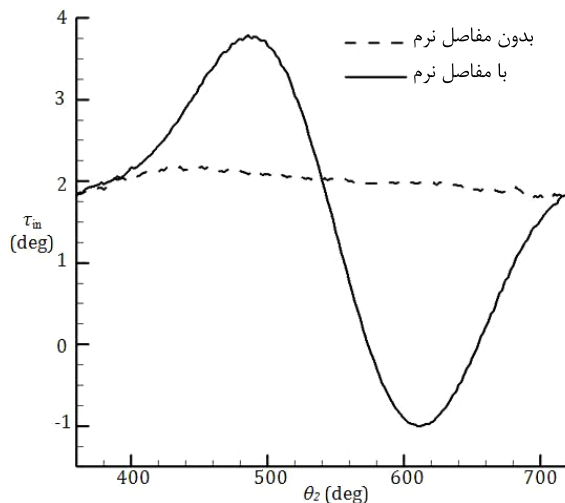
$$X_{opt} = \begin{cases} k_3 = 5.0643 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}} \\ k_4 = 46.0997 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}} \\ \theta_{s3} = 67.17^\circ \\ \theta_{s4} = 100.98^\circ \end{cases} \quad (26)$$

در شکل‌های ۱۳ تا ۱۵، نمودار زاویه لقی، نمودار سرعت زاویه‌ای لقی و نمودار گشتاور ورودی مورد نیاز با توجه به مقادیر بهینه رابطه (۲۶) رسم شده است. از روی نمودارهای شکل ۱۳ و ۱۴ می‌توان دریافت که با افزودن مفصل نرم با پارامترهای بهینه، تغییرات زاویه لقی به شدت کاهش می‌یابد که هدف اصلی ما در این کار بوده است. شکل ۱۵ هم نشان می‌دهد که مقدار گشتاور ورودی افزایش داشته اما این افزایش معقول و منطقی است و آن قدر زیاد نیست که هزینه موتور مورد نیاز، طراحی مکانیزم را زیر سوال ببرد.

باشد. استفاده از مفصل نرم در مکانیزم چهارمیله‌ای به‌عنوان یک مثال عددی ارائه شده است.



شکل ۱۴ سرعت زاویه‌ای لقی در دو حالت با و بدون مفصل نرم

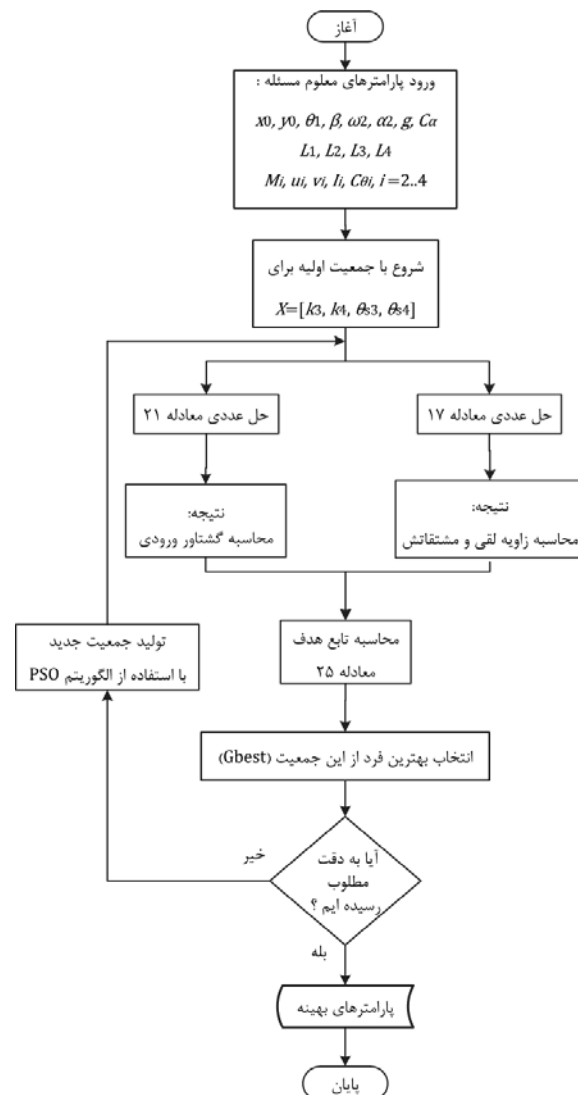


شکل ۱۵ گشتاور ورودی موردنیاز در دو حالت با و بدون مفصل نرم

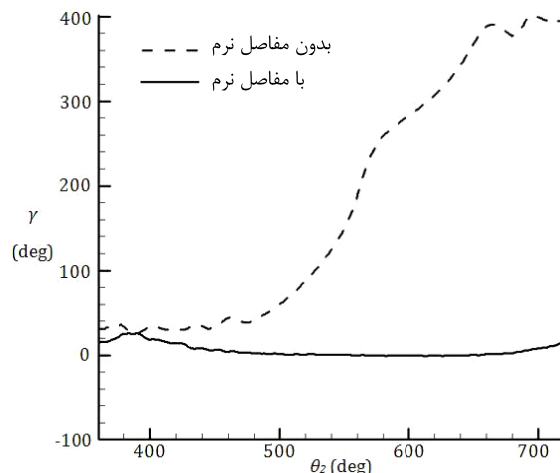
نمودارهای به‌دست آمده پس از افزودن مفصل نرم نشان می‌دهند که براساس طراحی انجام شده، تغییرات زاویه لقی به‌شدت کاهش یافته و همین امر موجب کاهش ارتعاش و صدا و بهبود عملکرد دینامیکی مکانیزم می‌شود. همچنین تابع هدف مسئله بهینه‌سازی به‌گونه‌ای انتخاب شده است که از افزایش نامعقول و غیرمنطقی گشتاور ورودی نیز جلوگیری کرده است.

۸- مراجع

- [1] V. P. Castelli, S. Venanzi, Kinetostatic modeling of the clearance-affected prismatic pair, *Journal of Robotic Systems*, Vol. 22, No. 9, pp. 487-496, 2005.
- [2] S. Erkaya, I. Uzmay, Determining link parameters using genetic algorithm in mechanisms with joint clearance, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 44, pp. 222-234, 2009.
- [3] T. Furuhashi, N. Morita, M. Matsuura, Research on dynamics of four-bar linkage with clearances at turning pairs (1st Report, General theory of continuous contact model), *Bulletin of the JSME* 21, pp. 518-523, 1978.
- [4] K. L. Ting, J. Zhu, D. Watkins, The effects of joint clearance on position and orientation deviation of linkages and manipulators, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 35, pp. 391-401, 2000.
- [5] B. Feng, N. Morita, T. Torii, A New Optimization Method for Dynamic Design of Planar Linkage with Clearances at Joints, *ASME*, Vol. 124, pp. 68-73, 2002.
- [6] M. J. Tsai, T. H. Lai, kinematic sensitivity analysis of linkage with joint clearance based on transmission quality, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 39, pp. 1189-1206, 2004.



شکل ۱۲ فلوچارت الگوریتم حل



شکل ۱۳ زاویه لقی در دو حالت با و بدون مفصل نرم

- [14] J. M. Paros, L. Weisbord, How to design flexure hinges, *Machine Design*, Vol. 37, pp. 151-156, 1965.
- [15] L. L. Howell, *Compliant Mechanisms*, New York: John Wiley & Sons, 2001.
- [16] A. Midha, L. L. Howell, T. W. Norton, Limit positions of compliant mechanisms using the pseudo-rigid-body model concept, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 35, pp. 99-115, 2000.
- [17] N. T. Pavlović, N. D. Pavlović, Mobility of the compliant joints and compliant mechanisms, *Theoret. Appl. Mech.*, Vol. 32, No. 4, pp. 341-357, 2005.
- [18] E. Tanık, V. Parlaktas, A new type of compliant spatial four-bar (RSSR) mechanism, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 46, No. 5, pp. 593-606, 2011.
- [19] X. Pei, J. Yu, ADLIF: a new large-displacement beam-based flexure joint, *Mech. Sci.*, Vol. 2, pp. 183-188, 2011.
- [20] Y. Oh, *Synthesis of Multistable Equilibrium Compliant Mechanisms*, PhD Dissertation, university of Michigan, 2008.
- [7] S. A. Kolhatkar, K. S. Yajnik, The effects of play in the joints of a function-generating mechanism, *Jnl. Mechanisms*, Vol. 5, pp. 521-632, 1970.
- [8] C. Innocenti, Kinematic clearance sensitivity analysis of spatial structures with revolute joints, *Journal of Mechanical Design, Transaction of the ASME*, Vol. 124, No. 1, pp. 52-57, 2002.
- [9] S. Venanzi, V. Parenti-Castelli, A new technique for clearance influence analysis in spatial mechanisms, *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, Vol. 127, No. 3, pp. 446-455, 2005.
- [10] V. P. Castelli, S. Venanzi, Clearance influence analysis on mechanisms, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 40, pp. 1316-1329, 2005.
- [11] A. Sardashti, H. M. Daniali, S. M. Varedi, Optimal free-defect synthesis of four-bar linkage with joint clearance using PSO algorithm, *Meccanica*, Vol. 48, pp. 1681-1693, 2013.
- [12] S. S. Rao, *Engineering Optimization Theory and Practice*, Fourth Edition, New Jersey: John Wiley & Sons, 2009.
- [13] Y. M. Moon, B. P. Trease, S. Kota, Design of Large-Displacement Compliant Joints, *ASME 2002 Design Engineering Technical Conferences*, Montreal, Canada, 2002.