مجله مهندسی مکانیک مدرس، مرداد ۱۳۹۳، دوره ۱۴، شماره ۵، ص‌ص ۱۲۱-۱۲۸

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

بهینه سازی دو هدفه مسیر انتقال ماهواره مخابراتی مدار ژئو با فرض مانور مداری ضربه‌ای

احسان معانی[۱]، امیررضا کوثری[۲*]، مهدی فکور[۳]

۱-دانشجوی دکتری، دانشکده مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

۲- استادیار مهندسی هوافضا، دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران، تهران

۳- استادیار مهندسی هوافضا، دانشکده علوم و فنون نوین،دانشگاه تهران، تهران

* تهران، صندوق پستی ۵۵۹۴۱-۱۴۳۹۹، kosari_a@ut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۰۶مهر۱۳۹۲

پذیرش: ۱۹آذر۱۳۹۲

ارائه در سایت: ۰۲ تیر ۱۳۹۳

کلید واژگان:

مانور ضربه‌ای

مدار زمین ثابت

بهینه‌سازی دوهدفه

الگوریتم ژنتیک چندهدفه

چکیده

در این مقاله به تعیین مسیر بهینه انتقال یک ماهواره نمونه از مدار انتقال ژئوسنکرون تا مدار زمین ثابت با استفاده از الگوریتم ژنتیک دو هدفه پرداخته شده است. در ابتدا با توجه به قیود فیزیکی حاکم، تعداد مدارهای واسطه تعیین شده و سپس با فرض ضربه‌ای بودن مانورهای مداری، پارامترهای مدارهای واسطه به گونه‌ای تعیین شده‌اند که میزان مصرف سوخت و زمان کل انتقال ماهواره کمینه گردد. خروجی الگوریتم بهینه-سازی، مجموعه‌ای از نقاط بهینه است که با توجه به اهمیت توابع هدف و شرایط طراحی، نقطه مناسب انتخاب می‌گردد. در انتها، نتایج به دست آمده با نرم‌افزار STK مقایسه و صحه‌گذاری شده است. همچنین بهینه‌سازی انتقال مداری درحالی‌که میزان مصرف سوخت وهمچنین عدم دسترسی به ایستگاه زمینی بهعنوان توابع هدف درنظرگرفته شده باشند نیزصورت گرفته ومحل بهینه ایستگاه زمینی تعیین گردید.

Two-objective optimization of GEO communication satellite trajectory considering impulsive orbital maneuver

EhsanMaani[1], Amir Reza Kosari[2]*, Mehdi Fakoor[3]

1- Department of Mechanical Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran
2- Department of Aerospace Engineering, Faculty of New Sciences and Technologies, University of Tehran, Tehran, Iran
3- Department of Aerospace Engineering, Faculty of New Sciences and Technologies, University of Tehran, Tehran, Iran
*P. O. B. 14399-55941 Tehran, Iran, kosari_a@ut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 28September2013
Accepted 10December2013
Available Online 23 June 2014

Keywords:
Satellite
GEO
Impulsive Maneuver
Two-Objective Optimization
Multi-Objective Genetic Algorithm

ABSTRACT

In this paper, multi-objective Genetic Algorithm has been employed to find the communications satellite optimal transfer trajectory from geosynchronous transfer orbit (GTO) to geosynchronous orbit (GEO) as the destination operational zone. Because of satellite high specific impulse, Orbital maneuvers are considered as impulsive maneuvers in this paper and number of intermediate orbits has been found in order to physical constraints. In this systematic approach, both minimum-time and fuel-saving using constant acceleration simultaneously as the problem strategy to find the optimal transfer trajectory between two orbits. Set of optimal trajectories are plotted in Pareto Front and transfer trajectory can be selected from these points. Finally, the results are compared with the results obtained using STK software and good agreement has been revealed.

۱- مقدمه

تعیین مسیر انتقال ماهواره به مدار نهایی در مأموریت‌های فضایی از اهمیت بسیار بالایی برخوردار است. مسیر انتقال ماهواره با توجه به شرایط طوری تعیین می‌شود که مقدار تابع هدف خاصی کمینه یا بیشینه گردد. این تابع هدف با توجه به شرایط طراحی و هدف مأموریت تعیین می‌گردد که ممکن است میزان مصرف سوخت، زمان انتقال، میزان دسترسی به ایستگاه‌های زمینی مشخص بر روی سطح زمین یا هر پارامتر دیگری باشد. مسیر انتقال طوری طراحی می‌گردد که با رعایت تمام قیود و الزامات حاکم، تابع مورد نظر کمینه یا بیشینه گردد.

تحقیقات و مقالات انجام شده در زمینه‌ی پیدا کردن مسیر بهینه برای مانور ماهواره، شامل دو بخش عمده‌ی روش‌های مستقیم و غیرمستقیم است. روش غیرمستقیم شامل بدست آوردن شرایط لازم برای بهینه بودن مسیر، با استفاده از حساب تغییرات است که منجر به یک مسئله با شرایط اولیه و نهایی معلوم می‌گردد که معمولاً با استفاده از روش‌های عددی قابل حل است. در روش‌های مستقیم، یک جواب پیوسته تخمین زده می‌شود که با بهینه‌سازی پارامترهای این تخمین، پاسخ بهینه بدست می‌آید [۱].

از جمله روش‌های غیرمستقیم می‌توان به روش‌های کنترل بهینه مانند اصل پنتریاگین[۱]، روش بنگ بنگ[۲] و روش برنامه‌ریزی دینامیکی اشاره کرد. به عنوان مثال می‌توان به بهینه‌سازی میزان مصرف سوخت بین دو مدار هم

1- Pontryagin
2- Bang-Bang

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

E. Maani, A.R. Kosari, M. Fakoor, Two-objective optimization of GEO communication satellite trajectory considering impulsive orbital maneuver, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 5, pp. 121-128, 2014 (In Persian)

صفحه با قید زمان انتقال ثابت به روش پنتریاگین [۲] و بهینه‌سازی همزمان زمان انتقال و مصرف سوخت با روش بنگ بنگ [۳]اشاره کرد.

در سال ۲۰۰۸ با ترکیبی از روش‌های مستقیم و غیرمستقیم، مسیر انتقال بین مدار انتقال ژئوسنکرون و مدار زمین آهنگ طوری تعیین گردید که زمان انتقال کمینه گردد. نوع پیشرانش در این مقاله بسیار ضعیف در نظر گرفته شده بود و لذا زمان انتقال مداری از اهمیت بالایی برخوردار بوده است [۴].

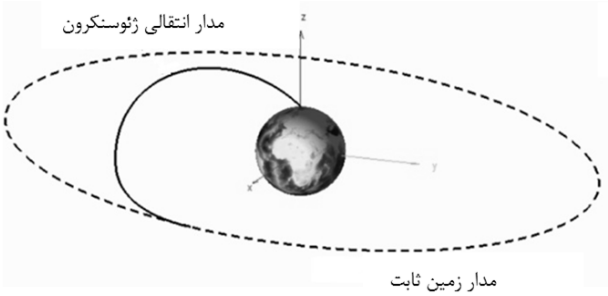
در سال ۲۰۱۲ در مقاله‌ای روش‌های کنترل بهینه با رویکرد کاربردهای فضایی مورد بررسی قرار گرفت [۵]. در این مقاله بحث شده است که چگونه روش‌های کلاسیک کنترل بهینه با سایر روش‌های ریاضی ترکیب می‌شوند تا کارایی آن‌ها را افزایش داده و در کاربردهای فضایی استفاده گردند.

در بسیاری از مقالات و تحقیقات گذشته از روش‌های مستقیم و یا ترکیبی از روش‌های مستقیم و غیرمستقیم نیز برای تعیین مسیر بهینه حین انتقال استفاده شده است. به عنوان نمونه می‌توان به کاربرد الگوریتم ژنتیک [۶] و الگوریتم پرواز پرندگان [۷] در بهینه‌سازی مسیر اشاره کرد. به عنوان مثال‌های فضایی، روش بهینه‌سازی الگوریتم پرندگان[1] برای بهینه‌سازی مصرف سوخت یک ملاقات [2] فضایی با چندین سوزش استفاده گردید [۸]. در سال ۲۰۱۳ مسیر بهینه انتقال زمین- ماه باهدف کمینه ساختن انرژی با استفاده از روش مستقیم مورد بررسی قرار گرفت و مسئله مقید سه جسمی و چهار جسمی بررسی شده و ویژگی هر کدام به تفصیل بیان گردید [۹].

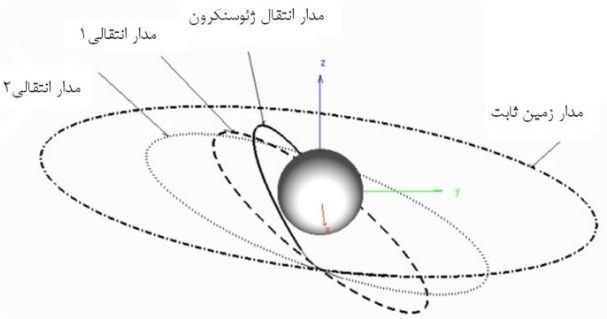
علاوه بر تقسیم‌بندی مطالعات انجام شده در زمینه بهینه‌سازی مسیر انتقال مداری از حیث روش حل مسئله، این نوع مطالعات از جهت نوع مانور مداری نیز تقسیم‌بندی می‌گردند. مطالعات انجام‌شده در این زمینه به دو شاخه اصلی مانورهای ضربه‌ای و پیوسته تقسیم می‌شود. در مانور ضربه-ای فرض بر این است که یک‌باره و به صورت لحظه‌ای اندازه و جهت سرعت تغییر کند. در این روش، مسیر انتقال بین دو مدار مورد بررسی قرار نمی-گیرد و تنها مدار بهینه واسطه شناسایی می‌گردد. لازم به ذکر است که فرض ضربه‌ای بودن مانور در صورتی صادق است که نیروی پیشرانش بالایی در حین انتقال مداری به ماهواره وارد گردد. بهینه‌سازی مصرف سوخت ماهواره در حین انتقال از یک مدار اولیه به نهایی با فرض ضربه‌ای بودن تغییرات سرعت، توسط محققان مختلفی با در نظر گرفتن شرایط مختلف مورد بررسی قرار گرفته است، به عنوان مثال در سال ۲۰۰۴ بهینه‌سازی انتقال مداری با فرض ضربه ویژه متغیر انجام شد [۱۰] در سال ۲۰۰۹، انتقال مداری هاهمن مورد بررسی قرارگرفته و شرایط حالت بهینه برای آن تعیین شد [۱۱].بهینه‌سازی انتقال مداری شبیه بیضوی با تغییر صفحه مداری در [۱۲] مورد بررسی قرار گرفت.

در این مقاله، بهینه‌سازی هم‌زمان مصرف سوخت و زمان انتقال ماهواره از مدار انتقال ژئوسنکرون تا مدار زمین ثابت با استفاده از الگوریتم ژنتیک دو هدفه انجام می‌پذیرد. در اینجا زمان روشن بودن موتور پیشرانش دارای محدودیت است که این محدودیت به صورت پنالتی به مسئله اعمال می‌گردد. خروجی بهینه‌سازی مجموعه‌ای از نقاط بهینه به نام جبهه پارتو[3]است که با توجه به اهمیت توابع هدف، نقطه مناسب از بین این نقاط مشخص می‌گردد و مسیر انتقال بهینه تعیین می‌گردد. مدارهای واسطه به ازای حالت مصرف سوخت کمینه و مدت زمان انتقال کمینه، به عنوان نقاط مرزی جبهه پارتو بررسی‌شده و ویژگی آن‌ها تعیین شده است.

1- Particle Swarm Optimization
2- Rendezvous
3- Pareto Front



شکل۱مدار زمین ثابت و مدار انتقال ژئوسنکرون



شکل ۲نمونه‌ای از دو مدار واسطه به همراه مدار اولیه و نهایی

۲- تعریف مسئله

در اینجا هدف تعیین مدارهای واسطه بین مدار انتقال ژئوسنکرون و مدار زمین ثابت است به گونه‌ای که زمان انتقال و جرم سوخت مصرفی کمینه گردد. مدار انتقال ژئوسنکرون، مطابق شکل ۱ مدار بیضوی شکلی است که نقطه حضیض آن منطبق برمدار پارکینگ بوده و نقطه اوج آن بر روی مدار زمین ثابت قرار دارد [۱۳].

در این مقاله هدف در ابتدا تعیین تعداد مدارهای واسطه بین این دو مدار است به طوریکه قیود فیزیکی حاکم برقرار گردد. پس از تعیین تعداد مدارهای واسطه، پارامترهای این مدارهای واسطه طوری تعیین می‌گردد که ماهواره در حین انتقال کمترین مصرف سوخت را داشته باشد و همچنین زمان انتقال آن کمینه گردد. به عنوان نمونه دو مدار واسطه به همراه مدار اولیه و نهایی در شکل ۲ نشان داده شده است.

فرضیات و قیود حاکم به صورت زیر است:

- نیروی پیشرانش موتور برابر $T=500\text{N}$ و ثابت زمانی آن برابر $I=310\text{s}$ است.
- موتور ماهواره در هر کارکرد، نمی‌تواند بیش از مدت زمان معینی روشن باشد؛که در این جا برابر $t_p=50\text{min}$ در نظر گرفته شده است.
- جرم خشک ماهواره (جرم تجهیزات) برابر $M_{in}=650\text{kg}$ در نظر گرفته شده است.
- زاویه میل مدار انتقالی برابر $i_L=55^\circ$ در نظر گرفته شده است.
- زاویه میل مدار دریفت، i_D، برابر $i_D=7^\circ$ در نظر گرفته شده است.
- ارتفاع مدار پارکینگ از سطح زمین برابر $h_p=200\text{km}$ فرض شده است.
- به علت مشکل بودن کنترل وضعیت در هنگام روشن بودن موتور پیشرانش، فرض می‌کنیم در هر مانور جهت اختلاف سرعت اعمالی ثابت بماند [۱۵،۱۴].
- انتقال مداری در نقطه اوج مدارهای واسطه صورت می‌گیرد [۱۶].
- مدارهای واسطه دارای نقطه اوج مشترک می‌باشند و تفاوت آن‌ها در نقطه فرود و زاویه میل مداری آن‌ها است [۱۶].

علاوه بر قیود فوق، وجود کمربند تشعشعی ون آلن می‌تواند در صورتقرار گرفتن زیاد ماهواره در این محدوده باعث آسیب به قطعات حساس ماهواره گردد؛ بنابراین بهتر است ناحیه وجود این کمربند به صورت سه‌بعدی مدل-سازی شده و زمان قرارگیری ماهواره در این ناحیه نیز به عنوان یک تابع هدف دیگر تعریف گردد تا ماهواره در حین انتقال، کمترین زمان ممکن را در این ناحیه قرار گیرد. دسترسی به ایستگاه‌های زمینی در حین انتقال نیز یکی از پارامترهای مهم است. مسیر انتقال ماهواره باید به گونه‌ای طراحی گردد که بیش‌ترین دسترسی به ایستگاه‌های زمینی که در مختصات مشخصی از زمین قرار دارند به دست آید. در طراحی مدار بهینه انتقالی در این پژوهش، این قیود و توابع هدف در نظر گرفته نشده است و هدف پیدا کردن مسیری است که مصرف سوخت کمتری داشته و در کمترین زمان ممکن به مدار نهایی خود منتقل شود.

۳- معادلات حاکم

در این بخش، معادلات و روابط بکار رفته در پیدا کردن مدار بهینه را شرح می‌دهیم. در یک انتقال مداری، فرض بر این است که با روشن شدن موتور پیشرانش، ماهواره از شرایط اولیه (V_1,i_1) به حالت نهایی (V_2,i_2) برسد؛ که V_1 و V_2 سرعت ماهواره به ترتیب در مدار اولیه و نهایی و i_1 و i_2 زاویه میل مدار اولیه و نهایی می‌باشند. تغییر سرعت لازم برای انتقال ماهواره بین این دو مدار به صورت رابطه (۱) است.

$$\Delta V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2\cos(i_2 - i_1)} \qquad (۱)$$

از آنجا که مدت زمان روشن بودن موتور در هر انتقال مداری محدود است، امکان انتقال از حالت (V_1,i_1) به هر حالت دلخواه (V_2,i_2) امکان‌پذیر نیست. برای بررسی این محدودیت، معادلات دینامیکی حرکت ماهواره با وجود نیروی پیشرانش مورد بررسی قرار می‌گیرد.

با فرض اینکه مسیر حرکت ماهواره بر خط واصل زمین و ماهواره عمود باشد، می‌توان از تأثیر نیروی زمین در معادلات حاکم بر حرکت ماهواره صرف‌نظر کرد؛ بنابراین معادله حاکم بر حرکت ماهواره به صورت رابطه (۲) است[۱۷].

$$\vec{T} = M(t)\frac{d\vec{V}}{dt} \qquad (۲)$$

که در این رابطه، $\vec{V}$ سرعت ماهواره، T نیروی پیشرانش و $M(t)$ جرم ماهواره در هر لحظه است. به دلیل خروج جرم با دبی $\dot{m}$ از ماهواره، جرم ماهواره با گذشت زمان طبق رابطه (۳) کاهش می‌یابد.

$$M(t) = M_0 - \dot{m}t \qquad (۳)$$

مطابق رابطه (۴) ، میزان دبی خروجی ماهواره تابع نیروی پیشرانش و ثابت زمانی موتور است.

$$\dot{m} = \frac{T}{gI} \qquad (۴)$$

gثابت گرانش در سطح زمین و ثابت زمانی ماهواره برابر I=310s در نظر گرفته شده است؛ بنابراین دبی جرم خروجی به صورت رابطه (۵) است.

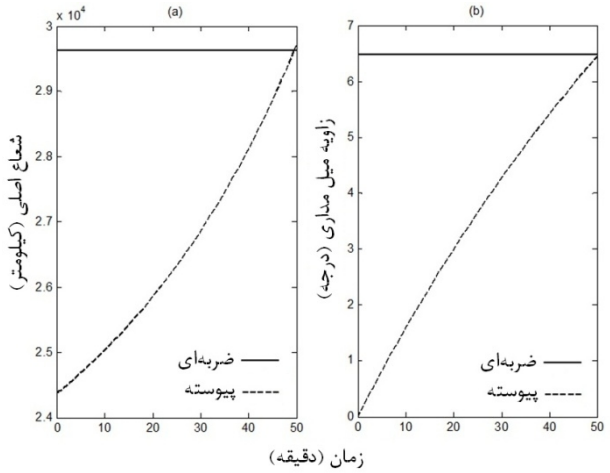
$$\dot{m} = \frac{T}{gI} = \frac{490}{310 \times 9.81} \approx 9.66\,\frac{\text{kg}}{\text{min}} \qquad (۵)$$

می‌توان معادله (۲) را به صورت رابطه (۶) بازنویسی کرد.

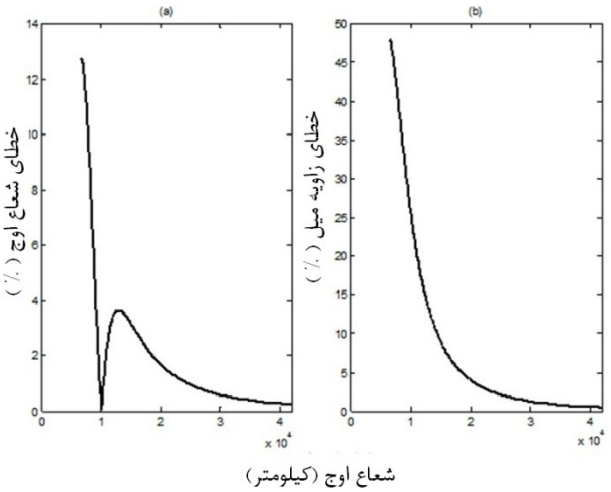
$$T = (M_0 - \dot{m}t)\frac{d\vec{V}}{dt} \qquad (۶)$$

انتگرال‌گیری از طرفین رابطه فوق در بازه $0 \le t \le \frac{\Delta m}{\dot{m}}$ رابطه (۷) را نتیجه می‌دهد.

$$\frac{\Delta m}{M_0} = 1 - e^{-\frac{\Delta V}{gI}} \qquad (۷)$$



شکل ۳ تغییرات شعاع اصلی و زاویه میل مداری بعد از ۵۰ دقیقه روشن بودن موتور پیشرانش برای مانور ضربه‌ای و پیوسته



شکل ۴ خطای بین دو روش برحسب افزایش شعاع اوج

که در این رابطه، Δm جرم سوخت مصرف‌شده، M_0 جرم اولیه، $g = 9.81\ \text{m/s}^2$ و $I = 310\text{s}$ در نظر گرفته شده است.

اگر m_0 مجموع جرم تجهیزات بکار رفته و سوخت ماهواره بعد از رسیدن به مدار دریفت باشد، برای بدست آوردن جرم سوخت از رابطه (۸) استفاده می‌شود.

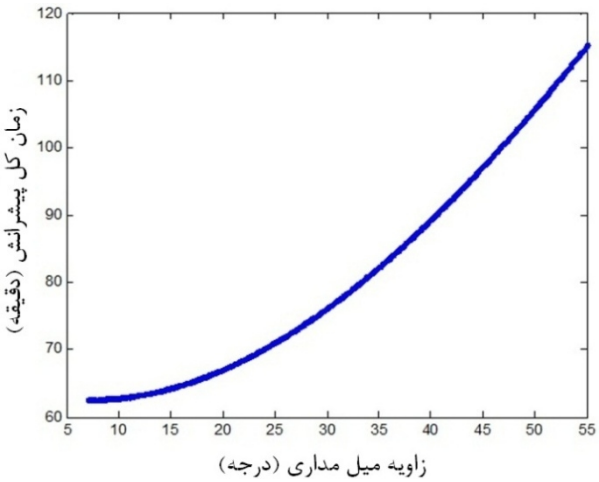
$$\frac{\Delta m}{m_0 + \Delta m} = 1 - e^{-\frac{\Delta V}{gI}}$$

$$\Delta m = m_0(e^{\frac{\Delta V}{gI}} - 1) \qquad (۸)$$

با مشخص شدن میزان کل جرم مصرفی، زمان کل روشن بودن موتور پیشرانش از رابطه (۹) مشخص می‌شود.

$$t_{\text{total}} = \frac{\Delta m}{\dot{m}} \qquad (۹)$$

برای حصول اطمینان از دقت مانور ضربه‌ای، به مقایسه مانور ضربه‌ای و پیوسته می‌پردازیم. برای این منظور، فرض می‌کنیم ماهواره در نقطه اوج مدار انتقالی با زاویه میل صفر است و موتور پیشران ماهواره به مدت ۵۰ دقیقه با زاویه ۲۰ درجه نسبت به افق روشن می‌شود. با فرض مانور ضربه‌ای زاویه میل و شعاع اصلی مدار نهایی را محاسبه کرده و با مانور پیوسته مقایسه می‌کنیم. در مانور پیوسته معادله نیوتن حاکم بر ماهواره با فرض نیروی گرانشی زمین و همچنین نیروی پیشران حل می‌شود. شکل ۳ تغییرات شعاع اصلی و زاویه میل مداری برای دو مانور بعد از ۵۰ دقیقه روشن بودن موتور پیشرانش را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است، دو روش با دقت قابل قبولی در تطابق با همدیگر قرار دارند.



شکل ۵زمان کل روشن بودن موتور بر حسب زاویه مدار انتقال ژئوسنکرون

لازم به ذکر است که میزان دقت بین دو روش، به محل مانور، نیروی پیشرانش، ضربه ویژه موتور و سایر پارامترها بستگی دارد. به عنوان مثال شکل ۴ تغییرات خطای نسبی بین دو روش را با افزایش محل مانور نشان می‌دهد. همان طور که مشخص است، در ارتفاعات پایین‌تر فرض ضربه‌ای بودن مانور دارای خطای غیرقابل چشم‌پوشی است.

با معلوم بودن زمان کل روشن بودن موتور پیشرانش، تعداد مدارهای واسطه مورد نیاز مشخص می‌شود. شکل ۵ زمان کل روشن بودن موتور پیشرانش را بر حسب زاویه مدار انتقال ژئوسنکرون نشان می‌دهد. برای رسم این نمودار، درهرزاویه میل مداری، اختلاف سرعت طبق رابطه (۱) محاسبه‌شدهو با استفاده از رابطه (۸)، میزان سوخت مصرفی به دست آمده است. بابه‌دست آمدن میزان سوخت مصرفی، زمان روشن بودن موتور پیشرانش طبق رابطه (۹) قابل محاسبه است.

اگر ماهواره برای انتقال از یک مدار واسطه استفاده کند، موتور ماهواره باید دو بار روشن شود که در مجموع برابر $t=100\text{min}$است. لذا همان طور که از شکل فوق مشخص است، اگر زاویه میل مدار انتقال ژئوسنکرون از $i=47^o$ بیشتر باشد، انتقال مداری با استفاده از یک مدار واسطه امکان‌پذیر نیست و ماهواره برای رسیدن به مدار دریفت باید از دو مدار واسطه عبور کند.

اگر ماهواره برای رسیدن از مدار انتقال ژئوسنکرون به مدار زمین ثابت، از دو مدار واسطه استفاده کند، ۳ بار باید موتور پیشرانش روشن گردد. جرم سوخت مصرفی در انتقال‌های اول، دوم و سوم طبق رابطه (۱۰) بدست می‌آید.

$$\frac{\Delta m_3}{m_0} = e^{\frac{\Delta V_3}{gI}} - 1$$
$$\frac{\Delta m_2}{m_0 + \Delta m_3} = e^{\frac{\Delta V_2}{gI}} - 1$$
$$\frac{\Delta m_1}{m_0 + \Delta m_2 + \Delta m_3} = e^{\frac{\Delta V_1}{gI}} - 1 \qquad (۱۰)$$

جرم کل سوخت مصرفی به صورت رابطه (۱۱) قابل محاسبه است.

$$\Delta m_T = \Delta m_1 + \Delta m_2 + \Delta m_3 = m_0(e^{\frac{\Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3}{gI}} - 1) \qquad (۱۱)$$

پارامتر فوق به عنوان یکی از توابع هدف بهینه‌سازی در اینجا در نظر گرفته می‌شود. تابع هدف دیگر، زمان کل انتقال ماهواره است. اگر ماهواره برای انتقال مداری، از دو مدار واسطه به شعاع‌های بزرگ a_1 و a_2 عبور کند، زمان کل انتقال به صورت رابطه (۱۲) خواهد بود [۱۳].

$$T_m = \frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} a_1^{1.5} + \frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} a_2^{1.5} + t_1 + t_2 + t_3 \qquad (۱۲)$$

t_i زمان روشن بودن موتور در سوزش i ام است.

برای انتقال با دو مدار واسطه، ورودی‌های برنامه بهینه‌سازی، ۴ پارامتر $[\Delta V_1, \Delta i_1, \Delta V_2, \Delta i_2]$ هستند، که عبارت‌اند از تغییر سرعت و زاویه میل مدار ماهواره در انتقال‌های اول و دوم. با معلوم بودن ΔV و Δi مشخصات مدار واسطه به راحتی مطابق آنچه در ادامه توضیح داده می‌شود، تعیین می‌شود. اگر V_1 سرعت ماهواره قبل از روشن شدن موتور پیشرانش باشد، اندازه‌سرعت ماهواره در نقطه اوج مدار واسطه مطابق رابطه (۱۳) است.

$$V_a = V_1 + \Delta V \qquad (۱۳)$$

با معلوم بودن سرعت، شعاع بزرگ مدار واسطه از رابطه (۱۴) بدست می‌آید.

$$\frac{1}{a} = \frac{2}{r_a} - \frac{V^2}{\mu} \qquad (۱۴)$$

از آنجا که در اکثر کارهای قبلی انجام‌شده در این زمینه، فرض بر این بوده است که نقطه اوج تمام مدارهای واسطه بر روی مدار زمین ثابت قرار دارد، بنابراین شعاع تمام مدارهای واسطه برابر شعاع مدار زمین ثابت است[۱۳] که طبق رابطه (۱۵) داریم:

$$r_a = 42164\text{km} \qquad (۱۵)$$

زاویه صفحه مدار واسطه با صفحه استوا نیز با توجه به محل و ویژگی‌های پرتابگر مطابق رابطه (۱۶) است.

$$i = i_l - \Delta i \qquad (۱۶)$$

همان طور که قبلاً نیز اشاره شد، با توجه به محدودیت مدت زمان روشن بودن موتور و نیروی پیشرانش ماهواره، ایجاد هر تغییر سرعت و تغییر زاویه در هر انتقال امکان‌پذیرنیست. شرط امکان‌پذیر بودن هر انتقال این است که زمان روشن بودن موتور برای انتقال مداری در هر انتقال بیشتر از حد مجاز موتور نباشد. طبق رابطه (۱۷) داریم:

$$t_1 \le t_p$$
$$t_2 \le t_p$$
$$t_3 \le t_p \qquad (۱۷)$$

برای اینکه جواب‌های غیرمنطقی از میان جواب‌ها حذف شود، قیود فوق به - عنوان پنالتی در توابع هدف اعمال می‌شود. طبق رابطه (۱۸) داریم:

$$f_1 = \Delta m_T + \text{k}\left(\left[\frac{t_1}{t_p}\right] + \left[\frac{t_2}{t_p}\right] + \left[\frac{t_3}{t_p}\right]\right) \qquad (۱۸)$$

در رابطه فوق، [] علامت جز صحیح است. ثابت k عددی بزرگ در نظر گرفته شده است. بنابراین جواب‌هایی که در هر انتقال، از نظر فیزیکی امکان‌پذیر نباشند باعث افزایش شدید تابع هدف شده و با افزایش تکرارها حذف می‌شوند.

۴- بهینه‌سازی چند هدفه

در سال‌های اخیر الگوریتم‌های تکاملی مانند الگوریتم ژنتیک [۱۸] و الگوریتم پرندگان [۱۹] در بهینه‌سازی سیستم‌های مختلف مورد استفاده زیادی قرار گرفته است. به طور کلی، یک مسئله بهینه‌سازی چند هدفه را می‌توان به صورت یک تابع برداری f که بردار ورودی x را به بردار خروجی y نگاشت می‌کند در نظر گرفت.طبق رابطه (۱۹) داریم:

$$\min(y) = \min(f_1, \dots f_n) \qquad (۱۹)$$

که در آ ن x بردار متغیرهای تصمیم‌گیری، X حوزه مقادیر متغیرهای تصمیم‌گیری، y بردار توابع هدف و Y فضای توابع هدف هستند. یک مجموعه جواب بهینه در یک مسئله بهینه‌سازی چند هدفه شامل بردارهای ورودی است که به ازای آن‌ها در هر یک از بردارهای خروجی متناظر، با بهبود یکی از توابع هدف، توابع هدف دیگر دچار افت شوند. بهبود و افت در توابع هدف با توجه به نوع مسئله که می‌تواند کمینه سازی یا بیشینه سازی باشد مشخص می‌شود.

از این مقدمه کوتاه در مورد بهینه‌سازی چندهدفه می‌توان حدس زد که

اصولاً مفهوم بهینه بودننسبت به آنچه در بهینه‌سازی تک هدفه وجود داشت، متفاوت است. واژه‌ای که برای مجموعه نقاط بهینه در بهینه‌سازی چندهدفه به کار می‌رود، بهینه پرتواست.از نظر ریاضی مفهوم بهینه پرتوبودن به صورت زیر بیان می‌شود:

بدون از دست دادن کلیت قضیه یک مسئله بیشینه‌سازی را که دارای دو متغیر تصمیم‌گیریaوbاست در نظر بگیرید. طبق رابطه (۲۰) داریم:

$$a, b \in X \tag{۲۰}$$

طبق تعریف، a برb غلبه دارد در صورتی که شرط رابطه (۲۱) برقرار باشد.

$$\forall i \in \{1,2,\dots,n\}: f_i(a) \gg f_i(b) \tag{۲۱}$$

با این تعریف، به بردار یا بردارهای ورودی که هیچ بردار ورودی دیگری بر آن‌ها غلبه نداشته باشد، بردار ورودی غلبه نشدهگفته می‌شود. مجموعه بردارهایی (بردارهای شامل متغیرهای تصمیم‌گیری) که همگی غلبه نشده باشند، سری بهینه پرتو، مجموعه بهینه پرتو یا جبهه بهینه پرتو نامیدهمی شوند. بنابراین جواب‌های بهینه در یک مسئله بهینه‌سازی چند هدفه، مجموعه جواب‌های غلبه نشده می‌باشند. اگر با دید ریاضی به قضیه نگریسته شود، الگوریتم بهینه‌سازی باید با رسیدن به اولین نقطه بهینه پرتو متوقف شود، اما از آنجا که مناسب بودن جواب بدست آمده بستگی به فاکتورهای مختلفی نظیر انتخاب طراح برای شرایط مختلف دارد، معمولاً بدست آوردن مجموعه نقاط بهینه پرتو مطلوب و هدف در حل مسائل بهینه‌سازی چند هدفه قرار می‌گیرد. در این مقاله از الگوریتم ژنتیک چند هدفه استفاده می‌شود که در بخش بعدی شرح داده می‌شود.

۴-۱- روش بهینه‌سازی

در این مقاله چون هدف بهینه‌سازی همزمان دو تابع هدف است، از الگوریتم ژنتیک چند هدفه استفاده خواهد شد که دراین قسمت شرح داده می‌شود [۲۰]. در روش الگوریتم ژنتیک چند هدفه ابتدا با استفاده از رتبه‌بندی اعضای جمعیت (مرتب سازی غلبه نشده)اعضای جمعیت بر اساس مفهوم غلبه داشتن مرتب می‌شوند. در روش مرتب‌سازی غلبه نشده همه اعضایی از جمعیت که غلبه نشده هستند رتبه ۱ به آن‌ها نسبت داده شده و از جمعیت خارج می‌شوند. این اعضا در جبهه اول F_1 قرار می‌گیرند. در بین اعضای باقیمانده مجدداً اعضایی که غلبه نشده باشند انتخاب شده و رتبه ۲ به آن‌ها تعلق می‌گیرد. این اعضا در جبهه دوم قرارگرفته و به طور موقت از جمعیت کنار گذاشته می‌شوند. این روند تا قرار گرفتن تمامی اعضای جمعیت در جبهه‌های مختلف تکرار می‌شود.

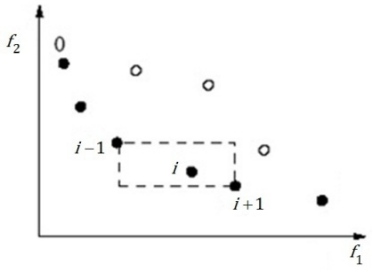
برای تخمین پراکندگی جواب‌ها حول یک جوابخاص از جمعیت، فاصله میانگین دو نقطه در دو طرف آن نقطه خاص در راستای هریک از توابع هدف در نظر گرفته می‌شود. مقدار $i_{distance}$ اندازه بزرگ‌ترین مکعب دربرگیرنده نقطه i که هیچ نقطه دیگری از جمعیت در آن قرار نداشته باشد، به عنوان فاصله ازدحام آن نقطه درنظر گرفته می‌شود. نکته مهم اینکه این فاصله برای اعضای جمعیت هر جبهه به طور جداگانه محاسبه می‌شود و مقایسه بین فاصله‌ها نیز تنها بین اعضای جبهه‌ها به طور جداگانه صورت می‌گیرد.

درشکل ۶، مقدار فاصله ازدحام جواب iام در جبهه آن که با دایره‌های توپر نشان داده شده است (مقدار میانگین اضلاع مکعب) یا مستطیلاست.

ابتدا اعضای هر جبهه بر اساس مقادیر هر تابع هدف مرتب می‌شوند. طبق رابطه (۲۲) داریم:

$$I = \mathrm{sort}(f_i, m) \tag{۲۲}$$

به نقاط انتهایی هر تابع، فاصله ازدحام بینهایت نسبت داده می‌شود. طبق رابطه (۲۳) داریم:



شکل ۶محاسبه فاصله ازدحام

$$I(d_i) = \infty \tag{۲۳}$$

برای سایر نقاط جبهه از رابطه (۲۴) استفاده می‌شود

$$I(d_k) = \frac{I(k+1,m) - I(k-1,m)}{f_m^{\max} - f_m^{\min}} \tag{۲۴}$$

$I(k,m)$مقدار تابع هدفmام برای عضو kام از جبهه مربوطه است.

۴-۲- مراحل الگوریتم ژنتیک چند هدفه

ابتدا جمعیت P_0با اندازهNبه صورت تصادفی ایجاد می‌شود. ازشمارنده t برای تمایز بین نسل‌ها استفاده می‌شود در این مرحله$t = 0$است.

با اعمال عملگرهای همگذری و جهش، یک جمعیت فرزندQ_0با اندازه N تولید می‌شود.جمعیتR_tاز اجتماع دو جمعیت P_tوQ_tایجاد می‌شود. با استفاده از روش مرتب‌سازی غلبه نشده، تمامی اعضای جمعیت در جبهه‌های $F_1 \dots\dots F_k$قرار می‌گیرند. برای اعضای همه جبهه‌ها مقادیر فواصل ازدحام محاسبه می‌شود. جمعیت والدینP_{t+1}به صورت زیر ایجاد می‌شود:

با شروع از اعضای جبههF_1،درصورتیکه $|P_{t+1}|+|F_i| \le N$،اعضای جبهه F_1 به جمعیت P_{t+1} اضافه می‌شوند. درصورتیکه $|P_{t+1}|+|F_i| > N$،اعضایی از F_1که فاصله ازدحام کمتری داشته باشند به P_{t+1} اضافه می‌شوند تا اندازه جمعیت P_{t+1} برابر N شود.

پس از تشکیل جمعیت P_{t+1}، با استفاده از روش انتخاب مسابقه‌ای، عضوی که رتبه بهتری داشته باشد، انتخاب می‌شود. در حالتی که رتبه اعضای تورنمنت یکسان باشد، عضوی که فاصله ازدحام آن بیشتر باشد انتخاب می‌شود. سپس عملگرهای همگذری و جهش برای تولید جمعیت فرزندان Q_{t+1} با اندازه N بکار می رود.

۵- نتایج

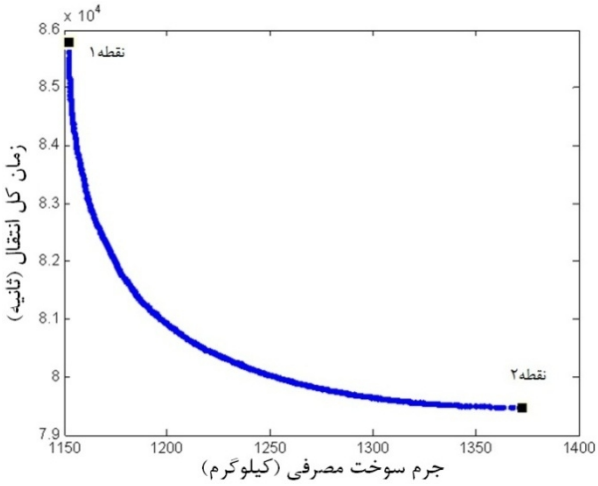
۵-۱- بهینه‌سازی همزمان مصرف سوخت و زمان انتقال

برنامه الگوریتم ژنتیک دو هدفه با تعداد۵۰۰۰ جمعیت اولیه و ۵۰ تکرار اجراشده و جبهه پارتو در شکل۷رسم شده است. در این بهینه‌سازی ضریب همگذری برابر ۰.۷۵ و ضریب فراجهش برابر ۰.۰۸ در نظر گرفته شده است.

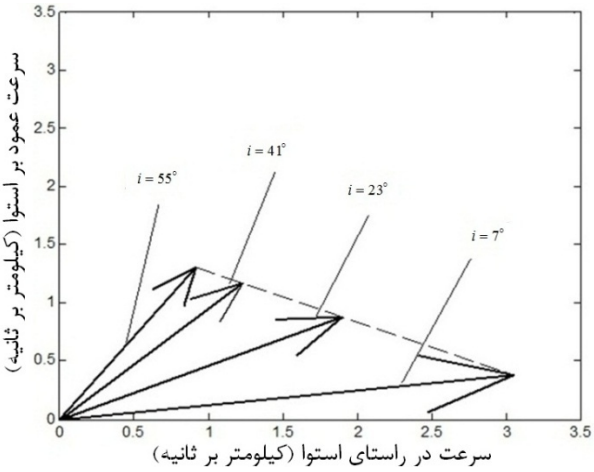
نقاط مشخص‌شده در شکل۷، جبهه پارتو می‌باشند. محور افقی نشان‌دهنده جرم سوخت مصرفی و محور عمودی زمان کل انتقال ماهواره را نشان می‌دهد. بسته به شرایط طراحی و اهمیت پارامترها، می‌توان نقطه مناسب را از نمودار فوق انتخاب کرد. متغیرهای مربوط به دو نقطه از شکل فوق در جدول‌های ۱ و ۲ آورده شده است.

اگر در طراحی ماهواره، میزان مصرف سوخت اهمیت بیشتری داشته باشد، بهتر است در شکل۷ نقطه ۱ انتخاب شود. با انتخاب نقطه ۱ و با توجه به مقادیر جدول ۲، دو مدار واسطه بهینه به صورت جدول ۳ معین می‌شوند.

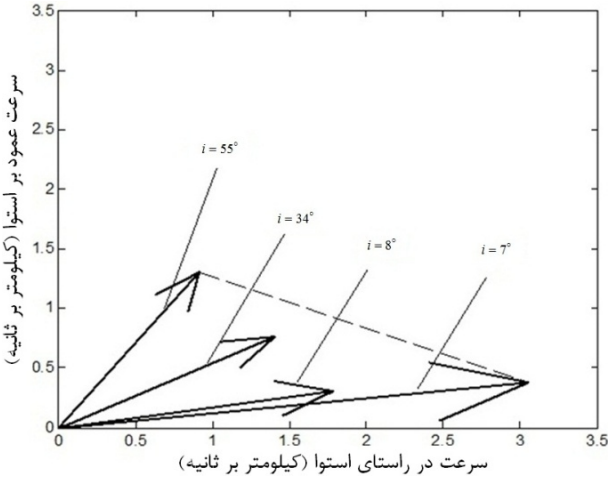
در اینجا، حالت کمترین میزان مصرف سوخت را مورد بررسی بیشتر قرار می‌دهیم. شکل ۸ بردار سرعت ماهواره در نقطه اوج مدار انتقال ژئوسنکرون، دریفت و مدارهای واسطه بهینه را در حالت جرم سوخت کمینه نشان می‌دهد.



شکل۶جبهه پرتو با $i_I = 55^\circ, i_D = 7^\circ$



شکل ۷بردارهای سرعتمدارها در طول انتقال برای حالت جرم کمینه



شکل ۸بردارهای سرعت مدارها برای زمان کمینه

همان طور که دیده می‌شود انتهای بردارهای سرعت ماهواره در نقطه اوج مدارهای واسطه، بر روی خط واصل انتهای بردارهای سرعت ماهواره در مدار انتقال ژئوسنکرون و زمین ثابت قرار دارد. به عبارتی، جهت تغییر سرعت‌های اعمالی، در جهت اختلاف سرعت مدارهای ابتدایی و انتهایی بوده و اختلاف سرعت کمینه همان تفاضل سرعت مدار انتقال ژئوسنکرون و زمین ثابت است. بنابراین مصرف سوخت مینیمم بدون استفاده از ابزارهای بهینه‌سازی به راحتی به روش زیر قابل تعیین است. طبق رابطه (۲۵) داریم:

جدول۱توابع هدف نقاط ۱و ۲ از جبهه پارتو

	سوخت (کیلوگرم)	زمان (ساعت)
نقطه ۱	۱۱۵۲	۲۳/۸
نقطه ۲	۱۳۵۰	۲۲

جدول۲اختلاف سرعت (کیلومتر بر ثانیه) و اختلاف زاویه (درجه) برای نقاط ۱ و۲

	ΔV_1	Δi_1	ΔV_2	Δi_2
نقطه ۱	۰/۱۳	۱۴	۰/۴۱	۱۸
نقطه ۲	۰	۲۱	۰/۲۸	۲۶

جدول۳شعاع حضیض (کیلومتر) و زاویه میل مداری (درجه) برای مصرف سوخت کمینه

	شعاع حضیض	زاویه میل مداری
مدار ۱	۷۹۰۱	۴۱
مدار ۲	۱۳۴۵	۲۳

جدول۴ شعاع حضیض (کیلومتر) و زاویه میل مداری (درجه) برای زمان انتقال کمینه

	شعاع حضیض	زاویه میل مداری
مدار ۱	۶۵۷۰	۳۴
مدار ۲	۹۶۵۵	۸

$$\Delta V = \sqrt{V_{\mathrm{GTO}}^2 + V_{\mathrm{GEO}}^2 - 2V_{\mathrm{GTO}}V_{\mathrm{GEO}}\cos(\Delta i)} = 2.33\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}} \qquad (۲۵)$$

مصرف سوختطبق رابطه (۲۶) برابر مقدار زیر است.

$$\Delta m = 1152\mathrm{kg} \qquad (۲۶)$$

همان طور که قابل پیش‌بینی بود، میزان مصرف سوخت با جرم کمینه بدست آمده از روش الگوریتم ژنتیک یکسان است.بنابراین بدون استفاده از برنامه بهینه‌سازی و مستقل از مدارهای واسطه بهینه، میزان مصرف سوخت کمینه معلوم است. ولی با توجه به قیود مکانیکی ماهواره و محدود بودن زمان روشن بودن موتور و نیروی پیشران، هر تغییر سرعت را نمی‌توان در هر بار روشن شدن موتور اعمال کرد. نکته قابل‌توجه اینکه، برای مینیمم کردن زمان مانور، در مانور اول بدون ایجاد تغییر در مقدار سرعت، زاویه صفحه مدار به حداقل مقدار ممکن کاهش می‌یابد. و در مدار واسطه دوم نیز تا حد امکان از نیروی پیشران برای کاهش زاویه استفاده کرده و بیش‌ترین تغییرات در اندازه سرعت در مانور سوم صورت می‌گیرد. که از نظر روابط حاکم بر مدار، منطقی است. بردار سرعت مدارهای ابتدایی، واسطه و نهایی در شکل۹ نمایش داده شده است که مؤید این است.

همان طور که از شکل ۹ مشخص است، برای کاهش زمان کل مانور، در مانورهای اول و دوم تمرکز روی تغییر زاویه است. یعنی بدون افزایش مقدار سرعت، زاویه مدار ماهواره با خط استوا کاهش داده‌شده و افزایش اندازه سرعت در پیشرانش نهایی صورت می‌گیرد.جدول۴ پارامترهای مدارهای واسطه را در حالت کمینه بودن زمان کل مانور نشان می‌دهد.

برای بررسی درستی روش بکار رفته ، نتایج حاصل برای مصرف سوخت کمینه را در نرم‌افزار STK شبیه‌سازی کرده و نتایج را با نتایج بخش مذکور مقایسه می‌کنیم. مدارهای جدول۳ را در نرم‌افزار STK شبیه‌سازی می‌کنیم. میزان اختلاف سرعت اعمالی و مصرف سوخت هر مانور در جدول ۵ آمده است.

همان طور که از این جدول مشخص است، نتایج حاصله در تطابق بسیار خوبی نسبت به هم قرار دارند. بنابراین روش به‌کاررفته درست و قابل‌اعتماداست.

۵-۲- دسترسی به ایستگاه‌های زمینی

دسترسی به ایستگاه‌های زمینی در حین انتقال مداری از اهمیت بسیار بالایی برخوردار است. بنابراین میزان دسترسی ماهواره به ایستگاه‌های زمینی یکی از

پارامترهای مهم در تعیین مانور انتقال مداری است. در این بخش نحوه تعیین دسترسی به ایستگاه‌های زمینی شرح داده می‌شود.

شکل ۱۰ قسمتی از سطح زمین را که توسط ماهواره قابل رویت است نشان می‌دهد.

همان طور که از شکل فوق دیده می‌شود، ناحیه‌ای از سطح زمین که توسط ماهواره قابل رویت است، ناحیه‌ای دایره‌ای شکل به مرکز S (تصویر ماهواره روی کره زمین) و کمان به اندازه λ_0 است. اندازه λ_0، به راحتی طبق رابطه(۲۷)تعیین می‌شود:

$$\cos\lambda_0 = \frac{R_E}{R_E + H} \qquad (۲۷)$$

که در این رابطه، R_E شعاع زمین و H، ارتفاع ماهواره از سطح زمین است.

حال نقطه‌ای مثل P را در روی سطح زمین با مختصات $(Lat_P, Long_p)$ در نظر می‌گیریم. اگر این نقطه در داخل دایره مذکور باشد، این نقطه توسط ماهواره و ماهواره توسط این نقطه قابل رویت خواهد بود. شرط اینکه این نقطه در داخل دایره مذکور باشد باید فاصله کمانی بین این نقطه و SSP کمتر از λ_0 باشد. فاصله نقطه P از نقطه SSP به صورت رابطه (۲۸) محاسبه می‌شود:

$$\cos\lambda = \sin(Lat_{\mathrm{SSP}})\sin(Lat_{\mathrm{P}}) + \cos(Lat_{\mathrm{SSP}})\cos(Lat_{\mathrm{P}})\cos(Long_{\mathrm{SSP}} - Long_{\mathrm{P}}) \qquad (۲۸)$$

با محاسبه λ مشخص است که اگر $\lambda < \lambda_0$ ماهواره از نقطه P قابل‌دسترسی و مشاهده است. حال اگر چندین ایستگاه زمینی $P_1, P_2, \ldots, P_n$ وجود داشته باشد مقادیر $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ را محاسبه می‌کنیم. اگر حداقل یکی از λها در شرط $\lambda < \lambda_0$ صادق باشد، ایستگاه زمینی متناظر به ماهواره دسترسی دارد.

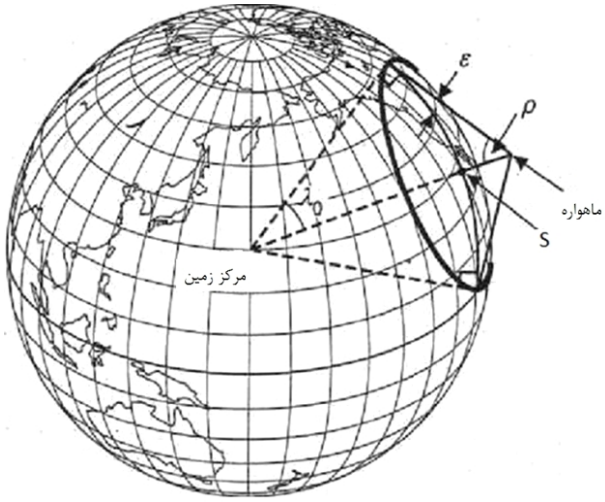
با محاسبه میزان دسترسی برای کل نقاط جبهه پرتو شکل ۷ برای یک ایستگاه زمینی ثابت، مشخص شد که درصد دسترسی کل نقاط در بازه ۴۵ تا ۴۷ قرار دارد. یعنی اگر محل ایستگاه زمینی مشخص باشد، همه مانورهای مداری مشخص‌شده در شکل ۷ تقریباً دارای دسترسی یکسانی می‌باشند. در اینجابرای بهبود دسترسی به ایستگاه زمینی، محل ایستگاه زمینی نیز به عنوان پارامتر بهینه‌سازی در نظر گرفته می‌شود و تابع هدف دوم، میزان عدم دسترسی ماهواره به ایستگاه زمینی تعریف می‌شود. شکل۱۱ جبهه پرتو به دست آمده در این حالت را نشان می‌دهد.

همانطور که از شکل۱۱ مشخص است، با انتخاب مانور مناسب، میزان دسترسی از ۵۳ درصد به ۶۸ درصد افزایش می‌یابد. البته مشخص است که انتخاب مانوری که بهترین دسترسی را داشته باشد حدود ۴۵ کیلوگرم مصرف سوخت بیشتری خواهد داشت. شکل ۱۲ محل ایستگاه زمینی برای بهترین حالت دسترسی را نشان می‌دهد.

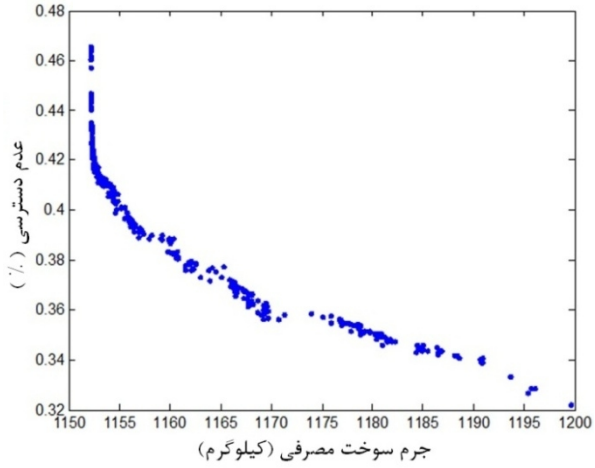
باید اشاره شود که برای انتخاب بهترین مانوری علاوه بر تحلیل‌های مصرف سوخت، زمان مانور و میزان دسترسی به ایستگاه‌های زمینی، بسیاری پارامترهای پیچیده دیگر نیز دخیل است. به عنوان مثال دسترسی ماهواره به نور خورشید برای تأمین توان، زمان کوتاه عبور از کمربند ون‌آلن و رسیدن به نقطه مداری مناسب. بنابراین در نهایت، با توجه به تحلیل‌های سیستمی باید مانور مناسب انتخاب شود.

جدول۵مقایسه مصرف سوخت (کیلوگرم) این مقاله با نرم‌افزار STK

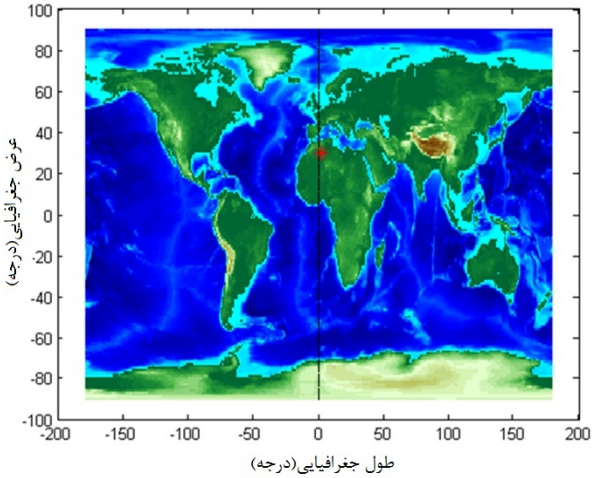
مانور	STK	این مقاله
مانور ۱	۲۸۵/۴	۲۴۷/۷
مانور ۲	۳۹۵/۱	۳۹۹/۱
مانور۳	۴۸۳/۸	۴۷۸/۴
مجموع	۱۱۶۴	۱۱۵۲



شکل۹ناحیه قابل رویت توسط ماهواره



شکل۱۰جبهه پرتو



شکل۱۱محل بهینه ایستگاه زمینی برای بهترین دسترسی

۵-۳- تأثیر اغتشاشات ناشی از موتور پیشرانش

راستای موتور پیشرانشبهدلیل مشکلات ناشی از ساخت و نصب ممکن است دقیقاً از مرکز جرم ماهواره نگذرد، لذا در هنگام عملکرد این موتور در مدارهای انتقالی، ممکن است گشتاورهای ناخواسته‌ای در راستاهای عمود بر سرعت ماهواره ایجاد شود. این گشتاور ناخواسته تمایل به تغییر وضعیت ماهواره دارند و بنابراین اگر این گشتاور حذف نشود محور ماهواره عوض شده

(راستای موتور از راستای مسیر مطلوب فاصله گرفته) و عملکرد موتورپیشرانش موجب انتقال به مداری متفاوت از مدار مطلوب خواهد شد. برای حفظ جهت ماهواره در حین انتقال مداری معمولاً از تراستر استفاده می‌شود. فرض کنید موتورپیشرانش دارای خروج از محوری یک درجه و بازوی گشتاوری ۰/۳ متر باشد،اندازه گشتاور ایجادشده طبق رابطه (۲۹) خواهد بود:

$$T_{dLAM} = Fl_{cm}\sin(\gamma) = 500 \times 0.3 \times \sin(1^{\circ}) = 2.6\text{Nm} \qquad (۲۹)$$

فرض می‌کنیم تراستر استفاده‌شده دارای طول بازوی عملکردی $\Delta=1\text{m}$، نیروی پیشران $F_t = 10\text{N}$ و ضربه ویژه $I_{sp}=300\text{sec}$ است. در این صورت برای اینکه گشتاور ایجادشده توسط موتور پیشرانش را جبران کند، باید در هر مانور مداری به طور متوسط ۷۸۰ ثانیه روشن باشد (با فرض اینکه هر مانور به طور متوسط ۵۰ دقیقه طول بکشد). دبی جرمی تراستر به صورت رابطه (۳۰) قابل محاسبه است:

$$\dot{m} = \frac{F_t}{gI_{sp}} = 0.0034\,\frac{\text{kg}}{\text{s}} \qquad (۳۰)$$

بنابراین میزان مصرف سوخت تراسترها برای کنترل وضعیت ماهواره در هر مانور مداری تقریباً برابر ۲.۶۵ کیلوگرم بوده و اگر ۳ بار مانور مداری صورت گیرد حدود ۸ کیلوگرم مصرف سوخت خواهد داشت. که این میزان مصرف سوخت نیز باید در تخمین میزان سوخت ماهواره در نظر گرفته شود.

۶- نتایج

در این مقاله بهینه‌سازی همزمان مصرف سوخت و زمان انتقال یک ماهواره نمونه از مدار انتقال ژئوسنکرون تا مدار زمین ثابت انجام گرفت. در ابتدا با حل معادلات دینامیکی حاکم، تعداد مدارهای واسطه برای این انتقال مداری با توجه به شرایط و قیود حاکم تعیین شد. برای بهینه‌سازی همزمان توابع هدف از الگوریتم ژنتیک دو هدفه استفاده شد. خروجی این الگوریتم مجموعه‌ای از نقاط غلبه نیافته است که جبهه پارتو را تشکیل می‌دهند. با توجه به اهمیت توابع هدف و شرایط حاکم، نقطه مناسب از بین نقاط پارتو انتخاب می‌شود. در این مقاله نقطه کمترین مصرف سوخت و کمترین زمان انتقال مورد بررسی قرار گرفت و نتایج مهم و ارزشمند زیر به دست آمد:

- در حالتی که هدف کمینه کردن مصرف سوخت باشد، جهت نیروی پیشرانش در همه سوزش‌ها باید در راستای خط واصل سرعت مدار اولیه و نهایی باشد. بنابراین بی‌شمار مسیر وجود دارد که با کمترین مصرف سوخت انتقال صورت می‌گیرد. از بین این نقاط، نقطه‌ای مناسب است که دارای زمان انتقال کمینه باشد.
- برای کمینه کردن زمان انتقال، در مانور اول و دوم تا حد امکان تغییر زاویه میل مداری صورت می‌گیرد و افزایش تندی ماهواره در مانور نهایی اعمال می‌شود. و همان طور که در متن مقاله نشان داده شد، افزایش سرعت ودر نتیجه افزایش شعاع حضیض در این حالت بسیار ناچیز است ولی زاویه میل مداری به شدت کاهش یافته است.
- نتایج به دست آمده برای کمترین سوخت با نرم‌افزار STK مقایسه شده و نشان داده شد که تطابق خوبی بین نتایج حاصل از بهینه‌سازی انجام‌شده در این مقاله و نتایج حاصل از نرم‌افزار STK وجود دارد.
- بهینه‌سازی انتقال مداری درحالی‌که میزان مصرف سوخت و همچنین عدم دسترسی به ایستگاه زمینی به عنوان توابع هدف در نظر گرفته‌شده بودند نیز صورت گرفته و محل بهینه ایستگاه زمینی تعیین شد.

۷- مراجع

[1] J.-S. Chern, Z.-C. Hong, W.-L. Cheng, Optimal vertical ascent to GEO with thrust acceleration and dynamic pressure constraints, *Acta Astronautica,* Vol. 35, No. 1, pp. 9-18, 1995.

[2] J. A. Kechichian, Optimal low-thrust transfer using variable bounded thrust,*Acta Astronautica,* Vol. 36, No. 7, pp. 357-365, 1995.

[3] S. Geffroy, R. Epenoy, Optimal low-thrust transfers with constraints generalization of averaging techniques, *Acta Astronautica,* Vol. 41, No. 3, pp. 133-149, 1997.

[4] J. Gil-Fernandez, L. Tarabini, M. Graziano, M. A. Molina, Optimization and guidance of very low-thrust transfers to geostationary orbit, *Impulse (s),* Vol. 1400, pp. 346, 2008.

[5] E. Trélat, Optimal control and applications to aerospace: some results and challenges, *Journal of Optimization Theory and Applications,* Vol. 154, No. 3, pp. 713-758, 2012.

[6] F. Najafi, M. KArimi Gahyoor, Optimal Trajectory Planning and Obstacle Avoidanceof a Manipulator in the Presence of Ellipsoidal Obstacles Using Genetic Algorithms, *Modares Mechanical Engineering* Vol. 10, No. 4, pp. 75-84, 2010. (In Persian)

[7] A. Taherifar, H. Salarieh, A. Alasty, Minimum time and minimum switch path planning for a hyper-redundant manipulator with lockable joints, *Modares Mechanical Engineering*, No. 12, 2012.(In Persian)

[8] M. Pontani, P. Ghosh, B. A. Conway, Particle Swarm Optimization of Multiple-Burn Rendezvous Trajectories, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics,* Vol. 35, No. 4, pp. 1192-1207, 2012.

[9] F. Topputo, E. Belbruno, Optimization of Low-Energy Transfers,in: *Modeling and Optimization in Space Engineering*, Eds., pp. 389-404: Springer, 2013.

[10] L. Casalino, G. Colasurdo, Optimization of variable-specific-impulse interplanetary trajectories, *Journal of guidance, control, and dynamics,* Vol. 27, No. 4, pp. 678-684, 2004.

[11] B. El Mabsout, O. M. Kamel, A. S. Soliman, The optimization of the orbital Hohmann transfer, *Acta Astronautica,* Vol. 65, No. 7, pp. 1094-1097, 2009.

[12] O. M. Kamel, Optimization of Bi-Elliptic transfer with plane changePart I,*Acta Astronautica,* Vol. 64, No. 5, pp. 514-517, 2009.

[13] H. Curtis, *Orbital mechanics for engineering students*: Elsevier, 2009.

[14] M. J. Sidi, Spacecraft dynamics and control:a practical engineering approach: *Cambridge university press*, 2000.

[15] J. R. Wertz, *Spacecraft attitude determination and control*: Springer, 1978.

[16] V. A. Chobotov, Orbital Mechanics, American Institute of Aeronautics and Astronautics, *Inc., Reston, VA*, pp. 20, 1996.

[17] M. Nikkhah Bahrami, Vector Dynamic, *University of Tehran,* Tehran, 1986. (In Persian)

[18] B.FARSHI, M.FAEZI, Optimization of inhomogenuse rotationg discs by the ingradient method, *Modares Mechanical Engineering*, No. 9, pp. 107-119, 2010. (InPersian)

[19] A. Taherifar, A. Alasty, H. Salarieh, M. Boroushaki, Path Planning for a Planar Hyper-Redundant Manipulator with Lockable Joints Using Particle Swarm Optimization, *Modares Mechanical Engineering*, No. 9, pp. 159-175, 2011. (In Persian)

[20] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, T. Meyarivan, A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II, *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on,* Vol. 6, No. 2, pp. 182-197, 2002.