مجله مهندسی مکانیک مدرس، مرداد ۱۳۹۳، دوره ۱۴، شماره ۵، ص‌ص ۱۶۴-۱۷۴

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

شبیه‌سازی جوانه‌زنی و رشد ترک در عملیات شکست هیدرولیکی چاه نفت با استفاده از معیار آسیب تنش اصلی بیشینه

ایمان شفائی‌زاده[۱]، محمدرضا فروزان[۲*]، لهراسب فرامرزی[۳]

۱- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

۲- دانشیار مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

۳- استادیار مهندسی معدن، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

* اصفهان، کد پستی ۸۳۱۱۱-۸۴۱۵۶، forouzan@cc.iut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۲۲شهریور۱۳۹۲

پذیرش: ۱۴آبان۱۳۹۲

ارائه در سایت: ۱۴ تیر ۱۳۹۳

کلید واژگان:

شکست هیدرولیکی

مکانیک آسیب

روش اجزاء محدود توسعه‌یافته

مکانیک سنگ

چکیده

عملیات شکست هیدرولیکی از روش‌هایی است که در صنایع بالادستی نفت و گاز به منظور افزایش بازده تولید مخازن به‌کار می‌رود. در پژوهش حاضرکه با هدف شبیه‌سازی فرایند شکست هیدرولیکی تعریف شده است، از اطلاعات آزمایشگاهی میدان اهواز، مخزن بنگستان به عنوان داده‌های ورودی استفاده شده و مدل دوبعدی کرنش‌صفحه‌ای برای تحلیل فرایند شکست هیدرولیکی در نرم‌افزار آباکوس طراحی شده است. تنش‌های درجا بر اساس روابط رایج پیشنهاد شده به مدل همگن الاستیک وارد شده است. به‌منظور بررسی مکانیزم جوانه‌زنی و رشد ترک، برای نخستین بار در این زمینه از روش نوین اجزاء محدود توسعه یافته استفاده شده و مدل آسیب بر مبنای تنش اصلی بیشینه، به عنوان معیار ترک در نظر گرفته شده است. در این پژوهش مدل‌ها، تحت شرایط مختلف تحلیل و اثر پارامترهایی نظیر تنش‌های درجا، فشار منفذی و خصوصیات مکانیکی سنگ مورد بررسی قرار گرفت. بر این اساس، راستای بحرانی برای جوانه‌زنی و رشد، راستای عمود بر تنش کمینه درجا به‌دست آمده و اعمال فشار منفذی باعث کاهش شدید فشار جوانه‌زنی شده است. هم‌چنین بیشترین فشار سیال در لحظه جوانه‌زنی بوده و پس از رشد ترک اولیه زاویه‌دار، فشار مورد نیاز برای رشد آن به مقدار ثابتی میل کرده است. مقایسه نتایج با تئوری‌های موجود و خطای کم، از اعتبار و دقت مناسب شبیه‌سازی انجام شده حکایت دارد.

Simulation of crack initiation and propagation in hydraulic fracturing of oil wellbore by maximum principal stress criterion

Iman Shafaeizadeh, MohammadRezaForouzan*, Lohrasb Faramarzi

Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran.
*P. O. B. 8415683111 Isfahan, Iran, forouzan@cc.iut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 13September2013
Accepted 05November2013
Available Online 05 July 2014

Keywords:
Hydraulic Fracturing
Damage Mechanics
Extended Finite Element Method
Rock Mechanics

ABSTRACT

A two-dimensional (2D) extended Finite Element Method (XFEM) simulation is presented for propagation of hydraulic fractures from wellbore that the minimum principal in-situ stress is in horizontal plane. One primary role of hydraulic fracturing is to provide a high conductivity pathway along which reservoir fluids can flow to the well. In this study, enriched element has been applied with a maximum principal stress damage criterion, for initiation and propagation of crack in Abaqus 6.12. The properties and input data for rock models were extracted experimentally from Ahwaz reservior- Bangestan wellbore specimens. The specifications of crack were studied by analyzing the rock model without any crack or flaw and under different condition, such as in-situ stresses, pore pressure and elastic modulus. The results show that the critical position of crack initiation is perpendicular to minimum principal in-situ stress and stress condition of borehole and by increasing the pore pressure to the rock models, the pressure of injection fluid decreases. The results show that the pressure of injection fluid decreases at initiation step to constant amplitude after crack propagation. These results are in close agreement with the theoretical data, so that our simple procedure is efficiency and flexible.

۱- مقدمه

اصطلاح شکست هیدرولیکی بیانگر فرایند شروع و گسترش شکستگی در سنگ، ناشی از فشار هیدرولیکی اعمال شده توسط سیال است. شکست هیدرولیکی به دو صورت طبیعی و مصنوعی در طبیعت قابل انجام است.

برای مثال پدیده‌های نفوذ ماگما[۱] در لایه‌های بالایی زمین مانند سیل[۲] (شکاف افقی) و دایک[۳] (شکاف عمودی) شکست هیدرولیکی طبیعی بوده و حالت مصنوعی آن نیز به وسیله تجهیزات مخصوص عملیات شکست هیدرولیکی در اعماق مختلف زمین در مخازن نفتی و گازی و انرژی زمین‌گرمایی[۴] و چاه‌های آب در سازندهای سخت ایجاد می شود [۱-۳]. شکست هیدرولیکی کاربردهای

1- Magma

2- Sill
3- Daik
4- Geothermal

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

I. Shafaeizadeh, M.R.Forouzan, L. Faramarzi, Simulation of crack initiation and propagation in hydraulic fracturing of oil wellbore by maximum principal stress criterion, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 5, pp. 164-174, 2014 (In Persian)

متفاوتی از جمله در تعیین تنش های درجا، تحریک چاه‌های نفت و گاز، افزایش نرخ بهره‌برداری از چاه‌های عمیق آب و افزایش نرخ تولید انرژی زمین‌گرمایی دارد ولی مهم‌ترین کاربرد آن در صنعت نفت و گاز است. برخی از مخازن نفتی و گازی، از شکستگی و در نتیجه نفوذپذیری کمی برخوردارند و از نظر اقتصادی مقرون به صرفه نیستند. علاوه بر آن، شکستگی‌های برخی از مخازن، در گذر زمان و با تولید بیشتر بسته می‌شوند، لذا جهت افزایش تولید بعضی از حوضه‌های نفتی، نیاز به طراحی و ایجاد شکست هیدرولیکی به منظور افزایش ضریب نفوذپذیری و بهره‌برداری بیشتر در این حوضه‌ها می‌باشد [۱]. امروزه بسیاری از طراحی‌ها بر مبنای شبیه‌سازی‌های عددی به انجام می‌رسد.

اولین محققانی که روی شبیه‌سازی شکست هیدرولیکی کار کردند، ژلتوو و کریستیانوویچ [۴]، پرکینز و کرن [۵]، گیرتسما و کلرک [۶] بودند. مدل کرنش صفحه‌ای آنها که به مدل یک‌بعدی کریستیانوویچ- گیرتسما- دی کلرک (کا.جی.دی) معروف شد، وابسته به ارتفاع ترک نبوده و نوک ترک هلالی شکل در نظر گرفته شد. پرکینز و کرن راه حل بسته دیگری را بر پایه فرض کرنش صفحه‌ای در صفحه عمودی برای مسائل انتشار شکست هیدرولیکی ارائه کردند. پس از آنها، نوردگرن [۷] با وارد کردن تأثیر نشت سیال در این مدل، آن را توسعه داده و مدل پرکینز- کرن- نوردگرن (پی.کا.ان) را ارائه کرد. در این مدل نشتی سیال در نظر گرفته شد و جریان سیال در یک‌بعد مورد تحلیل قرار گرفت. برای تعیین پارامترهای دیگر شکست مانند طول شکست، عرض شکست و فشار تزریق، از معادلات مربوطه استفاده می‌شود [۸]. مدل شعاعی توسط سندن [۹]در سال ۱۹۴۶ میلادی ارائه شده و برای چاه هایی که تنش اصلی کمینه موازی محور چاه است و باعث پدید آمدن یک ترک افقی می‌شود، کاربرد دارد. در این مدل جریان سیال در راستای شعاع چاه بررسی و فشار سیال بر دیواره های ترک ثابت فرض می‌شود.

پس از آن تئوری المان‌های گسسته برای مواد دانه‌ای برای اولین بار توسط کاندال و استراک [۱۰]مورد استفاده قرار گرفت و سپس با عنوان برنامه جریان ذرات[1] مشهور شد [۱۱]. شیمیزو و همکاران [۱۲] در سال ۲۰۱۱ از این روش برای مطالعه فرایند شکست هیدرولیکی در دو بعد استفاده کرده‌اند. در این روش عددی بر پایه گسستگی‌ها، با تعریف نیروهای بین ذرات برای مدل های پیوسته نیز قابل استفاده است. در این مدل دوبعدی ماده، ذرات دایره ای شکل صلبی فرض می‌شود که این ذرات به وسیله فرض فنرهای عمودی، برشی و چرخشی با یکدیگر تماس دارند. علاوه بر مدل‌های یک‌بعدی و دوبعدی، مدل‌های شبه سه‌بعدی و سه‌بعدی صفحه‌ای نیز ارائه شده‌اند. مدل متقارن سه‌لایه‌ای سیمونسون [۱۳] برای پیش‌بینی ارتفاع بر اساس فشار بر مبنای مدل پی.کا.ان معرفی شد که با تعمیم آن، مدل‌های شبه سه‌بعدی سلول-پایه[2] و توده‌ای[3] ارائه شدند. در مدل سلول-پایه ترک به سلول‌هایی تقسیم می‌شود که در هر سلول محاسبات مدل پی.کا.ان با فرض ارتفاع ثابت انجام می‌شود. بنابراین در این مدل هم جریان سیال در یک بعد بررسی می‌شود.در مدل توده‌ای، ترک به صورت دو نیم بیضی چسبیده به هم در نظر گرفته می‌شود که جریان سیال فقط در راستای طول ترک برای نیم بیضی بالا و پایین جداگانه مورد تحلیل قرار می‌گیرد.

مدل‌های سه‌بعدی صفحه‌ای پس از مدل‌های شبه سه‌بعدی از ۱۹۸۰-۲۰۰۰ میلادی ارائه شدند و تفاوت آنها با مدل قبلی، تحلیل جریان سیال در دو بعد می‌باشد. به همین جهت المان‌های دو بعدی برای حل ترکیبی معادلات جامد و سیال استفاده می‌شود که به دو حالت المان‌های مثلثی شکل متحرک [۱۵،۱۴]و المان‌های مربع شکل ثابت[۱۶]تقسیم می‌شوند. هر چند مدل‌های سه‌بعدی صفحه‌ای بسیار دقیق‌تر و البته پرهزینه‌تر از مدل‌های شبه سه‌بعدی هستند، اما شرایطی وجود دارد که مدل‌های شبه سه‌بعدی توانایی پیش‌بینی آنها را ندارند، مثلاً هنگامی که لایه‌ها غیریکنواخت باشند یا ارتفاع رشد ترک قابل کنترل‌شدن نباشد. هم چنین هنگامی که لایه میانی سخت‌تر از لایه‌های بالا و پایینی باشد، مدل شبه سه‌بعدی با شکست روبرو می‌شود.

تلاش‌های زیادی برای مدل‌سازی انتشار شکست در حالت سه‌بعدی انجام شده است. در این مدل‌ها، فرض الاستیسیته ایزوتروپیک به کار رفته و از تأثیر فشار منفذی چشم‌پوشی شده است. ادوانی و همکاران [۱۴] برنامه المان محدودی را برای شبیه‌سازی شکست هیدرولیکی سه‌بعدی در مخازن چند لایه‌ای توسعه دادند. آنها کارهای قبلی که بر روی مدل‌های شبه سه‌بعدی[4] به وسیله ادوانی و لی [۱۷] و بقیه محققان در دهه۸۰ میلادی انجام شده بود را گسترش داده، و انتشار شکست هیدرولیکی صفحه‌ای کششی در مخازن لایه‌ای با رفتار الاستیک را مورد بررسی قرار دادند. اخیراً مدل‌های سه‌بعدی معدودیارائه شده‌اند که نتایج محدودی داشته‌اند و حتی با قدرت محاسبات امروزی مقرون به صرفه نیستند[۱].

هم‌چنین بررسی‌هایی بر اساس اصول مکانیک شکست البته با ترک اولیه در جدار چاه توسط آیت‌اللهی و همکاران [۱۸] انجام شده است.

در پژوهش حاضر، مدل دوبعدی کرنش صفحه‌ای برای تحلیل ترک در عملیات شکست هیدرولیکی در نظر گرفته شده است. برای بررسی رفتار ترک در ماده برای نخستین بار، از روش نوین اجزاء محدود توسعه یافته بر اساس معیار آسیب حداکثر تنش اصلی بیشینه استفاده شده است و مرحله جوانه‌زنی و رشد ترک مورد بررسی قرار گرفته است. داده‌های استخراجی از سنگ مخزن بنگستان به عنوان ورودی‌های مدل دوبعدی طراحی‌شده در نرم‌افزار آباکوس[5] مورد استفاده قرار گرفته است و اثرات مقادیر تنش‌های درجا[6]، مدول الاستیسیته و فشار منفذی[7] تحلیل شده است. در این پژوهش، پژوهش، فقط ماده سنگ مدل شده و فشار سیال به عنوان اثر سیال مورد استفاده در عملیات شکست هیدرولیکی، به دهانه چاه اعمال گردیده و با استفاده از فرضیات ساده‌سازی بر مبنای شواهد تحقیقی و تجربی موجود، از پیچیدگی‌های شبیه‌سازی سیال دوری شده است. هم‌چنین بر خلاف پژوهش‌های اجزاء محدود انجام شده در این زمینه، مسیر و مختصات ترک بدون هیچ پیش‌داوری و تعیین قبلی بررسی شده است.

۲- تئوری

۲-۱- المان محدود توسعه یافته[8]

روش اجزاء محدود توسعه یافته یکی از جدیدترین روش‌های مدل‌سازی مسایل مکانیک شکست است. این روش نسبت به روش‌های پیشین دارای مزایای بسیاری است. مدل کردن ناپیوستگی‌ها مثل یک ترک با روش اجزاء محدود معمولی نیازمند آن است که مش از هندسه ناپیوستگی تبعیت کند. بنابراین برای این‌که میل کردن تنش به بینهایت در نوک ترک به خوبی مدل شود باید از مش بسیار ریز و یا المان‌های تکین در نوک ترک استفاده نمود. مدل کردن یک ترک در حال رشد حتی پیچیده‌تر خواهد بود زیرا همان‌طور

1- Particle Flow Code
2- Cell-Baced Model
3- Lumped Model

4- Pseudo 3 Dimension
5- Abaqus
6- In-Situ Stress
7- Pore Pressure
8- Extended Finite Element Method (XFEM)

که ترک رشد می‌کند مش نیز باید بتواند خود را با هندسه جدید ترک در هر گام رشد مطابقت دهد.

روش اجزاء محدود گسترش یافته اولین بار توسط بلیتچکوو بلک [۱۹] در سال ۱۹۹۹ معرفی شد. در این روش ترک صریحاً به صورت هندسی مدل نمی‌شود بلکهبا استفاده از توابع غنی شده مخصوص به همراه درجات آزادی اضافی مدل می‌شود.

در روش اجزاء محدود توسعه یافته، توابع غنی سازی معمولاً از توابع مجانبی نوک ترک[1] که بی‌نهایت شدن تنش در نوک ترک را مدل می‌کنند و یک تابع غیر پیوسته که ناپیوستگی در میدان جابه‌جایی، در نوک ترک را مدل می‌کند تشکیل شده است. میدان جابه‌حایی با استفاده از روش اجزاء محدود گسترش یافته در رابطه (۱) آمده‌است:

$$u=\sum N_I(x)[u_I+H(x)a_I+\sum_{a=1}^{4}F^a(x)b_I^a] \quad (۱)$$

که $N_I(x)$ توابع شکل معمولی، u_I بردار جابجایی‌های گره‌ای معمولی، $H(x)$ تابع ناپیوسته مربوط به ناپیوستگی جابه‌جایی در عرض ترک و a_I درجات آزادی اضافی مربوط به ناپیوستگی جابه‌جایی می‌باشند. همچنین $F^a(x)$ توابع مجانبی نوک ترک و b^a_Iدرجات آزادی مربوط به آن می‌باشند. ترم اول سمت راست معادله بالا به تمام گره‌ها، ترم دوم به گره‌هایی که روی وجوهی از المان‌ها که توسط ترک قطع شده‌اند، قرار گرفته‌اند و ترم سوم به گره‌های مربوط به المانی که نوک ترک داخل آن قرار گرفته است، اعمال می‌شوند.

تابعی که برای $H(x)$ مدل کردن ناپیوستگی میدان جابجایی در عرض ترک مورد استفاده قرار می‌گیرد، در رابطه (۲) به صورت زیر می‌باشد:

$$H(x)=\begin{cases}+1 & (x-x^*)\cdot n\geq 0\\ -1 & (x-x^*)\cdot n\langle 0\end{cases} \quad (۲)$$

در این رابطه، x یک نقطه گوس و x^* نقطه‌ای روی ترک است که کم‌ترین فاصله را تا نقطه x دارد. همچنین n بردار یکه عمود بر ترک در نقطه x^* می‌باشد. توابع مجانبی نوک ترک، برای یک ماده الاستیک همسانگرد، در رابطه (۳) به‌صورت زیر بیان می‌شوند:

$$F^a(x)=[\sqrt{r}\sin\frac{\theta}{2},\sqrt{r}\cos\frac{\theta}{2},\sqrt{r}\sin\theta\cdot\sin\frac{\theta}{2},\ \sqrt{r}\sin\theta\cdot\cos\frac{\theta}{2}] \quad (۳)$$

در شکل ۱ نحوه غنی سازی گره‌ها در روش اجزاء محدود توسعه یافته نشان داده شده است، گره‌هایی که با دایره نشان داده شده‌اندگره‌هایی هستند که با درجات آزادی a_I و تابع $H(x)$ و گره‌هایی که با مربع نشان داده شده‌اند، گره‌هایی هستند که با درجات آزادی b^a_I و توابع $F^a(x)$ غنی‌شده‌اند.

شکل ۱ نمایش نحوه غنی‌سازی گره‌ها در اجزاء محدود توسعه یافته [۲۰]

1- Asymptotic Near Tip Function

برای معرفی هندسی ترک به مدل در روش اجزاء محدود توسعه یافته از روش تعیین سطح[2] استفاده می‌شود. در روش تعیین سطح، کل سطح (Ω) توسط ناپیوستگی به دو قسمت $-\Omega$ و $+\Omega$ تقسیم می‌شود که بر این اساس تابع تعیین سطح منفی و یا مثبت خواهد شد. سپس تابع تعیین سطح در مختصات گره‌ها محاسبه شده و در تابع شکل المان‌های مربوطه ضرب می‌شود. در واقع این روش کمک می‌کند تا گره‌هایی که باید غنی‌سازی شوند، مشخص شود. زمانی که ترک دارای هندسه پیچیده‌ای می‌باشد، این روش فرایند مدل‌سازی را بسیار تسهیل می‌کند.

۲-۲- معیار آسیب

برای پیش‌بینی مسیر شکست در مدل دوبعدی در این پژوهش، مدل آسیب تنش اصلی بیشینه[3] که در نرم‌افزار آباکوس پیاده‌سازی شده، مورد استفاده قرار گرفته است.

معیار جوانه‌زنی ترک کاهش پاسخ چسبنده[4] در المان‌های غنی شده است. آسیب پاسخ کشش-جدایش[5] برای رفتار چسبنده در المان‌های غنی‌شده تعریف شده است. مکانیزم گسیختگی عبارتست از معیار جوانه‌زنی آسیب و قانون تکامل[6] آن. فرایند کاهشی هنگامی شروع می‌شود که تنش معیار جوانه‌زنی را ارضا کند.

معیار تنش اصلی بیشینه بر اساس رابطه (۴) تعریف می‌شود:

$$f=\left\{\frac{\langle\sigma_{\max}\rangle}{\langle\sigma^0_{\max}\rangle}\right\} \quad (۴)$$

در این رابطه σ_{max^0} به معنای بیشترین تنش اصلی مجاز ماده است. نماد $\langle\rangle$ ، به پرانتز ماکالای[7] معروف است. هنگامی که آرگومان این تابع منفی شود، تابع مقدار صفر را برمی‌گرداند و برای مقادیر مثبت آرگومان، تابع برابر با مقدار آرگومانش می‌شود. بنابراین تنش فشاری نمی‌تواند منجر به ایجاد آسیب شود. آسیب هنگامی شروع می‌شود که نسبت تنش اصلی بیشینه (رابطه ۴) به مقدار یک برسد. ترک اضافه شده یا ترک اولیه هنگامی توسعه می‌یابد که پس از یک مرحله تعادل، معیار شکست با توجه به تلرانس مدنظر (f_{tol}) در محدوده مشخص شده در رابطه (۵) قرار بگیرد [۲۱]:

$$1.0\leq f\leq 1.0+f_{\text{tol}} \quad (۵)$$

در این معیار هنگامی که تنش بیشینه اصلی ارضا شد، ترک جدید همیشه متعامد با تنش بیشینه اصلی تعریف می‌شود. پس از جوانه‌زنی ترک، رشد آن بر اساس قانون آسیب تعریف شده محاسبه می‌شود. شکل ۲ پاسخ کشش-جدایش خطی و غیر خطی را در مکانیزم گسیختگی نشان می‌دهد. در این شکل پارامتر T_n تنش چسبنده و T_{max} مقدار بیشینه آن و پارامتر δ_n مقدار بازشدن دهانه ترک و δ_{max} مقدار بیشینه آن می‌باشد.

قانون تکامل آسیب در واقع سرعت کاهش سختی چسبندگی را هنگام ارضاشدن معیار جوانه‌زنی نشان می‌دهد. چهارچوب اصلی قانون تکامل آسیب این معیار، همان قانون تکامل آسیب در سطوح چسبنده است. متغیرعددی D بیانگر مقدار آسیب است. مقدار اولیه متغیر D در ابتدا صفر است و به مرور با شروع و رشد آسیب مقدار آن از صفر به سمت یک پیش می‌رود. از این رو، مؤلفه‌های عمودی و برشی تنش متأثر از آسیب، بر اساس روابط (۶) تعریف می‌شوند:

2- Level Set Method
3- Maximum Principal Stress
4- Cohesive Response
5- Traction-Separation Response
6- Evolution Law
7- Macaulay

شکل ۲ الف- پاسخ کشش- جدایش غیرخطی و ب- پاسخ کشش-جدایش خطی[۲۱].

شکل ۳ نمایی از تنش‌های وارده به محیط سنگی متخلخل [۲۲]

$$t_n = \begin{cases} (1-D)\times T_n & ,T_n \geq 0 \\ T_n & ,T_n < 0 \end{cases}$$
$$t_s = (1-D)\times T_s$$
$$t_t = (1-D)\times T_t \qquad (۶)$$

که در آن T_s، T_n و T_t مؤلفه‌های نرمال و برشی تنش پیش‌بینی شده با رفتار جداسازی الاستیک بردار تنش برای حالت بدون آسیب و مؤلفه‌های t_s، t_n و t_t مؤلفه‌های عمودی و برشی تنش متاثر از آسیب و متغیر عددی D بیانگر مقدار آسیب است [۲۱]. برای تعریف معیار آسیب تنشاصلی بیشینه، با استفاده از آزمایش‌های انجام شده بر روی نمونه برای تعیین مقاومت کششی، این عدد به عنوان تنش اصلی بیشینه مجاز برای مدل در نظر گرفته شده است. ضمن این که مقادیر مورد نیاز برای محاسبه روند کاهشی تنش سطوح آسیب، بر اساس نمودارهای تنش-کرنش نمونه‌های سنگ مخزن استخراج گردیده است.

۲-۳- تنش مؤثر

برای طبقاتی از زمین که از یک سیال مانند آب یا نفت اشباع شده است، کل تنش به محیط جامد منتقل نمی‌شود. اگر فرض شود که طبقات زیر سطحسیال کاملاً اشباع است و تمام منافذ آن توسط سیال پر شده است و تنش نهایی σبر سطح لایه‌های اشباع وارد می‌شود، به تنشی که توسط دانه‌های خاک تحمل می‌شود، تنش مؤثر[1] و به تنشی که توسط آب منفذی تحمل می‌شود، فشار منفذی گفته می‌شود که با نماد P نشان داده می‌شود.

1- Effective stress

از این رو همان طور که در شکل ۳ نشان داده شده است، تنش مؤثر بر اساس رابطه (۷) تعریف می‌شود:

$$\sigma' = \frac{F_1 + F_2 + F_3 + F_4}{A} \qquad (۷)$$

در این رابطه F_1، F_2، F_3 و F_4 نیروهای عمودی تماسی بین دانه‌های سنگ و مقطع I-I هستند و سطح A مجموع سطوح در تماس را تشکیل می‌دهد.

بر این اساس از تعادل نیرویی سطح I-Iدر شکل ۳، رابطه (۸) تعریف می‌شود:

$$\sigma A = \sigma' A + P[A - (a_1 + a_2 + a_3 + a_4)] \qquad (۸)$$

عبارت $(a_1+a_2+a_3+a_4)$ مجموع سطوح دانه‌های سنگ با سطح I-I است و اگر بتوان در برابر سطح کل (A) از آن صرف‌نظر کرد:

$$(a_1 + a_2 + a_3 + a_4) \approx 0 \qquad (۹)$$

بنابر این با در نظرگرفتن دو رابطه (۸) و (۹)، می‌شود:

$$\sigma A = \sigma' A + PA \qquad (۱۰)$$
$$\sigma' = \sigma - P \qquad (۱۱)$$

این به آن معناست که تنش مؤثر را می‌توان با کم کردن فشار منفذی از تنش کلی در هر نقطه به دست آورد [۲۲].

۳- مدل اجزاء محدود

برای شبیه‌سازی ترک در شکست هیدرولیکی، هیچ‌گونه ترک یا ناپیوستگی اولیه برای مدل در نظر گرفته نشده و فشار سیال فقط به دهانه چاه وارد شده است. فشار سیال برای تمام محیط دهانه یکسان بوده و به صورت خطی افزایش می‌یابد. در این مدل که عملاً دید از بالای یک چاه عمودی می‌باشد، سوراخ مرکزی نماد دهانه چاه است و ابعاد دهانه چاه بر اساس اطلاعات لوله جداری[2] چاه های نفت و گاز و اطلاعات مخزن بنگستان اهواز در نظر گرفته شده است. ابعاد محدوده اطراف دهانه که نماد ماده سنگ است، به گونه‌ای انتخاب شده است که تأثیری در نتایج حاصل از شبیه‌سازی نداشته و به اندازه کافی نسبت به قطر دهانه چاه بزرگ باشد (شکل ۴)، ضمن این که در انتخاب ابعاد مدل، بحث کاهش هزینه و زمان شبیه‌سازی مد نظر قرار گرفته است. بر این اساس مدل با ابعاد ۰/۸ متر برای اضلاع و ۰/۰۸۹ متر برای شعاع دهانه چاه طراحی شد.

از آنجا که مقادیر اندازه‌گیری شده‌ای برای تنش‌های درجا در دسترس نبود، از روابط پیشنهادی هایمسون (رابطه ۱۲) و رومل (رابطه ۱۳) که در عمق ۳۵۰۰ متری قابل استناد هستند، استفاده شده است (جدول ۱). در این روابط z بیانگر عمق محل مورد نظر، $\sigma_{h\,max}$تنش درجای بیشینه افقی و $\sigma_{h\,min}$ تنش درجای کمینه افقی و مقادیر $k$max و $k$min به ترتیب نسبت تنش درجای بیشینه افقیبه تنش عمودی و نسبت درجای کمینهافقیبه تنش عمودی را نشان می‌دهند. استفاده از این دو رابطه که مقادیر متفاوتی برای تنش‌های درجا در صفحه افقی پیشنهاد می‌دهند، برای بررسی اثر مقادیر تنش‌های درجا در جوانه‌زنی استفاده شده است. تنش درجای افقی کمینه در راستای محور Y و تنش درجای افقی بیشینه در راستای محور X به مدل وارد شده است. به عبارت دیگر تنش‌های اصلی درجای صفحه افقی در راستای محورهای مختصات به مدل وارد می‌شوند.

هایمسون ۱۹۷۷ :
$$\begin{cases} \sigma_{hmax} = 4.6 + 0.025\times z \\ \sigma_{hmin} = 1.4 + 0.018\times z \end{cases} \qquad (۱۲)$$

رومل ۱۹۸۶ :
$$\begin{cases} k_{max} = 0.98 + 250\times z \ , \ k_{max} = \dfrac{\sigma_{max}}{\sigma_v} \\ k_{min} = 0.5 + 150\times z \ , \ k_{min} = \dfrac{\sigma_{min}}{\sigma_v} \end{cases} \qquad (۱۳)$$

2- Casing

شکل ۴ ابعاد و شرایط مرزی مدل

شکل ۵ نمودار تنش کرنش نمونه سنگ مخزن در آزمایش تک‌محوری فشاری [۲۳]

جدول ۱ تنش‌های درجای مدل شبیه‌سازی در عمق مورد نظر

	تنش درجای افقی بیشینه (مگاپاسکال)	تنش درجای افقی کمینه (مگاپاسکال)	عمق (متر)
هایمسون ۱۹۷۷	۹۲/۱	۶۴/۴	۳۵۰۰
رومل ۱۹۸۶	۹۹/۳۶	۵۱/۳	۳۵۰۰

جدول ۲ جمع‌بندی پارامترهای مکانیکی استخراج شده از آزمایش‌ها به عنوان ورودی مدل شبیه‌سازی

مدول الاستیسیته(گیگاپاسکال)	ضریب‌پواسون	مقاومت کششی(مگاپاسکال)
۳	۰/۳	۳

جدول ۳ نتایج حاصل از شبیه‌سازی جوانه‌زنی ترک

	فشار سیال هیدرولیکی (مگاپاسکال)
تحت شرایط تنشی رومل	۷۵/۹۵
تحت شرایط تنشی هایمسون	۱۰۳/۸۴

همان‌طور که در شکل ۴ نمایش داده شده است، دو سطح دیگر و یک گوشه از مدل دوبعدی توسط شرایط مرزی جابجایی مقید شده‌اند. به جابجایی افقی ضلع سمت چپ، جابجایی عمودی ضلع پایینی و چرخش گوشه پایینی سمت چپ مقدار صفر داده شده است. ضمناً المان چهارگره‌ای کرنش صفحه‌ای خطی با اندازه حداقل ۰/۰۰۰۵ برای تحلیل مدل سنگی در نظر گرفته شده است. با تغییر اندازه المان‌ها و بررسی نتایج، آنالیز حساسیت نسبت به مش انجام شده است که نمایی از مش‌بندی در شکل ۶ آمده‌است.

سنگ‌ها نیز مانند فلزات می‌توانند رفتار الاستیک یا الاستوپلاستیک داشته باشند و این رفتار وابسته به ساختار و شرایط دمایی آنهاست. از این رو بر اساس نمودارهای تنش-کرنش استخراج شده آزمایش تک‌محوری فشاری از نمونه‌های سنگ مخزن [۲۳] که در شکل ۵ ارائه شده است، می‌توان به درستی فرض رفتار الاستیک را برای سنگ مورد بحث، در نظر گرفت. بر این اساس و با جمع‌بندی آزمایش‌های انجام شده بر روی نمونه‌های سنگ مخزن، پارامترهای ژئومکانیکی جدول ۲ به عنوان داده‌های ورودی شبیه‌سازی تعیین شد. هم‌چنین بر اساس مشخصات فیزیکی سنگ مخزن، در این پژوهش مقدار نسبت حفره ۰/۲۵، برای مدل در تحلیل فرایند شکست هیدرولیکی در نظر گرفته شده است. مقدار تخلخل عبارتست از نسبت فضای حفره به حجم کل فضا در حالی‌که نسبت حفره برای مواد متخلخل عبارتست از نسبت حجم فضای خالی به حجم جامد. بر اساس آزمایش‌های صورت‌گرفته مقدار تخلخل برای ماده سنگ مورد نظر ۲۰٪ بوده است [۲۳] که معادل نسبت حفره ۲۵٪ می‌شود.

یکی دیگر از ویژگی‌هایی که باید به مدل سنگی دوبعدی اضافه شود، پارامتر فشار منفذی است که بنابر اطلاعات مناطق نفت‌خیز جنوب در خصوص مخزن بنگستان در عمق مورد مطالعه، ۲۸ مگاپاسکال در نظر گرفته شد.

مدل‌سازی در دو مرحله استاتیکی انجام شده است، که در مرحله نخست تنش‌های درجای افقی، شرایط مرزی، نسبت حفره و مقدار فشار منفذی مورد نظر به مدل سنگی اعمال شده و سپس در مرحله بعدی با اعمال فشار وارده از طرف سیال پمپ شده به درون چاه، روند ایجاد و جوانه‌زنی ترک در مدل مورد بررسی قرار گرفت.

برای استفاده از مکانیزم آسیب تنش بیشینه، در قسمت خصوصیات ماده، استحکام کششی به‌دست آمده از آزمایش‌ها به‌عنوان تنش اصلی بیشینه وارد شده و جابجایی متناظر با آن نیز به‌عنوان پارامتر تکامل آسیب[1]، در نظر گرفته شده است. به‌منظور حفظ تقارن در مسأله، دو دامنه که در شکل ۴ نشان‌داده شده است، برای بررسی جوانه‌زنی و رشد ترک XFEM در نظر گرفته شد. هم‌چنین برای تحلیل مدل با شرایط نسبت حفره و فشارمنفذی و تحلیل اثر آن، المان فشار منفذی کرنش صفحه‌ای (CPE4P) در شبیه‌سازی ترک هیدرولیکی مورد استفاده قرار گرفت.

مهم‌ترین پارامترهای مورد نظر در این پژوهش، موقعیت جوانه‌زنی و مسیر رشد ترک و فشار سیال بوده‌است که مسیر جوانه‌زنی و رشد ترک به صورت هندسی قابل استحصال است. هم‌چنین به دلیل این که فشار ناشی از سیال به دهانه چاه به صورت خطی توسط نرم‌افزار اعمال می‌شود، با ضرب زمان گامی که در آن جوانه‌زنی رخ می‌دهد، مقدار متناظر فشار سیال نیز قابل استخراج است.

۴- نتایج

در بخش نتایج، ابتدا اثر مقادیر تنش‌های درجا، مدول الاستیسیته و فشار منفذی در مرحله جوانه‌زنی بررسی و سپس رشد ترک جوانه زده شده ارائه شده است.

۴-۱- جوانه‌زنی

۴-۱-۱- اثر مقادیر تنش‌های درجا

برای بررسی اثر تنش‌های درجا در فرایند شکست هیدرولیکی، مدل‌ها تحت شرایط تنشی مختلف مورد تحلیل قرار گرفتند. بر این اساس نتایج حاصل از مدل‌های مختلف در جدول ۳ آمده است. نتایج جدول۳بر اساس زمان مرحله‌ای[2] که جوانه‌زنی در آن رخ داده است استخراج شده‌اند، چرا که بارگذاری‌ها به صورت خطی از صفر تا مقدار مشخصی افزایش می‌یابد.

بر این اساس، فشار لازم برای جوانه‌زنی در مدل تنشی رومل کمتر از

1- Damage Evolution
2- Time Step

مدل تنشی هایمسون است، چرا که اختلاف تنش‌های درجای افقی رومل بیشتر از اختلاف تنش‌های درجای افقی هایمسون است. تفاوت در مقدار اختلاف تنش‌های درجای افقی باعث تفاوت شرایط تنشی دهانه چاه می‌شود و فشار لازم برای جوانه‌زنی را تغییر می‌دهد. شکل ۶- الف و ج مرحله جوانه‌زنی تحت تنش درجای رومل و شکل ۶- ب و د مرحله جوانه‌زنی تحت تنش درجای هایمسون را نمایش می‌دهد. همان‌طور که مشخص است، تعداد المان ترک‌خورده در مرحله جوانه‌زنی تحت تنش درجای هایمسون بیشتر از تنش درجای رومل است. به عبارت دیگر بیشتر بودن فشار سیال تحت شرایط تنش هایمسون در مقابل با فشار سیال تحت شرایط تنش رومل، باعث افزایش عرض ترک شده است.

علی‌رغم این که تحلیل دو مدل تحت شرایط تنشی هایمسون و رومل باعث تفاوت مقدار فشار لازم برای جوانه‌زنی شده است؛ در هر دو مدل، جوانه‌زنی در راستای عمود بر تنش درجای افقی کمینه (که همان تنش درجای کمینه در حالت کلی نیز هست) ایجاد شده است (شکل ۶). نمودار تنش اصلی بیشینه دهانه چاه قبل از مرحله جوانه‌زنی تحت شرایط تنشی هایمسون و رومل در شکل ۷ مؤید همین مطلب است، چرا که تنش اصلی بیشینه در المان‌های عمود بر راستای تنش درجای کمینه به حالت بحرانی یعنی ۳ مگاپاسکال رسیده‌اند. لازم به‌ذکر است که تنش‌های درجای اعمال شده به مدل فشاری هستند ولی همان‌طور که در شکل ۷ نیز آمده است، ترک هنگامی رخ می‌دهد که المان‌های دهانه چاه تحت اثر فشار سیال تزریق شده در دهانه، به مقدار مقاومت کششی خود برسند که این مسأله، موجب رخ‌دادن مود اول شکست می‌شود.

شکل ۸ نمودار تنش بیشینه اصلی را پس از مرحله جوانه‌زنی نشان‌می‌دهد کهالبته مربوط به المان‌های محیطی دهانه چاه است که شامل نوک ترک جوانه‌زده نیز می‌شوند. بر این اساس همان‌طور که در شکل۸- الف مشخص است، به ازای جوانه‌زنی در مدل تنشی رومل، یک جهش بلند در مقدار تنش‌های بیشینه اصلی مشاهده می‌شود که با شکل ۶- الف و ج کاملاً مطابقت دارد. در شکل ۸- ب نیز، سه جهش در محدوده زاویه صفر درجه قابل مشاهده است که بیانگر سه مسیر ترک نشان داده شده در شکل ۶- ب و د در مدل تنشی هایمسون است. تفاوت دیگر در این دو حالت این است که پرش تنش بیشینه اصلی نوک ترک در مدل تنشی هایمسون تقریباً سه‌برابر پرش تنش بیشینه اصلی نوک ترک در مدل تنشی رومل است که به دلیل تفاوت فشار سیال مورد نیاز برای جوانه‌زنی در این دو مدل می‌باشد.

۴-۱-۲- اثر مدول الاستیسیته

یکی دیگر از پارامترهایی که به نظر می‌رسید بررسی اثر آن در فرایند شکست هیدرولیکی لازم باشد، مدول الاستیسیته سنگ بود. بر این اساس علاوه بر مقدار مدول الاستیسیته در نظر گرفته شده که از جمع‌بندی آزمایش‌های مکانیک سنگی بر روی نمونه‌های سنگ مخزن به دست آمده است (جدول ۲)، مقدار بیشینه مدول الاستیسیته به دست آمده در یکی از آزمایش‌ها که حدود ۱۷گیگاپاسکال بود، در مدلی مجزا اعمال گردید، تا با مقایسه نتایج در این دو حالت، نقش مدول الاستیسیته در جوانه‌زنی ترکمشخص شود. نتایج تحلیل در دو مقدار متفاوت مدول الاستیسیته در جدول ۴ آمده‌است.

جدول ۴ نتایج فشار جوانه‌زنی برای بررسی اثر مدول الاستیسیته

تنش‌های درجا	مدول الاستیسیته(گیگاپاسکال)	فشار سیال هیدرولیکی(مگاپاسکال)
هایمسون	۳	۱۰۳/۹۵
هایمسون	۱۷	۱۰۳/۸۰

الف- ترک ایجاد شده در مدل تنشی رومل

ب- بزرگ‌نمایی ترک ایجاد شده در مدل تنشی رومل

ج- ترک ایجاد شده در مدل تنشی هایمسون

د- بزرگ‌نمایی ترک ایجادشده در مدل تنشی هایمسون

شکل ۶ مرحله جوانه‌زنی

بر این اساس، فشار لازم برای جوانه‌زنی ترک در سنگ مخزن سخت‌تر، کم‌تر از فشار لازم برای جوانه‌زنی در سنگ مخزن اصلی است. البته تفاوت مقادیر به دست آمده بسیار کم است و در مقایسه با مقدار اصلی قابل چشم‌پوشی است. به عبارت دیگر می‌توان نتیجه گرفت که حتی با افزایش بیش از ۵ برابری مدول الاستیسیته تغییرات فشار بسیار ناچیز است چرا که مسأله تحت تأثیر تنش‌های درجا می‌باشد و در فیزیک مسأله کرنش‌ها بسیار محدود شده‌اند؛ لذا تغییرات مدول الاستیسیته به تنهایی اثر قابل توجهی در نتیجه فرایند شکست هیدرولیکی ندارد.

الف- مدل تنشی رومل

ب- مدل تنشی هایمسون

شکل ۷ نمودار تنش اصلی بیشینه المان‌های دهانه چاه در لحظه جوانه‌زنی

الف- مدل تنشی رومل

ب- مدل تنشی هایمسون

شکل ۸ نمودار تنش اصلی بیشینه مسیری از المان‌های گذرنده از نوک ترک بعد از جوانه‌زنی

۴-۱-۳- اثر فشار منفذی

وجود سیال در لایه‌های زمین باعث پدید آمدن فشار منفذی یا روزنه‌ای می‌شود که مستقیماً بر خواص سنگ مخزن تأثیر گذاشته و از مقدار تنش‌های فشاری می‌کاهد. به عبارت دیگر وجود سیال که معمولاً آب است از سهم تنش فشاری سنگ کاسته که نتیجه آن تسریع در شکست سنگ است.

بر این اساس به منظور دست‌یابی به نتایجی صحیح، فشار منفذی باید در شبیه‌سازی لحاظ شود تا مدل به شرایط حاکم بر فیزیک مسأله نزدیک‌تر شود. از این‌رو، برای درک اثر فشار منفذی بر فشار مورد نیاز برای جوانه‌زنی، نتایج حاصل از اعمال فشار منفذی ۲۸ مگاپاسکال در کنار نتایج بدون فشار منفذی برای دو مدل تنشی هایمسون و رومل در جدول ۵ آورده شده است.

نتایج موجود در جدول ۵ نشان دهنده اثر کاهشی فشار منفذی در فشار سیال مورد نیاز برای جوانه‌زنی است و در هر دو مدل هایمسون و رومل نیز صدق می‌کند. با کمی دقت نیز مشخص است که تفاوت فشار جوانه‌زنی بین حالت بدون فشار منفذی و با فشار منفذی در هر دو مدل تنشی، حدود ۲۸ مگاپاسکال است، یعنی کاملاً بر اساس روابط تنش مؤثر که در بخش تئوری بدان اشاره شد. این مطلب به طور مفصل در قسمت اعتبارسنجی نتایج تشریح شده است.

از آنجا که فشار منفذی جزء شرایط اولیه مدل می‌باشد، فشار منفذی در همان مرحله نخست به همراه تنش‌های درجا به مدل اعمال شده است. شکل ۹ نشان‌دهنده اثر اضافه شدن فشار منفذی است که باعث تغییر شرایط تنش شده و در واقع تنش مؤثر را نتیجه داده‌است.

با توجه به نتایج حاصل از تأثیر فشار منفذی که در شکل ۹ نشان داده شده است، می‌توان گفت که در نظر گرفتن فشار منفذی المان سنگ، شرایط تنش دهانه چاه را به مرحله جوانه‌زنی نزدیک کرده است، به عبارت دیگر با کاستن از سهم تنش‌های فشاری (تنش منفی) شرایط برای ایجاد ترک و به وجود آمدن تنش کششی بیشتر شده است.

هم‌چنین مشخص است که المان‌های عمود بر راستای تنش کمینه درجای افقی در حالت بحرانی قرار دارند. بر این اساس، اضافه شدن فشار منفذی باعث جوانه‌زنی مدل سنگ بر مبنای تنش مؤثر دهانه چاه شده است و بدون تغییر در محل جوانه‌زنی، فشار لازم برای سیال را کاهش داده ست، که این رویداد به معنای تسهیل عملیات ترک هیدرولیکی در حضور فشار منفذی درون سنگ است.

شکل۹ نمودار تنش اصلی بیشینه المان‌های دهانه چاه در لحظه جوانه‌زنی در مدل تنشی هایمسون با حضور فشار منفذی ۲۸ مگاپاسکال

جدول ۵ نتایج فشار جوانه‌زنی برای بررسی اثر فشار منفذی

	تنش درجای هایمسون با در نظرگرفتن فشار منفذی	تنش درجای هایمسون بدون فشار منفذی	تنش درجای رومل با در نظرگرفتن فشار منفذی	تنش درجای رومل بدون فشار منفذی
فشار سیال هیدرولیکی (مگاپاسکال)	۷۵/۹۵	۱۰۳/۸۴	۲۹/۶	۵۸/۴۸

جدول۶ نقاط بیشینه منحنی فشار سیال در دو مدل الف و ب برای بررسی اثر مدول الاستیسیته در رشد ترک

	مرحله ۱	مرحله ۲	مرحله ۳	مرحله ۴	مرحله ۵	مرحله ۶	مرحله ۷	مرحله ۸
مدل الف	۷۵/۹۵	۶۷/۹۱	۶۴/۵۶	۶۳/۳۴	۶۲/۷۷	۶۲/۶۷	۶۲/۷۵	۶۲/۸۴
مدل ب	۷۵/۸	۶۷/۹۸	۶۴/۷۶	۶۳/۶۰	۶۳/۰۶	۶۲/۹۳	۶۳/۰۵	۶۳/۰۱

۴-۲- رشد ترک

شناخت فرایند و بررسی گراف‌های عملی و تئوری فشار سیال هیدرولیکی اولین گام در راستای شبیه‌سازی رشد ترک شکست هیدرولیکی است. بر این اساس به ازای هر مرحله از پیشروی ترک، به دلیل ایجاد فضای جدید ناشی از باز شدن سطوح ترک، سیال دچار افت فشار می‌شود. افت فشار سیال و لزجت آن سبب می‌شود که بلافاصله پس از رشد، پیشانی و بخشی از سطوح ترک جدید خالی از حضور سیال باشد [۱۲] (شکل ۱۰). بنابراین مکانیزم واقعی رشد ترک در فرایند شکست هیدرولیکی می‌بایست به درستی در شبیه‌سازی منعکس می‌شد. بر سطوح ترک XFEM ایجاد شده در نرم‌افزار، امکان اعمال تنش ناشی از پیشروی سیال وجود ندارد، ضمن این که باید افت فشار سیال نیز به‌گونه‌ای در شبیه‌سازی در نظر گرفته می‌شد.

از این‌رو مکانیزم شبیه‌سازی رشد ترک XFEM به صورت زیر ابداع و پیاده‌سازی شد. ابتدا مدل اولیه که می‌تواند بدون ترک یا با ترک و شکاف اولیه باشد، مورد بارگذاری و تحلیل قرار می‌گیرد. سپس در صورتی که جوانه‌زنی یا رشد ترک اتفاق افتاده باشد، مختصات سطوح جدید ترک XFEM استخراج شده و برای ایجاد ترک جدید به صورت هندسی در مرحله بعدی استفاده می‌شود. در این حالت در مدل مرحله بعدی، ترک ایجاد شده در مرحله قبلی به هندسه مدل اعمال شده و تنش ناشی از سیال پرفشار در تمام سطوح ترک (طول ترک قبلی + طول رشد) لحاظ می‌شد.

با استفاده از این روش می‌توان سطوح جدید ترک را در هر مرحله به سطوح در تماس با سیال اضافه نمود و روند افت فشار ناشی از ایجاد فضای خالی به دلیل رشد ترک را مدل کرد، بدون این که نیاز به بررسی رفتار پیچیده سیال درون سطوح ترک باشد. بنابراین شبیه‌سازی‌های انجام‌شده تا حد بسیار زیادی به مکانیزم رشد ترک در فرایند شکست هیدرولیکی نزدیک شده است.

شکل۱۰ نمایشمقدار پیشروی سیال درون سطوح ترک (دایره‌های نشان داده شده ذرات سنگ هستند که ترک و سیال از بین آنها عبور کرده است) [۱۲]

۴-۲-۱- رشد ترک جوانه زده

بر این اساس، ترک جوانه زده شده با استفاده از روش توضیح داده شده مورد بررسی قرار گرفت که نقاط بیشینه منحنی نشان داده شده در شکل ۱۱ در هر مرحله از تحلیل و شبیه‌سازی به دست آمده است و مقادیرکمینه منحنی، در واقع فشار جدید بلافاصله پس از رشد ترک در هر مرحله هستند که به دلیل ایجاد سطوح جدید ترک با فرض ٪۱۸ افت فشار محاسبه و ترسیم شده‌اند. چند نکته از بررسی نمودار فشار سیال برای رشد ترک قابل استخراج است:

۱- بیشترین فشار سیال در هنگام مرحله جوانه‌زنی است و در مراحل بعدی رشد ترک کاهش می‌یابد.

۲- پس از پیشروی ترک در چند مرحله، فشار سیال که موجب رشد ترک می‌شود کاهش می‌یابد تا آن که به مقدار مشخصی رسیده و ثابت می‌شود. این به آن معناست که در این محدوده اثر فشار سیال وارده بر دهانه چاه از بین رفته و ترک وارد محدوده‌ای شده است که متأثر از تنش‌های درجای محل و فشار سیال در نوک ترک است.در شکل۱۲ تعدادی از مراحل رشد ترک جوانه زده شده نشان داده شده است.

در جدول ۶ نقاط بیشینه منحنی فشار سیال در دو مدل الف (مدول الاستیسیته ۳ گیگاپاسکال) و مدل ب (مدول الاستیسیته ۱۷ گیگاپاسکال) برای بررسی اثر مدوال الاستیسیته در رشد ترک آورده شده است. با توجه به این جدول، تقریبا اثر افزایش مدول الاستیسیته ناچیز است و به جز در مرحله نخست رشد، باعث افزایش فشار مورد نیاز می‌شود.

۴-۲-۲- رشد ترک اولیه زاویه‌دار

مرحله بعدی پس از بررسی و شبیه‌سازی جوانه‌زنی و رشد ترک جوانه زده شده، شبیه‌سازی و استخراج پارامترهای رشد ترک زاویه‌دار است. زاویه‌دار بودن ترک اولیه به این معناست که نسبت به راستای عمود بر تنش کمینه درجا، که راستای بحرانی ترک در فرایند شکست هیدرولیکی است، دارای اختلاف زاویه است. شکل ۱۳ نشان‌دهنده مدل ترک اولیه زاویه‌دار است.

شکل۱۱ نمودار فشار سیال در طول ۸ مرحله رشد در شبیه‌سازی فرایند شکست هیدرولیکی

الف- بدون ترک

ب- مرحله هشتم (ترک به‌طول ربع شعاع دهانه)

ج- مرحله هفدهم (ترک به‌طول نصف شعاع دهانه)

شکل ۱۲ مراحل رشد ترک بدون ترک اولیه

شکل ۱۳ مدل ترک اولیه زاویه‌دار (با زاویه ۳۰ و ۲۱۰ درجه)

شبیه‌سازی فرایند رشد، بر اساس همان روش توضیح داده شده انجام شده است. بر این اساس مختصات ترک رشد یافته در هر مرحله توسط نرم‌افزار استخراج و در هندسه مدل مرحله بعدی اعمال شده است. ضمن این که سطوح جدید ترک نیز در مراحل بعدی، تحت تنش عمودی ناشی از سیال قرار گرفته‌اند. امکان بررسی مسیر رشد ترک اولیه زاویه‌دار و استخراج نتایج از توانایی مناسب روش پیشنهادی برای شبیه‌سازی شکست هیدرولیکی حکایت دارد. بر این اساس به ازای ترک اولیه با زاویه ۳۰ درجه به طول نصف شعاع دهانه تحت تنش‌های درجای هایمسون، رشد ترک مطابق شکل ۱۴ به دست آمده است.

با توجه به شکل ۱۴ می‌توان نتیجه‌گیری کرد که در هر مرحله از رشد، زاویه ترک نسبت به زاویه ترک در مرحله قبلی خود، کمتر می‌شود، تا آنجا که با صفر شدن زاویه رشد ترک نسبت به راستای بحرانی، روند صعودی مسیر ترک به روند نزولی تغییر یافته و مسیر ترک به سمت راستای بحرانی متمایل می‌شود. در روند نزولی، با نزدیک شدن مسیر ترک به خط افقی که همان راستای بحرانی است، از شیب مسیر کاسته شده و در مراحل بعدی رشد، تقریباً رشد ترک به صورت عمود بر راستای تنش کمینه ادامه می‌یابد.

با بررسی نتایج حاصل از رشد ترک اولیه زاویه‌دار می‌توان دریافت که تا محدوده‌ای نقش شرایط دهانه چاه اثر غالب دارد و بر مسیر ترک تأثیرگذار است. اما با رشد ترک و فاصله گرفتن از دهانه (به طول قطر دهانه چاه) اثر شرایط تنشی و فشار سیال بر سطوح دهانه چاه کمرنگ شده و ترک متأثر از تنش‌های درجا رشد می‌کند. البته علی‌رغم اینکه ترک اولیه زاویه‌دار در نهایت به صورت افقی رشد می‌کند، اما راستای آن نسبت به دایره دهانه چاه خارج از مرکز است.

با توجه به روند اصلی نمودار فشار سیال برای رشد ترک در شکل ۱۵ که با خط‌چین نشان داده شده است، به خوبی می‌توان دریافت که به ازای افزایش طول ترک در اثر رشد، فشار سیال مورد نیاز برای رشد مرحله بعدی کاهش می‌یابد. هم‌چنین بیشترین افت فشار پس از مرحله اول می‌باشد و فقط در این مرحله است که رشد ترک صعودی است و پس از آن مسیر ترک به سمت پایین ادامه می‌یابد تا آنجا که در مرحله سی‌ام، تقریباً فشار سیال به مقدار خاصی متمایل شده است و به عبارت دیگر با نزدیک شدن راستای رشد ترک به راستای عمود بر تنش کمینه که راستای بحرانی برای ترک در فرایند شکست هیدرولیکی است، فشار به مقدار ثابتی متمایل می‌شود.

۵- اعتبارسنجی نتایج

۵-۱- تأثیر فشار منفذی

همان‌طور که در قسمت نتایج اشاره شد، دو مدل تنشی هایمسون و رومل برای بررسی نقش تنش‌های درجا در مدل دوبعدی کرنش صفحه‌ای مورد تحلیل قرار گرفت. بر این اساس فشار جوانه‌زنی برای حالتی که هیچ ترک و شکافی در دهانه چاه موجود نباشد، استخراج شد. برای مقایسه نتایج به‌دست آمده، روابط (۱۴) و (۱۵) که برای محاسبه فشار سیال در مرحله جوانه‌زنی ترک در دهانه چاه ارائه شده، آمده است [۲۴]:

شکل ۱۴ رشد ترک در مدل ترک اولیه زاویه‌دار (با زاویه ۳۰ و ۲۱۰ درجه) تحت شرایط تنشی هایمسون

شکل۱۵ نمودار تغییرات فشار برای رشد ترکاولیه ۳۰-۲۱۰ درجه تحت مدل تنشی هایمسون

شکل۱۶ نمودار فشار چاه به دست آمده توسط وانگن [۲۵]

$$p_b = 3\sigma_{h\min} - \sigma_{h\max} + \sigma_t \quad (۱۴)$$

$$p_b = 3\sigma_{h\min} - \sigma_{h\max} + \sigma_t - p \quad (۱۵)$$

در روابط (۱۴) و (۱۵)، p_bفشار سیال، σ_hتنش درجای کمینه افقی، σ_Hتنش درجای بیشینه افقی، σ_tمقاومت کششی سنگ و p فشار منفذی است. بنابراین رابطه (۱۴) برای حالت بدون فشار منفذی و رابطه (۱۵) برای حالت وجود فشار منفذی پیشنهاد شده است.

بر این اساس با توجه به جدول ۷ که مقادیر محاسبه‌شده از روابط (۱۴) و (۱۵) در مقایسه با مقادیر به‌دست آمده از شبیه‌سازی آورده شده است، صحت و دقت مدل و شبیه‌سازی دوبعدی انجام شده، مشخص می‌شود.

۵-۲- رشد ترک

در پژوهشی که اخیراً توسط وانگن [۲۵] و بر اساس تحلیل المان محدود مدل دوبعدی و به صورت محاسباتی در زمینه فرایند شکست هیدرولیکی انجام شده است، نمودار فشار چاه بر اساس زمان، به صورت شکل ۱۶ به‌دست آمده است. البته مقادیر مشخص‌شده بر روی نمودار از جمله فشار مورد نیاز برای ترک و افت فشارها، بر اساس مشخصات سیال و با بررسی رفتار سیال و محاسبه حجم باز شدن ترک صورت گرفته است.

آنچه از مقایسه دو شکل ۱۱ و ۱۶ به‌دست می‌آید، روند یکسان نمودار نتایج به‌دست آمده با نتایج تحلیل پیچیده کوپل سیال و جامد است؛ حال آن که در تحلیل انجام‌شده در پژوهش حاضر، از پیچیدگی تحلیل سیال و رفتار آن داخل ترک صرف‌نظر شده و مکانیزم رشد ترک در عملیات شکست هیدرولیکی بر اساس شواهد تئوری و تجربی، ساده‌سازی شده است.

۶- نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر، فقط ماده سنگ مدل شده و فشار سیال به عنوان اثر سیال مورد استفاده در عملیات شکست هیدرولیکی، به دهانه چاه اعمال گردیده و با استفاده از فرضیات ساده‌سازی بر مبنای شواهد تحقیقی و تجربی موجود، از پیچیدگی‌های شبیه‌سازی سیال دوری شده است. نتایج ارائه شده نشان می‌دهد استفاده از روش اجزاء محدود توسعه یافته بر اساس معیار آسیب تنش اصلی بیشینه و فرضیات استفاده شده به منظور حذف مدل‌سازی سیال، مناسب و منطقی بوده است و بر خلاف پژوهش‌های اجزاء محدود انجام شده در این زمینه، مسیر و مختصات ترک بدون هیچ پیش‌داوری و تعیین قبلی برای مدل‌های بدون ترک اولیه و همراه با ترک اولیه زاویه‌دار بررسی شده است.

بر اساس نتایج تشریح شده، مقادیر تنش‌های درجا در عملیات شکست هیدرولیکی بسیار تأثیرگذار است، چنان که با افزایش اختلاف تنش‌های درجای افقی، فشار سیالی که می‌تواند باعث جوانه‌زنی ترک در دهانه چاه شود را، کاهش می‌دهد. علاوه بر این که، فشار بالای سیال منجر به افزایش عرض ترک جوانه زده می‌شود.

بر اساس تحلیل‌های انجام شده، فاکتور مدول الاستیسیته نقش مهمی در فرایند شکست هیدرولیکی (جوانه‌زنی و رشد ترک) ایفا نمی‌کند، چرا که با بیش از پنج برابر شدن مدول الاستیسیته، نتایج حدود ٪۰/۲ تغییر داشته است.

فشار منفذی موجود در لایه‌های زمین به علت کاستن از سهم تنش فشاری تحمل‌شده توسط سنگ، شرایط را برای شکست مهیا می‌سازد و نتیجه آن، کاهش فشار سیال برای ایجاد ترک در عملیات شکست هیدرولیکی است.

در رشد ترک زاویه‌دار، بلافاصله در اولین مراحل، مسیر ترک به سمت راستای بحرانی متمایل شده و با شیب تندی رشد می‌نماید. سپس با نزدیک شدن به محدوده راستای بحرانی از شیب مسیر ترک کاسته و تقریباً به‌صورت افقی ادامه می‌یابد. فشار سیال در مراحل بعدی رشد ترک، کاهش یافته و پس از رشد به اندازه قطر دهانه چاه به مقدار ثابتی متمایل می‌شود که نشان‌دهنده اهمیت بررسی ترک در نزدیک دهانه چاه می‌باشد.

جدول ۷ مقایسه نتایج فشار جوانه‌زنی تئوری و شبیه‌سازی در دو مدل تنش هایمسون و رومل، در دو حالت بدون فشار منفذی و با فشار منفذی

	تنش درجای هایمسون با در نظرگرفتن فشار منفذی ۲۸ مگاپاسکال	تنش درجای هایمسون بدون فشار منفذی	تنش درجای رومل با در نظرگرفتن فشار منفذی ۲۸ مگاپاسکال	تنش درجای رومل بدون فشار منفذی
فشار سیال هیدرولیکی حاصل از شبیه‌سازی (مگاپاسکال)	۱۰۳/۸۴	۵۸/۴۸	۷۵/۹۵	۲۹/۶
فشار سیال هیدرولیکی حاصل از روابط تئوری (مگاپاسکال)	۱۰۳	۵۷/۵	۷۵	۲۹/۵
اختلاف نتایج شبیه‌سازی و روابط تئوری	٪۰/۸	٪۱/۷	٪۱/۲۶	٪۰/۳

۷- علایم، نشانه‌ها و ارقام

فهرست علائم

A	سطح (m)
a_I	درجات آزادی ناپیوستگی جابه‌جایی
b^a_I	درجات آزادی نوک ترک
D	متغیر عددی آسیب
f_{tol}	تلرانس معیار آسیب
$H(x)$	تابع ناپیوسته جابه‌جایی در عرض ترک
k_{max}	نسبت درجای بیشینه‌افقی به تنش عمودی
k_{min}	نسبت درجای کمینه‌افقی به تنش عمودی
$N_i(x)$	توابع شکل معمولی
p	فشار منفذی (Pa)
p_b	فشار سیال (Pa)
T_n	تنش نرمال (Pa)
T_s	تنش برشی (Pa)
T_t	تنش مماسی (Pa)
t_n	تنش نرمال متاثر از آسیب (Pa)
t_s	تنش برشی متاثر از آسیب (Pa)
t_t	تنش مماسی متأثر از آسیب (Pa)
u_I	بردار جابجایی‌های گره‌ای معمولی
z	عمق محل (m)
σ	تنش موثر (Pa)
$\sigma_{h\,max}$	تنش درجای بیشینه افقی (Pa)
$\sigma_{h\,min}$	تنش درجای کمینه افقی (Pa)
σ_{max}^0	بیشترین تنش اصلی مجاز ماده (Pa)
σ_t	مقاومت کششی سنگ (Pa)

۸- مراجع

[1] J. Adachi, E. Siebrits, A. Peirce, J. Desroches, Computer simulation of hydraulic fractures, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences,* Vol. 44, No. 5, pp. 739-757, 2007.

[2] C. H. Yew, *Mechanics of hydraulic fracturing*, Houston, Tex. : Gulf Pub. Co, 1997.

[3] J. Baumgärtner, F. Rummel, Experience with fracture pressurization tests as a stress measuring technique in a jointed rock mass, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences,* Vol. 26, No. 6, pp. 661-671, 1989.

[4] Z. Y. Khristianovich SA, *Formation of vertical fractures by means of highly viscous liquid*, In: Proceedings of the fourth world petroleum congress, Rome, pp. 579–586, 1975.

[5] K. L. Perkins TK, Widths of hydraulic fractures, *Journal of Petroleum Technology*, Transactions of the AIME, Sept,937-949, 1961.

[6] J. Geertsma, F. De Klerk, Rapid method of predicting width and extent of hydraulically induced fractures, *Journal of Petroleum Technology,* Vol. 21, No. 12, pp. 1571-1581, 1969.

[7] RP. Nordren, Propagation of a vertical hydraulic fracture, *SPE Journal*, Vol. 12, No. 8, pp. 306–314 [SPE 7834], 1972.

[8] A. Pak, D. H. Chan, Numerical modeling of hydraulic fracturing in oil sands, *Scientia Iranica,* Vol. 15, No. 5, pp. 516-535, 2008.

[9] IN. Sneddon, The distribution of stress in the neighborhood of a crack in an elastic solid, *Proc R Soc* London, Vol. 187, No. 1099, pp. 229–260, 1946.

[10] P. A. Cundall, O. D. L. Strack, Discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique,* Vol. 29, No. 1, pp. 47-65, 1979.

[11] D. O. Potyondy, P. A. Cundall, A bonded-particle model for rock, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences,* Vol. 41, No. 21, pp. 1329-1364, 2004.

[12] H. Shimizu, S. Murata, T. Ishida, The distinct element analysis for hydraulic fracturing in hard rock considering fluid viscosity and particle size distribution, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences,* Vol. 48, No. 5, pp. 712-727, 2011.

[13] E. R. Simonson, A. S. Abou-Sayed, R. J. Clifton, Containment of massive hydraulic fractures, *Soc Pet Eng AIME Journal,* Vol. 18, No. 1, pp. 27-32, 1978.

[14] S. H. Advani, T. S. Lee, J. K. Lee, Three-dimensional modeling of hydraulic fractures in layered media. Part I. Finite element formulations, *Journal of Energy Resources Technology,* Transactions of the ASME, Vol. 112, pp. 1-9, 1990.

[15] L. Vandamme, J. H. Curran, Three-dimensional hydraulic fracturing simulator, *International Journal for Numerical Methods in Engineering,* Vol. 28, No. 4, pp. 909-927, 1989.

[16] Barree RD, A practical numerical simulator for three-dimensional fracture propagation in heterogenous media, *In: Proceedings of the SPE symposium reservoir simulation*, San Francisco, November 15–18. Richardson: Society of Petroleum Engineers; [SPE 12273], pp. 403–413, 1983.

[17] S. H. Advani, K. Y. Lee, Thermo-mechanical failure criteria for rock media, *U.S. Symposium on Rock Mechanics,* pp. 19-26, 1979.

[18] M.R. Ayatollahi, M.R.M. Aliha, M.H. Pourkavian, Determination of Minimum pressure required for initiation of crack growth in hydraulic fracturing process, *Iranian Journal of Mining Engineering*, Vol. 6(12), pp. 61-70, 2011 (In Persian).

[19] T. Belytschko, T. Black, Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing, *International Journal for Numerical Methods in Engineering,* Vol. 45, No. 5, pp. 601-620, 1999.

[20] S. Mohammadi, Extended finite element method for Fracture Analysis of Structures, Blackwell Publishing Ltd, 2008.

[21] Abaqus 6.10 documentation, abaqus theory manual.

[22] S. Helwany, *Applied Soil Mechanics: with ABAQUS Applications*, John Wiley & Sons, Inc, pp. 91-93, 2007.

[23] M. Asadpour khajehgani, Estimation of Geomechanical Parameters of the Ahwaz-Bangestan Reservoir by using Rock Mechanic Tests on Rock Specimens from the Formation in Order to Predict Required Pressure for Hydraulic Fracturing, MSc Thesis, Department of Mining Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, 2011. (In Persian)

[24] F. Rummel, Hydraulic fracturing stress measurement- theory and practice, *Journal of Rock Mechanics and Tunneling Technology*, Vol. 1, No. 1,pp. 1-12, 1995.

[25] M. Wangen, Finite element modeling of hydraulic fracturing on a reservoir scale in 2D, *Journal of Petroleum Science and Engineering,* Vol.77, No. 3, pp. 274–285, 2011.