مجله مهندسی مکانیک مدرس، مرداد ۱۳۹۳، دوره ۱۴، شماره ۵، ص‌ص ۱۸۳-۱۹۳

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

# تخمین سرعت طولی خودرو با استفاده از دو تخمینگر جدید و بدون نیاز به اندازه‌گیری گشتاور ترمزی

بیژن معاونی[1*]، مهدی خسروی رقیه آباد[2]، صیاد نصیری[3]، ملیکا امیری[4]

۱- استادیار، دانشکده مهندسی راه آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران
۲- کارشناسی ارشد، مهندسی کنترل و علائم، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران
۳- مربی، بخش مکانیک خودرو، دانشگاه صنعتی شریف،تهران
۴- کارشناسی ارشد، مهندسی الکترونیک، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران
* تهران، صندوق پستی ۱۶۸۴۶۱۳۱۱۴، b_moaveni@iust.ac.ir

**اطلاعات مقاله**

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: ۰۵آذر۱۳۹۲
پذیرش: ۲۰ بهمن ۱۳۹۲
ارائه در سایت: ۱۵ تیر ۱۳۹۳

*کلید واژگان:*
سیستم ترمز ضد قفل
تخمین سرعت خطی خودرو
فیلتر کالمن توسعه یافته مکرر با ورودی نامشخص
فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح شده

**چکیده**

محاسبه صحیح، دقیق و سریع مقدار سرعت خطی خودرو در زمان ترمزگیری اهمیت ویژه‌ای در عملکرد صحیح سیستم‌های ترمز ضد قفل دارد. از این رو تحقیقات متنوعی در حوزه تخمین سرعت خطی خودرو صورت گرفته است. ولیکن مساله‌ای که اکثر پژوهش‌های صورت گرفته در این حوزه با آن مواجه بوده‌اند، استفاده از مقدار گشتاور ترمزی به‌عنوان ورودی معلوم در تخمین‌گر بوده است. این پژوهش‌ها در حالی به این راهکار می‌پرداخته‌اند که اندازه‌گیری گشتاور ترمزی علاوه‌بر اینکه کار ساده‌ای نبوده و نیاز به سنسورهای اضافی دارد، موجب افزایش هزینه‌ها و همچنین توجه بیشتر به مسائل تعمیر و نگهداری نیز می‌گردد. در این مقاله دو رویکرد، فیلتر کالمن توسعه یافته مکرر با ورودی نامشخص (UIIEKF) و همچنین فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح شده (MANF)، به‌منظور تخمین سرعت خطی خودرو پیشنهاد شده است که در هیچ یک به مقدار گشتاور ترمزی نیازی نخواهد بود و این در حالی است که هر دو روش دارای دقت‌های قابل قبولی می‌باشند. تفاوت عمده این دو روش این است که در UIIEKF به معادلات دینامیک حرکت خودرو در حین ترمزگیری نیاز است، درحالی که در روش MANF به مدل دینامیکی نیازی نیست. دو روش پیشنهادی با انجام تست‌های تجربی بر روی خودرو از جنبه‌های مختلف مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته‌اند و در انتها نقاط قوت و ضعف آن‌ها در مقایسه با یکدیگر نیز ارائه شده است.

# Vehicle longitudinal velocity estimation using two new estimators and without measuring the braking torque

**Bijan Moaveni[1*], Mahdi Khosravi Roqaye Abad[1], Sayyad Nasiri[2], Melika Amiri[3]**

1- School of Railway Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.
2- Research and Applied Division of Automotive (RADA), Sharif University of Technology, Tehran, Iran.
3- Islamic Azad University, Tehran, Iran.
* 16846-13114 Tehran, Iran, b_moaveni@iust.ac.ir

**ARTICLE INFORMATION**

Original Research Paper
Received 26November2013
Accepted 09February2014
Available Online 06 July 2014

*Keywords:*
Antilock Brake System (ABS)
Longitudinal Velocity Estimation of Vehicle
Unknown Input Iterated Extended Kalman Filter (UIIEKF)
Modified Adaptive Nonlinear Filter (MANF)

**ABSTRACT**

The accurate, correct, and quick calculation of vehicle longitudinal velocity during braking plays a vital role in the precise operation of Anti-lock Brake System (ABS). Therefore, different researches have been conducted in the field of vehicle longitudinal velocity estimation. But, most these researches have been faced with a problem so called using braking torque as a known input to an estimator. These researches have addressed the issue while measuring the braking torque is not easy and needs expensive and additional sensors which causes the increase of costs and also requires more attention to maintenance and repair problems. In this paper, two approaches, Unknown Input Iterated Extended Kalman Filter (UIIEKF) and Modified Nonlinear Adaptive Filter (MANF) are proposed in order to estimate vehicle longitudinal velocity so that they do not need a braking torque and both methods have acceptable accuracy. The main difference between these two approaches is that the UIIEKF requires the dynamic model of vehicle motion during the braking process to estimate the longitudinal velocity while the MANF is model-free. Different aspects of both methods are analyzed by experimental tests on the vehicle and finally advantages and disadvantages of the both methods are compared.

## ۱- مقدمه

لزوم کاهش ریسک و خطا هنگام رانندگی با خودرو در شرایط جاده‌ای متفاوت مانند یخ، برف، ماسه و یا خیس، انگیزه‌ای برای توسعه سیستم‌های کنترل پایداری الکترونیکی خودرو می‌باشد. این سیستم‌ها که نقش مهمی در کاهش تصادفات رانندگی ایفا می‌نمایند، در اصل سیستم‌های کنترل حلقه بسته‌ای می‌باشند که با انجام اندازه‌گیری‌های مناسب از طریق سنسورها و به‌کارگیری

**Please cite this article using:**

**برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:**

B. Moaveni, M. Khosravi Roqaye Abad, S. Nasiri, M. Amiri, Vehicle longitudinal velocity estimation using two new estimators and without measuring the braking torque, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 5, pp. 183-193, 2014 (In Persian)

الگوریتم‌های کارآمد، ضریب ایمنی حرکت را افزایش می‌دهند[۲،۱].

یکی از موضوعاتی که پژوهشگران از دیر باز به آن پرداخته‌اند، اندازه‌گیری لغزش بین تایر و زمین، تحت شرایط شتاب‌گیری مثبت و منفی است[۲]. لغزش به‌خصوص زمانی که اصطکاک بین جاده و تایر کم است بسیار اهمیت دارد. قفل شدن چرخ در شرایط ترمزی یکی از دلایل عمده وقوع لغزش است. قفل شدن چرخ‌ها علاوه‌بر اینکه به سطوح ارتباطی چرخ و جاده صدمه می‌زند، موجب کاهش پایداری و فرمان‌پذیری خودرو، افزایش مسافت ترمزی و در نهایت کاهش ایمنی سرنشینان و عابرین و وقوع حوادث ناگوار می‌شود[۱]. در این میان، سیستم ترمز ضد قفل (ABS)[1] راهکاری موفق در حل مساله لغزش در حین فرآیند ترمزگیری از طریق جلوگیری از قفل شدن چرخ‌ها می‌باشد[۴،۳].

سیستم ترمز ضد قفل، لغزش چرخ ($\lambda$) را از اختلاف سرعت خطی چرخ‌ها با سرعت خطی خودرو و به‌صورت نرمالایز شده، با استفاده از رابطه (۱) محاسبه کرده و از فیدبک نمودن آن به‌منظور کنترل گشتاور ترمزی استفاده می‌نماید[۳،۱].

$$\lambda = \frac{v_x - \omega R_\omega}{v_x} \qquad (۱)$$

که در آن $v_x$، سرعت خطی خودرو برحسب متر بر ثانیه، $\omega$ سرعت زاویه‌ای چرخ برحسب رادیان بر ثانیه و $R_\omega$ شعاع چرخ برحسب متر می‌باشد. نکته مهم و قابل توجه در کنترل لغزش، ارتباط غیرخطی نیروی اصطکاک بین تایر و جاده و وابستگی شدید آن به پارامتر لغزش است. بیشترین اصطکاک در شرایط جاده‌ای مختلف، هنگامی رخ می‌دهد که لغزش چرخ در محدوده ۰/۰۸ تا ۰/۳ باشد، لذا سیستم ترمز ضد قفل می‌بایست لغزش چرخ را در این محدوده حفظ کند[۳].

همان‌گونه که پیش‌تر نیز اشاره شد، الگوریتم کنترل لغزش در سیستم ترمز ضد قفل به سرعت خطی چرخ و خودرو نیاز دارد. سرعت خطی چرخ‌ها با اندازه‌گیری سرعت زاویه‌ای چرخ‌ها، به کمک سنسورهای سرعت زاویه‌ای چرخ و مشخص بودن شعاع چرخ قابل استخراج می‌باشد. برای محاسبه سرعت خطی خودرو می‌توان از سرعت‌سنج‌ها استفاده کرد که به دو دسته زیر تقسیم می شوند[۲]:

الف: روش تماسی (مانند سنسورهای سرعت چرخ) [۵].

ب: روش بدون تماس (مانند حسگرهای انعکاس نور) [۷،۶].

روش‌های تماسی که در اغلب خودروها استفاده می‌شوند، مقرون به صرفه بوده و قابل اعتماد می‌باشند. این سنسورها، سرعت چرخ را با دقت کافی در اختیار می‌گذارند ولیکن در تعیین سرعت خطی خودرو در زمان لغزش چرخ، دقیق نمی‌باشند. در مقابل روش‌های بدون تماس، مانند روش همبستگی نوری[2][۷] و روش فیلترینگ مجزا[3][۶] بسیار دقیق می‌باشند ولیکن در عین حال بسیار پرهزینه بوده و به‌دلیل سنگینی و حجم زیاد، پیچیدگی و احتیاج مکرر به تمیزکاری و نگهداری، کمتر در عمل مورد استفاده قرار می‌گیرند[۸]. اگرچه اندازه‌گیری سرعت خطی خودرو بسیار ضروری بوده و سنسورهای متنوعی نیز پیشنهاد شده است ولیکن به دلایل مختلف که موضوع این تحقیق نیست همچنان پژوهشگران این زمینه به دنبال طراحی و ساخت سنسورهای دقیق‌تر و کارآمدتر می‌باشند[۲].

به‌منظور تخمین سرعت خطی خودرو، تاکنون روش‌های مختلفی پیشنهاد شده است. که از جمله مهم‌ترین آن‌ها می‌توان به فیلتر کالمن اشاره نمود.

1- Antilock Brake System
2- Optical correlation
3- Spatial filtering

پژوهش‌های زیادی به استفاده از این فیلتر، در تخمین‌های دقیق از سرعت طولی خودرو[۹،۲] و همچنین تخمین سایر متغیرهای موثر در دینامیک حرکت خودرو [۱۱،۱۰،۱] پرداخته‌اند. در [۱]، ری و همکارانش، یک فیلتر کالمن توسعه یافته (EKF)[4] را برای تخمین حالت و نیروهای عرضی و طولی تایر با استفاده از مدل ۹ درجه آزادی خودرو، پیاده‌سازی کرده‌اند. آلوارز، تخمین سرعت طولی و عرضی خودرو را با استفاده از فیلتر کالمن با مدل هفت درجه آزادی، مورد توجه قرار داده است[۲]. همچنین، در سال ۲۰۱۱ [۹]، گئو و همکارانش، از فیلتر کالمن توسعه یافته برای تخمین سرعت طولی خودرو استفاده نموده و بر روی FPGA[5] پیاده‌سازی کرده‌اند. نکته مهم در خصوص تمامی این پژوهش‌ها این است که داشتن داده‌های شتاب‌سنجی که شتاب خودرو را در تمامی لحظات اندازه‌گیری نماید ضروری بوده است.

همزمان با استفاده از فیلتر کالمن برای تخمین سرعت، برخی از پژوهشگران سعی بر آن داشته تا تخمین سرعت طولی خودرو را از طریق به‌کارگیری رؤیتگرهای دیگری چون رؤیتگر مد لغزشی[۱۳،۱۲]، فیلتر غیرخطی تطبیقی[۱۵،۱۴،۳] و رؤیتگرهای غیرخطی[۱۷،۱۶]، انجام دهند. اگرچه این تخمینگرها توانسته‌اند به دقت‌های قابل قبولی در شبیه‌سازی‌ها دست یابند ولیکن پیچیدگی آن‌ها در پیاده‌سازی‌ها و عدم مقاوم بودن آن‌ها در مقابل نامعینی‌های حاکم بر مدل، به‌کارگیری آن‌ها را در عمل با چالش‌های جدی مواجه نموده است[۹].

با توجه به نتایج با دقت‌های مختلف در روش‌های مذکور، برخی از پژوهشگران سعی در ترکیب اطلاعات روش‌های مختلف با استفاده از روش تلفیق داده داشته‌اند [۱۸،۱۵،۱۴] که [۱۸]، اطلاعات حاصل از فیلتر غیرخطی تطبیقی و فیلتر کالمن را تلفیق کرده و تخمین سرعت طولی را با فیلتر کالمن انجام می‌دهند. مقایسه عملکرد الگوریتم‌های مختلف ترکیب داده همانند روش میانگین‌گیری، ترکیب سری و روش ترکیب اندازه‌گیری با فیلتر تطبیقی و فیلتر کالمن به‌منظور تخمین سرعت طولی در[۱۴]، انجام شده است.

دسته دیگری از تحقیقات صورت پذیرفته در سال های اخیر، استفاده از سنسورهای اینرسی را همزمان با اندازه‌گیری سرعت چرخ، پیشنهاد نموده‌اند. از جمله مهم‌ترین این تحقیقات می‌توان به [۱۹] اشاره کرد که در آن از یک واحد اندازه‌گیری اینرسی[6] با ۶ درجه آزادی به همراه رؤیتگرهای چندگانه به‌منظور تخمین سرعت حرکت خودرو در ۳ محور اصلی استفاده شده است. در [۲۰] نیز با طراحی رؤیتگر غیرخطی مبتنی بر مدل و با اندازه‌گیری سرعت چرخ‌ها و اندازه‌گیری شتاب در محورهای طولی و عرضی به تخمین سرعت طولی و عرضی خودرو پرداخته شده است. در این مقاله مساله پایداری تخمین‌گر و مقاوم بودن آن در مقابل اغتشاش‌ها نیز مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است. در [۲۱] نیز پیشنهاد شده است که از نوع خاصی از فیلتر کالمن به همراه یک مجموعه GPS[8]/INS[7] ارزان قیمت به‌منظور تخمین سرعت طولی خودرو، جهت حرکت خودرو و لغزش جانبی آن استفاده گردد. همچنین در [۲۲] نیز یک رؤیتگر کاهش مرتبه یافته غیرخطی به‌منظور تخمین سرعت خودرو در محورهای طولی و عرضی پیشنهاد شده است.

برای تخمین حالت‌های یک سیستم دینامیکی با استفاده از رؤیتگر، معمولا فرض می‌شود که تمامی ورودی‌ها مشخص و قابل اندازه‌گیری هستند، اما در عمل، شرایط زیادی وجود دارند که برخی از ورودی‌های سیستم کاملا غیر قابل اندازه‌گیری و یا نیازمند سنسورهای اضافی می‌باشند[۲۳]. بر این

4- Extended Kalman Filter
5-Field-Programmable Gate Array
6- Inertial Measurement Unit (IMU)
7- Inertial Navigation System
8- Global Positioning System

اساس، متاسفانه در اکثر پژوهش‌های حوزه تخمین سرعت خودرو، از ورودی گشتاور ترمزی[1] استفاده شده است[۹،۲،۱] درحالی که اندازه‌گیری آن برای هر چرخ دشوار می‌باشد، چرا که در سیستم‌های ترمز ضد قفل مرسوم، سیگنال فشار مایع هیدرولیک ترمز اندازه‌گیری نمی‌شود، بنابراین یا باید سنسورهای فشار سنج بر روی چرخ‌های مختلف خودرو نصب شود تا بتوان میزان گشتاور ترمزی هر چرخ را با داشتن ضریب اصطکاک بین لنت و دیسک یا کاسه چرخ محاسبه کرد، و یا اینکه با نصب سنسور شتاب‌سنج، شتاب طولی خودرو را اندازه‌گیری کرده، و با استفاده از آن گشتاور ترمزی کل خودرو را به‌صورت تقریبی محاسبه کرد که هر دو مورد منجر به افزایش هزینه تمام شده و همچنین عدم دقت در اندازه‌گیری این پارامتر می‌گردد، چرا که برخی از پارامترهای غیرخطی سیستم از جمله ضریب اصطکاک ما بین لنت و دیسک یا کاسه چرخ قابل اندازه‌گیری نمی‌باشد.

تنها راهکاری که تاکنون به‌منظور تخمین سرعت طولی خودرو بدون نیاز به استفاده از شتاب‌سنج و یا اندازه‌گیری گشتاور ترمزی پیشنهاد شده است، استفاده از فیلتر غیرخطی تطبیقی (ANF[2]) است که پیش از این در [۳] پیشنهاد شده است. ANF پیشنهادی در [۳] به مدل دینامیک خودرو نیاز ندارد و وجود ورودی نامشخص یا غیر قابل اندازه‌گیری برای آن مشکلی را در تخمین سرعت به‌وجود نمی‌آورد. ولیکن دارای نقاط ضعف متعددی است که از آن جمله می‌توان به عدم ارائه راهکاری برای تنظیم بهره فیلتر و نداشتن دقت کافی در تخمین سرعت خطی اشاره نمود. به عبارت دیگر ANF ارائه شده در [۳] کارایی لازم را ندارد. عدم دقت این فیلتر تا حدی است که ممکن است هرگز لغزشی را تشخیص نداده و موجب فعال شدن سیستم کنترل لغزش نگردد.

در این مقاله برای مساله تخمین سرعت خطی دو راهکار پیشنهاد می‌گردد. در یکی از این روش ها، فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح شده و با عنوان فیلتر غیرخطی تطبیقی تصحیح شده (MANF[3]) ارائه خواهد شد. راهکار دیگری که می‌تواند در تخمین سرعت طولی بدون اندازه‌گیری گشتاور ترمزی مورد استفاده قرار گیرد، استفاده از رویکرد رؤیتگرهای حالت با ورودی نامشخص است که به‌طور خاص در اینجا از فیلتر کالمن با ورودی نامشخص (UIKF[4]) استفاده می‌شود. این رویکرد قادر است تا مشکل ناکارآمدی فیلتر کالمن در مقابل ورودی‌های نامعین را حل کند[۲۳-۲۵]. از جمله موارد استفاده این فیلتر می‌توان به [۲۳] اشاره کرد که کوئینگ و همکارش کنترل سرعت عرضی خودرو را با استفاده از UIKF مورد توجه قرار داده‌اند. مدل خودرو مورد بررسی در [۲۳] ناپایدار، غیرخطی و دارای سنسورهای نویزی است و زاویه فرمان خودرو و مسیری که دنبال خواهد کرد، به‌عنوان دو ورودی سیستم درنظر گرفته شده‌اند. از آنجایی که شناسایی تغییر در حین چرخش مسیر حرکت خودرو مشکل بوده است این ورودی به‌عنوان ورودی نامشخص درنظر گرفته شده است.

هدف از پژوهش این است که ضمن به‌کارگیری فیلتر کالمن با ورودی نامشخص برای تخمین سرعت خطی خودرو، آن را برای مدل غیرخطی توسعه داده، کارآمدی آن در حذف اثر ورودی نامشخص بررسی و اثبات گردیده و پایداری فیلتر تحلیل و بررسی گردد. در این مقاله همچنین هر دو رویکرد در آزمون‌های تجربی مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. در این راستا، تخمین سرعت طولی خودرو در آزمایش تجربی، به‌صورت بلادرنگ توسط دو فیلتر پیشنهادی انجام شده است. همچنین، در این مقاله سعی شده که همگرایی داده‌ها برای فیلتر کالمن با ورودی نامشخص پیشنهاد شده نیز مورد ارزیابی و تحلیل قرار گیرد. به‌منظور ارزیابی توانایی این دو فیلتر، در طراحی آزمون‌های تجربی از سنسور شتاب سنج برای تعیین سرعت واقعی خودرو استفاده شده است.

در بخش دوم این مقاله، مدل دینامیک خودرو معرفی می‌شود و سپس در بخش سوم، بعد از ارائه رویکرد فیلتر کالمن با ورودی نامشخص و تحلیل همگرایی آن، رویکرد فیلتر کالمن توسعه یافته مکرر با ورودی نامعین (UIIEKF[5]) را پیشنهاد می‌دهد. همچنین در ادامه این بخش به معرفی فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح شده (MANF) پرداخته شده است. در ادامه و در بخش چهارم، یک آزمون تجربی به‌منظور ارزیابی دو رویکرد مذکور طراحی شده است. تحلیل و ارزیابی جامع از نتایج مربوط به تخمین سرعت طولی با هر دو رویکرد پیشنهادی با ذکر جزئیات، در بخش پنجم ارائه شده است. بخش ششم، شامل نتیجه‌گیری و جمع‌بندی خواهد بود.

## ۲- مدل سازی

همان‌گونه که در مقدمه مقاله ذکر شده در تخمین سرعت خطی خودرو با استفاده از UIIEKF به مدل دینامیکی خودرو نیاز است. از این رو داشتن یک مدل دقیق و ساده از خودروی مورد نظر، ضروری به‌نظر می‌رسد. معادله‌های دینامیکی خودرو براساس نتایج ارائه شده در [۲۷،۲۶،۱]، به‌صورت رابطه (۲) معرفی می‌شوند. این مدل، داده‌های مربوط به سرعت خطی چرخ جلو و چرخ عقب را استفاده کرده ولی شامل حرکت غلت و دینامیک عمودی تعلیق نمی‌شود. همچنین، حرکت خودرو روی یک جاده مسطح درنظر گرفته شده است. شکل ۱ (الف و ب) شماتیک مدل پنج درجه آزادی خودرو و شکل ۲ دیاگرام آزاد خودرویی در حال ترمزگیری را نشان می‌دهد.

$$\begin{aligned}
\dot{v}_x &= \frac{1}{m}\left[-F_{xf}\cos\delta_f - F_{yf}\sin\delta_f - F_{xr}\right] + r v_y,\\
\dot{v}_y &= \frac{1}{m}\left[F_{yf}\cos\delta_f - F_{xf}\sin\delta_f + F_{yr}\right] + r v_x,\\
\dot{r} &= \frac{1}{I_z}\left[L_f\left(F_{yf}\cos\delta_f - F_{xf}\sin\delta_f\right) - L_r F_{yr}\right],\\
\dot{\omega}_f &= \frac{1}{I_\omega}\left[R_\omega F_{xf} - K_b T_b\right],\\
\dot{\omega}_r &= \frac{1}{I_\omega}\left[R_\omega F_{xr} - (1-K_b) T_b\right]
\end{aligned} \tag{۲}$$

نیروهای طولی و عرضی وارده بر تایر از طریق رابطه‌های (۳) و (۴) به‌دست می‌آیند[۲۶،۱۶،۲].

$$\begin{bmatrix} F_{xr} \\ F_{yr} \end{bmatrix} = \frac{\mu_r}{\lambda_r} F_{zr} \begin{bmatrix} \lambda_{xr} \\ \lambda_{yr} \end{bmatrix} \tag{۳}$$

$$\begin{bmatrix} F_{xf} \\ F_{yf} \end{bmatrix} = \frac{\mu_f}{\lambda_f} F_{zf} \begin{bmatrix} \lambda_{xf} \\ \lambda_{yf} \end{bmatrix} \tag{۴}$$

با توجه به شکل ۲، نیروهای عمودی وارد بر چرخ‌های جلو و عقب خودرو حین ترمزگیری از طریق رابطه‌های (۵) و (۶) محاسبه می‌شوند[۲۸].

$$F_{zr} = \frac{m D_x H}{2(L_f + L_r)} + \frac{W L_r}{2(L_f + L_r)} - \frac{\frac{1}{2}\rho C_d A_f {v_x}^2 H_a}{2(L_f + L_r)} \tag{۵}$$

$$F_{zf} = -\frac{m D_x H}{2(L_f + L_r)} + \frac{W L_f}{2(L_f + L_r)} + \frac{\frac{1}{2}\rho C_d A_f {v_x}^2 H_a}{2(L_f + L_r)} \tag{۶}$$

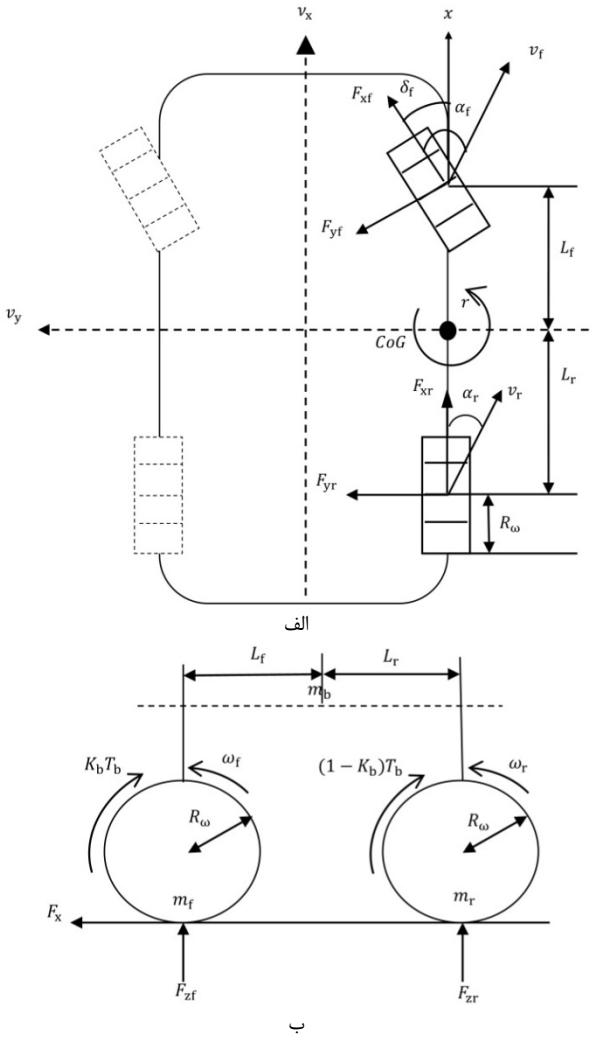
در رابطه‌های (۳) و (۴) ضرایب اصطکاک بین چرخ‌های جلو و عقب خودرو و جاده از طریق رابطه‌های بوخارت، (۷) و (۸) قابل محاسبه است.

$$\mu_r = \left(c_1\left(1 - e^{-c_2\lambda_r}\right) - c_3\lambda_r\right)\psi \tag{۷}$$

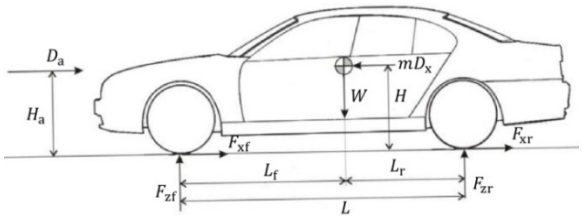
$$\mu_f = \left(c_1\left(1 - e^{-c_2\lambda_f}\right) - c_3\lambda_f\right)\psi \tag{۸}$$

در این رابطه‌ها $c_1$، $c_2$ و $c_3$ ضرایب بوخارت و $\psi$ عدد ثابت می‌باشد. لغزش طولی و عرضی در چرخ‌های جلو و عقب و برآیند آن‌ها نیز با استفاده از رابطه‌های (۹) تا (۱۲) قابل محاسبه می‌باشد.

1- Braking torque
2- Adaptive Nonlinear Filter
3- Modified Adaptive Nonlinear Filter
4- Unknown Input Kalman Filter
5- Unknown Input Iteration Extended Kalman Filter




**شکل ۱** مدل دو چرخ با پنج درجه آزادی؛ الف: نمای بالا، ب: نمای جانبی




**شکل ۲** دیاگرام آزاد خودرو در حال ترمزگیری

$$\begin{bmatrix}\lambda_{xr}\\ \lambda_{yr}\end{bmatrix}=\frac{1}{v_r}\begin{bmatrix}R_\omega\omega_r\cos\alpha_r-v_r\\ R_\omega\omega_r\sin\alpha_r\end{bmatrix} \quad (۹)$$

$$\begin{bmatrix}\lambda_{xf}\\ \lambda_{yf}\end{bmatrix}=\frac{1}{v_f}\begin{bmatrix}R_\omega\omega_f\cos\alpha_f-v_f\\ R_\omega\omega_f\sin\alpha_f\end{bmatrix} \quad (۱۰)$$

$$\lambda_r=\sqrt{\lambda^2{}_{xr}+\lambda^2{}_{yr}} \quad (۱۱)$$

$$\lambda_f=\sqrt{\lambda^2{}_{xf}+\lambda^2{}_{yf}} \quad (۱۲)$$

برآیند سرعت خطی چرخ‌های جلو و عقب نیز از طریق رابطه‌های (۱۳) و (۱۴) قابل محاسبه است:

$$v_r=\sqrt{\left(v_y-L_r r\right)^2+v^2{}_x} \quad (۱۳)$$

$$v_f=\sqrt{\left(v_y+L_f r\right)^2+v^2{}_x} \quad (۱۴)$$

رابطه‌های (۱۵) و (۱۶) نیز زاویه لغزش چرخ‌های جلو و عقب را نشان می‌دهند.

$$\alpha_r=-\tan^{-1}\left(\frac{v_y-L_r r}{v_x}\right) \quad (۱۵)$$

$$\alpha_f=\delta_f-\tan^{-1}\left(\frac{v_y+L_f r}{v_x}\right) \quad (۱۶)$$

با توجه به رابطه‌های فوق، متغیرهای حالت توصیف‌کننده دینامیک خودرو مطابق رابطه (۱۷) خواهند بود.

$$x(t)=\left[v_x\,,v_y\,,r\,,\omega_f\,,\omega_r\right]^T \quad (۱۷)$$

همچنین بردار ورودی مدل واقعی به‌صورت رابطه (۱۸) می‌باشد.

$$\begin{bmatrix}u(t)\\ d(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\delta_f\\ T_b\end{bmatrix} \quad (۱۸)$$

که $u(t)$ ورودی معین و $d(t)$ ورودی نامشخص سیستم بوده و رابطه خروجی نیز با توجه به رابطه (۱۹) محاسبه می‌شود:

$$\begin{bmatrix}z_1(t)\\ z_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\omega_f\\ \omega_r\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}n_1(t)\\ n_2(t)\end{bmatrix} \quad (۱۹)$$

که در آن $n_1(t)$ و $n_2(t)$ نویز سفید گوسی مستقل با میانگین صفر و به ترتیب با واریانس‌های $R_1$ و $R_2$ درنظر گرفته شده است. خروجی‌ها (سرعت زاویه‌ای چرخ‌ها) با استفاده از سنسور نصب شده بر روی چرخ‌ها اندازه‌گیری می‌شوند. با استفاده از رابطه‌های (۲) تا (۱۹) رابطه‌های دینامیک خودرو طی فرآیند ترمزگیری قابل بازنویسی به‌صورت رابطه‌های (۲۰) و (۲۱) می‌باشد.

$$\dot{x}(t)=f[x(t),u(t),d(t)] \quad (۲۰)$$

$$z(t)=h[x(t)]+n(t) \quad (۲۱)$$

که

$$f[x(t),u(t),d(t)]=\begin{bmatrix}\frac{1}{m}\left[-F_{xf}\cos\delta_f-F_{yf}\sin\delta_f-F_{xr}\right]+rv_y\\ \frac{1}{m}\left[F_{yf}\cos\delta_f-F_{xf}\sin\delta_f+F_{yr}\right]+rv_x\\ \frac{1}{I_z}\left[L_f\left(F_{yf}\cos\delta_f-F_{xf}\sin\delta_f\right)-L_rF_{yr}\right]\\ \frac{1}{I_\omega}\left[R_\omega F_{xf}-K_bT_b\right]\\ \frac{1}{I_\omega}\left[R_\omega F_{xr}-(1-K_b)T_b\right]\end{bmatrix} \quad (۲۲)$$

$$h[x(t)]=\begin{bmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix}x(t) \quad (۲۳)$$

شکل ۳ دیاگرام بلوکی دینامیک خودرو حین فرآیند ترمزگیری را براساس رابطه‌های (۲) تا (۱۹) نشان می‌دهد.

## ۳- تخمین‌گر سرعت با ورودی نامشخص

با توجه به مدل‌سازی انجام شده، مدل سیستم دارای پنج متغیر حالت است که دو متغیر آن $\omega_r$ و $\omega_f$ از طریق سنسورهای سرعت چرخ قابل اندازه‌گیری می‌باشند. اما مساله مهم، وجود ورودی گشتاور ترمزی ($T_b$) است که اندازه‌گیری آن به سادگی ممکن نبوده و یا پرهزینه می‌باشد. بر این اساس، در این مقاله از دو رویکرد، فیلتر کالمن توسعه یافته مکرر با ورودی نامشخص و فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح شده به‌منظور تخمین سرعت طولی خودرو استفاده می‌گردد. در این بخش فیلتر کالمن با ورودی نامشخص مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

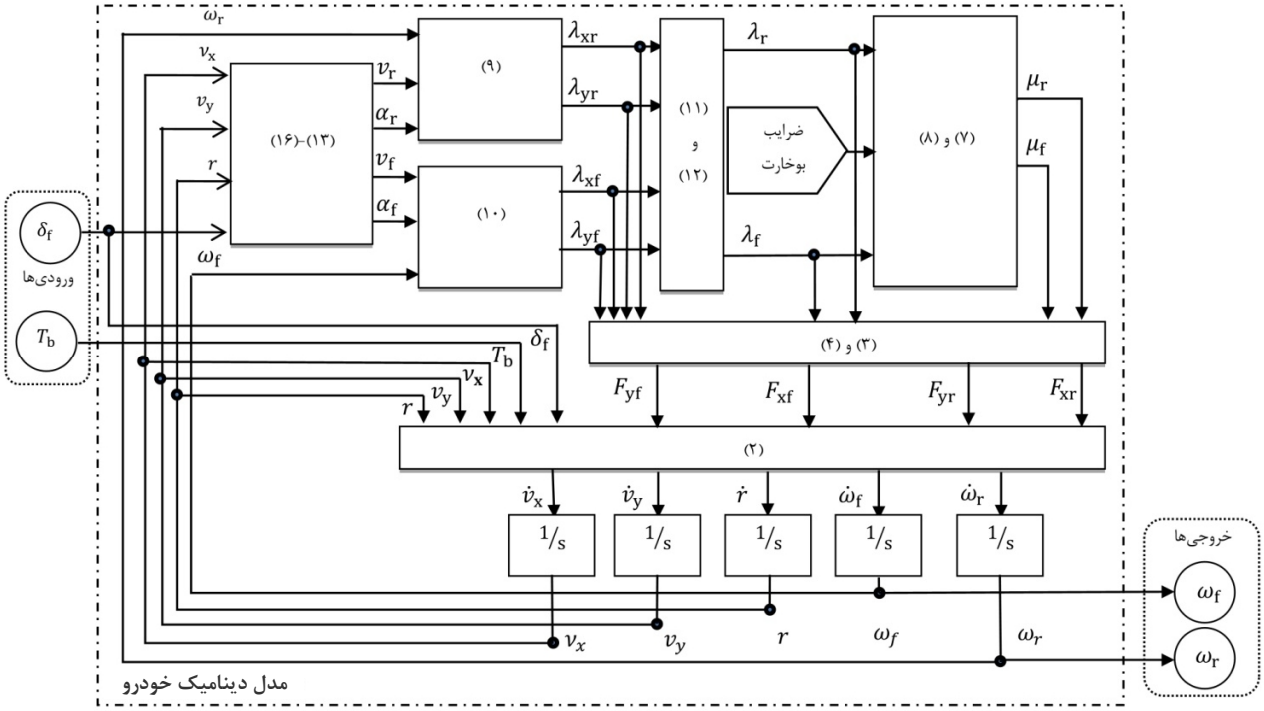
### ۳-۱- فیلتر کالمن با ورودی نامشخص

در [۲۸] یک فیلتر کالمن با ورودی نامشخص برای سیستم‌های خطی با ورودی نامشخصی به‌صورت (۲۴) تا (۲۵) ارائه شده است.

$$x_{k+1}=Ax_k+Bd_k+\omega_k \quad (۲۴)$$

$$z_k=Cx_k+n_k \quad (۲۵)$$

که $x_k\epsilon R^n$ حالت سیستم، $d_k\epsilon R^p$ ورودی‌های نامشخص و $z_k\epsilon R^m$ بردار اندازه می‌باشد. همچنین $\omega_k$ نویز فرآیند و $n_k$ نویز اندازه‌گیری می‌باشند که هر دو نویز سفید مستقل با میانگین صفر و ماتریس‌های کوواریانسی به‌صورت رابطه (۲۶) می‌باشند:




**شکل ۳** دیاگرام بلوکی دینامیک ترمزگیری خودرو

**جدول ۱** پارامترهای مربوط به فیلتر کالمن

| سمبل | توصیف |
|---|---|
| | تخمین متغیرهای حالت با استفاده از $z_i$برای $i \in [1,k]$ |
| | تخمین متغیرهای حالت با استفاده از $z_i$برای $i \in [1,k-1]$ |
| | ( حدس اولیه از تخمین حالت ها در مرحله $k$) |
| | ماتریس بهره فیلتر کالمن با ورودی نامشخص |
| | ماتریس کوواریانس خطای تخمین در مرحله $k$ |
| | حدس اولیه از ماتریس کوواریانس خطای تخمین در مرحله $k$ |
| | بر اساس محاسبات مرحله قبل |
| | بهره ماتریسی (متغیر میانی) |
| | بهره ماتریسی (متغیر میانی) |

$$E\{\omega_k \omega^{\mathrm{T}}{}_l\} = Q\delta_{kl}$$
$$E\{n_k n^{\mathrm{T}}{}_l\} = R\delta_{kl} \qquad (۲۶)$$

که $\delta_{kl}$ تابع دلتای کرونکر و "$^{\mathrm{T}}$" عملگر ترانهاده را نشان می‌دهد.

این فیلتر دارای ساختاری به‌صورت زیر می‌باشد:

- به روز رسانی با استفاده از مشاهدات:

$$\begin{aligned}
&F_k = CP_{k|k-1}C^{\mathrm{T}} + R,\\
&k_k = P_{k|k-1}C^{\mathrm{T}}{F_k}^{-1},\\
&L_k = K_k + (I - K_k C)B\\
&\times \left\{B^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}}{F_k}^{-1}CB\right\}^{-1}B^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}}{F_k}^{-1},\\
&\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + L_k\left(z_k - C\hat{x}_{k|k-1}\right),\\
&P_{k|k} = (I - L_k C)P_{k|k-1}(I - L_k C)^{\mathrm{T}} + L_k R {L^{\mathrm{T}}}_k
\end{aligned} \qquad (۲۷)$$

- به روز رسانی زمانی:

$$\begin{aligned}
&\hat{x}_{k+1|k} = A\hat{x}_{k|k},\\
&P_{k+1|k} = AP_{k|k}A^{\mathrm{T}} + Q
\end{aligned} \qquad (۲۸)$$

که پارامترهای به‌کار رفته در این رابطه‌ها به‌صورت نشان داده شده در جدول ۱ قابل تعریف هستند.

ویژگی عمده این فیلتر امکان تخمین صحیح متغیرهای حالت در حضور ورودی نامشخص $d_k$ است[۲۸،۲۹]. شرایط لازم برای به‌کارگیری این فیلتر عبارت است از اینکه تعداد ورودی‌های نامشخص می‌بایست از تعداد خروجی‌های سیستم بیشتر نباشد، به‌عبارت دیگر لازم است که رتبه ماتریس $C$کوچکتر از رتبه ماتریس $B$ نباشد.

### ۳-۱-۱- تحلیل عملکرد فیلتر

از آنجایی که به دنبال به‌کارگیری این فیلتر در عمل به‌منظور تخمین سرعت طولی خودرو می‌باشیم، پایداری این فیلتر و همگرایی مقدار تخمینی به مقدار واقعی بسیار حائز اهمیت است. از این رو در این بخش پایداری فیلتر مورد تحلیل قرار می‌گیرد. به این منظور، دینامیک خطای تخمین تحلیل خواهد شد. خطای تخمین به‌صورت رابطه (۲۹) تعریف می‌گردد:

$$\tilde{x}_{k-1|k-1} = x_{k-1} - \hat{x}_{k-1|k-1} \qquad (۲۹)$$

متعاقبا:

$$\tilde{x}_{k|k} = x_k - \hat{x}_{k|k} \qquad (۳۰)$$

با جایگزینی رابطه (۲۴) و رابطه چهارم (۲۷) در رابطه (۳۰)، نتایج زیر استخراج می‌گردند.

$$\begin{aligned}
&\tilde{x}_{k|k} = Ax_{k-1} + Bd_{k-1} + \omega_k - \hat{x}_{k|k-1} - L_k\left(z_k - C\hat{x}_{k|k-1}\right)\\
&\tilde{x}_{k|k} = Ax_{k-1} + Bd_{k-1} + \omega_k - A\hat{x}_{k-1|k-1} - L_k\left(Cx_k + n_k - C\hat{x}_{k|k-1}\right)\\
&\tilde{x}_{k|k} = A\tilde{x}_{k-1|k-1} + Bd_{k-1} + \omega_k\\
&\qquad - L_k\left(C(Ax_{k-1} + Bd_{k-1} + \omega_k) + n_k\right.\\
&\qquad \left. - CA\hat{x}_{k-1|k-1}\right)\\
&\tilde{x}_{k|k} = A\tilde{x}_{k-1|k-1} - L_k CA\tilde{x}_{k-1|k-1} + Bd_{k-1} + \omega_k\\
&\qquad - L_k(C(Bd_{k-1} + \omega_k) + n_k)\\
&\tilde{x}_{k|k} = (I - L_k C)A\tilde{x}_{k-1|k-1} + Bd_{k-1} + \omega_k\\
&\qquad - L_k(C(Bd_{k-1} + \omega_k) + n_k)\\
&\mathbb{E}\left[\tilde{x}_{k|k}\right] = (I - L_k C)A\mathbb{E}\left[\tilde{x}_{k-1|k-1}\right] + \mathbb{E}[Bd_{k-1} + \omega_k] - L_k\mathbb{E}[n_k]\\
&\qquad - L_k C\mathbb{E}[Bd_{k-1} + \omega_k]\\
&\mathbb{E}\left[\tilde{x}_{k|k}\right] = (I - L_k C)A\mathbb{E}\left[\tilde{x}_{k-1|k-1}\right] - L_k\mathbb{E}[n_k]\\
&\qquad + (I - L_k C)\mathbb{E}[\omega_k]\\
&\qquad + (I - L_k C)B\mathbb{E}[d_{k-1}]
\end{aligned} \qquad (۳۱)$$

با توجه به این که $n_k$ و $\omega_k$، نویزهای گوسی سفید مستقل با میانگین صفر می‌باشند، رابطه (۳۲) برقرار خواهد بود.

$$\mathbb{E}\left[\tilde{x}_{k|k}\right] = (I - L_k C)A\mathbb{E}\left[\tilde{x}_{k-1|k-1}\right] + (I - L_k C)B\mathbb{E}[d_{k-1}] \qquad (۳۲)$$

با توجه به رابطه (۳۲)، خطای تخمین فیلتر کالمن با ورودی نامشخص همگرا خواهد بود، اگر دو شرط زیر همواره برقرار باشد:

- ضریب $\mathbb{E}[d_{k-1}]$ صفر باشد.
- همچنین تمامی مقادیر ویژه‌ی $(I-L_kC)A$ داخل دایره‌ی واحد قرار گیرد.

در (۳۳) نشان داده می‌شود که شرط اول همگرایی (صفر شدن ضریب $\mathbb{E}[d_k]$) همواره برقرار خواهد بود. شرط دوم با تحلیل داده‌های تحت آزمایش اثبات خواهد شد. با استفاده از رابطه‌ی سوم (۲۷) و ضرب آن در "$CB$"، رابطه (۳۳) حاصل خواهد شد که نشان می‌دهد شرط اول (صفر شدن ضریب $\mathbb{E}[d_k]$) همواره برقرار خواهد بود.

$$\begin{aligned}
&L_k = K_k + (I-K_kC)B \times \{B^TC^TF_k{}^{-1}CB\}^{-1}B^TC^TF_k{}^{-1} \overset{\times CB}{\Longrightarrow}\\
&L_kCB = K_kCB + (I-K_kC)B \times \{B^TC^TF_k{}^{-1}CB\}^{-1}B^TC^TF_k{}^{-1}CB \longrightarrow\\
&L_kCB = K_kCB + (B-K_kCB) \longrightarrow\\
&L_kCB = B \longrightarrow\\
&(I-L_kC)B = 0
\end{aligned} \tag{۳۳}$$

از آنجایی که مدل دینامیکی خودرو غیر خطی است و هدف اولیه، توسعه آن برای مدل‌های غیرخطی است، شرط دوم برای تحلیل پایداری محلی در ادامه مورد توجه و بررسی قرار خواهد بود.

### ۳-۱-۲- فیلتر کالمن توسعه یافته مکرر با ورودی نامشخص

با توجه به اینکه رابطه‌های دینامیک ترمزگیری خودرو غیرخطی است، در این بخش معادله‌های مربوط به فیلتر کالمن با ورودی نامشخص به رابطه‌های مورد استفاده برای سیستم غیرخطی با عنوان فیلتر کالمن توسعه یافته مکرر با ورودی نامشخص تبدیل می‌شود. سیستم غیرخطی مورد نظر با رابطه‌های (۳۴) و (۳۵) در نظر گرفته شده است.

$$x_{k+1} = \phi(x_k,u_k) + Bd_k + \omega_k \tag{۳۴}$$

$$z_k = Cx_k + n_k \tag{۳۵}$$

که $\phi(x_k,u_k)$ معادله‌های غیرخطی از حالت‌ها و ورودی سیستم می‌باشد.

رابطه‌های (۳۶) و (۳۷)، ساختار رویکرد فیلتر کالمن توسعه یافته مکرر با ورودی نامشخص را بیان می‌کنند.

- به روز رسانی اندازه گیری:

$$\begin{aligned}
&\hat{x}^+{}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1}\\
&P^+{}_{k|k} = P_{k|k-1}\\
&F_{k,i} = CP^+{}_{k|k,i}C^T + R\\
&k_{k,i} = P^+{}_{k|k,i}C^TF_k{}^{-1}\\
&L_{k,i} = K_{k,i} + \left(I-K_{k,i}C\right) \times \{B^TC^TF_{k,i}{}^{-1}CB\}^{-1}B^TC^TF_{k,i}{}^{-1}\\
&\hat{x}^+{}_{k|k,i+1} = \hat{x}^+{}_{k|k,i} + L_{k,i}\left(z_k - C\hat{x}^+{}_{k|k,i}\right)\\
&P^+{}_{k|k,i+1} = \left(I-L_{k,i}C\right)P^+{}_{k|k,i}\left(I-L_{k,i}C\right)^T + L_{k,i}RL^T{}_{k,i}
\end{aligned} \tag{۳۶}$$

در راستای به روز رسانی اندازه‌گیری، لازم است رابطه‌ی سوم (۳۶) تا آخرین رابطه آن به تعداد $i=\mathrm{N}$ مرتبه تکرار شوند.

- به روز رسانی زمانی:

$$\begin{aligned}
&P_{k|k} = P^+{}_{k|k,\mathrm{N}+1}\\
&\hat{x}_{k|k} = \hat{x}^+{}_{k|k,\mathrm{N}+1}\\
&P_{k+1|k} = J_\phi\left(\hat{x}_{k|k},u_k\right)P_{k|k}J^{\mathrm{T}}{}_\phi(\hat{x}_{k|k},u_k) + Q\\
&\hat{x}_{k+1|k} = \phi\left(\hat{x}_{k|k},u_k\right)
\end{aligned} \tag{۳۷}$$

که $J_\phi\left(\hat{x}_{k-1|k-1},u_k\right)$، ژاکوبین ماتریس $\phi(x_k,u_k)$ نسبت به متغیرهای حالت می‌باشد. در این روابط، پارامترهای دارای اندیس "+" نشانگر متغیرهای میانی می‌باشند که مقدار حدس از تخمین را دریافت نموده، پس از تعداد تکرار معینی در مجموعه رابطه‌های (۳۶) مقدار حاصل را به مقدار تخمین متغیرهای حالت واگذار می‌کند. به‌عبارت دیگر در رویکرد فیلتر کالمن توسعه یافته مکرر، از این متغیرهای میانی و تکرار بخشی از معادلات (۳۶)، به‌منظور افزایش دقت تخمین فیلتر کالمن توسعه یافته استفاده می‌شود.

## ۳-۲- فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح شده

یکی دیگر از فیلترهایی که برای تخمین سرعت طولی خودرو پیشنهاد شده است، فیلتر غیرخطی تطبیقی (ANF) بوده که در [۳] ارائه شده است. نقطه قوت عمده این فیلتر سادگی آن در پیاده سازی است درحالی که نقاط ضعف متعددی دارد که در مقدمه مقاله نیز به آن اشاره شد. فیلتر پیشنهادی به‌صورت رابطه (۳۸) می‌باشد. ایده طراحی فیلتر بر این اساس بوده است که با شروع فرآیند ترمزگیری از سرعت خودرو کاسته می‌شود و تا زمانیکه سرعت طولی تخمین زده شده خودرو ($\hat{v}_\mathrm{x}$) از سرعت خطی چرخ‌ها ($R_\omega\omega_\mathrm{x}$) بیشتر باشد کاهش سرعت اتفاق خواهد افتاد. ولیکن نکته قابل توجه دیگر در رابطه (۳۸)، وجود بهره $R_\mathrm{g}$ است که در [۳] به تنظیم آن با سعی و خطا اشاره شده است که خود، مساله به‌کارگیری فیلتر را با چالش جدی مواجه می‌نماید.

$$\hat{v}_\mathrm{x}(k) = \hat{v}_\mathrm{x}(k-1) + R_\mathrm{g} \times \mathrm{sgn}\left(\hat{v}_\mathrm{x}(k-1) - R_\omega\omega(k)\right) \tag{۳۸}$$

در این بخش سعی شده است با تصحیح فیلتر ارائه شده در (۳۸)، بستر لازم برای پیاده‌سازی عملی این فیلتر فراهم شده و تخمین صحیحی از سرعت طولی خودرو ارائه گردد. به این منظور اصلاحات زیر انجام پذیرفته و فیلتر حاصل، فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح شده (MANF) نامیده شده است.

### ۳-۲-۱- استفاده از تابع $\tanh(\hat{v}_\mathrm{x} - R_\omega\omega_x)$ به‌جای تابع علامت $\mathrm{sgn}(\hat{v}_\mathrm{x} - R_\omega\omega_\mathrm{x})$

تابع tanh، ضمن اینکه رفتار موردنظر ما در تعیین علامت $(\hat{v}_\mathrm{x} - R_\omega\omega_\mathrm{x})$ را دارد، مشتق‌پذیر نیز می‌باشد. درحالی که تابع علامت یک تابع غیرخطی سخت بوده که خروجی تخمین‌گر را با نوسانات شدیدی روبرو خواهد نمود. از این رو در MANF از $\tanh(\hat{v}_\mathrm{x} - R_\omega\omega_\mathrm{x})$ به جای $\mathrm{sgn}(\hat{v}_\mathrm{x} - R_\omega\omega_\mathrm{x})$ استفاده خواهد شد.

### ۳-۲-۲- تنظیم تطبیقی بهره فیلتر، $R_g$

همان‌گونه که پیش‌تر نیز ذکر گردید یکی از مشکلات فیلتر (۳۸)، عدم ارائه مقدار بهره می‌باشد. بدین منظور در این قسمت، تنظیم تطبیقی بهره با شرایط زیر پیشنهاد شده است.

الف- درصورتی که خطای تخمین، $\tanh\left(e(k)\right) = \tanh(\hat{v}_\mathrm{x}(k) - R_\omega\omega(k))$، در دو مرحله متوالی دارای علامت یکسان باشد، مقدار بهره افزایش یابد. چرا که هم علامت بودن دو جمله متوالی از خطا به معنای اختلاف زیاد مقدار سرعت طولی خودرو ($\hat{v}_\mathrm{x}$) با سرعت خطی چرخ‌ها ($R_\omega\omega_\mathrm{x}$) بوده و می‌توان با افزایش بهره $R_\mathrm{g}$، مقدار سرعت تخمینی را بیشتر از پیش به سمت مقدار سرعت واقعی میل داد. شایان ذکر است درصورتی که مقدار خطای $e(k)$ مثبت باشد افزایش بهره موجب افزایش سریع‌تر سرعت شده و درصورتی که $e(k)$ منفی باشد، افزایش بهره $R_\mathrm{g}$ موجب افزایش نرخ کاهش سرعت می‌گردد. به این منظور رابطه (۳۹) پیشنهاد می‌شود.

$$R_\mathrm{g}(k) = \gamma \times R_\mathrm{g}(k-1) \tag{۳۹}$$

که $\gamma$ عدد ثابت بزرگ‌تر از یک ($(\gamma > 1)$) است.

ب- درصورتی که علامت خطا در دو مرحله متوالی مخالف یکدیگر باشد، به این معنی است که سرعت طولی خودرو در یکی از این دو مرحله از سرعت چرخ‌ها کمتر بوده است که در فرآیند ترمزگیری هرگز چنین اتفاقی رخ نخواهد داد و مقدار تخمین زده شده برای سرعت طولی در این حالت نادرست است. بر این اساس مقدار بهره $R_\mathrm{g}$ لازم است کاهش یابد. این امر موجب کاهش نوسانات سرعت تخمین زده شده خواهد شد. به این منظور از معادله (۴۰) استفاده می‌گردد.

$$R_\mathrm{g}(k) = \xi \times R_\mathrm{g}(k-1) \tag{۴۰}$$

که $\xi$ یک عدد ثابت مثبت کوچک‌تر از یک $(0 < \xi < 1)$ می‌باشد.

ج- نکته مهم دیگر که لازم است به آن توجه شود محدوده بهره $R_\mathrm{g}$ است. افزایش بی‌رویه مقدار این بهره مساله تخمین را غیر عملی و ناکارآمد خواهد

نمود. به‌منظور حل این مشکل محدوده اطمینانی برای $R_g$ به‌صورت رابطه (۴۱) درنظر گرفته می‌شود:

$$R_g = \frac{\hat{v}_x(k) - \hat{v}_x(k-1)}{T_s \times \mathrm{sgn}\big(e(k)\big)} = \frac{\hat{a}_x(k)}{\mathrm{sgn}\big(e(k)\big)} \qquad (۴۱)$$

که در این رابطه $\hat{a}_x$ شتاب تخمینی و $T_s$ زمان نمونه‌برداری را نشان می‌دهد. همان‌گونه که ملاحظه می‌گردد حد بالای بهره $R_g$ در واقع همان شتاب قابل تحمل خودرو، به‌دست آمده از روابط دینامیک خودرو، را نتیجه می‌دهد. از طرفی نرخ کاهش یا افزایش سرعت خودرو از مقدار شتاب قابل تحمل بیشتر نخواهد بود، چرا که تجاوز کردن از این میزان شتاب به معنی افزایش لغزش به‌دلیل محدودیت ضریب اصطکاک بین چرخ و زمین می‌باشد. لذا؛ محدودیتی به‌صورت (۴۲) برای بهره $R_g$ وجود دارد.

$$R_g \epsilon [0 \quad a] \qquad (۴۲)$$

که a براساس بیشترین شتاب قابل تحمل خودرو تعیین می‌شود.

### ۳-۲-۳- لحاظ نمودن محدودیت بر روی تغییرات سرعت

از آنجایی که نرخ تغییرات سرعت می‌بایست در محدوده شتاب قابل تحمل خودرو باشد. بر این اساس لازم است رابطه (۴۳) نیز برقرار باشد.

$$\hat{a}_x(k) = \frac{\hat{v}_x(k) - \hat{v}_x(k-1)}{T_s} \epsilon [-a \quad a] \qquad (۴۳)$$

بر این اساس و با توجه به رابطه‌های (۳۸) تا (۴۰) رابطه فیلتر غیرخطی تطبیقی را می‌توان به‌صورت (۴۴) بازنویسی نمود و الگوریتمی به‌صورت نشان داده شده در شکل ۴ را به‌منظور استفاده از آن مد نظر قرار داد.

$$\hat{v}_x(k) = \hat{v}_x(k-1) + R_g(k) \times \tanh\big(\hat{v}_x(k-1) - R_\omega \omega(k)\big) \qquad (۴۴)$$

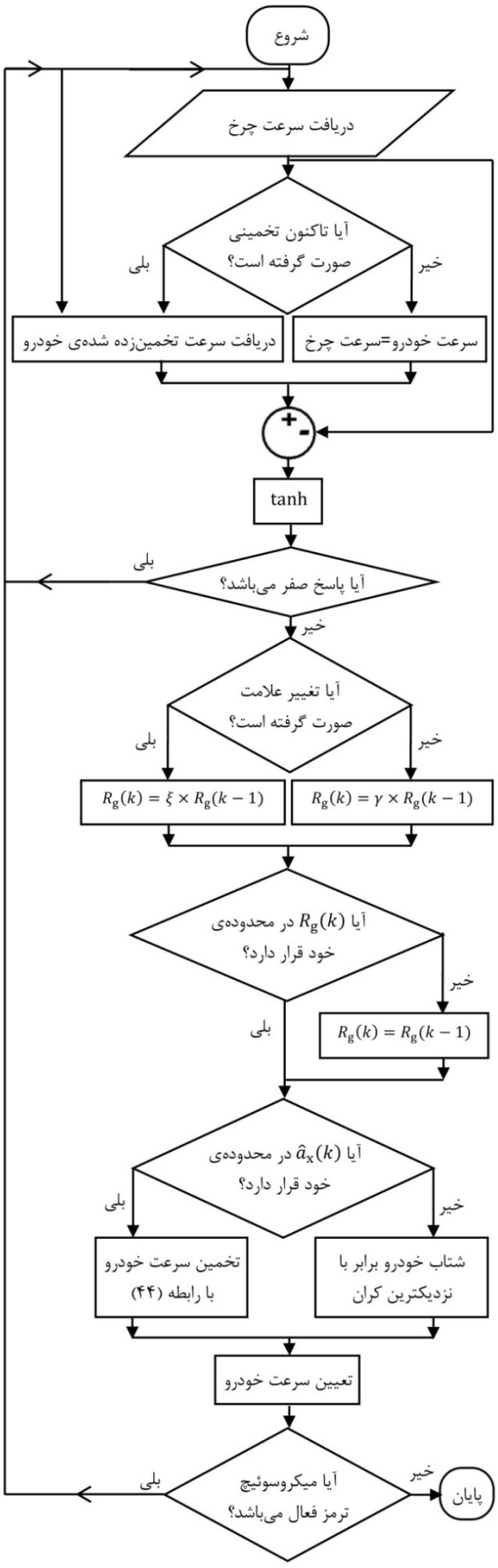
## ۴- آزمون‌های واقعی

در این بخش، یک آزمایش تجربی برای ارزیابی و مقایسه دو رویکرد UIIEKF و MANF در طول فرآیند ترمزگیری، طراحی شده است.

آزمایش تجربی با شروع حرکت خودرو، آغاز شده و پس از رسیدن سرعت خودرو به مقدار مناسب، ترمزگیری شدید انجام می‌شود. در فرآیند تخمین سرعت خطی خودرو با استفاده از تخمین‌گرهای UIIEKF و MANF، ابتدا سرعت خطی چرخ‌ها با استفاده از سنسورهای نصب شده بر روی چرخ‌های خودرو اندازه‌گیری شده و وارد تخمین‌گرهای مذکور می‌گردند. سپس، نتایج تخمین سرعت طولی خودرو و لغزش چرخ‌ها، که از تخمین‌گرهای مذکور به‌دست آمده است مقایسه می‌گردند. به‌منظور صحه‌گذاری بر روند انجام تخمین سرعت، سرعت‌های تخمینی با سرعت حاصل از انتگرال‌گیری از شتاب طولی خودرو، به‌دست آمده از شتاب‌سنجِ تعبیه شده در خودرو، مقایسه می‌شود.

برای محاسبه سرعت چرخ‌های خودرو، از پالس‌های دریافتی از سنسورِ سرعت زاویه‌ای چرخ استفاده می‌شود. شکل ۵ چگونگی و محل نصب سنسورها را روی خودرو نشان می‌دهد. پالس‌های خروجی سنسور سرعت چرخ، از طریق کارت داده برداری با فرکانس ۱۰ کیلوهرتز به کامپیوتر منتقل می‌گردند. شکل ۶، پالس‌های دریافتی از سنسور سرعت چرخ را در زمان ترمزگیری نشان می‌دهد که فرکانس پالس‌ها، متناسب با سرعت چرخ تغییر می‌کند. همان‌گونه که در شکل ۶ ملاحظه می‌گردد، این پالس‌ها بسیار نویزی بوده و تعیین دقیق سرعت چرخ‌ها را با چالش مواجه می‌نمایند.

برای فیلتر کردن نویز پالس‌ها، ابتدا باید حداکثر فرکانس پالس‌ها را محاسبه کرد، که می‌توان با استفاده از رابطه (۴۵) و بیشترین سرعت خودرو به حداکثر فرکانس پالس‌های به‌دست آمده از سنسور سرعت چرخ دست یافت. به عبارت دیگر، با جایگزینی حداکثر سرعت زاویه‌ای چرخ و همچنین تعداد دندانه‌های رینگ دندانه‌دار سنسور سرعت چرخ در رابطه (۴۵) می‌توان فرکانس پالس‌ها را محاسبه کرد.

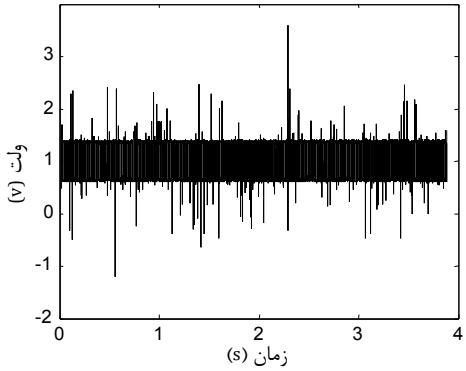



**شکل ۴**الگوریتم به‌کارگیری فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح شده

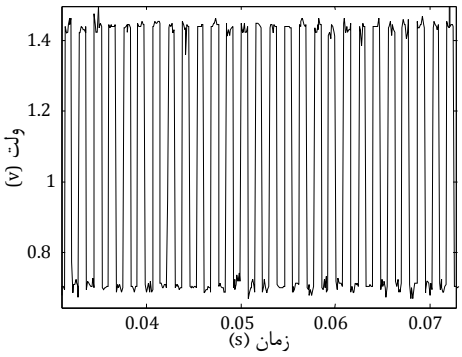
الف

ب

**شکل ۵** خودروی آزمون مجهز به سنسورها و ادوات اندازه‌گیری؛ الف: خودرو و وسایل اندازه‌گیری، ب: سنسور سرعت چرخ




الف




ب

**شکل ۶** پالس‌های دریافتی از سنسور سرعت چرخ در طول آزمایش؛ الف: پالس‌ها، ب: بزرگنمایی پالس‌ها

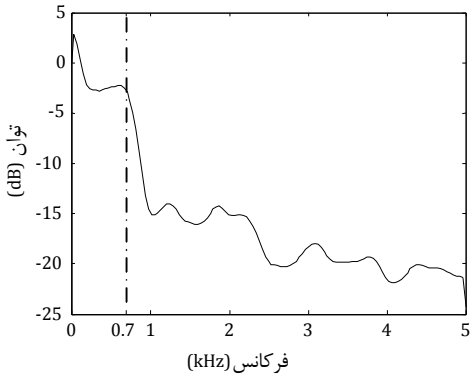
$$f_{Wss} = \frac{N_{\text{th}} \cdot \omega_{\text{Wheel}}}{2\pi} \quad (۴۵)$$

که $\omega_{\text{Wheel}}$ سرعت زاویه‌ای چرخ، $f_{\text{Wss}}$ فرکانس پالس‌های گرفته شده از سنسور سرعت چرخ در یک دوره‌ی نمونه‌گیری و $N_{\text{th}}$ تعداد دندانه‌های رینگ دندانه‌دار سنسور سرعت چرخ می‌باشد. با توجه به اینکه در آزمایش نمونه، تعداد دندانه‌های رینگ دندانه‌دار سنسور برابر با ۴۸ و حداکثر سرعت خودروی تحت آزمون ۱۸۰km/h بوده (به عبارت دیگر حداکثر سرعت زاویه‌ای چرخ خودرو برابر با ۱۸۵/۲ rad/s می‌باشد)، با استفاده از رابطه (۴۵) حداکثر فرکانس پالس‌ها در حدود ۱۴۱۶ هرتز خواهد بود که می‌توان با طراحی یک فیلتر پایین گذر با فرکانس عبور ۱۴۱۶ هرتز و استفاده از تابع علامت، زمینه جداسازی نویز از پالس را فراهم کرد. برای بررسی دقیق‌تر این مساله، نمودار چگالی طیفی توان برای پالس‌های شکل ۶ مورد ارزیابی قرار گرفته که در شکل ۷ نشان داده شده است.

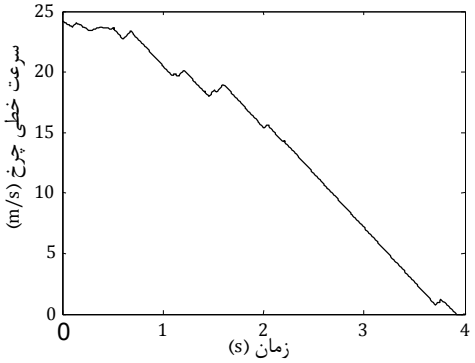
اگرچه مطابق با شکل ۷، فرکانس غالب پالس‌ها حدود ۷۰۰ هرتز می‌باشد اما شایان ذکر است که این مقدار مربوط به سرعت خودرو در این آزمایش بوده و برای طراحی فیلتری جامع که در هر زمان پاسخ صحیح را ارائه دهد لازم است که از فیلتری با فرکانس عبور ۱۴۱۶ هرتز استفاده شود.

بعد از عملیات فیلتر کردن نویزها، با دریافت هر پالس و محاسبه فرکانس آن، سرعت چرخ با استفاده از رابطه (۴۵) محاسبه می‌شود. شکل ۸، سرعت خطی چرخ، محاسبه شده در زمان ترمزگیری و شکل ۹، دیاگرام بلوکی تعیین سرعت خطی چرخ را نشان می‌دهد. همان‌گونه که در این شکل مشاهده می شود، نتیجه اندازه‌گیری و محاسبه سرعت چرخ‌ها، اطلاعات لازم برای تخمین سرعت خطی خودرو از طریق هر دو تخمین‌گر را فراهم می‌نماید.

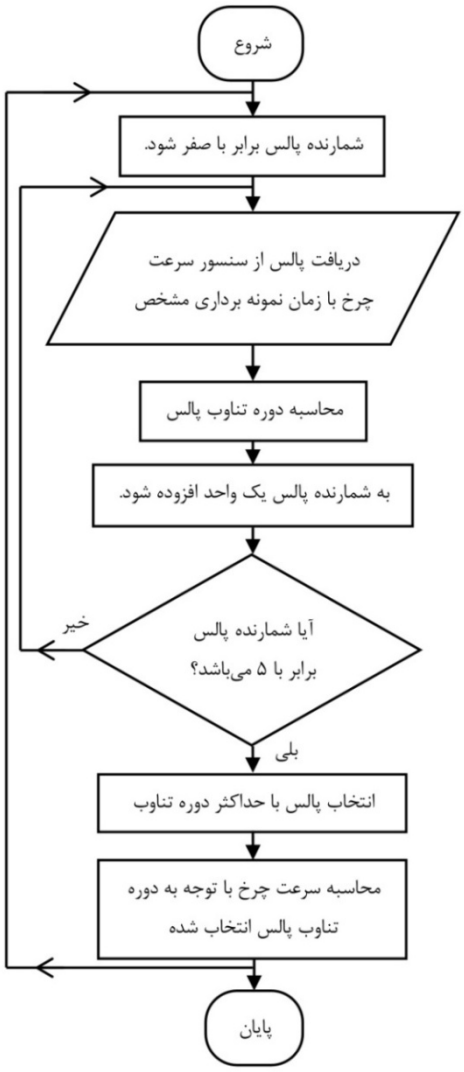
برای تخمین دقیق سرعت خطی خودرو از طریق UIIEKF، درستی پارامترهای مربوط به مدل خودرو دارای اهمیت زیادی می‌باشد. مقدار پارامترهای خودروی پراید استفاده شده در آزمون تجربی در جدول ۲ آورده شده است[۲۷-۳۰].




**شکل ۷** چگالی طیف توان سیگنال خروجی سنسور سرعت چرخ



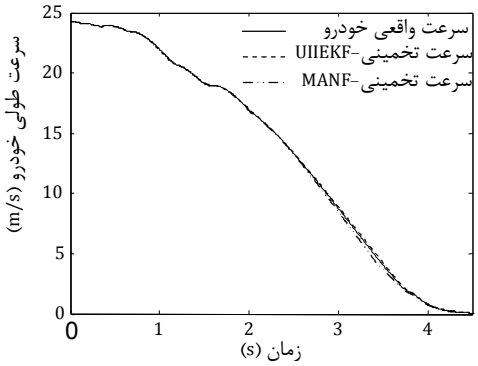

**شکل ۸** سرعت خطی چرخ (محاسبه شده با استفاده از پالس‌های سنسور چرخ)




**شکل ۹** دیاگرام بلوکی تعیین سرعت خطی چرخ

**جدول ۲** پارامترهای مربوط به خودروی تحت آزمون

| پارامتر | مقدار |
|---|---|
| $m$ (kg) | ۸۵۰ |
| $m_f$(kg) | ۴۵ |
| $m_r$(kg) | ۴۰ |
| $R_\omega$(m) | ۰/۲۷ |
| $g(\frac{m}{s^2})$ | ۹/۸۱ |
| $I_\omega$ (kgm$^2$) | ۴/۱۵ |
| $\psi$ | ۰/۸۵ |
| $H$(m) | ۰/۵۷ |
| $W$(N) | ۸۳۳۰ |
| $\rho(\frac{kg}{m^3})$ | ۱/۰۲۷ |
| $m_b$ (kg) | ۷۶۵ |
| $L_r$(m) | ۱/۴۲۵ |
| $L_f$(m) | ۰/۹۲ |
| $I_z$(kgm$^2$) | ۱۶۲۷ |
| $K_b$ | ۰/۷ |
| $C_d$ | ۰/۳۲ |
| $H_a$ (m) | ۱/۱۶ |
| $A_f$(m$^2$) | ۱/۸۷ |




**شکل ۱۰** نتایج تخمین سرعت طولی

**جدول ۳** مقادیر اولیه مورد نیاز برای فیلتر UIIEKF و MANF

| MANF | | UIIEKF | |
|---|---|---|---|
| پارامتر | مقداراولیه | پارامتر | مقدار اولیه |
| $R_g$ | ۱ | $P$ | $۱۰I_5$ |
| $\zeta$ | ۰/۹۹ | $v_x$ | $R_\omega\omega_{f0}$ |
| $\gamma$ | ۱/۰۱ | $v_y$ | ۰ |
| $a$ | $۸(\frac{m}{s^2})$ | $r$ | ۰ |

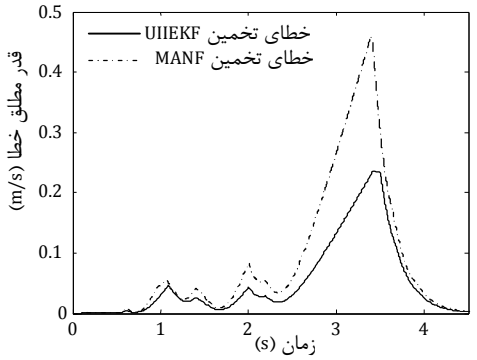
همچنین در جدول ۳ مقدار پارامترهای اولیه لازم برای به‌کارگیری فیلتر UIIEKF و MANF نشان داده شده است. شایان ذکر است، همان‌گونه که در جدول ۳ نیز مشاهده می‌شود، مقدار اولیه سرعت طولی در لحظه شروع ترمزگیری برابر با سرعت محیطی چرخ درنظر گرفته شده است، چرا که مقدار لغزش در این لحظه قابل چشم پوشی است. همچنین به‌علت استفاده از فیلتر کالمن به‌صورت یک رؤیتگر، $Q$ برابر مقدار کوچکی در حدود صفر درنظر گرفته شده است. مقدار $R$نیز برابر واریانس خروجی سنسور سرعت چرخ درنظر گرفته شده درحالی که چرخ ثابت بوده و حرکتی نداشته است. براساس آزمون‌های واقعی و روش مذکور $R$=۰/۰۱ بوده است.

## ۵- نتایج تست های تجربی و تحلیل آنها

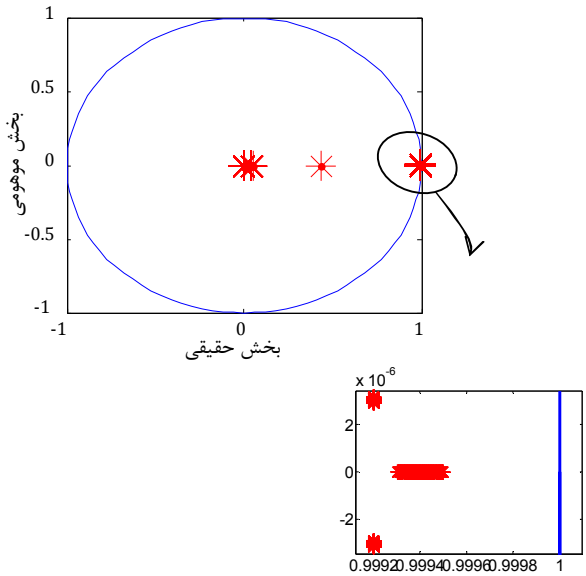
با توجه به موارد فوق، نتایج مربوط به تخمین سرعت طولی خودرو که در حین فرآیند ترمزگیری انجام شده است با دو رویکرد UIIEKF و MANF در شکل ۱۰ نشان داده شده است.

این شکل نشان می‌دهد که علی‌رغم وجود نامعینی در تغییرات ضریب اصطکاک و همچنین نادیده گرفتن ورودی گشتاور ترمزی، نتایج حاصله از تخمین با هر دو روش، بسیار مناسب می‌باشند. این در حالی است که در تحقیقات پیشین[۹،۲،۱] با اندازه‌گیری گشتاور ترمزی و استفاده از داده‌های شتاب‌سنج در طول فرآیند تخمین به نتایج مشابه از لحاظ دقت سرعت تخمین زده شده، دست پیدا کرده‌اند. شکل ۱۱، خطای مطلق سرعت تخمین زده شده با استفاده از هر دو رویکرد را، جهت بررسی بهتر عملکرد دو تخمین‌گر، نشان می‌دهد. در این پژوهش از داده‌های شتاب‌سنج طولی، فقط به‌منظور صحه‌گذاری بر فرآیند تخمین سرعت طولی استفاده شده است.

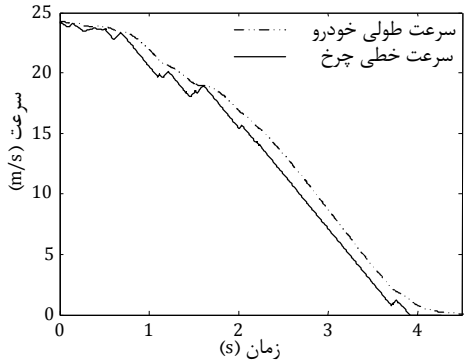
اما همان‌طور که در بخش تحلیل عملکرد فیلتر ذکر شد، در حین استفاده از رویکرد UIIEKF باید از پایداری و همگرایی فیلتر برای داده‌های مورد نظر اطمینان حاصل کرد. با توجه به رابطه (۳۲) برای همگرایی این رویکرد لازم است که ضریب $\mathbb{E}[d_k]$ صفر شود و همچنین تمامی مقادیر ویژه ماتریس $(I-L_kC)A$ در تمام طول آزمایش، داخل دایره واحد قرار بگیرد. برای بررسی مقادیر ویژه ماتریس مورد نظر، می‌توان از شکل ۱۲ استفاده کرد. این شکل نشان می‌دهد، تمامی مقادیر ویژه ماتریس $(I-L_kC)A$ را در طول فرآیند تخمین، داخل دایره واحد قرار گرفته است که بیانگر شرط دوم همگرایی می‌باشد.




**شکل ۱۱** قدر مطلق خطای سرعت طولی تخمین زده شده از سرعت واقعی




**شکل ۱۲** محل قرار گرفتن قطب‌های ماتریس $((I-L_kC)A)$ نسبت به دایره واحد(ستاره: قطب‌ها، خط: دایره واحد)

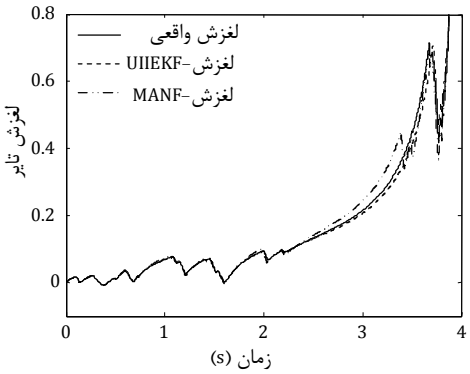



**شکل ۱۳** مقایسه سرعت طولی خودرو با سرعت خطی چرخ جلو

در شکل ۱۳، سرعت محیطی چرخ با سرعت تخمین زده شده، مورد مقایسه قرار گرفته است. همان‌طور که از این شکل مشخص است در لحظات اولیه، لغزش بین تایر و جاده ناچیز می‌باشد. ولیکن درست در زمانی که اقدام به ترمزگیری شده، چرخ نیز شروع به لغزش می‌کند. مقدار لغزش در شکل ۱۴ نمایش داده شده است.جدول ۴، برخی از ویژگی‌های عملکردی تخمین‌گرهای UIIEKF و MANF که در این پژوهش طراحی و شبیه‌سازی شده است را نشان می‌دهد. با توجه به جدول ۴، ملاحظه می‌گردد درصورتی که نیاز به تخمین بسیار دقیق از سرعت خودرو باشد، استفاده از UIIEKF مناسب‌تر از فیلتر تطبیقی غیرخطی می‌باشد. اما از طرف دیگر، ساده بودن الگوریتم فیلتر غیرخطی تطبیقی و سرعت زیاد محاسبات آن، نقطه‌ی قوت این فیلتر می‌باشد.

## ۶- نتیجه گیری

در این مقاله، دو تخمین‌گر فیلتر کالمن توسعه یافته مکرر با ورودی نامشخص و فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح شده به‌منظور تخمین سرعت طولی خودرو پیشنهاد گردیدند. ویژگی عمده این دو تخمین‌گر، ارائه تخمین نسبتا دقیق از سرعت طولی خودرو در حین فرآیند ترمزگیری ولیکن به‌صورت مستقل از مقدار گشتاور ترمزی و بدون نیاز به اندازه‌گیری آن می‌باشد. فیلتر کالمن توسعه یافته مکرر با ورودی نامشخص به مدل دینامیک خودرو نیاز دارد و از این رو در بخشی از این مقاله به مساله مدل‌سازی دینامیک خودرو پرداخته شد و رابطه‌های کاملی از آن ارائه گردید. همچنین در این مقاله شرایط پایداری و همگرایی این فیلتر تحلیل گردید. درکنار فیلتر کالمن ارائه شده، فیلتر دیگری با عنوان فیلتر غیرخطی تطبیقی اصلاح شده معرفی و رابطه‌های لازم، پیشنهاد گردید که ویژگی عمده آن سادگی رابطه‌های فیلتر می‌باشد. در خاتمه، مقایسه نتایج تخمین سرعت توسط این دو رویکرد در یک آزمون واقعی و بر روی خودروی پراید و با اندازه‌گیری واقعی سرعت طولی خودرو به کمک شتاب‌سنج انجام گرفت که نتیجه آن دقت بالای فیلتر کالمن با ورودی نامشخص را در مقابل سادگی الگوریتم فیلتر غیرخطی تطبیقی و سرعت زیاد محاسبات آن، نشان می‌دهد.




**شکل ۱۴** لغزش تایر در حین ترمزگیری

**جدول ۴**مقایسه رویکردUIIEKF و MANF برای تخمین سرعت طولی خودرو

| ردیف | موضوع | رویکرد | |
|---|---|---|---|
| | | UIIEKF | MANF |
| ۱ | میانگین مربعات خطا مابین سرعت تخمینی و سرعت واقعی خودرو | ۰/۰۰۸۱ | ۰/۰۲۷۲ |
| ۲ | پیچیدگی محاسبات | زیاد | کم |
| ۳ | نیازمندی‌ها | نیاز به مدل دینامیکی حرکتی خودرو و پارامترهای آن | الگوریتم ساده بدون استفاده از مدل خودرو ولی متکی به ویژگی‌های کلی حرکت خودرو |
| ۴ | سخت افزار مورد نیاز برای پیاده‌سازی | نیاز به پردازشگری با سرعت زیاد | استفاده از میکروکنترلر معمولی |
| ۵ | قابلیت | دقیق و قابل اطمینان | دقت اولیه نامناسب |
| ۶ | سرعت محاسبات در هر گام از فرآیند تخمین با سخت افزاری با مشخصات Intel® core™2 Duo CPU E7300@2.66GHz(2CPUs),2048 RAM | ۱/۸ ms | ۰/۱۷۳ms |

## ۷- فهرست علائم

| | |
|---|---|
| $A_f$ | سطح تصویر شده جلو خودرو $(m^2)$ |
| $\hat{a}_x$ | شتاب قابل تحمل خودرو $(m/s^2)$ |
| $C_d$ | ضریب درگ بدنه خودرو |
| $D_x$ | شتاب منفی $(m/s^2)$ |
| $F_{yf}$ | نیروی عرضی تایر جلو(N) |
| $F_{yr}$ | نیروی عرضی تایر عقب(N) |
| $F_{xf}$ | نیروی ترمزی تایر جلو(N) |
| $F_{xr}$ | نیروی ترمزی تایر عقب(N) |
| $g$ | شتاب جاذبه $(m/s^2)$ |
| $H$ | ارتفاع مرکز ثقل خودرو از سطح جاده(m) |
| $H_a$ | ارتفاع موثر تاثیر نیروی مقاومت هوا(m) |
| $I_\omega$ | ممان اینرسی چرخ $(kg.\,m^2)$ |
| $I_z$ | ممان اینرسی حول محور عمودی$(kg.\,m^2)$ |
| $K_b$ | ضریب ثابت ترمز اعمالی به چرخ جلو |
| $L_f$ | فاصله محور جلو تا $COG$(m) |
| $L_r$ | فاصله‌ی محور عقب تا $COG$(m) |
| $m$ | جرم خودرو (kg) |
| $m_b$ | جرم فنربندی شده خودرو(kg) |
| $m_f$ | جرم چرخ‌های جلو (kg) |
| $m_r$ | جرم چرخ‌های عقب (kg) |
| $r$ | نرخ انحراف (rad/s) |
| $R_\omega$ | شعاع چرخ‌ها (m) |
| $T_b$ | گشتاور ترمزی(Nm) |
| $v_x$ | سرعت طولی خودرو(m/s) |
| $v_y$ | سرعت عرضی خودرو(m/s) |
| $W$ | وزن خودرو (N) |

**علایم یونانی**

| | |
|---|---|
| $\delta_f$ | زاویه فرمان چرخ جلو (rad) |
| $\rho$ | چگالی هوا $(kg/m^3)$ |
| $\omega_f$ | سرعت زاویه‌ای چرخ جلو(rad/s) |
| $\omega_r$ | سرعت زاویه‌ای چرخ عقب (rad/s) |

## ۸- تقدیر و تشکر

نویسندگان این پژوهش کمال تشکر و قدردانی خود را از تمامی تلاش‌ها و زحمات دبیرخانه پژوهش‌های کاربردی تقاضا محور وزارت علوم، تحقیقات و فناوری وشرکت نگارین صنعت آسیا که زمینه انجام این پژوهش را مهیا کرده‌اند ابراز می‌دارند.

## ۹- مراجع

[1] L. R. Ray, Nonlinear state and tire force estimation for advanced vehicle control, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 3, No. 1 pp. 117-124, 1995.

[2] J. C. Alvarez, *Estimation of the Longitudinal and Lateral Velocities of a Vehicle Using Extended Kalman Filters*, MSc Thesis, School of Electrical and Computer Engineering, Georgia Institute of Technology, 2006.

[3] F.Jiangand, Z. Gao, An adaptive nonlinear filter approach to the vehicle velocity estimation for ABS, *in Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Control Applications*, Anchorage, AK, pp. 490-495, 2000.

[4] J. Kubo, *Anti-Lock Brake Control System Including a Procedure of Sampling of Input Time Data of Wheel Speed Sensor Signals and Method Therefor*, US Patent No. 4660146 A, 1987.

[5] T. Arikawa, T. Inoue, Y. Takiue, *Wheel speed measuring circui*, US Patent No. US 4420814 A, 1983.

[6] M. Nomura, M. Hori, J. Shimomura, T. Masayuki, Velocity measurement using phase orthogonal spatial filters, *IEEE Transactionson Industry Applications*, Vol. 32, No. 4, pp. 796-801, 1996.

[7] T. Engelberg,Design of a correlation system for speed measurement of rail vehicles.*Measurement*, Vol. 29, No. 2, pp. 157–164, 2001.

[8] K. Kobayashi, K. C. Cheok, K. Watanabe, Estimation of absolute vehicle speed using fuzzy logic rule-based Kalman filter, *in Proceedings of the AmericanControl Conference,* Seatle, USA, pp. 3086-3090, 1995.

[9] H. Guo, H. Chen, F. Xu, F. Wang, and G. Lu, Implementation of EKF for Vehicle Velocities Estimation on FPGA, *IEEE Transactions* on*Industrial Electronics*, Vol. 60, No. 9, pp. 3823-3835, 2013.

[10] M. C. Best, T. Gordon, P. Dixon, An extended adaptive Kalman filter for real-time state estimation of vehicle handling dynamics, *Vehicle System Dynamics*, Vol. 34, No. 1, pp. 57-75, 2000.

[11] R. Mehra, A comparison of several nonlinear filters for reentry vehicle tracking, *IEEE Transactions* on *Automatic Control*, Vol. 16, No. 4, pp. 307-319, 1971.

[12] M. Oudghiri, M. Chadli, A. El Hajjaji, Lateral vehicle velocity estimation using fuzzy sliding mode observer, *in Proceeding of Mediterranean Conference on Control & Automation,* Athens, Greece,pp. 1-6, 2007.

[13] H. E. Tseng, A sliding mode lateral velocity observer, *in Proceeding of Int. Symposium on advanced vehicle control IEEE Press, Yokohama, Japan*, 2002.

[14] M. amiri and B. moaveni, Vehicle Velocity Estimation based on Data fusion by Kalman Filtering for ABS, *in Proceeidng ofICEE*, Tehran, Iran, 2012.

[15] M. Amiri, *Designing an Optimum Structure of Filtering in Order to Estimate the Vehicle Velocity for ABS*, MSc Thesis, School of Electrical Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran, 2011. (In persian)

[16] L. H. Zhao, Z. Y. Liu, H. Chen, Design of a nonlinear observer for vehicle velocity estimation and experiments, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 19, No. 3, pp. 664-672, 2011.

[17] A. Y. Ungoren, H. Peng, H. Tseng, A study on lateral speed estimation methods, *International Journal of VehicleAutonomous Systems*, Vol. 1, No. 1, pp. 126-144, 2002.

[18] M. Amiri, B. Moaveni, reducing error of vehicle velocity estimation by fusing filter's data in order to improve the performance of ABS, *in Proceeding of 2nd International Conference on Control and Automation,* Shiraz,Iran,2011.(In persain)

[19] J. J. Oh, S. B. Choi, Vehicle velocity observer design using 6-d imu and multiple-observer approach, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, Vol. 13, No. 4,pp. 1865-1879, 2012.

[20] L. H. Zhao, Z. Y. Liu, H. Chen, Design of a nonlinear observer for vehicle velocity estimation and experiments, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*,Vol. 19, No.3 , pp. 664-672, 2011.

[21] K. T. Leung, J. F. Whidborne, D. Purdy and P. Barber, Road vehicle state estimation using low-cost GPS/INS, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 25, No.6, pp. 1988-2004, 2011.

[22] H. Guo, H. Chen, D. Cao, W. Jin, Design of a reduced-order non-linear observer for vehicle velocities estimation, *IET Control Theory & Applications*, Vol. 7, No. 17, pp. 2056-2068, 2013.

[23] D. Koenig, S. Mammar, Reduced order unknown input Kalman filter: application for vehicle lateral control, *in Proceedings of the American Control Conference,* pp. 4353-4358, 2003.

[24] L. Imsland, T. A. Johansen,H. F. Grip, T. I. Fossen, On non-linear unknown input observers–applied to lateral vehicle velocity estimation on banked roads, *International Journal of Control*, Vol. 80, No. 11, pp. 1741-1750, 2007.

[25] C. S. Hsieh, F. C. Chen, Optimal solution of the two-stage Kalman estimator, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 44, No. 1, pp. 194-199, 1999.

[26] U. Kiencke, L. Nielsen, *Automotive Control Systems,* Springer, 2005.

[27] S. Nasiri, B. Moaveni, Gh. Payegane, M. Arefiyan, Modeling and analysis of the hydraulic anti-lock brake system of vehicle, *Journal of Control*, Vol. 6, No. 3, pp. 11-26 , 2012. (In persain)

[28] P. K. Kitanidis, Unbiased minimum-variance linearstate estimation, *Automatica*, Vol. 23, No. 6, pp. 775-778, 1987.

[29] C. S. Hsieh, Robust two-stage Kalman filters for systems with unknown inputs, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 45, No. 12, pp. 2374-2378, 2000.

[30] M. Khosravi Roqaye Abad, *Estimating of linear speed and detecting slip by designing robust estimator,* MSc. Thesis, Iran University of Science and Technology. Tehran, Iran, 2013. (in persian)