



حذف اثرات سیستم تعلیق کابلی از مشخصات مودال اندازه گیری شده یک سازه منعطف

سید احسان حاجی آقا محمد زرباف^۱، حمید احمدیان^۲، حسن جلالی^{۳*}

۱- کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

۲- استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

۳- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اراک، اراک

* صندوق پستی ۳۸۱۳۵-۱۱۷۷، jalali@iust.ac.ir

چکیده- حین انجام آزمون مودال، سازه مورد بررسی توسط سیستم تعلیق به محیط پیرامون خود متصل می‌شود. سیستم تعلیق کابلی، یکی از متداول ترین سیستم‌های تعلیق در آزمون مودال می‌باشد که به علت سختی پایین، جهت شبیه سازی شرایط مرزی آزاد مورد استفاده قرار می‌گیرد. در چنین شرایطی، خواص مودال اندازه گیری شده سازه به عنوان مشخصات دینامیکی سازه در حالت آزاد فرض می‌شوند. اما در مواردی که سازه مورد بررسی، سازه ای بزرگ و با انعطاف پذیری بالا است، تأثیر سختی سیستم تعلیق کابلی بر خواص مودال اندازه گیری شده چشم گیر خواهد بود و نمی‌توان از اثرات سیستم تعلیق چشم پوشی کرد. تحقیق حاضر به حذف اثرات سیستم تعلیق کابلی از فرکانس‌های مودال اندازه گیری شده یک سازه بزرگ با انعطاف پذیری بالا می‌پردازد. برای انجام این مهم، ابتدا حساسیت فرکانس‌های طبیعی سازه به سختی خارجی بررسی می‌شود و در ادامه، با مدل سازی دینامیکی سیستم تعلیق کابلی مورد بررسی، سختی مؤثر سیستم تعلیق بدست می‌آید. در ادامه با ارائه یک روش تکرار شونده، اثرات سختی سیستم تعلیق از فرکانس‌های مودال سازه حذف می‌شود. در نهایت روش تکرار شونده پیشنهادی توسط یک مدل عددی تأیید شده و از آن برای اصلاح فرکانس‌های مودال اندازه گیری شده یک سازه واقعی استفاده می‌شود.

کلیدواژگان: آزمون مودال، سیستم تعلیق کابلی، تأثیرات سیستم تعلیق، اصلاح خواص مودال اندازه گیری شده.

Elimination of suspension effects from measured modal properties of a flexible structure

S.E.H.A.M. Zarbaf¹, H. Ahmadian², H. Jalali^{3*}

1- MSc, School of Mech. Eng., Iran Univ. of Science and Tech., Tehran, Iran

2- Prof., School of Mech. Eng., Iran Univ. of Science and Tech., Tehran, Iran

3- Assist. Prof., Iran Univ. of Science and Tech. /Arak Branch, Arak, Iran

* P.O.B. 38135-1177, Arak, Iran. jalali@iust.ac.ir

Abstract- During modal testing, the test structure is connected to its surroundings by a suspension system. Cable suspension system is one of the most common suspension systems which is used to simulate the free-free condition, due to its low stiffness. In this condition, the measured modal properties are assumed to be free-free dynamic properties of the test structure. But in situations in which the test structure is big and flexible, the stiffness of the suspension system is comparable with the stiffness of the test structure and cannot be neglected. In this paper, the suspension effects are eliminated from measured modal frequencies of a flexible structure which is suspended by a cable suspension system. The eigenvalue sensitivity analysis is done and then, the effective stiffness of the cable suspension system is derived. Based on the eigenvalue sensitivity and the effective stiffness of the suspension system, an iterative procedure is proposed to eliminate the suspension effects from measured modal frequencies of the test structure. The proposed iterative procedure is verified using a finite element model. Finally, the proposed iterative procedure is used to eliminate the suspension effects from measured modal frequencies of a real flexible structure.

Keywords: Modal Testing, Cable Suspension System, Effects of Suspension System, Correction of Modal Properties.

۱- مقدمه

حین انجام آزمون مودال، اغلب خواص مودال سازه در شرایط آزاد مد نظر است. شرایط آزاد به شرایطی اطلاق می‌شود که در آن هیچ گونه سختی از طرف سیستم تعلیق به سازه مورد بررسی اعمال نمی‌شود. در چنین شرایطی سازه مورد بررسی دارای فرکانس حرکت صلب صفر خواهد بود. در واقعیت، دستیابی به چنین شرایط ایده‌آلی غیرممکن است. به عبارت دیگر، در شرایط واقعی سیستم تعلیق طراحی شده به منظور شبیه‌سازی شرایط آزاد، مقداری سختی به سازه مورد بررسی معرفی می‌کند و در نتیجه باعث افزایش در فرکانس‌های طبیعی اندازه‌گیری شده سازه می‌شود. به همین ترتیب، فرکانس اندازه‌گیری شده مود صلب سازه در شرایط واقعی نیز افزایش پیدا کرده و برابر با مقدار ایده‌آل صفر نخواهد بود. در این مقاله، به فرکانس‌های مود صلب سازه که بر اثر سختی سیستم تعلیق، نسبت به مقدار واقعی خود (صفر) افزایش پیدا کرده و دارای مقادیر مخالف صفر هستند، فرکانس‌های سیستم تعلیق اطلاق می‌شود. در مورد سازه‌های با انعطاف‌پذیری بالا، فرکانس چند مود اول سازه به فرکانس‌های سیستم تعلیق نزدیک بوده و در چنین شرایطی، سیستم تعلیق تأثیر بسزایی بر خواص مودال چند مود اول سازه خواهد داشت [۲، ۱]. به همین ترتیب، خواص مودال اندازه‌گیری شده سازه در بازه فرکانسی چند مود اول نیز تحت تأثیر سیستم تعلیق قرار می‌گیرد [۳-۵] و حذف اثرات سیستم تعلیق از خواص مودال اندازه‌گیری شده سازه ضروری خواهد بود [۲-۶].

تاکنون تحقیقات زیادی در جهت حذف اثرات سیستم تعلیق از خواص مودال سازه انجام پذیرفته است. آشوری روشی را پیشنهاد داد که در آن به کمک اندازه‌گیری توابع پاسخ فرکانسی مشابه سازه تحت شرایط اتصال سازه به فنرها تعلیق با مقادیر گوناگون، اثرات سیستم تعلیق از مشخصات اندازه‌گیری شده سازه حذف می‌شود [۷]. کیکر با در نظر گرفتن سختی سیستم تعلیق و چشم‌پوشی از استهلاک سیستم تعلیق، با استفاده از رابطه شرمن- ماریسن به حذف اثرات سیستم تعلیق از خواص مودال سازه پرداخت [۸، ۹]. رن با در نظر گرفتن سختی و استهلاک سیستم تعلیق و فرض این که سیستم تعلیق تنها در یک نقطه به سازه متصل است، به حذف اثرات سیستم تعلیق از توابع پاسخ فرکانسی اندازه‌گیری شده

سازه پرداخته است [۱۰]. رن در ادامه با بسط روش ارائه شده خود، به حذف اثرات سیستم تعلیقی پرداخت که در چندین نقطه به سازه متصل شده است [۱۱].

سازه‌های فضایی اغلب به علت نسبت طول به قطر زیاد، جزء سازه‌های انعطاف‌پذیر محسوب می‌شوند و سیستم‌های تعلیق طراحی شده به منظور شبیه‌سازی شرایط آزاد، اثرات قابل توجهی بر روی چند مود اول آنها دارند.

تاکنون مکانیزم‌های مختلفی جهت کاهش اثرات سیستم تعلیق بر خواص مودال سازه‌های با انعطاف‌پذیری بالا پیشنهاد شده است. سیستم تعلیق دیسکی^۱، سیستم تعلیقی است که به منظور مدل‌سازی شرایط آزاد در آزمون مودال سازه‌های فضایی پیشنهاد داده شده است. این سیستم تعلیق از دیسک‌هایی با پروفیل غیر دایروی تشکیل شده است که توسط یک فنر پیچشی، حول محور دورانی خود نگه داشته شده‌اند. پروفیل دیسک‌ها به نحوی طراحی می‌شود که در هر لحظه گشتاوری که توسط نیروی موجود در کابل‌های تعلیق حول محور دوران دیسک ایجاد می‌شود با گشتاور فنر پیچشی برابر باشد [۱۲، ۱۳].

مکانیزم‌های متشکل از ترکیبات فنر و اهرم، از دیگر مکانیزم‌هایی هستند که سختی بسیار کمی به سازه مورد بررسی معرفی کرده و جهت شبیه‌سازی شرایط مرزی آزاد در آزمون مودال پیشنهاد شده‌اند. در این نوع مکانیزم‌ها، فنرها و اهرم‌های متصل‌کننده فنرها به هم به نحوی طراحی و ترکیب شده‌اند که سختی فنرها در موقعیت تعادل سازه توسط یکدیگر خنثی شده و سختی کل مجموعه در نزدیکی موقعیت تعادل سازه، بسیار ناچیز می‌باشد [۱۴، ۱۵]. در مواردی که فرکانس سیستم تعلیق کمتر از ۱ هرتز است، سیستم‌های تعلیق کنترل فعال پنوماتیکی نسبت به سیستم‌های غیرفعال کارایی بیشتری دارند [۱۶] و تحقیقات در راستای بهبود عملکرد سیستم‌های کنترل فعال مذکور ادامه دارد [۱۷-۱۹]. از میان انبوه مکانیزم‌های پیشنهاد داده شده جهت شبیه‌سازی شرایط مرزی آزاد در آزمون مودال سازه‌های منعطف، سیستم‌های تعلیق کابلی به علت سادگی در اجرا، از مقبولیت بیشتری در صنایع فضایی برخوردار هستند. هر [۲۰، ۲۱] انواع مختلف سیستم‌های تعلیق کابلی را مورد مطالعه قرار داد و چندین سیستم تعلیق

۲- حساسیت فرکانس طبیعی به سختی خارجی

در این بخش، تغییرات در فرکانس طبیعی سازه بر اثر اضافه شدن سختی خارجی به برخی از درجات آزادی سازه بررسی می‌شود.

ماتریس‌های جرم و سختی سازه مورد بررسی تحت شرایط مرزی آزاد به ترتیب با $[\bar{M}]_{N \times N}$ و $[\bar{K}]_{N \times N}$ نمایش داده شده‌اند. به عبارت دیگر، ماتریس‌های $[\bar{M}]$ و $[\bar{K}]$ به ترتیب ماتریس‌های جرم و سختی سازه در مرحله قبل از اتصال آن به سیستم تعلیق کابلی هستند. پس از اتصال سازه به سیستم تعلیق، سیستم تعلیق یک سختی خارجی در درجه آزادی α_m به سازه معرفی می‌کند. به این ترتیب ماتریس‌های جرم و سختی سازه پس از اتصال آن به سیستم تعلیق را به ترتیب با $[M]$ و $[K]$ نمایش داده و عبارتند از:

$$[K] = [\bar{K}] + \Gamma_{ii}, \quad [M] = [\bar{M}] \quad (1)$$

که در آن Γ_{ii} ماتریسی است که در آن تمامی المان‌ها به غیر از المان سطر و ستون α_m صفر هستند و یا به عبارت دیگر $\Gamma(i, i) = k$ که در آن k سختی مؤثر سیستم تعلیق است که در درجه آزادی α_m سازه، به سازه مورد بررسی اضافه شده است. رابطه (۱) با این فرض نوشته شده است که تأثیر سیستم تعلیق بر جرم سازه مورد بررسی قابل چشم‌پوشی است.

معادله دیفرانسیل حاکم بر سازه مورد بررسی تحت شرایط مرزی آزاد عبارتست از:

$$([K] - \omega_r^2 [M]) \{\phi\}_r = 0 \quad r = 1, 2, 3, \dots, N \quad (2)$$

که در آن ω_r و $\{\phi\}_r$ به ترتیب عبارتند از α_m فرکانس طبیعی و شکل مود سازه مورد بررسی در حالت اتصال به سیستم تعلیق. با گرفتن مشتق از طرفین رابطه (۲) نسبت به سختی سیستم تعلیق k ، رابطه (۳) به فرم زیر بدست می‌آید:

$$([K] - \omega_r^2 [M]) \frac{\partial \{\phi\}_r}{\partial k} + \left(\frac{\partial [K]}{\partial k} - \frac{\partial \omega_r^2}{\partial k} [M] - \omega_r^2 \frac{\partial [M]}{\partial k} \right) \{\phi\}_r = 0 \quad (3)$$

با پیش‌ضرب طرفین معادله (۳) در $\{\phi\}_r^T$ ، و استفاده از خاصیت تعامد شکل مود $\{\phi\}_r^T [M] \{\phi\}_r = 1$ ، و ساده‌سازی روابط، رابطه (۳) به فرم رابطه (۴) خلاصه می‌شود.

$$\frac{\partial \omega_r^2}{\partial k} = \{\phi\}_r^T \left(\frac{\partial [K]}{\partial k} - \omega_r^2 \frac{\partial [M]}{\partial k} \right) \{\phi\}_r \quad (4)$$

کابلی با حداقل تأثیر بر خواص دینامیکی سازه را پیشنهاد داد. در تحقیقات انجام شده پیرامون طراحی سیستم‌های تعلیق کابلی، اندازه و وزن سازه مورد بررسی تعداد کابل‌های سیستم تعلیق کابلی را تعیین می‌کند و سیستم‌های تعلیق یک، دو و هشت کابلی جهت آزمایش مودال سازه‌های فضایی واقعی مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۲۱-۲۳].

خواص مودال اندازه‌گیری شده سازه اغلب جهت به‌روزرسانی^۱ مدل تحلیلی یا عددی سازه مورد بررسی استفاده می‌شوند. در نتیجه، اگر خواص اندازه‌گیری شده تحت تأثیر سیستم تعلیق استفاده شده در آزمون مودال باشند یا باید سیستم تعلیق نیز در مدل تحلیلی یا عددی مدل‌سازی شود و یا اثرات سیستم تعلیق استفاده شده حین آزمون تجربی مودال از نتایج اندازه‌گیری شده حذف شوند و در ادامه مدل تحلیلی یا عددی سازه مورد بررسی به‌روزرسانی شود. در مقاله حاضر به راهکار دوم پرداخته خواهد شد. کارن [۲۴، ۴] به حذف اثرات سیستم تعلیق از فرکانس و ضریب استهلاک اندازه‌گیری شده سازه پرداخت با این فرض که مشخصات دینامیکی سیستم تعلیق استفاده شده حین آزمون مودال مشخص هستند. لازم به ذکر است که در سالیان اخیر، تعداد تحقیقات منتشر شده در زمینه حذف اثرات سیستم تعلیق کابلی از مشخصات مودال اندازه‌گیری شده سازه‌های بزرگ و منعطف فضایی بسیار محدود بوده است.

هدف از انجام این مقاله، حذف اثرات سیستم تعلیق کابلی از فرکانس‌های مودال اندازه‌گیری شده یک سازه بزرگ با انعطاف‌پذیری بالا است. در بخش اول، میزان تغییرات در فرکانس طبیعی یک سازه بر اثر اضافه شدن سختی خارجی به درجات آزادی آن مورد بررسی قرار خواهد گرفت و سپس با مدل‌سازی دینامیکی سیستم تعلیق کابلی مورد بررسی، سختی مؤثر آن در درجات آزادی اتصال سیستم تعلیق به سازه بدست خواهد آمد. در ادامه، با ارائه یک روند تکرار شونده، اثرات سیستم تعلیق از فرکانس طبیعی اندازه‌گیری شده سازه حذف خواهد شد. نهایتاً، روند تکرار شونده پیشنهاد داده شده توسط یک مدل عددی تأیید شده و از آن به منظور اصلاح فرکانس‌های اندازه‌گیری شده یک سازه واقعی استفاده خواهد شد.

1. Model Updating

مودال یک سازه منعطف واقعی استخراج خواهد شد.

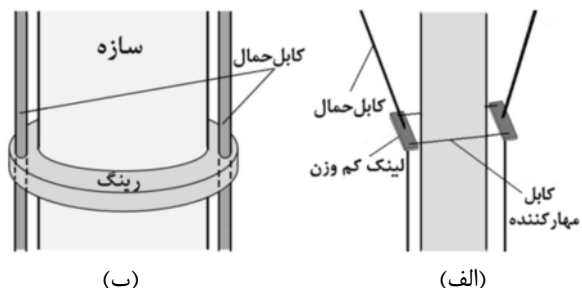
۳- مدل سازی سیستم تعلیق کابلی

سیستم‌های تعلیق کابلی از متداول‌ترین سیستم‌های تعلیق جهت شبیه‌سازی شرایط مرزی آزاد در آزمون مودال سازه‌های بزرگ با انعطاف‌پذیری بالا هستند. در شکل ۱، نمای شماتیک از یک سیستم تعلیق قائم دو کابلی^۱ مورد استفاده جهت اندازه‌گیری خواص مربوط به مودهای خمشی یک سازه نشان داده شده است.

همان‌طور که از نام سیستم تعلیق کابلی مذکور برمی‌آید، این نوع سیستم تعلیق از دو کابل قائم تشکیل شده است. دو رینگ در پایین و میانه‌ی سازه به آن متصل شده‌اند. کابل‌های حمال به رینگ پایینی متصل شده‌اند و از داخل سوراخ‌هایی در رینگ میانی عبور کرده و به تکیه‌گاهی که در ارتفاع بالاتر از سازه قرار دارد وصل شده‌اند. شکل ۲ نمای شماتیک نحوه اتصال کابل‌ها به ناحیه میانی سازه را نشان می‌دهد.



شکل ۱ نمای شماتیک سیستم تعلیق قائم دو کابلی



شکل ۲ نمای شماتیک اتصال کابل‌های حمال به سازه در ناحیه میانی سازه، الف- مدل هری، ب- مدل استفاده‌شده در این مقاله

در رابطه (۴)، مشتق ماتریس $[K]$ نسبت به k ، ماتریسی خواهد بود که تمامی المان‌های آن به غیر از المان سطر و ستون Δm صفر است. همچنین با توجه به رابطه (۱)، مقدار سطر و ستون Δm برابر با واحد خواهد بود. با استفاده از این مطلب، و اینکه ماتریس جرم $[M]$ مستقل از سختی k است، رابطه (۴) بصورت زیر خلاصه می‌شود:

$$\frac{\partial \omega_r}{\partial k} = \frac{1}{2\omega_r} \phi_r^i \phi_r^i \quad (5)$$

که در آن ϕ_r^i ، المان Δm بردار شکل مود Δm سازه در حالت اتصال به سیستم تعلیق است. رابطه (۵) را می‌توان به فرم زیر بازنویسی کرد:

$$\Delta \omega_r \cong \left(\frac{1}{2\omega_r} \phi_r^i \phi_r^i \right) \Delta k \quad (6)$$

رابطه (۶) را می‌توان جهت بررسی تغییرات در فرکانس مود Δm سازه، هنگامیکه سختی خارجی Δk به درجه آزادی i سازه اضافه می‌شود مورد استفاده قرار داد. در نتیجه، در صورتیکه مقدار سختی مؤثر سیستم تعلیق در درجه آزادی اتصال آن به سازه Δk ، مقدار بردار شکل مود در درجه آزادی مربوطه برای مود مورد نظر ϕ_r^i و فرکانس مود مورد نظر ω_r معلوم باشند، می‌توان به کمک رابطه (۶) اثر سیستم تعلیق که به صورت سختی مؤثر k در درجه آزادی Δm سازه نمود پیدا می‌کند را از فرکانس مود مورد نظر حذف کرد. لازم به ذکر است که اگر سیستم تعلیق در بیش از یک نقطه به سازه متصل شده باشد، حذف اثرات سیستم تعلیق از فرکانس‌های مودال اندازه‌گیری شده سازه در بیش از یک مرحله صورت می‌گیرد. به عبارت دیگر، در هر مرحله تأثیر تنها یک سختی مؤثر به کمک رابطه (۶) از فرکانس‌های اندازه‌گیری شده سازه حذف می‌شود در حالی که سختی مؤثر سیستم تعلیق در سایر درجات آزادی سازه به عنوان جزئی از سازه فرض می‌شود. به منظور حذف اثرات سختی سیستم تعلیق در درجات آزادی بعدی، باید توجه شود که فرکانس اصلاح شده در مرحله قبل به عنوان فرکانس اندازه‌گیری شده در مرحله جاری در نظر گرفته شود.

همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد، به منظور حذف اثر سیستم تعلیق از فرکانس‌های مودال اندازه‌گیری شده سازه توسط رابطه (۶)، به سختی مؤثر سیستم تعلیق در درجه آزادی اتصال آن به سازه مورد بررسی احتیاج است. در بخش بعد، سختی مؤثر یک سیستم تعلیق کابلی استفاده شده در آزمون

با استفاده از معادلات لاگرانژ، معادلات حرکت سازه بصورت معادلات (۷) و (۸) بدست خواهند آمد:

$$mL_1^2 \ddot{\theta}_1 + mL_1(L_2 + L_3 - L_4) \times [\ddot{\theta}_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) - \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_2 - \theta_1)] + mgL_1 \sin \theta_1 = 0 \quad (7)$$

$$mL_1(L_2 + L_3 - L_4) \times [\ddot{\theta}_1 \cos(\theta_2 - \theta_1) + \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_2 - \theta_1)] + [m(L_2 + L_3 - L_4)^2 + I_G] \ddot{\theta}_2 + mg(L_2 + L_3 - L_4) \sin(\theta_2) = 0 \quad (8)$$

جزئیات استخراج معادلات (۷) و (۸) در پیوست آمده است. با فرض اینکه تغییرات θ_1 و θ_2 حول نقطه تعادل $\theta_1 = \theta_2 = 0$ کوچک باشد، معادلات (۷) و (۸) را می‌توان حول موقعیت تعادل بصورت معادلات (۹) و (۱۰) خطی کرد:

$$mL_1^2 \ddot{\theta}_1 + mL_1(L_2 + L_3 - L_4) \ddot{\theta}_2 + mgL_1 \theta_1 = 0 \quad (9)$$

$$mL_1(L_2 + L_3 - L_4) \ddot{\theta}_1 + [m(L_2 + L_3 - L_4)^2 + I_G] \ddot{\theta}_2 + mg(L_2 + L_3 - L_4) \theta_2 = 0 \quad (10)$$

با بازنویسی روابط (۹) و (۱۰) به فرم ماتریسی، رابطه (۱۱) بدست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} mL_1^2 & mL_1(L_2 + L_3 - L_4) \\ mL_1(L_2 + L_3 - L_4) & m(L_2 + L_3 - L_4)^2 + I_G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} mgL_1 & 0 \\ 0 & mg(L_2 + L_3 - L_4) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (11)$$

با توجه به رابطه (۱۱)، سختی‌های مؤثر سیستم تعلیق در نقاط B و C در شکل ۳ به ترتیب عبارتند از: mgL_1 و $mg(L_2 + L_3 - L_4)$.

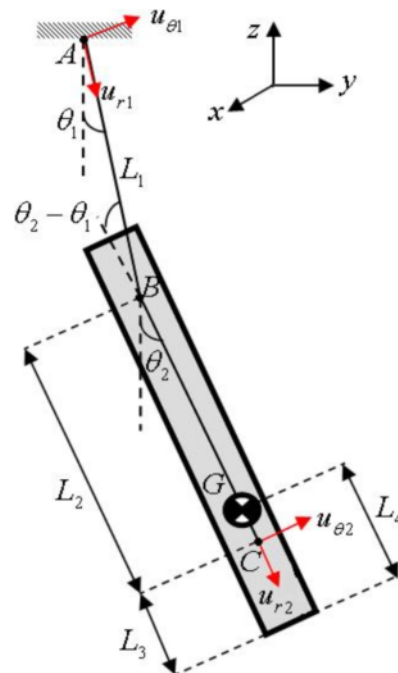
با دانستن سختی مؤثر سیستم تعلیق در درجات آزادی اتصال آن به سازه و استفاده از رابطه (۶)، می‌توان اثر سیستم تعلیق از فرکانس‌های مودال اندازه‌گیری شده سازه را حذف کرد. در بخش بعدی به حل یک مثال عددی پرداخته خواهد شد و کارایی روابط ارائه شده ارزیابی می‌شود.

۴- مثال عددی

در این بخش فرکانس‌های اندازه‌گیری شده یک نمونه عددی توسط روابط ارائه شده در بخش‌های قبل اصلاح خواهند شد. نمای شماتیک مثال عددی مورد بررسی همانند شکل ۳ است.

هر [۲۱،۲۰] در مدل‌سازی سیستم تعلیق کابلی، کابل‌های حمال را در ناحیه پایین سازه به آن متصل فرض کرده در حالی که این کابل‌ها توسط یک اتصال منعطف به ناحیه میانی سازه متصل شده‌اند (شکل ۲- الف). وی اثر سیستم تعلیق هنگامی که کابلی به طول L و کشش T به سازه متصل است را با فنر معادلی به سختی T/L معرفی کرد که در درجه آزادی مربوطه، به ماتریس سختی سازه اضافه می‌شود. در سیستم تعلیق معرفی شده در این مقاله، شرایط با آنچه که هر ارائه کرده است متفاوت است چرا که کابل‌های حمال هم در ناحیه پایین و هم در ناحیه میانی سازه به نحوی کاملاً صلب به سازه متصل شده‌اند. در ادامه، سختی مؤثر سیستم تعلیق استفاده شده در این مقاله در درجات آزادی اتصال سیستم تعلیق به سازه محاسبه خواهند شد. شکل ۳ نمای شماتیک سازه‌ای که توسط سیستم تعلیق کابلی شکل ۲- ب به حال تعلیق درآمده است را نشان می‌دهد.

که در آن $L = L_1 + L_2$ طول کابل حمال و θ_1 و θ_2 درجات آزادی هستند که جهت توصیف شکل مود صلب سازه استفاده شده‌اند. در مدل‌سازی دینامیکی سازه فرض می‌شود که سازه همانند تیری رفتار می‌کند که دارای جرم m و ممان اینرسی حول مرکز جرم I_G می‌باشد.



شکل ۳ نمای شماتیک سیستم تعلیق کابلی مورد بررسی

که در آن ω_r^{j-1} فرکانس اصلاح شده در مرحله قبل است و $\Delta\omega_r^j$ اختلاف فرکانس بین مرحله قبل و مرحله جاری است که توسط رابطه (۶) و با استفاده از فرکانس اصلاح شده مرحله قبل ω_r^{j-1} محاسبه می‌شود. نکته‌ای که در استفاده از رابطه (۶) جهت بدست آوردن $\Delta\omega_r^j$ باید مورد توجه قرار بگیرد این است که در هر مرحله از اصلاح، مقدار سختی خارجی Δk تابعی از فرکانس اصلاح شده در مرحله قبل است و به عنوان مثال، در روند حذف اثر سختی $k_{\theta B}$ از فرکانس‌های اندازه‌گیری شده، مقدار Δk تنها در مرحله اول با $k_{\theta B}$ برابر است و در مراحل بعدی، Δk با توجه به مقدار فرکانس اصلاح شده در مرحله قبل ω_r^{j-1} تعیین می‌شود. با توجه به مطالب ذکر شده، نحوه استفاده از رابطه (۶) بصورت تکرارشونده جهت اصلاح فرکانس مود ۲ام سازه بصورت رابطه (۱۳) خواهد بود:

$$\Delta\omega_r^j \equiv \left(\frac{1}{2\omega_r^{j-1}} \phi_r^j \phi_r^j \right) \Delta k(\omega_r^{j-1}) \quad (13)$$

Δk ، به عنوان تابعی از فرکانس اصلاح شده در مرحله قبل، سختی است که اگر به سازه در درجه آزادی مربوطه اضافه می‌شد، فرکانس اندازه‌گیری شده سازه ω_r^{j-1} می‌بود. در نتیجه مقدار Δk در مراحل مختلف اصلاح تغییر می‌کند و این مقدار در اولین مرحله اصلاح ($j=1$) برابر است با سختی مؤثر سیستم تعلیق کابلی در درجه آزادی مربوطه ($k_{\theta B}$ یا $k_{\theta C}$). جهت تعیین Δk به عنوان تابعی از فرکانس اندازه‌گیری شده سازه در حالتی که Δk به عنوان یک سختی خارجی به سازه متصل شده است راه‌حلی عددی پیشنهاد می‌شود که در ادامه به آن پرداخته می‌شود. با اضافه کردن یک سختی متغیر به درجه آزادی اتصال سازه به سیستم تعلیق و اندازه‌گیری فرکانس‌های طبیعی سازه تحت سختی‌های مختلف می‌توان به دیگرام سختی-فرکانس طبیعی سازه دست پیدا کرد. در ادامه و با انطباق منحنی به اطلاعات اندازه‌گیری شده، می‌توان به تابع $\Delta k(\omega_r)$ دست پیدا کرد (شکل‌های ۴ و ۵).

شکل ۴ دیگرام‌های سختی-فرکانس طبیعی برای ۳ مود اول خمشی سازه مورد بررسی و در محل نقطه B را در حالتی نشان می‌دهد که هیچ نویزی در داده‌های اندازه‌گیری شده وجود ندارد. دیگرام‌های شکل ۴ با فرض وجود سختی خارجی $k_{\theta C} = 245 \text{ N}\cdot\text{m/rad}$ در درجه آزادی مربوط به نقطه C و تغییر سختی خارجی در درجه آزادی مربوط به نقطه B از ۰ تا $1500 \text{ N}\cdot\text{m/rad}$ بدست آمده‌اند.

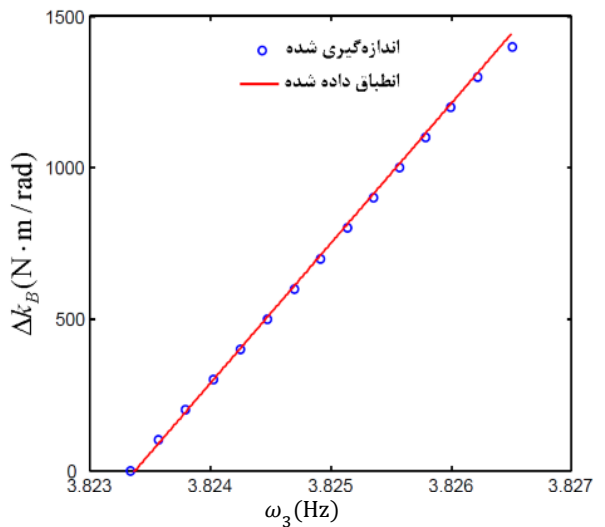
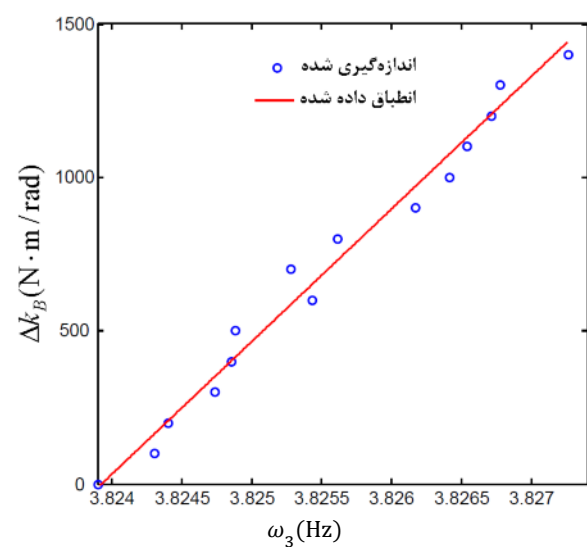
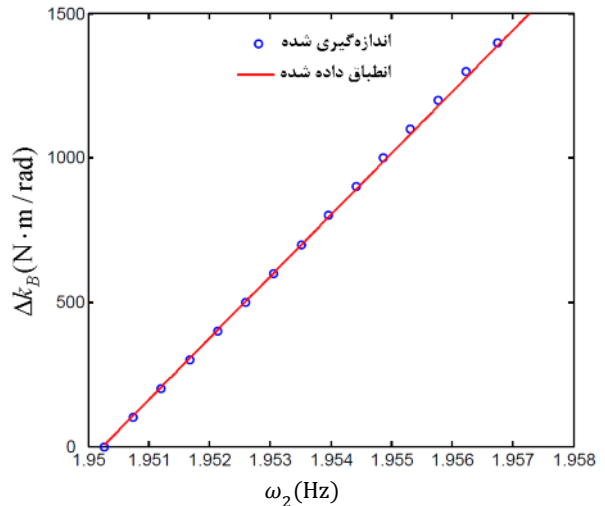
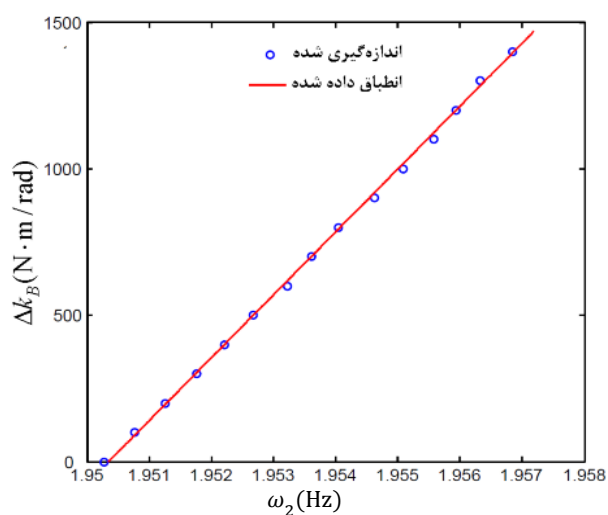
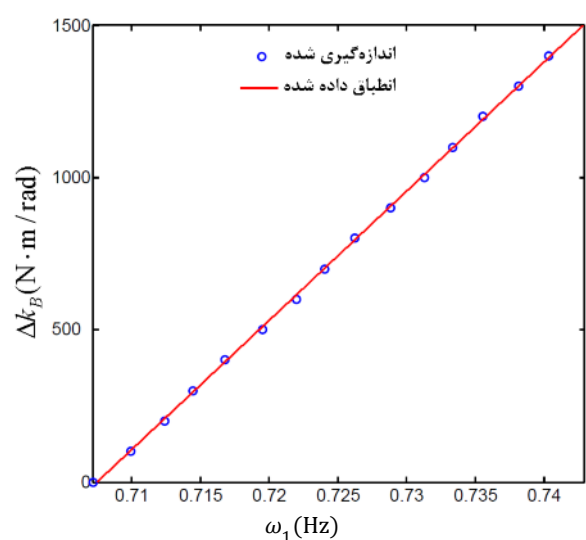
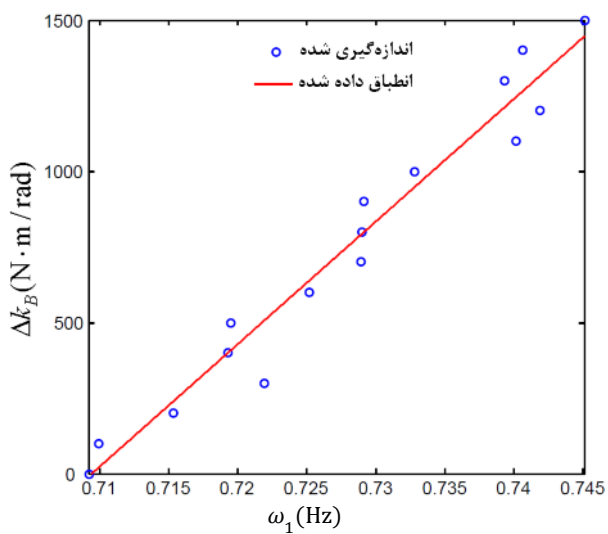
سازه توسط یک تیر اویلر به طول $\bar{L}=1\text{m}$ ، جرم واحد طول $\bar{m}=100\text{kg/m}$ و سختی خمشی $EI=0.1\text{N}\cdot\text{m}^2$ مدل‌سازی شده است. مشخصات هندسی سیستم تعلیق استفاده شده در مدل عددی در جدول ۱ ارائه شده است. در مدل عددی، سازه توسط یک تیر اویلر-برنولی با ۴۰ المان شبیه‌سازی شده است. سیستم تعلیق نیز با اضافه کردن سختی معادل پیچشی آن در درجات آزادی مربوطه به ماتریس سختی سازه شبیه‌سازی شده است. سختی معادل پیچشی سیستم تعلیق در نقاط B و C به ترتیب عبارتند از: $k_{\theta B} = 980 \text{ N}\cdot\text{m/rad}$ و $k_{\theta C} = 245 \text{ N}\cdot\text{m/rad}$. لازم به ذکر است که در مسائلی که با حذف اثرات سیستم تعلیق از خواص مودال سازه مواجه هستند، میزان تأثیر نویز در داده‌های اندازه‌گیری شده بر روند اصلاح خواص مودال بسیار مهم می‌باشد. در نتیجه، در مثال عددی حاضر، فرکانس‌های اندازه‌گیری شده سازه در سه حالت عدم وجود نویز و نسبت سیگنال به نویز ۷۵ و ۶۵ دسی‌بل اصلاح خواهند شد و میزان تأثیر نویز در داده‌های اندازه‌گیری شده بر روند اصلاح بررسی خواهد شد.

همان‌طور که در انتهای بخش ۲ اشاره شد، در حالتی که سختی مؤثر سیستم تعلیق در بیش از یک درجه آزادی به سازه معرفی می‌شود، اصلاح فرکانس‌های طبیعی اندازه‌گیری شده در بیش از یک مرحله انجام می‌شود و در هر مرحله، اثر تنها یک سختی خارجی معرفی شده توسط سیستم تعلیق از فرکانس‌های اندازه‌گیری شده حذف می‌شود. حذف اثر سیستم تعلیق در هر مرحله به کمک رابطه (۶) و طی روندی تکرارشونده قابل انجام است. به عبارت دیگر، در مرحله مربوط به حذف سختی اضافه شده به سازه در یک درجه آزادی خاص، روند حذف آنقدر تکرار می‌شود تا اختلاف بین فرکانس‌های بدست آمده طی دو مرحله متوالی از حد مورد انتظار کم‌تر شود. اصلاح فرکانس مود ۲ام در مرحله ۲ام، به کمک رابطه (۱۲) انجام می‌شود:

$$\omega_r^j = \omega_r^{j-1} + \Delta\omega_r^j, \quad j = 1, 2, \dots, l \quad (12)$$

جدول ۱ مشخصات هندسی سیستم تعلیق مدل عددی

L_4 (m)	L_3 (m)	L_2 (m)	L_1 (m)
۰/۵	۰/۱۵	۰/۶	۱



شکل ۵: دیاگرام‌های سختی-فرکانس طبیعی ۳-مود اول خمشی سازه در محل نقطه B در حالت نسبت سیگنال به نویز ۶۵ دسی‌بل

شکل ۴: دیاگرام‌های سختی-فرکانس طبیعی ۳-مود اول خمشی سازه در محل نقطه B در حالت عدم وجود نویز

روند اصلاح فرکانس‌های اندازه‌گیری شده ۳ مود اول خمشی سازه عددی مورد بررسی در حالت عدم وجود نویز در داده‌های اندازه‌گیری شده، در شکل ۶ نشان داده شده است. به علاوه، شکل ۷ روند اصلاح فرکانس‌های اندازه‌گیری شده ۳ مود اول خمشی سازه در حالت نسبت سیگنال به نویز ۶۵ دسی‌بل را نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که در شکل‌های ۶ و ۷، خطوط ممتد مربوط به مرحله اول و حذف سختی مؤثر سیستم تعلیق در نقطه B هستند در حالی که خطوط خط‌چین مربوط به مرحله دوم و حذف سختی مؤثر سیستم تعلیق در نقطه C می‌باشند.

با توجه به شکل‌های ۶ و ۷، مشاهده می‌شود که در حالت وجود نویز در سیگنال‌های اندازه‌گیری شده، تعداد دفعات تکرار لازم جهت دستیابی به دقت مدنظر در اصلاح فرکانس‌های اندازه‌گیری شده بیش‌تر از حالتی است که سیگنال‌های اندازه‌گیری شده بدون نویز فرض می‌شوند. به علاوه، هر چه شماره مود پایین‌تر باشد، تأثیر سیستم تعلیق بر خواص آن مود بیش‌تر بوده و به طور کلی، با کاهش شماره مود، تعداد دفعات تکرار به منظور دستیابی به دقت مدنظر در فرکانس‌های اصلاح شده، افزایش می‌یابد.

۵- نمونه تجربی

در این بخش با استفاده از روش تکرار شونده ارائه شده در بخش‌های قبل، اثرات سیستم تعلیق کابلی، از فرکانس‌های طبیعی اندازه‌گیری شده یک سازه واقعی حذف خواهند شد. مشخصات هندسی سیستم تعلیق استفاده شده در آزمون مودال سازه واقعی در جدول ۳ ارائه شده است.

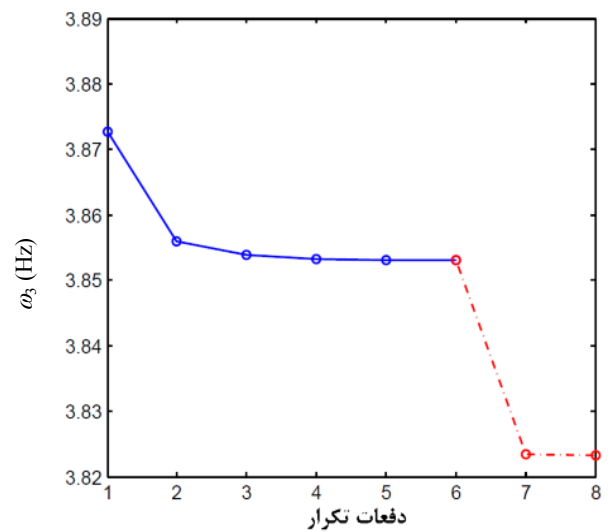
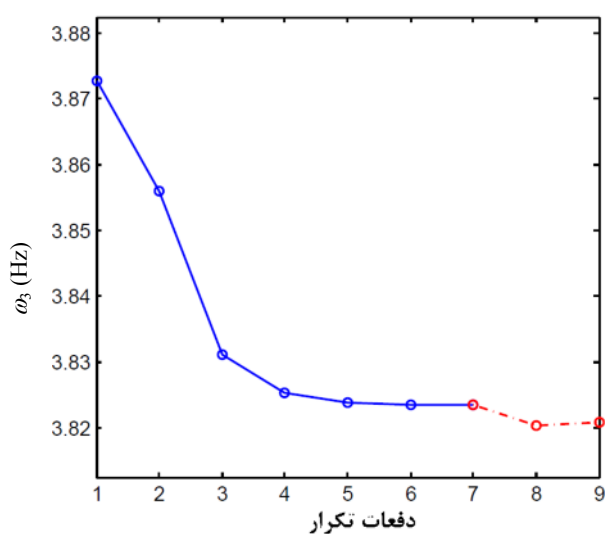
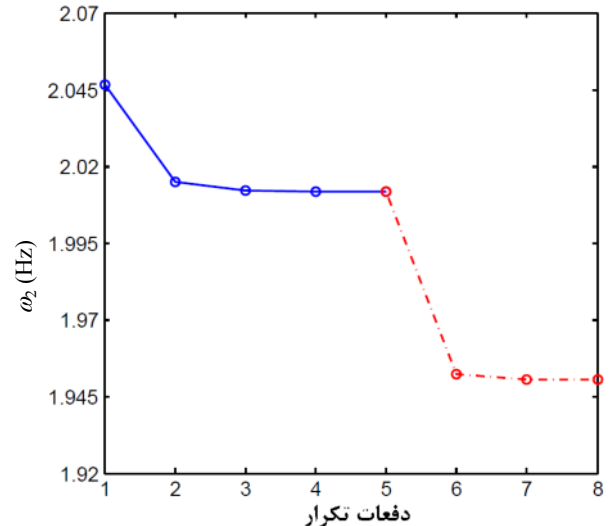
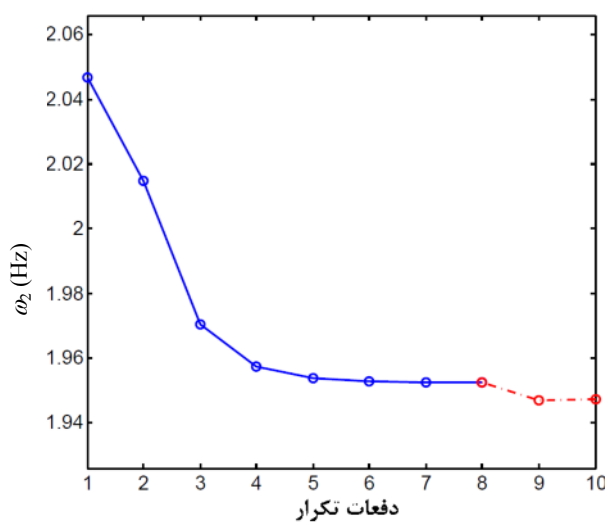
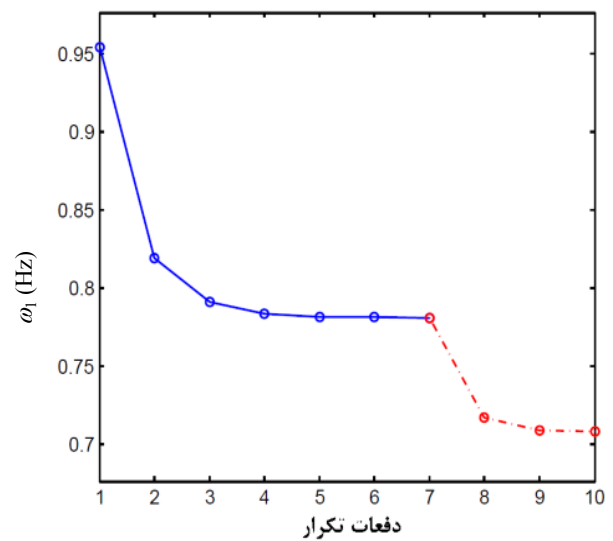
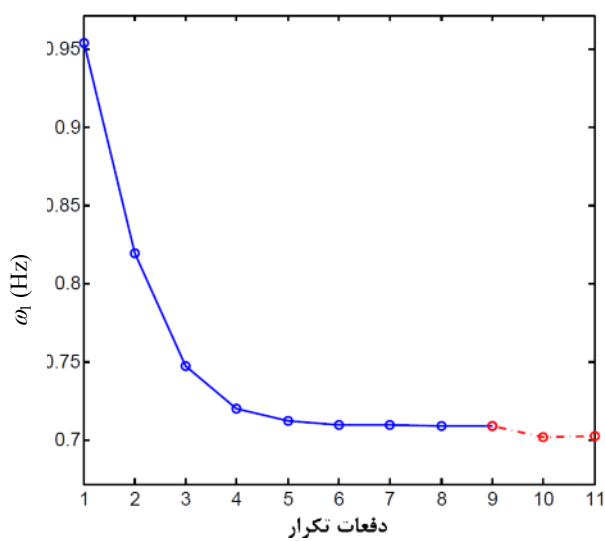
روالی مشابه با آنچه در مورد سختی خارجی در نقطه B توضیح داده شد نیز در مورد سختی در نقطه C صادق است با این تفاوت که حین استخراج دیاگرام‌های سختی-فرکانس طبیعی در درجه آزادی متناظر با نقطه C، سختی خارجی در نقطه B صفر منظور می‌شود چراکه اثر سختی سیستم تعلیق در نقطه B در مرحله قبل حذف شده است. در مقابل، دیاگرام‌های سختی-فرکانس طبیعی برای ۳ مود اول خمشی سازه مورد بررسی و در محل نقطه B در حالتی که نسبت سیگنال به نویز ۶۵ دسی‌بل است در شکل ۵ نشان داده شده‌اند. با مقایسه دیاگرام‌های شکل‌های ۴ و ۵، مشاهده می‌شود که وجود نویز در داده‌های اندازه‌گیری شده باعث ایجاد پراکندگی در فرکانس‌های اندازه‌گیری شده سازه می‌شود.

در نهایت، با دانستن سختی معادل سیستم تعلیق کابلی مورد بررسی در نقاط B و C، المان بردار شکل مود سازه در درجات آزادی اتصال سازه به سیستم تعلیق و با استفاده از توابع $\Delta k_B(\omega_r)$ و $\Delta k_C(\omega_r)$ سه فرکانس اول خمشی سازه بصورت مقادیر ارائه شده در جدول ۲ اصلاح می‌شوند. همان‌طور که از مقادیر گزارش شده در جدول ۲ برمی‌آید، روش تکرارشونده‌ی ارائه شده به صورت مؤثری در حذف اثر سیستم تعلیق از فرکانس‌های طبیعی اندازه‌گیری شده سازه کارایی دارد.

با توجه به مقادیر جدول ۲، با افزایش شماره مود، تأثیر سیستم تعلیق بر خواص دینامیکی مود کاهش پیدا کرده و دقت نتایج بهبود می‌یابد. به علاوه، در بررسی مجزای هر مود مشاهده می‌شود که با افزایش میزان نویز در سیگنال اندازه‌گیری شده، دقت نتایج کاهش می‌یابد به نحوی که با فرض عدم وجود نویز در سیگنال اندازه‌گیری شده، خطای روش مذکور نزدیک به صفر است.

جدول ۲ فرکانس‌های حالت آزاد مدل عددی و فرکانس‌های حالت تعلیق و اصلاح‌شده متناظر

فرکانس مود اول (هرتز)			فرکانس مود دوم (هرتز)			فرکانس مود سوم (هرتز)		
بدون نویز	$snr=65$ dB	$snr=75$ dB	بدون نویز	$snr=65$ dB	$snr=75$ dB	بدون نویز	$snr=65$ dB	$snr=75$ dB
تعلیق	۰/۹۵۳۷			۲/۰۴۶۷		۳/۸۷۲۷		
آزاد	۰/۷۰۷۵			۱/۹۵۰۳		۳/۸۲۳۳		
اصلاح‌شده	۰/۷۰۸۱	۰/۷۰۴۵	۰/۷۰۲۶	۱/۹۴۸۳	۱/۹۴۷۲	۳/۸۲۳۳	۳/۸۲۰۹	۳/۸۲۰۸
خطا %	۰/۱	۰/۴	۰/۷	۰/۱	۰/۲	۰/۰	۰/۰۶	۰/۰۷



شکل ۷ روند اصلاح فرکانس‌های اندازه‌گیری شده ۳ مود اول خمشی در ۲ مرحله در حالت نسبت سیگنال به نویز ۶۵ دسی‌بل

شکل ۶ روند اصلاح فرکانس‌های اندازه‌گیری شده ۳ مود اول خمشی در ۲ مرحله در حالت عدم وجود نویز

جدول ۳ مشخصات هندسی سیستم تعلیق کابلی استفاده شده در

آزمون مودال سازه واقعی			
L_4 (m)	L_3 (m)	L_2 (m)	L_1 (m)
۶/۹۹۳	۰/۲۱۶	۱۴/۰۷۰	۱۰/۹۳۰

وزن سازه مورد بررسی ۱۸۳۲ کیلوگرم می‌باشد. سازه مذکور توسط شیکر تحریک شده و پاسخ به تحریک در نقاط مختلف آن، از جمله محل اتصال سازه به سیستم تعلیق کابلی توسط سنسورهای یک جهت پیزوالکتریک B&K 4393 اندازه‌گیری شده است. در اندازه‌گیری توابع پاسخ فرکانسی از روش averaging استفاده شده است. این موضوع باعث کاهش اثر نویز روی فرکانس‌های طبیعی اندازه‌گیری شده می‌شود. فرکانس سه مود اول خمشی سازه و همچنین المان‌های بردار شکل مود نرمال در درجات آزادی اتصال سازه به سیستم تعلیق به ترتیب در جدول‌های ۴ و ۵ ارائه شده‌اند.

از آنجا که در مدل‌سازی سیستم تعلیق کابلی ارائه شده در بخش ۳، سیستم تعلیق کابلی با درجات آزادی چرخشی θ_1 و θ_2 توصیف شده است، لازم است که المان‌های خطی بردار نرمال شکل مود در محل اتصال سازه به سیستم تعلیق که در جدول ۵ ارائه شده‌اند را به المان‌های پیچشی θ_1 و θ_2 در نقاط B و C تبدیل کرد. این مهم توسط روابط (۱۴) صورت می‌گیرد.

جدول ۴ فرکانس‌های اندازه‌گیری شده و اصلاح شده سه مود اول خمشی سازه

فرکانس مود اول (هرتز)	فرکانس مود دوم (هرتز)	فرکانس مود سوم (هرتز)	
۹/۹۲۶	۲۳/۱۰۰	۳۷/۵۸۷	اندازه‌گیری شده
۹/۹۰۲	۲۳/۰۷۶	۳۷/۵۸۷	اصلاح شده
۰/۲۴	۰/۱۰	۰/۰	خطا %

جدول ۵ المان‌های بردارهای نرمال شکل مود در محل اتصال سیستم تعلیق به سازه

شماره مود (r)	$\phi_r^B \times 10^{-3}$	$\phi_r^C \times 10^{-3}$
مود اول	۱۴/۴	۰/۴
مود دوم	۲۴/۰	۸/۲
مود سوم	۱/۵	۱/۱

$$\theta_1^r = \frac{\phi_r^B}{L_1}, \quad \theta_2^r = \frac{\phi_r^B - \phi_r^C}{L_2} \quad (14)$$

با استفاده از روابط (۱۴)، مقادیر پیچشی شکل مود در نقاط اتصال سازه به سیستم تعلیق و برای ۳ مود اول خمشی سازه بصورت مقادیر جدول ۶ بدست خواهند آمد.

با دانستن مقادیر المان‌های پیچشی شکل مود در محل اتصال سازه به سیستم تعلیق برای ۳ مود اول خمشی سازه، و اینکه مقادیر سختی مؤثر سیستم تعلیق در B و C عبارتند از $k_{\theta B} = 196.2 \text{ kN} \cdot \text{m/rad}$ و $k_{\theta C} = 130.9 \text{ kN} \cdot \text{m/rad}$ ، فرکانس‌های اندازه‌گیری شده ۳ مود اول خمشی سازه بصورت مقادیر ارائه شده در جدول ۴ اصلاح می‌شوند. لازم به ذکر است، از آنجا که مدل اجزاء محدود سازه واقعی در دسترس نبود و همچنین امکان تغییر در طول کابل‌های سیستم تعلیق جهت استخراج تجربی دیاگرام‌های سختی-فرکانس طبیعی وجود نداشت، امکان تکرار در روند اصلاح فرکانس‌های طبیعی سازه وجود نداشت و مقادیر اصلاح شده فرکانس‌های اندازه‌گیری شده سازه در جدول ۴، نتیجه یک مرحله اصلاح بر روی فرکانس‌های اندازه‌گیری شده سازه هستند.

با توجه به مقادیر فرکانس‌های اصلاح شده جدول ۴، در مورد فرکانس اول و دوم سازه، تنها با یک مرحله اصلاح بر روی فرکانس‌های اندازه‌گیری شده، مقادیر فرکانس به ترتیب ۰/۲۴ و ۰/۱۰ درصد کاهش پیدا کرده‌اند. از طرفی با توجه به شکل‌های ۶ و ۷، مشاهده می‌شود که بیشترین کاهش در فرکانس‌های طبیعی اندازه‌گیری شده حین روند حذف سختی‌های خارجی معرفی شده از طرف سیستم تعلیق در اولین مرحله از مراحل تکرار شونده رخ می‌دهد. در نتیجه می‌توان به مقادیر اصلاح شده در جدول ۴ اعتماد کرد. از طرفی با مقایسه فرکانس اندازه‌گیری شده و اصلاح شده مود سوم خمشی در جدول ۴، مشاهده می‌شود که با یک مرحله تکرار در روند حذف سختی‌های سیستم تعلیق در نقاط B و C، تغییری در فرکانس اندازه‌گیری شده رخ نداده است که این امر نشان دهنده تأثیر ناچیز سیستم تعلیق بر روی مشخصات دینامیکی سازه در مودهای بالای سازه می‌باشد.

جدول ۶ مقادیر المان‌های پیچشی شکل مود در نقاط اتصال سازه به سیستم تعلیق و برای ۳ مود اول خمشی سازه

شماره مود (r)	$\theta_1^r \times 10^{-3}$	$\theta_2^r \times 10^{-3}$
مود اول	۲/۰۶	۶۴/۶۷
مود دوم	۳/۴۳	۷۲/۹۲
مود سوم	۰/۲۲	۱/۶۷

$$T = T_{tr} + T_{rot} = \frac{1}{2} m v_G \cdot v_G + \frac{1}{2} I_G \dot{\theta}_2^2$$

$$= \frac{1}{2} m [L_1^2 \dot{\theta}_1^2 + 2L_1(L_2 + L_3 - L_4)\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \cos(\theta_2 - \theta_1)$$

$$+ (L_2 + L_3 - L_4)^2 \dot{\theta}_2^2] + \frac{1}{2} I_G \dot{\theta}_2^2 \quad (20)$$

که در آن T_{tr} انرژی جنبشی سازه بر اثر سرعت خطی مرکز جرم سازه و T_{rot} انرژی جنبشی سازه بر اثر سرعت دورانی آن حول مرکز جرمش می‌باشد. انرژی پتانسیل سازه عبارتست از:

$$V = mg[L_1(1 - \cos \theta_1) + (L_2 + L_3 - L_4)(1 - \cos \theta_2)] \quad (21)$$

با دانستن انرژی پتانسیل و جنبشی سازه، معادله حرکت حاکم بر آن توسط معادله لاگرانژ بدست خواهد آمد. معادله لاگرانژ در غیاب نیروهای ناپایستار عبارتست از:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} + \frac{\partial V}{\partial q_k} = 0 \quad (22)$$

با جایگذاری روابط (20) و (21) در رابطه (22) و اینکه $q_1 = \theta_1, q_2 = \theta_2$ بصورت روابط (23) و (24) بدست خواهند آمد.

$$mL_1^2 \ddot{\theta}_1 + mL_1(L_2 + L_3 - L_4) \times [\ddot{\theta}_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) - \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_2 - \theta_1)]$$

$$+ mgL_1 \sin \theta_1 = 0 \quad (23)$$

$$mL_1(L_2 + L_3 - L_4) \times [\ddot{\theta}_1 \cos(\theta_2 - \theta_1) + \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_2 - \theta_1)]$$

$$+ [m(L_2 + L_3 - L_4)^2 + I_G] \ddot{\theta}_2$$

$$+ mg(L_2 + L_3 - L_4) \sin(\theta_2) = 0 \quad (24)$$

۸- مراجع

- [1] Mcconnell K. G., *Vibration Testing: Theory and Practice*, New York, John Wiley & Sons Inc, 1995.
- [2] Ashory M. R., "The Effect of Suspension Springs on Test Structures in Modal Testing", *Tenth International Congress on Sound and Vibration*, Sweden, 2003.
- [3] Wolf Jr., J. A., "The Influence of Mounting Stiffness on Frequencies Measured in a Vibration Test", *SAE Paper 840480*, Society of Automotive Engineers, Inc., 1984.
- [4] Carne T. G., Griffith D. T., Casias M. E., "Support conditions for experimental modal analysis", *Sound and Vibration*, Vol. 41, 2007, pp. 10-16.
- [5] Fayyadh M. M., Abdul Razak H., "The effect of support condition on dynamic parameters",

به عبارت دیگر، هرچه شماره مود و به تبع آن فرکانس مود افزایش پیدا کند، تأثیر سیستم تعلیق بر خواص آن مود از سازه کاهش می‌یابد.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، به حذف اثرات یک سیستم تعلیق کابلی از فرکانس‌های اندازه‌گیری شده سازه‌های بزرگ با انعطاف‌پذیری بالا پرداخته شد. در ابتدا حساسیت فرکانس‌های طبیعی سازه به اعمال سختی خارجی به درجات آزادی سازه بررسی شد و در ادامه سختی مؤثر سیستم تعلیق کابلی مورد بررسی استخراج شد. با استفاده از سختی مؤثر سیستم تعلیق در درجات آزادی اتصال آن به سازه و روابط ارائه شده مربوط به حساسیت فرکانس‌های طبیعی سازه به سختی خارجی، روندی تکرارشونده جهت حذف اثرات سیستم تعلیق از فرکانس‌های اندازه‌گیری شده سازه پیشنهاد شد. روش پیشنهادی به کمک یک مدل عددی مورد ارزیابی و تأیید قرار گرفت و در نهایت، از روند تکرار شونده پیشنهادی جهت اصلاح فرکانس‌های طبیعی اندازه‌گیری شده یک سازه واقعی استفاده شد.

۷- پیوست

با توجه به شکل ۳، بردار جابه‌جایی و سرعت مرکز جرم G سازه عبارتند از:

$$r_G = r_B + r_{G/B} = L_1 u_{r1} + (L_2 + L_3 - L_4) u_{r2} \quad (15)$$

$$v_G = v_B + v_{G/B} = L_1 \dot{\theta}_1 u_{\theta1} + (L_2 + L_3 - L_4) \dot{\theta}_2 u_{\theta2} \quad (16)$$

همچنین با توجه به شکل ۳، مختصات u_{r1} و $u_{\theta1}$ از طریق روابط (۱۷) و (۱۸) به مختصات u_{r2} و $u_{\theta2}$ مرتبط هستند.

$$u_{r1} = \cos(\theta_2 - \theta_1) u_{r2} - \sin(\theta_2 - \theta_1) u_{\theta2} \quad (17)$$

$$u_{\theta1} = \sin(\theta_2 - \theta_1) u_{r2} + \cos(\theta_2 - \theta_1) u_{\theta2} \quad (18)$$

با جایگذاری روابط (۱۷) و (۱۸) در رابطه (۱۶)، بردار سرعت مرکز جرم سازه بر حسب مختصات u_{r2} و $u_{\theta2}$ بصورت رابطه (۱۹) بدست می‌آید.

$$v_G = L_1 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_2 - \theta_1) u_{r2} + [L_1 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_2 - \theta_1) + (L_2 + L_3 - L_4) \dot{\theta}_2] u_{\theta2} \quad (19)$$

با دانستن بردار سرعت خطی مرکز جرم سازه، انرژی جنبشی سازه برابر خواهد بود با:

- [15] Gold R. R., Friedman I. P., Reed W. H., Hallauer W. L., "Suspension Systems for Ground Testing of Large Space Structures", *NASA CR- 4325*, 1990.
- [16] Kienholz D., "A Suspension System for Simulating Unconstrained Boundary Conditions", *Proc. 12th Int'l Modal Analysis Conf.*, Honolulu, 1994.
- [17] Sun J., Shan X., Zhang X., Zhang L., Gao Z., Xie M., Wang Q., "Analysis and Research on Friction-Free Cylinder of Modal Testing Suspension System", *Proceedings of the 8th WSEAS International Conference on Robotics, Control and Manufacturing Technology*, China, 2008, pp. 42-46.
- [18] Lu B., Tao G., Xiang Z., Zhong W., "Modeling and Control of The Pneumatic Constant Pressure System for Zero Gravity Simulation", *IEEE/ASME International Conference*, 2008, pp. 688-693.
- [19] Jianhui S., Xiaohang S., Xiujun Z., Li Z., Zhisong G., Mingfeng X., Yunlong R., Qingwu W., "On Electromagnetic Force Control Technology of Modal Testing Suspension System", *Proceedings of the 27th Chinese Control Conference*, China, 2008, pp. 265-269.
- [20] Herr R. W., Carden H. D., "Support Systems and Excitation Techniques for Dynamic Models of Space Vehicle Structures", *Proceedings of Symposium on Aero elastic & Dynamic Modeling Technology*, U.S. Air Force, 1964, pp. 249-277.
- [21] Herr R. W., "Some Cable Suspension Systems and Their Effects on the Flexural Frequencies of Slender Aerospace Structures", *NASA TN D-7693*, 1974.
- [22] Mixson J. S., Catherines J. J., "Experimental Lateral Vibration Characteristics of a 1/5-Scale Model of Saturn SA-1 with an Eight-Cable Suspension System", *NASA TN D-2214*, 1964.
- [23] Catherines J. J., "Torsional Vibration Characteristics of a 1/5-Scale Model of Saturn SA-1", *NASA TN D-2745*, 1965.
- [24] Carne T. G., Dohrman C. R., "Support Conditions, Their Effect on Measured Modal Parameters", *Proceedings of the 16th International Modal Analysis Conference*, pp. 477-483.
- Proceeding of the 17th International Congress on Sound and Vibration*, Egypt, 2010.
- [6] Munsu A. S. M. Y., Waddell A. J., Walker C. A., "Modal analysis of a lightweight structure-investigation of the effects of the supports on the structural dynamics", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 16, 2002, pp. 273-284.
- [7] Ashory M. R., "Correction of Mass-loading Effects of Transducers and Suspension Effects in Modal Testing", *Proceeding of the 16th International Modal Analysis Conference*, 1998, pp. 815-828.
- [8] Cakar O., Sanliturk K. Y., "Correction of the Systematic Errors in Modal Testing", *XI. National Machine Theory Symposium*, Turkey, 2003, pp. 107-114.
- [9] Cakar O., Sanliturk K. Y., "Elimination of Suspension Effects from Measured Frequency Response Functions", *9th International Research/Expert Conference- Trends in the Development of Machinery and Associated Technology*, Turkey, 2005.
- [10] Ren J., Bi S., Wang W., Zong G., "Elimination of support effects in modal testing", *International Conference on vibration, structural engineering and measurement*, China, 2012, pp. 48.
- [11] Ren J., Bi S., Wang W., Zong G., "Elimination of Multi-points Support Effects in Modal Testing", *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 290, 2013, pp. 79-84.
- [12] Yang L. F., Chew M., Juang J. N., "Ground-Based Testing of the Dynamics of Flexible Space Structures using Band Mechanisms", *21st Biennial Mechanisms Conference*, Vol. 24, 1990, pp. 143-152.
- [13] Yang L. F., Chew M., Juang J. N., "Band Drive Suspension Mechanism Design for Ground-Based Testing of Flexible Space Structures using Band Mechanisms", *Transaction of the ASME; Journal of Mechanical Design*, Vol. 117, No. 1, 1995, pp. 134-142.
- [14] Keinhholz D. A., Crawley E. F., Harvey T. J., "Very Low Frequency Suspension Systems for Dynamic Testing", *Proceedings of the 30th Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, 1989, pp. 1955-1962.