



تحلیل عددی رشد مُد اول تورق در تیر یک سرگیردار دو لبه تک جهته با استفاده مدل های ناحیه چسبناک

محمود مهرداد شکریه^{۱*}، مظاهر سلامت طلب^۲، محمد حیدری رارانی^۳

۱- استاد دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

۲- دانشجوی دکتری دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

۳- استادیار دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان

* تهران، صندوق پستی ۱۳۱۱۴-۱۶۸۴۶، shokrieh@iust.ac.ir

چکیده- در این تحقیق پدیده شروع و رشد مُد اول تورق در نمونه تیر دو لبه یک سرگیردار برای دو تیر همسانگرد و کامپوزیتی با استفاده از تحلیل المان محدود انجام شده و تئوری های موجود مورد بررسی قرار گرفته است. این تئوری ها بر اساس قوانین کشش-جدایش بوده و از مدل های مختلف مانند خطی، دوخطی و نمایی پیروی می کنند. همچنین تأثیر پارامترهای ناحیه چسبناک (نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی و حداکثر تنش بین لایه ای)، تغییر شکل برشی و پل زنی الیاف بررسی شده است. نتایج نشان می دهند تئوری های معرفی شده و تحلیل المان محدود بر پایه مدل های کشش-جدایش ذکر شده، توانایی لازم را برای پیش بینی شروع و رشد تورق در نمونه کامپوزیتی تک جهته با پل زنی ندارند. علاوه بر این نادیده گرفتن ناحیه پل زنی در مدل ناحیه چسبناک خطای قابل توجهی در پیش بینی رشد تورق در این نمونه ها خواهد داشت. لذا در این تحقیق، مدل ناحیه چسبناک دوخطی با در نظر گرفتن قانون پل زنی الیاف و انرژی مصرفی در این ناحیه، اصلاح شده و در نرم افزار ABAQUS پیاده سازی شده است. مقایسه نتایج مدل سازی عددی با نتایج تجربی موجود در تحقیقات دیگر نشان می دهد که مدل ناحیه چسبناک توسعه داده شده همخوانی خوبی با نتایج تجربی دارد.

کلیدواژگان: تورق، تیر دو لبه یک سرگیردار، مدل ناحیه چسبناک، پل زنی الیاف.

Numerical analysis of mode I delamination growth in laminated DCB specimens using cohesive zone models

M.M. Shokrieh^{1*}, M. Salamat-Talab², M. Heidari-Rarani³

1- Prof., School of Mech. Eng., Iran Univ. of Science and Tech., Tehran, Iran

2- PhD. Student, School of Mech. Eng., Iran Univ. of Science and Tech., Tehran, Iran

3- Assis. Prof., Mech. Eng. Dept., Univ. of Kashan, Kashan, Iran

* P. O. B. 16846-13114, Tehran, Iran. shokrieh@iust.ac.ir

Abstract- In this research, initiation and propagation of delamination are investigated using finite element analysis and existing theories for isotropic and composite double cantilever beam (DCB) specimens. These theories work based on the well-known traction-separation laws such as linear, bilinear and exponential laws. In addition, the effects of cohesive zone parameters, i.e., critical strain energy release rate and maximum interfacial stress, transverse shear deformations and fiber bridging law are studied. The results show that the introduced theories and finite element analysis based on bilinear cohesive law are not capable to predict initiation and propagation of delamination in unidirectional composite specimen with fiber bridging effect and neglecting this region in CZM cause significant error in prediction of delamination growth. For this purpose, bilinear CZM considering bridging law is modified and implemented in 3D finite element analysis. Comparing numerical results with available experimental data in the literature shows that finite element models based on modified CZM can predict initiation of delamination as well as propagation accurately.

Keywords: Delamination, Double Cantilever Beam, Cohesive Zone Model, Fiber Bridging.

۱- مقدمه

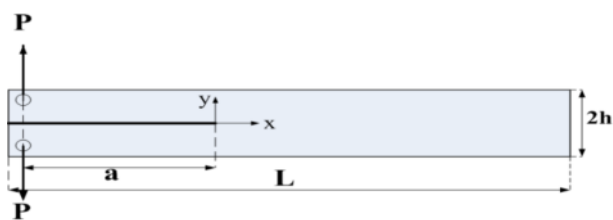
تورق یکی از دلایل اصلی تخریب در سازه‌های کامپوزیتی می‌باشد. دلیل بحرانی بودن این شکست، پنهان بودن این پدیده در بین لایه‌های کامپوزیت بوده که به طور ناگهانی منجر به کاهش استحکام سازه کامپوزیتی می‌شود. بررسی ایجاد و رشد تورق در چندلایه‌های کامپوزیتی با دو دیدگاه مکانیک شکست و مکانیک آسیب مورد توجه قرار گرفته است. در دیدگاه اول که بر اساس مکانیک شکست الاستیک خطی می‌باشد، فرض می‌شود ناحیه غیرالاستیک اطراف نوک ترک در مقایسه با نواحی اطراف کوچک و قابل صرف‌نظر کردن باشد. این فرض برای مواد ترد جواب قابل قبولی ارائه کرده است. در حالی که در مواد مرکب به علت پدیده‌هایی چون به وجود آمدن حفره و به هم پیوستن آنها، شکست الیاف و غیره، این ناحیه غیرالاستیک قابل صرف‌نظر کردن نبوده و پیش‌بینی بر اساس مکانیک شکست الاستیک خطی (LEFM) دقیق نیست. در این میان روش‌های مکانیک آسیب برای پیش‌بینی شروع و رشد ترک با در نظر گرفتن رفتار غیر خطی ماده در اطراف نوک ترک مورد توجه قرار گرفته است. در مکانیک آسیب، رشد ترک بر اساس مدل ناحیه چسبناک (CZM) در اطراف نوک ترک پیش‌بینی می‌شود و فرض تنش نامحدود در نوک ترک را غیرواقعی می‌داند. این روش از قوانین کشش-جدایش^۳ برای توجیه رفتار ماده ناحیه چسبناک استفاده می‌کند.

مدل‌های ناحیه چسبناک به‌طور وسیعی برای تحلیل شکست در مواد فلزی، کامپوزیتی و سرامیکی استفاده شده‌اند. مفهوم ناحیه چسبناک اولین بار توسط بارنبلات [۱] و داگدیل [۲] معرفی شد. ویلیامز و همکاران [۳] روش تحلیلی برای مُد اول تورق نمونه DCB با استفاده از مدل‌های کشش-جدایش مختلف ارائه کردند. همچنین اوپانگ و لی [۴] برای پیش‌بینی شروع و رشد مُد اول تورق در نمونه DCB از تیر اویلر-برنولی با قانون کشش-جدایش دوخطی استفاده کردند. علاوه بر این، اوپانگ و همکاران [۵] با در نظر گرفتن تئوری مرتبه اول برشی و استفاده از مدل کشش-جدایش نمایی، مدلی تحلیلی برای مُد اول تورق نمونه DCB ارائه کردند. از ویژگی‌های مدل‌های

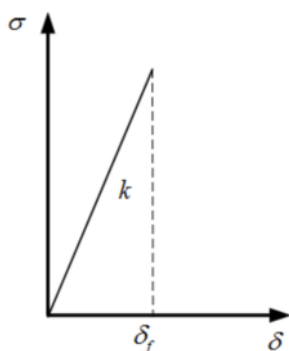
ناحیه چسبناک، سادگی پیاده‌سازی آنها در روش‌های عددی مانند المان محدود می‌باشد. بلکمن و همکارانش [۶] رشد مُد اول تورق در کامپوزیت‌های لایه‌ای را به صورت مدل المان محدود دو بعدی با استفاده از المان چسبناک بررسی کردند. همچنین این محققان روشی تحلیلی برای رشد مُد اول تورق با استفاده از کشش-جدایش خطی ارائه کردند. فان و همکارانش [۷] نیز با استفاده از المان چسبناک، رشد تورق در نمونه‌های DCB را بررسی کردند و نتایج حاصله را با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه کردند. آنها در تحقیق خود نشان دادند که نتایج حاصل از شبیه‌سازی با استفاده از المان چسبناک برای پیش‌بینی رشد تورق از همخوانی خوبی با نتایج تجربی برخوردار است. آلفانو [۸] تأثیر شکل مدل ناحیه چسبناک را بر پیش‌بینی شروع و رشد ترک در نمونه DCB با در نظر گرفتن مدل‌های مختلف کشش-جدایش مانند نمایی، دوخطی و دوزنقه‌ای مورد بررسی قرار داد.

در نمونه‌های DCB کامپوزیتی با رشد ترک به دلیل پل‌زنی الیاف مقدار چقرمگی شکست بین‌لایه‌ای افزایش می‌یابد و پس از رسیدن به یک مقدار پایا تقریباً ثابت می‌شود. به نمودار چقرمگی شکست از شروع تا رسیدن به حالت پایا برحسب طول ترک، منحنی مقاومت^۵ گفته می‌شود. در مدل‌سازی نمونه‌های DCB کامپوزیتی با پل‌زنی الیاف این بخش دارای اهمیت ویژه بوده و می‌بایست در نظر گرفته شود. تاموس و همکاران [۹] به بررسی وابستگی منحنی مقاومت ماده به ضخامت نمونه DCB کامپوزیتی تک‌جهته پرداختند. این محققان تعدادی نمونه با ضخامت‌های مختلف در نظر گرفته و منحنی مقاومت را برای آن استخراج کردند و نشان دادند که منحنی مقاومت به هندسه نمونه بستگی داشته و این درحالی است که مقادیر نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی اولیه (شروع) و پایا به ضخامت نمونه وابسته نبوده و یکی از ویژگی‌های مادی می‌باشد. علاوه بر این قانون پل‌زنی الیاف برای نمونه‌های ذکر شده نیز استخراج شد و نشان داده شد که مستقل از ضخامت نمونه‌ها می‌باشد. شکریه و همکاران [۱۰] به بررسی ناحیه پل‌زنی در نمونه‌های DCB ساخته شده از کامپوزیت‌های لایه‌ای پلیمری پرداختند. این محققان تعدادی نمونه با لایه‌چینی [0]_{۱۸} و [0]_{۲۴} ساخته شده از الیاف شیشه با طول ترک‌های اولیه ۳۵، ۴۵، ۵۵، ۶۵ و ۷۵ میلی‌متر در نظر گرفتند. با بررسی تأثیر طول اولیه ترک در

1. Linear Elastic Fracture Mechanics
2. Cohesive Zone Model
3. Traction-Separation
4. Double Cantilever Beam



شکل ۱ نمونه تیر دولبه یکسر گیردار



شکل ۲ مدل ناحیه چسبناک خطی

$$C = \frac{u}{P} = \frac{8(a + \Delta)^3}{E_1 b h^3} \quad (1)$$

که u جابه‌جایی محل اعمال بار، P بار اعمالی، a طول ترک، E_1 سفتی تیر در راستای محور طولی، b عرض تیر، h ضخامت تیر و Δ پارامتر اصلاحی طول ترک می‌باشد. Δ را می‌توان از روش‌های مختلفی محاسبه نمود که در اینجا به اختصار دو روش معرفی می‌شوند. در روش اول نمودار $C^{1/3}$ بر حسب طول ترک برای داده‌های آزمایشگاهی رسم می‌شود، محل تقاطع این نمودار با محور طول‌های برابر اندازه Δ می‌باشد.

در روش دوم با استفاده از حل تحلیلی تیر تیموشنکو بر روی بستر الاستیک تک پارامتری، رابطه‌ای برای طول مشخصه Δ در کامپوزیت‌های ارتوتروپیک ارائه می‌شود [۱۲].

$$\left(\frac{\Delta}{h}\right) = \frac{E_1}{12G_{12}} \left(3 - 2 \left(\frac{\Gamma}{1 + \Gamma} \right)^2 \right) \quad (2)$$

که E_2 ، $\Gamma = 1.18 \sqrt{E_1 E_2} / G_{12}$ سفتی تیر در جهت y و G_{12} مدول برشی می‌باشد. با استفاده از مکانیک شکست خطی نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی را می‌توان با رابطه $G_{Ic} = \frac{P^2}{2b} \frac{dC}{da}$ محاسبه نمود. با جایگزینی رابطه (۱) در رابطه (۲)، رابطه بار- جابه‌جایی برای رشد تورق به صورت زیر

مقادیر چقرمگی شکست بین‌لایه‌ای شروع و رشد تورق مشخص شد که این مقادیر در بازه‌ای از مقدار طول ترک به ضخامت نمونه می‌تواند به عنوان یک پارامتر مادی برای نمونه در نظر گرفته شود. آنگاه رابطه تحلیلی برای منحنی مقاومت در این بازه ارائه شد. همان‌طور که قبلاً بیان شد با رشد ترک در نمونه DCB چقرمگی شکست افزایش می‌یابد تا به مقدار پایای خود می‌رسد، این محققان، این ناحیه از رشد ترک در نمونه را تحت عنوان طول پل‌زنی الیاف نامگذاری کرده و با بررسی نمونه‌های مختلف با طول ترک‌های مختلف دریافتند که اندازه این ناحیه نیز در بازه گفته شده تقریباً ثابت می‌ماند.

در این تحقیق، ابتدا روش‌های تحلیلی مختلف که از مدل‌های مختلف کشش-جدایش پیروی می‌کنند، برای پیش‌بینی شروع و رشد مُد اول تورق در نمونه DCB معرفی می‌شوند. سپس نتایج روش‌های تحلیلی با نتایج عددی حاصل از مدل‌سازی سه‌بعدی نمونه همسانگرد و کامپوزیتی تک‌جهته با استفاده از مدل ناحیه چسبناک دوخطی مقایسه می‌شود. آنگاه توانایی مدل دوخطی در پیش‌بینی رفتار تورقی نمونه کامپوزیتی با پل‌زنی الیاف بررسی می‌شود. علاوه بر این تأثیر پارامترهای ناحیه چسبناک در پیش‌بینی شروع و رشد تورق مطالعه می‌شود.

۲- تئوری‌های مورد استفاده در پیش‌بینی تورق

شکل ۱ شمای کلی تیر DCB را نشان می‌دهد. تاکنون برای تحلیل مُد اول تورق در تیرهای کامپوزیتی و اتصالات چسبی از مدل بستر الاستیک استفاده شده است. در این مدل فرض بر این است که تیر بر روی بستری با سفتی خطی، الاستیک و محدود در پیشانی ترک قرار دارد. لذا فرض محدود کننده برای تنش حداکثر در نوک ترک وجود ندارد. این مدل، مدلی تک پارامتری بوده و پارامتر اصلی آن نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی (G_{Ic}) است که با استفاده از آن می‌توان مقدار تنش حداکثر را به دست آورد. شکل ۲ مدل کشش-جدایش خطی را نمایش می‌دهد.

ابتدا به بررسی مدل خطی تک پارامتری [۶] پرداخته و با استفاده از این مدل، نمودار بار-جابه‌جایی رشد مُد اول تورق در قطعه DCB به صورت تحلیلی پیش‌بینی می‌شود. رابطه نرمی (C) بر اساس تئوری تیر اصلاح شده برای شروع مُد اول تورق در نمونه DCB به صورت رابطه (۱) می‌باشد [۱۱].

استخراج می‌شود:

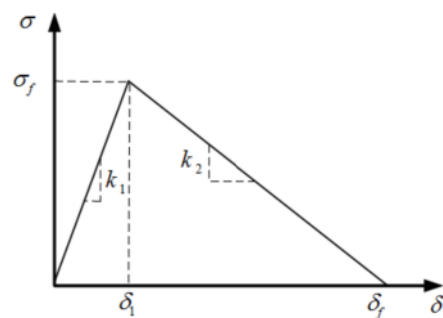
$$\left(\frac{P}{b}\right) = \left(\frac{E_1 G_{lc}^3 h^3}{27}\right)^{1/4} u^{-1/2} \quad (3)$$

همان‌طور که از رابطه (۳) مشخص است، رابطه بار-جابجایی رشد تورق مستقل از طول مشخصه می‌باشد.

مدل تحلیلی دوم، مدلی است که در آن از قانون کشش-جدایش دوخطی برای ناحیه چسبناک در پیشانی ترک استفاده می‌شود [۴]. لذا مدل ارائه شده یک مدل دو پارامتری است که پارامترهای آن نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی و حداکثر تنش عمودی بین وجهی (σ_f) می‌باشند. این مدل در شکل ۳ نشان داده شده است.

در شکل ۳ می‌توان سه مرحله را در نظر گرفت. ۱- ناحیه الاستیک که در آن تنش بین‌لایه‌ای کمتر از مقدار حداکثر (σ_f) است. در این مرحله تنش به صورت خطی افزایش می‌یابد ($\delta \leq \delta_1$)؛ ۲- ناحیه آسیب که در آن، تنش به صورت خطی کاهش می‌یابد ($\delta_1 \leq \delta \leq \delta_f$)؛ ۳- ناحیه‌ای که تنش بین‌لایه‌ای در آن صفر شده و ترک رشد می‌یابد ($\delta \geq \delta_f$). در این مدل، تحلیل بر اساس تئوری تیر اوایلر-برنولی انجام می‌شود. یکی از ویژگی‌های این مدل این است که برای پیش‌بینی شروع و رشد تورق نیازی به اصلاح طول ترک با استفاده از طول مشخصه نمی‌باشد و از مقدار واقعی طول ترک استفاده می‌شود.

تغییر شکل محلی پیشانی ترک به صورت شماتیک در شکل ۴ نشان داده شده است. در این تئوری اندازه ناحیه الاستیک و آسیب را به صورت تحلیلی و تابعی از بار به‌دست می‌آیند. معادله حاکم بر ناحیه الاستیک با استفاده از تئوری تیر کلاسیک به صورت رابطه (۵) است.



شکل ۳ مدل ناحیه چسبناک دو خطی.

$$\frac{d^4 w(x_3)}{dx^4} = -4\alpha^4 w(x_3), \quad x_3 \geq -d_0 \quad (4)$$

همچنین معادله حاکم بر ناحیه آسیب را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{d^4 w(x_1)}{dx^4} = 4\beta^4 [w(x_1) - \delta_f], \quad 0 \leq x_1 \leq d_1 \quad (5)$$

که α و β در روابط (۴) و (۵) به ترتیب برابر $\sqrt[4]{\frac{bk_1}{4E_1I}}$ و

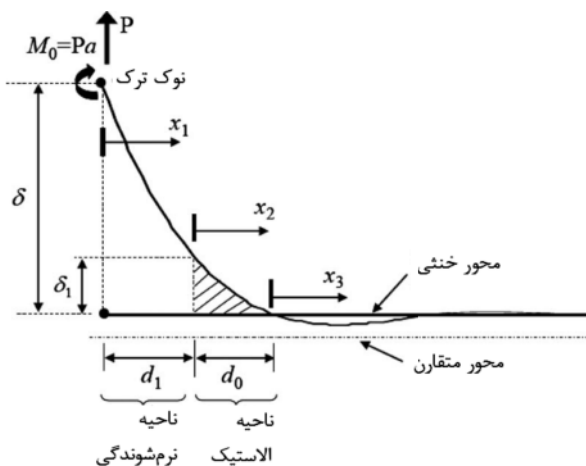
$\sqrt[4]{\frac{bk_2}{4E_1I}}$ می‌باشند. I ممان اینرسی نسبت به محور z ، k_1 و

k_2 به ترتیب سفتی فنر در ناحیه الاستیک و آسیب می‌باشند.

معادلات دیفرانسیل (۴) و (۵) هم‌زمان با استفاده از شرایط

مرزی در x_1 و x_3 و همچنین شرایط پیوستگی در x_2 حل می‌شوند. سپس با استفاده از روابط به‌دست آمده و ساده‌سازی روابط، معادله غیرخطی که فقط تابعی از P می‌باشد استخراج می‌شود؛ آنگاه می‌توان مقدار d_0 ، d_1 و u (جابجایی محل اعمال بار) که تابعی از بار می‌باشند را محاسبه نمود. به دلیل طولانی بودن روابط، از آوردن آنها در اینجا خودداری می‌شود و روابط در مرجع [۴] ارائه شده است.

حل تحلیلی ارائه شده در مدل قبل براساس تئوری تیر کلاسیک می‌باشد. برای نمونه‌های DCB کامپوزیتی زمانی که طول ترک در مقایسه با ضخامت تیر کوچک باشد، تغییر شکل برشی در لایه‌های کامپوزیت دارای اهمیت می‌باشد. بنابراین برای پیش‌بینی فرایند شروع و رشد تورق در این نمونه‌ها باید این پارامتر مهم در نظر گرفته شود.



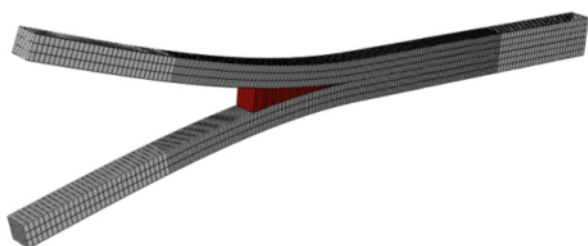
شکل ۴ تغییر شکل محلی پیشانی ترک [۴]

در مرجع [۱۳] تاثیر طول ناحیه چسبناک بر همگرایی شبیه‌سازی عددی مورد بررسی قرار گرفته است و برای پیوسته بودن میدان تنش در ناحیه چسبناک و همگرایی مسأله، طول المان چسبناک 0.25 میلی‌متر در نظر گرفته شده است. شکل ۶ مدل المان محدود قطعه DCB را نشان می‌دهد. همچنین آنالیز حساسیت به مش‌بندی نیز برای نمونه کامپوزیتی در ادامه ارائه می‌شود و نشان داده می‌شود که در نظر گرفتن مقدار 0.25 میلی‌متر برای طول المان چسبناک موجب همگرایی مسأله می‌شود.

در شکل ۷ نمودار بار-جابجایی محل اعمال بار، با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی، تئوری و المان محدود رسم شده است. مطابق شکل ۷ مدل تئوری دوم که براساس تئوری تیر کلاسیک است، همانند مدل تئوری سوم و تحلیل المان محدود دقت خوبی برای پیش‌بینی شروع و رشد تورق دارد. لذا می‌توان نتیجه گرفت که تأثیر تغییر شکل برشی در تیر DCB فولادی ناچیز است. برای تعیین طول مشخصه Δ در مدل تئوری اول با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی شکل ۷، مقدار نرمی شروع تورق $C = 18/98 \times 10^{-6}$ (m/N) را در رابطه (۲) جایگذاری کرده، آنگاه با داشتن طول اولیه ترک مقدار آن بدست می‌آید.

جدول ۱ مشخصات هندسی و خواص مکانیکی تیر همسانگرد فولادی [۱۴].

۵۰	a (mm)
۵	b (mm)
۴/۵	h (mm)
۲۱۰	E (GPa)
۰/۶۵	G_{IC} (N/mm)
۱۹	σ_F (MPa)



شکل ۶ مدل‌سازی نمونه DCB در نرم افزار المان محدود

نکته قابل توجه این است که مدل تئوری اول (مدل ناحیه چسبناک تک پارامتری) درکی از مقدار تنش حداکثر بین

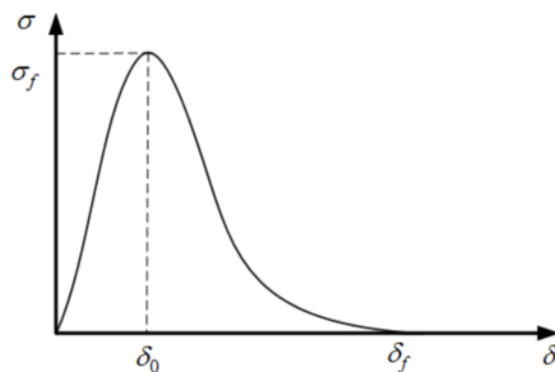
در مدل تحلیلی سوم که در مرجع [۵] معرفی شده است، از تئوری تغییر شکل مرتبه اول (تیموشنکو) استفاده شده است. در این مدل ابتدا نرخ رهایی انرژی کرنشی $J(\delta)$ به صورت تابعی از بار P و مشتق اول خیز عمودی تیر نسبت به جهت x بیان می‌شود. آنگاه چرخش نوک ترک با در نظر گرفتن تغییر شکل برشی بدست می‌آید. در نهایت، رابطه بین بار P و جابجایی محل اعمال بار u بر حسب پارامتر جدایی نوک ترک (δ) ارائه می‌شود. در این مدل تحلیلی می‌توان از مدل‌های مختلف کشش-جدایش دو پارامتری استفاده نمود. در این مرجع از مدل نمایی نشان داده شده در شکل ۵ استفاده شده که رابطه آن به صورت زیر می‌باشد:

$$\sigma(\delta) = e \sigma_f \frac{\delta}{\delta_0} \exp\left(-\frac{\delta}{\delta_0}\right) \quad (۶)$$

در رابطه (۶)، e ثابت ریاضی نپر می‌باشد.

۳- مدل‌سازی المان محدود و نتایج عددی

در این بخش، ابتدا به مدل‌سازی المان محدود قطعه DCB پرداخته سپس نتایج تئوری‌های معرفی شده در بخش قبل و نتایج المان محدود با داده‌های آزمایشگاهی برای دو تیر همسانگرد و چندلایه کامپوزیتی مقایسه می‌شوند. مشخصات هندسی و مکانیکی نمونه DCB همسانگرد در جدول ۱ نشان داده شده است. برای مدل‌سازی سه‌بعدی نمونه DCB از نرم‌افزار ABAQUS استفاده شده است. نمونه با المان ۸ گرهی مکعبی مش‌بندی شده است. ۸ المان در کل ضخامت تیر، ۸ المان در عرض تیر و ۲۴۰ المان در طول تیر در نظر گرفته شده است. برای بررسی رشد ترک در نمونه از المان چسبناک C3D8 در ناحیه بعد از ترک اولیه (نوک ترک) استفاده شده است. المان چسبناک از قانون کشش-جدایش خطی پیروی می‌کند.

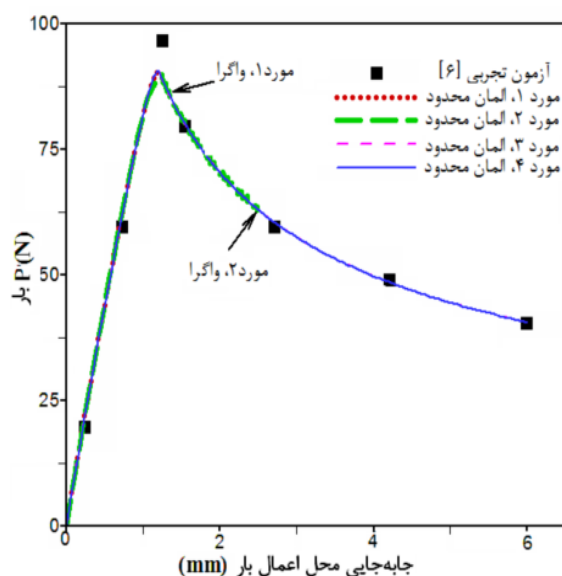


شکل ۵ مدل ناحیه چسبناک نمایی

جدول ۲ مشخصات هندسی و خواص مکانیکی تیر کامپوزیتی [۶]

۲۲	a (mm)
۲۴	b (mm)
۱/۵۶	h (mm)
۱۳۷	E_1 (GPa)
۸	E_2 (GPa)
۴	G_{12} (MPa)
۰/۲۷۵	G_{1c} (N/mm)
۳۰	σ_f (MPa)

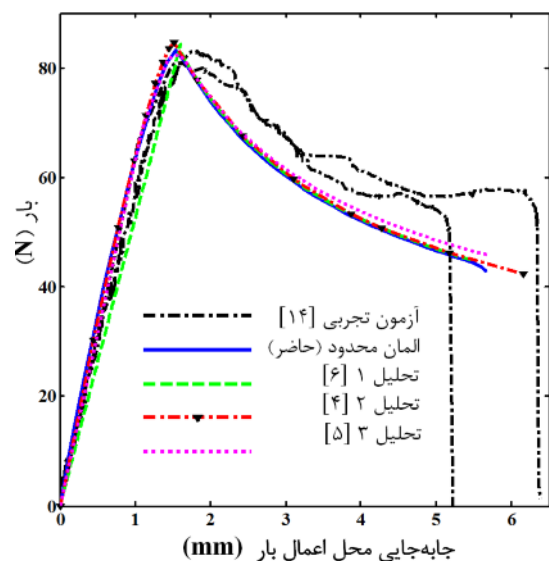
در مورد ۳ و مورد ۴ که به همگرایی مسأله منجر شده است برای المان شبه آجری از طول ۰/۵ میلی‌متر و به ترتیب برای المان ناحیه چسبناک از طول ۱/۳ و ۰/۲۵ میلی‌متر استفاده شده است. مقایسه نتایج مدل‌های تئوری و المان محدود برای نمونه DCB کامپوزیتی با داده‌های آزمایشگاهی در شکل ۱۰ نشان شده است. علاوه بر این در این نمودار مقدار طول مشخصه Δ با رسم نمودار $C^{1/2}$ بر حسب طول ترک، ۶/۳ میلی‌متر بدست می‌آید. در حالی که با توجه به شکل ۷ و استفاده از نرمی $C = 11/17 \times 10^{-6}$ (m/N) در شروع رشد تورق، مقدار آن ۴/۲ میلی‌متر خواهد بود. همچنین رابطه تئوری (۲) مقدار آن را ۳/۲ میلی‌متر پیش‌بینی می‌کند. در این تحقیق، از مقدار ۳/۲ میلی‌متر استفاده شده است. از شکل ۱۰ می‌توان دریافت که مدل تئوری سوم به دلیل در نظر گرفتن تغییر شکل برشی به نتایج تجربی و المان محدود نزدیک‌تر می‌باشد.



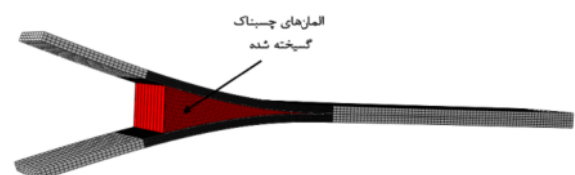
شکل ۹ آنالیز حساسیت به مش برای نمونه کامپوزیتی

وجهی نداشته و با کاهش یا افزایش آن تغییری در نمودار بار-جابجایی مشاهده نمی‌شود.

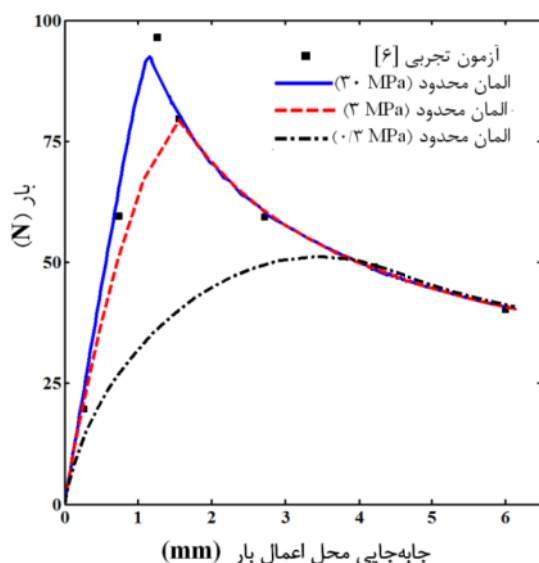
شکل ۸ مدل المان محدود قطعه DCB کامپوزیتی تک جهته، با مشخصات هندسی و مکانیکی موجود در جدول ۲، نشان می‌دهد. نمونه کامپوزیتی به صورت $[0]_{16}$ با ضخامت هر لایه ۰/۱۹۴ میلی‌متر مدل‌سازی شده است. آنالیز حساسیت به شبکه‌بندی (مش) در شکل ۹ برای نمونه کامپوزیتی ارائه شده است. در مدل‌سازی این نمونه برای تیر از المان شبه آجری استفاده شده است که این المان دارای ۸ گره بوده و هر گره نیز دارای سه درجه آزادی می‌باشد. برای المانهای ناحیه چسبناک نیز از المان C3D8 استفاده شده است. در مدل‌سازی نمونه کامپوزیتی در، مورد ۱، (نشان داده شده در شکل ۹) طول المانهای شبه آجری ۱ میلی‌متر و طول المانهای چسبناک نیز ۲/۳ میلی‌متر انتخاب شده است که نتیجه آن واگرایی مسأله است. در مورد ۲، طول المان مکعبی، ۱ میلی‌متر و طول المان ناحیه چسبناک ۰/۵ میلی‌متر بوده که نتیجه نهایی آن نیز واگرایی مسأله می‌باشد.



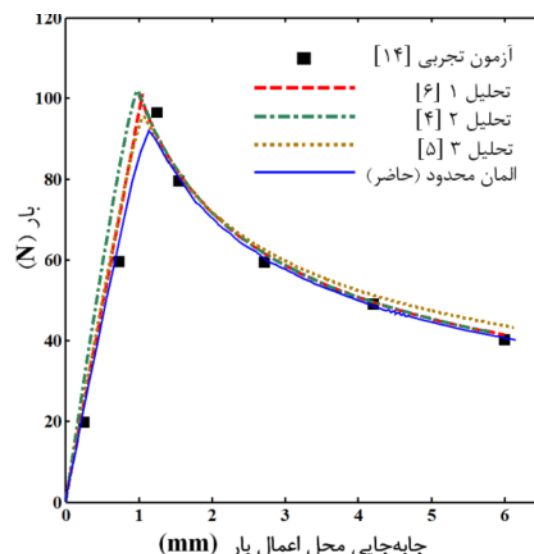
شکل ۷ مقایسه نتایج تئوری، المان محدود با داده‌های آزمایشگاهی برای نمونه همسانگرد



شکل ۸ مدل المان محدود قطعه DCB کامپوزیتی تک جهته

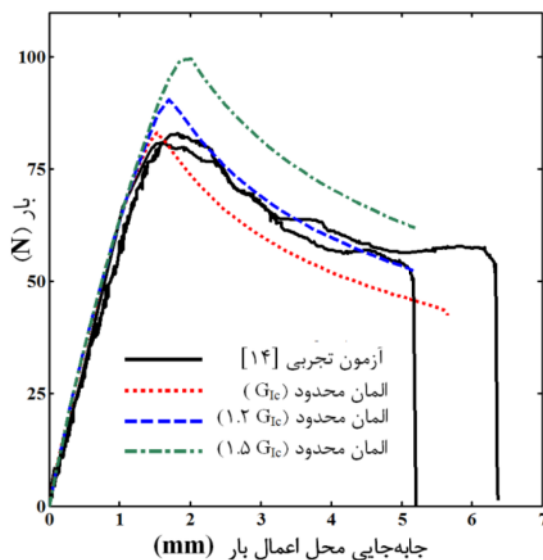


شکل ۱۲ تأثیر تنش حداکثر بین‌وجهی در پیش‌بینی تورق در نمونه کامپوزیتی تک‌جهته



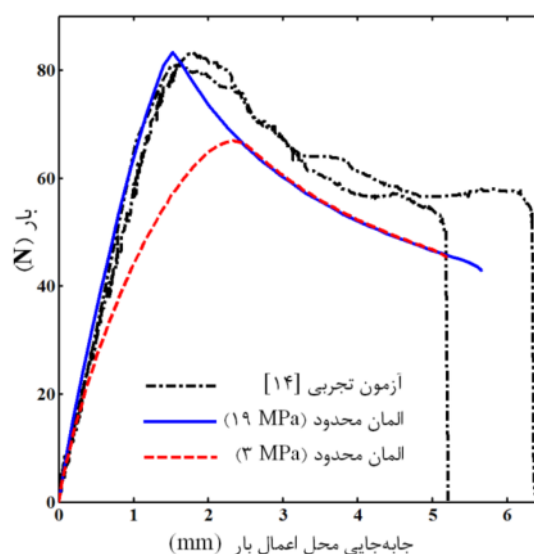
شکل ۱۰ مقایسه نتایج تئوری، المان محدود با داده‌های آزمایشگاهی برای نمونه کامپوزیتی

شکل ۱۳ تأثیر نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی بر نمودار بار - جابه‌جایی را در نمونه همسانگرد نشان می‌دهد. با افزایش نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی نمونه، شروع و رشد تورق در بارهای بالاتری اتفاق می‌افتد.



شکل ۱۳ تأثیر نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی در پیش‌بینی تورق نمونه فولادی همسانگرد

شکل‌های ۱۱ و ۱۲ به ترتیب تأثیر تنش حداکثر بین‌وجهی بر پیش‌بینی شروع و رشد تورق در نمونه‌های همسانگرد فولادی و چندلایه‌های کامپوزیتی را نشان می‌دهند. در هر دو نمونه با کاهش تنش حداکثر بین‌وجهی شروع رشد تورق در بارهای پایین‌تری اتفاق می‌افتد، این در حالی است که تأثیر آن در حین رشد تورق ناچیز می‌باشد. با کاهش بیشتر تنش حداکثر بخش ابتدایی نمودار از حالت خطی خارج می‌شود. زیرا با کاهش تنش حداکثر اندازه ناحیه الاستیک در پیشانی ترک کوچک شده و اندازه ناحیه آسیب بیشتر می‌شود و به دنبال آن نمودار حالت غیر خطی به خود می‌گیرد.



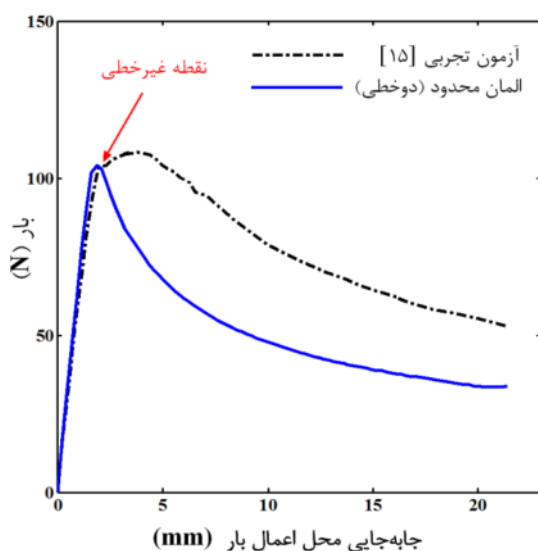
شکل ۱۱ تأثیر تنش حداکثر بین‌وجهی در پیش‌بینی تورق در نمونه فولادی همسانگرد

۴- پیش‌بینی رشد تورق در چندلایه‌های کامپوزیتی تک‌جهته با پل‌زنی الیاف
در این بخش به بررسی توانایی مدل ناحیه چسبناک دوخطی

مدل ناحیه چسبناک دوخطی نتوانسته است ناحیه غیر خطی بعد از رشد ترک تا مقدار بیشینه بار را پیش‌بینی کند که خود به دلیل توزیع نامناسب انرژی در مدل ناحیه چسبناک می‌باشد.

جدول ۳ مشخصات هندسی و خواص مکانیکی تیر کامپوزیتی تک جهته [۱۵].

a (mm)	۳۰
b (mm)	۲۵
$2h$ (mm)	۴/۱۵
E_1 (GPa)	۹۸
E_2 (GPa)	۹
G_{12} (MPa)	۵/۲
G_{IC}^I (N/mm)	۰/۳۵
G_{IC}^b (N/mm)	۰/۳۳
σ_f (MPa)	۲۰



شکل ۱۴ تأثیر ناحیه پل‌زنی در پیش‌بینی رشد تورق

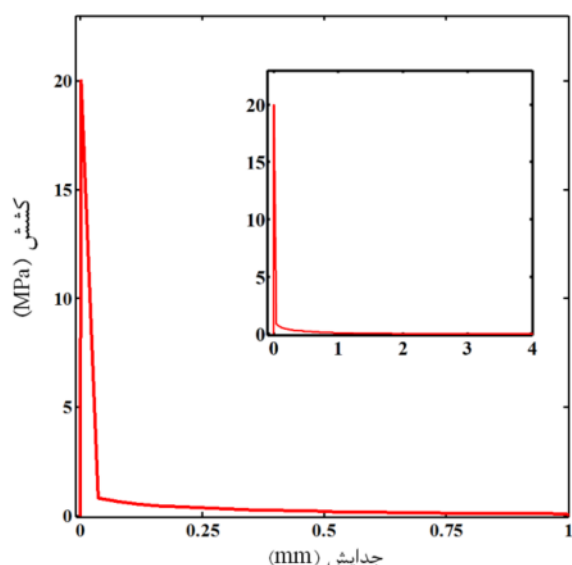
همچنین با دقت در این نمودار می‌توان دریافت که بخش نزولی منحنی بار-جابجایی پیش‌بینی شده توسط مدل المان محدود منطبق بر منحنی آزمایشگاهی می‌باشد زیرا مقدار نرخ انرژی کرنشی بحران در نظر گرفته شده در تحلیل عددی برابر مقدار بیشینه بار مقدار نرخ رهایی انرژی بحران به مقدار پایای خود می‌رسد که در نتیجه آن شکل ناحیه چسبناک تأثیری در پیش‌بینی این ناحیه نخواهد داشت و پارامتر تأثیرگذار در این ناحیه نرخ رهایی انرژی کرنشی بحران می‌باشد.

در پیش‌بینی نمودار بار-جابجایی در نمونه‌های تک‌جهته که دارای پل‌زنی الیاف هستند پرداخته و نتایج حاصل از المان محدود با نتایج تجربی مقایسه می‌شود. در این نوع از چندلایه‌های کامپوزیتی با افزایش رشد ترک، به دلیل پل‌زنی الیاف در ناحیه بین‌وجهی، مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی بحران افزایش می‌یابد.

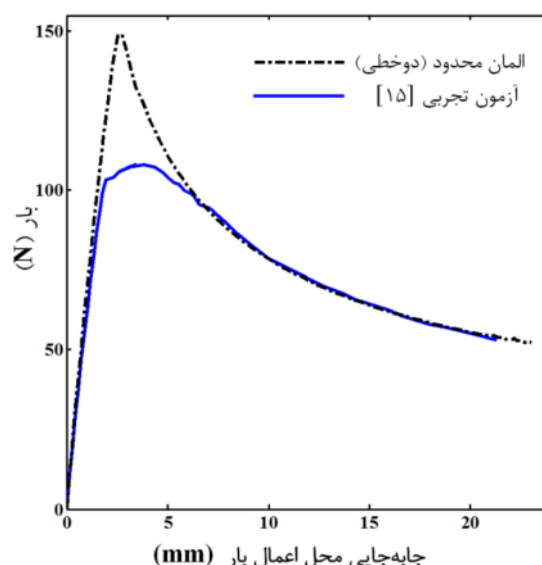
این افزایش در نرخ رهایی انرژی کرنشی بعد از رشد خاصی از طول ترک موسوم به "ناحیه پل‌زنی" به مقدار پایای خود می‌رسد که در این حالت، با افزایش رشد ترک تغییر چندانی در مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی بحران نخواهیم داشت. متناظر با این ناحیه، در نمودار بار-جابجایی، بعد از رشد ترک مقدار بار افزایش می‌یابد و بعد از گذار از ناحیه پل‌زنی بار کاهش خواهد یافت. در شکل ۱۴ تأثیر مقدار انرژی مصرفی در ناحیه پل‌زنی بر نمودار بار - جابجایی نشان داده شده است. در این شکل در مدل المان محدود از مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی بحران شروع G_{IC}^I گزارش شده در جدول ۳ استفاده شده است. همچنین خواص مکانیکی و مشخصات هندسی نمونه تک‌جهته در این جدول داده شده است.

همان‌طور که در شکل ۱۴ نشان داده شد با صرف‌نظر کردن از انرژی مصرفی در ناحیه پل‌زنی خطای قابل توجهی در پیش‌بینی نمودار بار-جابجایی خواهیم داشت و مدل‌سازی المان محدود انجام شده، نتوانسته است پیش‌بینی درستی از نمودار بار - جابجایی نمونه داشته باشد. با توجه به اینکه در این نمودار از مقدار انرژی کرنشی بحران شروع تورق استفاده شده؛ علاوه بر این مقدار انرژی کرنشی بحران بیشتر از مقدار شروع آن می‌باشد می‌توان انتظار داشت که المان چسبناک دوخطی نتواند بخش رشد ترک در نمودار بار-جابجایی را پیش‌بینی کند. علاوه بر این می‌توان این نمودار را مؤید نتیجه بدست آمده در شکل ۱۳ دانست؛ زیرا مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی بحران به دلیل پل‌زنی الیاف بیشتر از مقدار شروع آن می‌باشد؛ که در نتیجه آن، نادیده گرفتن انرژی مصرفی در ناحیه پل‌زنی منجر به خطای قابل توجهی در پیش‌بینی نمودار بار-جابجایی نمونه تورقی خواهد شد. از آنجا که که مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی به دلیل پل‌زنی الیاف بیشتر از مقدار شروع آن است، در شکل ۱۵ مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی بحران کل، برابر با مجموع نرخ‌های شروع G_{IC}^I و مصرفی در ناحیه پل‌زنی G_{IC}^b ، در نظر گرفته شده است.

از شکل ۱۵ می‌توان دریافت که مدل المان محدود بر پایه



شکل ۱۶ مدل ناحیه چسبناک اصلاح شده [۱۵]



شکل ۱۵ پیش‌بینی منحنی بار-جابجایی با استفاده از مدل ناحیه چسبناک دوخطی

در این مدل ابتدا در ناحیه دوخطی اولیه مقدار انرژی کرنشی بحران شروع تورق مصرف می‌شود آنگاه در یک تنش پایین بخش دوم انرژی کرنشی بحران یعنی همان انرژی مصرفی در ناحیه پل‌زنی مورد استفاده قرار می‌گیرد که این بخش موجب غیرخطی شده نمودار بار-جابجایی بعد از شروع تورق خواهد شد.

در شکل ۱۷ نتیجه این مدل‌سازی با استفاده از مدل ناحیه چسبناک ذکر شده نشان داده شده است. همان‌طور که در این نمودار مشخص است مدل ناحیه چسبناک اصلاح شده از توانایی لازم در پیش‌بینی منحنی تجربی بار-جابجایی برخوردار است. علاوه بر این در جدول ۴ درصد خطا برای مدل‌های مختلف در پیش‌بینی بیشینه بار برای نمونه DCB تک‌جهته با پل‌زنی الیاف که نمودار بار-جابجایی آن در شکل ۱۷ ارائه شده، یکدیگر مقایسه شده‌اند. به توجه به این جدول، مدل اصلاح شده از پیش‌بینی دقیق‌تری نسبت به دو مدل دوخطی دیگر برخوردار است و نتایج آن همخوانی دقیق‌تری با نتایج آزمایشگاهی دارد.

ذکر این نکته نیز ضروری است که مدل دوخطی بدون در نظر گرفتن انرژی مصرفی در ناحیه پل‌زنی منجر به خطای قابل توجهی در حین رشد تورق بعد از ناحیه بیشینه بار خواهد شد و این در حالی است که مدل دوخطی با در نظر گرفتن انرژی ناحیه پل‌زنی این بخش از نمودار بار-جابجایی را به خوبی پیش‌بینی می‌کند.

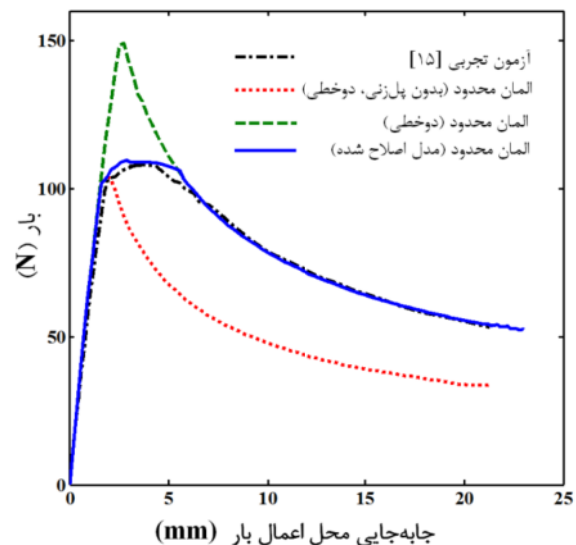
به منظور حل این مشکل و پیش‌بینی درست ناحیه غیر خطی بار-جابجایی قبل از مقدار بیشینه بار، در مدل‌سازی المان محدود در مراجع مختلف از مدل‌های ناحیه چسبناک مختلفی استفاده شده است [۱۶، ۱۷]. برخی از محققان از مدل‌های دو خطی، سه خطی و غیره در ناحیه نرم‌شوندگی مدل ناحیه چسبناک استفاده کرده‌اند که یکی از مشکلات این روش‌ها تعیین پارامترهای مختلف مانند تنش در ناحیه پل‌زنی در مدل ناحیه چسبناک می‌باشد. در این تحقیق در مدل‌سازی المان محدود از مدل ناحیه چسبناک اصلاح شده استفاده شده است (شکل ۱۶) که در آن ناحیه پل‌زنی با استفاده از روش‌های آزمایشگاهی استخراج شده است و به بخش دوخطی اولیه مدل ناحیه چسبناک اضافه شده است [۱۵]. به عبارتی دیگر منحنی اصلاح شده شامل دو بخش است.

بخش اول که ناحیه دوخطی بوده و سطح زیر منحنی در این ناحیه برابر انرژی کرنشی بحران شروع تورق می‌باشد و مقدار بیشینه تنش بین وجهی نیز مانند حالت‌های قبل از جدول ۳ استخراج می‌شود. بخش دوم منحنی کشش-جدایش به صورت آزمایشگاهی استخراج شده [۱۵] و به بخش دوخطی اولیه اضافه می‌شود و سطح زیر منحنی در این ناحیه نیز برابر انرژی مصرفی در ناحیه پل‌زنی بوده G_{IC}^b که مقدار آن در جدول ۳ ارائه شده است.

بدست آمده از مدل سازی سه بعدی نمونه های همسانگرد و کامپوزیتی در نرم افزار ABAQUS و با استفاده از مدل ناحیه چسبناک با نتایج عددی حاصل از مدل های تحلیلی و نتایج آزمایشگاهی مقایسه شدند. نتایج این مقایسه نشان می دهد که برای تیرهای همسانگرد، مدل تئوری دوم بر مبنای تیر کلاسیک و قانون کشش-جدایش دوخطی در پیش بینی شروع و رشد تورق از دقت خوبی برخوردار است و این درحالی است که در نمونه های کامپوزیتی تک جهته اثر تغییر شکل برشی در پیش بینی شروع تورق دارای اهمیت می باشد و برای این نمونه ها مدل تحلیلی سوم دقت خوبی دارد. در هر دو تیر همسانگرد فولادی و کامپوزیتی نتایج حاصل از تحلیل المان محدود با نتایج حاصل از آزمایش مطابقت خوبی دارد. بررسی اثر تنش حداکثر بین وجهی بر هر دو نمونه همسانگرد و کامپوزیتی نشان می دهد که کاهش این پارامتر بر شروع تورق تأثیر قابل ملاحظه ای دارد و موجب می شود تا در بارهای پایین تر تورق شروع شود. تأثیر کاهش این پارامتر در حین رشد تورق ناچیز می باشد. همچنین بررسی اثر نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی نشان می دهد که افزایش این پارامتر موجب می شود تا تورق در بارهای بالاتر شروع و رشد یابد. در بخش پایانی از این تحقیق به بررسی پیش بینی رشد تورق با استفاده المان محدود بر پایه مدل ناحیه چسبناک دوخطی در تیر کامپوزیتی تک جهته با پل زنی الیاف پرداخته شد. نتایج عددی نشان می دهند که مدل المان محدود بر پایه مدل ناحیه چسبناک دوخطی توانایی پیش بینی ناحیه غیرخطی بعد از شروع تورق را نداشته؛ علاوه بر این نشان داده شد که نادیده گرفتن انرژی مصرفی در ناحیه پل زنی خطای زیادی در پیش بینی منحنی بار - جابه جایی خواهد داشت. بدین منظور مدل ناحیه چسبناک دوخطی با استفاده از قانون پل زنی الیاف اصلاح شده و برای مدل سازی سه بعدی نمونه کامپوزیتی از نرم افزار ABAQUS استفاده شد. مقایسه نتایج مدل سازی عددی با نتایج تجربی موجود در تحقیقات دیگر نشان می دهد که مدل ناحیه چسبناک توسعه داده شده از هم خوانی خوبی با نتایج تجربی برخوردار است.

۶- مراجع

- [1] Barenblatt G. I., "The Formation of Equilibrium Cracks during Brittle Fracture: General Ideas and



شکل ۱۷ پیش بینی منحنی بار-جابه جایی با استفاده از مدل ناحیه چسبناک اصلاح شده

جدول ۴ مقایسه بیشینه بار پیش بینی شده با استفاده از مدل های

مختلف ناحیه چسبناک

نوع مدل	بیشینه بار	خطا (%)
آزمون تجربی [۱۵]	۱۰۸/۱	---
المان محدود، بدون ناحیه پل زنی، دوخطی	۱۰۴/۱	۳/۷-
المان محدود، با پل زنی، دوخطی	۱۴۸/۹	۳۷/۷
المان محدود، مدل چسبناک اصلاح شده	۱۰۸/۹	۰/۷

۵- نتیجه گیری

در این تحقیق ابتدا روش های تحلیلی بر اساس قوانین کشش-جدایش خطی، دوخطی و نمایی برای پیش بینی مُد اول تورق در نمونه DCB معرفی شدند. مدل تئوری اول بر اساس تئوری تیر اوپلر-برنولی است که از قانون کشش-جدایش خطی پیروی می کند. این مدل، تک پارامتری بوده و پارامتر اصلی آن نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی می باشد. لذا فرض محدود کننده ای برای تنش بین وجهی وجود ندارد. در مدل تحلیلی دوم بر اساس تئوری تیر اوپلر-برنولی است که از قانون کشش-جدایش دوخطی پیروی می کند. در مدل تحلیلی سوم از تئوری تیر تیموشنکو و قانون کشش-جدایش نمایی استفاده شده است. یکی از ویژگی های مدل تحلیلی دوم این است که برخلاف دو تئوری دیگر برای پیش بینی تورق، نیازی به استفاده از طول مشخصه Δ و اصلاح طول ترک ندارد. نتایج عددی

- [9] Tamuzs V., Tarasovs S., Vilks U., "Progressive delamination and fiber bridging modeling in double cantilever beam composite specimens", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 68, 2001, pp. 513-525.
- [10] Shokrieh M.M., Heidari-Rarania M., Ayatollahi M.R., "Delamination R-Curve as a Material Property of Unidirectional Glass/Epoxy Composites", *Materials and Design*, Vol. 34, 2012, pp. 211-218.
- [11] Hashemi S., Kinloch A.J., Williams J.G., "The Analysis of Interlaminar Fracture in Uniaxial Fiber Polymer Composite", *Proceedings Royal Society London A247*, 1990, pp. 173-199.
- [12] Williams J. G., "End Correction for Orthotropic DCB Specimens", *Composites Science and Technology*, Vol. 35, No. 4, 1990, pp. 367-376.
- [13] Harper P. W., Hallett S. R., "Cohesive Zone Length in Numerical Simulations of Composite Delamination", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 75, No. 16, 2008, pp. 4774-4792.
- [14] Andersson T., Biel A., "On the Effective Constitutive Properties of a Thin Adhesive Layer Loaded in Peel", *International Journal of Fracture*, Vol. 141, No. 1-2, 2006, pp. 227-246.
- [15] Stutz S., Cugnoni J., Botsis J., "Studies of Mode I Delamination in Monotonic and Fatigue Loading using FBG Wavelength Multiplexing and Numerical Analysis", *Composites Science and Technology*, Vol. 71, 2011, pp. 443-449.
- [16] Morais A.B., Pereira A.B., "Application of the Effective Crack Method to Mode I and Mode II Interlaminar Fracture of Carbon/Epoxy Unidirectional Laminates", *Composites Part A*, Vol. 38, 2007, pp. 785-794.
- [17] Sorensen L., Botsis J., Gmur Th., Humber L., "Bridging Traction in Mode I Delamination: Measurements and Simulations", *Composites Science and Technology*, Vol. 68, 2008, pp. 2350-2358.
- Hypothesis, Axially-symmetrical Cracks", *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 23, No. 3, 1959, pp. 622-636.
- [2] Dugdale D. S., "Yielding of Steel Sheets Containing Slits", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 8, No. 2, 1960, pp. 100-104.
- [3] Williams J. G., Hadavinia H., "Analytical Solutions for Cohesive Zone Models", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 50, No. 4, 2002, pp. 809-825.
- [4] Ouyang Z., Li G., "Local Damage Evolution of Double Cantilever Beam Specimens during Crack Initiation Process: A Natural Boundary Condition Based Method", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 76, No. 5, 2009, pp. 051003-0510011.
- [5] Ouyang Z., Li G., Ibekwe S., Stubblefield M., Pang S., "Crack Initiation Process of DCB Specimens Based on First-Order Shear Deformation Theory", *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 29, No. 5, 2010, pp. 651-663.
- [6] Blackman B. R. K., Hadavinia H., Kinloch A. J., Williams J. G., "The use of a Cohesive Zone Model to Study the Fracture of Fiber Composites and Adhesively Bonded Joints", *International Journal of Fracture*, Vol. 119, No. 1, 2003, pp. 25-46.
- [7] Fan C., Ben P.-Y., Cheng J. J. R., "Cohesive Zone with Continuum Damage Properties for Simulation of Delamination Development in Fiber Composites and Failure of Adhesive Joints", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 75, No. 13, 2008, pp. 3866-3880.
- [8] Alfano G., "On the Influence of the Shape of the Interface Law on the Application of Cohesive-Zone Models", *Composites Science and Technology*, Vol. 66, No. 6, 2006, pp. 723-730.