http://mme.modares.ac.ir

مجله علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

دی ۱۳۹۲، دوره ۱۳ شماره ۱۰ ص ص ۶۲-۷۴

مقاله پژوهشی کامل
تاریخ دریافت ۹۱/۱۲/۹
تاریخ پذیرش ۹۲/۱/۶
ارائه در سایت ۹۲/۷/۳۰

بررسی عددی جابجایی طبیعی نانوسیال در محفظه مربعی با منبع حرارتی مرکزی و ارائه روابطی برای محاسبه عدد ناسلت

قنبرعلی شیخ‌زاده[۱*]، حمیدرضا احترام[۲]، علیرضا آقایی[۲]

۱- دانشیار مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان
* کاشان، صندوق پستی ۸۷۳۱۷-۵۱۱۶۷، sheikhz@kashanu.ac.ir

چکیده- هدف از مطالعه حاضر، بررسی عددی جابجایی طبیعی نانوسیال‌های مختلف داخل یک محفظه مربعی با منبع حرارتی مرکزی در نسبت‌های منظری مختلف و به‌دست آوردن روابطی برای عدد ناسلت بر حسب عدد رایلی و کسرحجمی نانوذرات می‌باشد. منبع حرارتی در دمای T_h و دیواره محفظه در دمای T_c می‌باشد. نانوسیال‌ها بر پایه آب با نانوذرات مس، اکسید مس، نقره، اکسید آلومینیم و یا اکسید تیتانیوم در نظر گرفته شده‌اند. برای تحلیل جابه‌جایی طبیعی از یک برنامه کامپیوتری به زبان فرترن بر اساس روش حجم محدود و الگوریتم سیمپلر استفاده شده است. مطالعه برای نسبت منظری ۰/۲ تا ۰/۸، عدد رایلی $۱۰^۳$ تا $۱۰^۶$ و کسر حجمی نانوذرات تا حداکثر کسر حجمی ۰/۰۵ انجام شده است. نتایج عددی نشان می‌دهد که عدد ناسلت با افزایش کسر حجمی نانوذرات و افزایش نسبت منظری زیاد می‌شود. با افزایش عدد رایلی در فضای بالایی بین منبع و دیواره محفظه گردابه‌هایی از نوع رایلی-بنارد ایجاد می‌شود. براساس نتایج عددی حاصل، روابط همبسته با دقت بسیار خوبی برای ارزیابی عدد ناسلت ارائه شده است.

کلیدواژگان: حل عددی، نانوسیال، جابه‌جایی طبیعی، محفظه، عدد ناسلت متوسط.

Numerical study of natural convection in a nanofluid filled enclosure with central heat source and presenting correlations for Nusselt number

G. A. Sheikhzadeh[1*], H. Ehteram [2], A. Aghaei [2]

1- Assoc. Prof., Mech. Eng., Kashan Univ., Kashan, Iran
2- MSc. Student, Mech. Eng., Kashan Univ., Kashan, Iran
* P.O.B. 87317-51167, Kashan, Iran. sheikhz@kashanu.ac.ir

Abstract- The present study aims to investigate numerically the natural convection of various nanofluids inside a square enclosure with a central heat source at different aspect ratio. Also, some correlations are presented in order to calculate the Nusselt number in terms of Rayleigh number and volume fraction of nanoparticles. The heat source and cavity walls are kept at constant temperatures of T_h and T_c, respectively. The nanofluids are considered to be water as the base fluid and different nanoparticles such as Cu, CuO, Ag, Al_2O_3, or Tio_2. To discretize the governing equations, the control volume method and SIMPELER algorithm have been employed. The study has been carried out for aspect ratios from 0.2 to 0.8, Rayleigh numbers from 10^3 to 10^6 and the volume fractions of nanoparticles ranging in 0-0.05. The results indicated that the Nusselt number increases with increasing the volume fraction of nanoparticles as well as the aspect ratio. Furthermore, by increasing the Rayleigh number, some eddies, of kind of Rayleigh-Benard, are developed in the space between the heat source and the upper wall of the enclosure. Based on the obtained results, several correlations with high accuracy have been present in order to evaluate the Nusselt number.

Keywords: Numerical Study, Nanofluid, Natural Convection, Enclosure, Average Nusselt Number.

۱- مقدمه

انتقال حرارت جابجایی طبیعی، به‌علت ساده بودن فرآیند، صرفه اقتصادی، صدای کم و بازیابی مجدد، در شاخه‌های مختلف صنعت مانند صنایع برودتی، دستگاه‌های ترانسفورماتور الکتریکی و سیستم‌های تهویه مطبوع کاربرد فراوانی دارد. همچنین در تجهیزات صنعتی گوناگون مثل قطعات الکترونیکی، مبدل‌های حرارتی، کلکتورهای خورشیدی و دیگر موارد مشابه، انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی به کار می‌رود. همواره دست‌یابی به وسایلی با ابعاد کوچک‌تر، سبک‌تر و بازده بیشتر برای انتقال حرارت مطلوب بوده است. استفاده از سطح بیشتر یکی از روش‌های مناسب جهت افزایش انتقال حرارت است ولی این روش در تمام ابزارهای الکترونیکی قابل کاربرد نیست. سیال‌های مورد استفاده در انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی دارای ضریب انتقال حرارت کمی می‌باشند، لذا استفاده از روش مناسب جهت افزایش ضریب هدایت حرارتی می‌تواند در بهبود انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی مؤثر باشد. با مطرح شدن نانوسیال‌ها که اغلب ترکیبی از اکسید نانوذرات فلزی با سیالات پایه‌ای مثل آب، روغن و اتیلن گلیکول می‌باشند، دستیابی به این منظور میسر شده است [۱].

قبل از معرفی نانوسیال‌ها، استفاده از ذرات در ابعاد میلی‌متر و میکرومتر که منجر به افزایش ضریب هدایت حرارتی سیال می‌شود مورد استفاده قرار گرفته بود. ولی مشکلاتی چون پایداری ضعیف، افت فشار بالا و غیره، باعث شد استفاده از این شیوه چندان عملی نباشد [۲]. جهانشاهی و همکاران [۳]، مطالعه‌ای تجربی و عددی با روش حجم محدود برای بررسی انتقال حرارت جابجایی آزاد آب-اکسید سیلیسیم در محفظه‌ای مربعی با دیواره‌های قائم گرم و سرد و دیواره‌های افقی عایق انجام دادند. بر اساس یافته‌های آنان عدد ناسلت متوسط در تمامی اعداد رایلی با افزایش کسر حجمی نانوذرات افزایش می‌یابد. صالح و همکاران [۴] انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی نانوسیال‌های آب- اکسید آلومینیوم و آب- مس را داخل محفظه ذوزنقه‌ای یه‌صورت عددی بررسی کردند. آنها اثر تغییرات زاویه ساق ذوزنقه با راستای قائم، کسر حجمی نانوذرات و عدد گراشف را بررسی نمودند. بر اساس نتایج آنها بیشترین عدد ناسلت متوسط در بالاترین کسر حجمی مورد بررسی (۰/۰۵) برای نانوذره مس و در بیشترین زاویه ساق با راستای قائم روی می‌دهد. آگوت [۵]، جابه‌جایی طبیعی نانوسیال‌های مختلف با سیال پایه آب را در یک محفظه زاویه‌دار با گرمایش موضعی مورد بررسی قرار داد. براساس یافته‌های او با افزایش کسر حجمی نانوذرات انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی افزایش می‌یابد و نانوذرات نقره و مس، افزایش بیشتری در انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی را سبب می‌شوند. در زوایای کوچک با افزایش طول گرم‌کننده، میزان انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی کاهش می‌یابد. همچنین او بیان نمود که بیشترین میزان انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی در زاویه ۳۰° رخ می‌دهد.

خانافر و همکاران [۶] اثر کاربرد نانوسیال را در یک حفره بر افزایش انتقال حرارت بررسی کردند. آنها برای محاسبه خواص نانوسیال مدل‌های مختلفی را مورد استفاده قرار دادند. بر اساس نتایج آنها در هر عدد گراشفی با افزایش کسر حجمی نانوذرات، انتقال حرارت افزایش می‌یابد. هو و همکاران [۷] مطالعه‌ای عددی با روش حجم محدود برای بررسی انتقال حرارت جابجایی آزاد آب-اکسید آلومینیم در محفظه‌ای مربعی با دیواره‌های افقی عایق و دیواره‌های قائم گرم و سرد انجام دادند. بر اساس یافته‌های آنان انتخاب مدل‌های مختلف برای لزجت مقادیر متفاوتی برای عدد ناسلت پیش‌بینی می‌کند. ازتپ ابوندا [۸]، جریان سیال و انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی را در یک حفره گرم شده را که با نانوسیال‌ها با نانوذرات مختلف پرشده بود بررسی کردند. براساس یافته‌های آنان با کاربرد نانوسیال در نسبت‌های منظری کم افزایش بیشتری در انتقال حرارت نسبت به نسبت‌های منظری بزرگ‌تر حاصل می‌شود.

محمودی و هاشمی [۹] جریان سیال و انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال آب-مس را در یک محفظه C-شکل در نسبت‌های منظری و اعداد رایلی مختلف بررسی نمودند. بر اساس نتایج آنها عدد ناسلت متوسط با افزایش عدد رایلی و کسرحجمی نانوذرات افزایش می‌یابد. همچنین آنها گزارش کردند که در یک نسبت منظری ثابت با افزایش عدد رایلی نرخ انتقال حرارت افزایش می‌یابد. امین‌الساداتی و قاسمی [۱۰] جابه‌جایی طبیعی نانوسیال آب- اکسید مس را در اعداد گراشف و کسر حجمی‌های مختلف در محفظه‌ای مربعی با گرمایش موضعی به‌صورت عددی بررسی کردند. بر اساس نتایج آنها با افزایش عدد رایلی و کسر حجمی نانوذرات عدد ناسلت

متوسط افزایش می‌یابد.

ابوندا و همکاران [۱۱]، انتقال حرارت جابجایی طبیعی بین دو استوانه هم‌محور پرشده با نانوسیال را به کمک روش حجم محدود انجام دادند. آنها نانوسیال‌های مختلفی شامل نانوذرات Cu، Ag، Al_2O_3 و TiO_2 را بر اساس سیال پایه آب مورد بررسی قرار دادند و نتایج خود را به‌صورت منحنی تغییرات عدد ناسلت ارائه نمودند. آنها گزارش کردند که در اعداد رایلی و نسبت‌های منظری بزرگ نانوذرات با ضریب هدایت حرارتی بالاتر موجب انتقال حرارت بیشتری می‌شوند ولی در اعداد رایلی متوسط، نانوذرات با ضریب هدایت حرارتی پایین باعث کاهش در انتقال حرارت می‌شوند. عارف‌منش و همکاران [۱۲] جریان سیال و انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال آب-اکسید تیتانیوم را در فضای بین دو محفظه هم محور در نسبت‌های منظری و اعداد رایلی مختلف بررسی نمودند. بر اساس نتایج آنها مقدار ضریب انتقال حرارت جابجایی طبیعی بر حسب عدد رایلی با افزایش نسبت منظری و کسر حجمی نانوذرات افزایش می‌یابد.

شیخ‌زاده و همکاران [۱۳] در یک مطالعه عددی برای نانوسیال آب-مس در یک محفظه با وجود منبع گرم و سرد در دیواره‌های عمودی آن انجام دادند. آنها رابطه عدد ناسلت را به‌صورت $Nu=(0.477\varphi+0.3554)Ra^{0.25}$ برای حالتی که منابع گرم و سرد در وسط دیواره‌های عمودی قرار دارند، در محدوده $0<\varphi<0.15$ و $10^3\leq Ra\leq 10^5$ ارائه نمودند. بر اساس یافته‌های آنان عدد ناسلت متوسط کمینه، هنگامی که گرمایش موضعی در دیواره‌های طرف راست و چپ محفظه به ترتیب در بالا و پایین باشد، روی می‌دهد. منصور و همکاران [۱۴] در مطالعه تجربی که برای نانوسیال آب-اکسیدآلومینیم انجام دادند رابطه عدد ناسلت را به‌صورت $Nu=Nu_0\,(1-\varphi^{0.625})(1+5.25\times10^5\times Ra)^{0.135}$ برای لوله افقی ارائه نمودند. رابطه آنها برای $0<\varphi<0.04$ و $5\times10^5\leq Ra\leq 10^6$ می‌باشد. بر اساس یافته‌های آنها با افزایش کسر حجمی نانوذرات از ۰ تا ۰/۰۲ عدد ناسلت متوسط کاهش ناچیزی دارد.

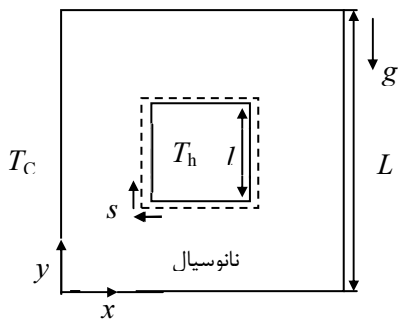
با انجام یک بررسی مفصل مشخص می‌شود که برای جابه‌جایی طبیعی در محفظه‌های مربعی مطالعات زیادی انجام شده است ولی در مورد انتقال حرارت نانوسیال‌ها در محفظه‌های مربعی هم محور مطالعه کمتری انجام شده است.

در بیشتر مطالعات قبلی، نتایج به‌کارگیری نانوسیال به‌صورت نمودارهای تغییرات عدد ناسلت در مقادیر مختلف عدد رایلی و کسر حجمی نانوذرات نشان داده شده است و روابطی مناسب برای پیش‌بینی عدد ناسلت ارائه نشده است. در مطالعه حاضر با استفاده از شبیه‌سازی عددی جابجائی طبیعی در داخل محفظه با منبع حرارتی مرکزی، تاثیر به‌کارگیری نانوسیال بر میدان جریان و انتقال حرارت بررسی شده و بر اساس آن روابطی برای پیش‌بینی ضریب انتقال حرارت بر حسب عدد رایلی و کسر حجمی نانوذرات در نسبت‌های منظری مختلف ارائه می‌شود. این روابط برای نانوسیال‌های مختلف (آب-مس، آب-اکسید مس، آب-نقره، آب-اکسید آلومینیم، آب-اکسید تیتانیوم) با دقت مناسبی به‌دست می‌آید.

۲- معادلات حاکم و شرایط مرزی

نمای شماتیک هندسه مورد بررسی در شکل ۱ نشان داده شده است. ابعاد منبع حرارتی و محفظه به ترتیب برابر l و L می‌باشد. نسبت منظری که به‌صورت $AR=l/L$ تعریف می‌شود، برابر ۰/۲، ۰/۵ و ۰/۸ در نظر گرفته می‌شود. منبع حرارتی در دمای ثابت T_h و دیواره‌های محفظه در دمای ثابت T_c نگه داشته می‌شود. طول در جهت z به اندازه‌ای بلند می‌باشد که می‌توان مسأله را دو بعدی فرض کرد. فاصله s که از گوشه منبع گرم سنجیده می‌شود نیز در شکل ۱ مشخص شده است.

محفظه با نانوسیال‌های آب-مس، آب-اکسیدمس، آب-نقره، آب-اکسید آلومینیم و آب-اکسید تیتانیوم پر می‌شود. خواص ترموفیزیکی آب به عنوان سیال پایه و نانوذرات مورد استفاده در جدول ۱ ارائه شده است [۱۰،۱۱].



شکل ۱ نمای شماتیک و شرایط مرزی مسئله

جدول ۱ خواص ترموفیزیکی سیال پایه (در دمای K ۳۰۰) و نانوذرات [۱۱،۱۰]

خواص فیزیکی	Cu	CuO	Ag	Al_2O_3	TiO_2	آب (سیال پایه)
c_p (J/kg-K)	۳۸۵	۵۳۵/۶	۲۳۵	۷۶۵	۶۸۶/۲	۴۱۷۹
ρ (kg/m^3)	۸۹۳۳	۶۳۲۰	۱۰۵۰۰	۳۹۷۰	۴۲۵۰	۹۹۷/۱
k (w/mK)	۴۰۱	۷۶/۵	۴۲۹	۲۵	۸/۹۵۳۸	۰/۶۱۳
$\beta\times10^{-5}$(K^{-1})	۱/۶۷	۱/۸	۱/۸۹	۰/۸۵	۰/۹	۲۱
μ (kg/ms)	-	-	-	-	-	۰/۰۰۱۰۰۳

خواص نانوسیال‌های مورد استفاده به جز چگالی که تغییرات آن متناسب با تقریب بوزینسک منظور شده، ثابت فرض می‌شوند [۱۵].

معادلات حاکم شامل بقای جرم (۱)، بقای مومنتم در راستای x (۲)، راستای y (۳) و بقای انرژی (۴) برای جریان دو بعدی، دائم و آرام از روابط (۱) تا (۴) محاسبه می‌شوند.

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \qquad (۱)$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{1}{\rho_{nf}}\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \qquad (۲)$$

$$u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}=-\frac{1}{\rho_{nf}}\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)+\frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}}g(T-T_c) \qquad (۳)$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha_{nf}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \qquad (۴)$$

تابع جریان از رابطه (۵) به‌دست می‌آید.

$$u=\frac{\partial\psi}{\partial y} \Rightarrow \psi(x,y)=\int u\,dy+\psi_0 \qquad (۵)$$

با کمک متغیرهای بی‌بعد (۶)، معادلات حاکم بی‌بعد (۱۰-۷)، به‌دست می‌آیند.

$$X=\frac{x}{L},\ Y=\frac{y}{L},\ S=\frac{s}{L},\ U=\frac{uL}{\alpha_f},\ V=\frac{vL}{\alpha_f}$$
$$P=\frac{pL^2}{\rho_{nf}\alpha_f^2},\ \Psi=\frac{\psi}{\alpha_f}\ \theta=\frac{T-T_c}{T_h-T_c} \qquad (۶)$$

$$\frac{\partial U}{\partial X}+\frac{\partial V}{\partial Y}=0 \qquad (۷)$$

$$U\frac{\partial U}{\partial X}+V\frac{\partial U}{\partial Y}=-\frac{\partial P}{\partial X}+\frac{\upsilon_{nf}}{\alpha_f}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right) \qquad (۸)$$

$$U\frac{\partial V}{\partial X}+V\frac{\partial V}{\partial Y}=-\frac{\partial P}{\partial Y}+\frac{\upsilon_{nf}}{\alpha_f}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right)+\frac{\beta_{nf}}{\beta_f}\mathrm{Ra}\mathrm{Pr}\theta \qquad (۹)$$

$$U\frac{\partial\theta}{\partial X}+V\frac{\partial\theta}{\partial Y}=\frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f}\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial X^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial Y^2}\right) \qquad (۱۰)$$

که در آن اعداد رایلی و پرانتل از رابطه (۱۱) محاسبه می‌شوند

$$\mathrm{Ra}=\frac{g\beta_f L^3\Delta T}{\upsilon_f\alpha_f},\ \mathrm{Pr}=\frac{\upsilon_f}{\alpha_f} \qquad (۱۱)$$

تابع جریان بی‌بعد نیز از رابطه (۱۲) به‌دست می‌آید.

$$\Psi(X,Y)=\int U\,dY+\Psi_0 \qquad (۱۲)$$

با توجه به هندسه مسأله، شرایط مرزی بی‌بعد با رابطه (۱۳) بیان می‌شوند.

$$U=V=0,\ \theta=1 \quad \text{روی منبع حرارتی}$$
$$U=V=0,\ \theta=0 \quad \text{روی محفظه خارجی} \qquad (۱۳)$$

خواص نانوسیال شامل لزجت [۱۶]، ضریب هدایت حرارتی [۱۷]، چگالی، ظرفیت گرمایی، ضریب انبساط حجمی و ضریب پخش به ترتیب از روابط (۱۹-۱۴) محاسبه می‌شوند.

$$\mu_{nf}=\frac{\mu_f}{(1-\varphi)^{2.5}} \qquad (۱۴)$$

$$k_{nf}=\frac{k_f\left(k_s+2k_f-2\varphi\left(k_f-k_s\right)\right)}{\left(k_s+2k_f+\varphi\left(k_f-k_s\right)\right)} \qquad (۱۵)$$

$$\rho_{nf}=(1-\varphi)\rho_f+\varphi\rho_p \qquad (۱۶)$$

$$(\rho c_p)_{nf}=(1-\varphi)(\rho c_p)_f+\varphi(\rho c_p)_p \qquad (۱۷)$$

$$\beta_{nf}=\frac{(1-\varphi)(\rho\beta)_f+\varphi(\rho\beta)_p}{(1-\varphi)\rho_f+\varphi\rho_p} \qquad (۱۸)$$

$$\alpha_{nf}=\frac{k_{nf}}{(\rho c_p)_{nf}} \qquad (۱۹)$$

ضریب انتقال حرارت جابجایی از رابطه (۲۰) به‌دست می‌آید

$$h_{nf}=\frac{q}{T_h-T_c} \qquad (۲۰)$$

عدد ناسلت که طول مشخصه‌ی آن بر اساس اندازه‌ی ضلع محفظه سنجیده می‌شود، از رابطه (۲۱) محاسبه می‌شود.

$$\mathrm{Nu}=\frac{h_{nf}L}{k_f} \qquad (۲۱)$$

شار حرارتی روی دیواره‌های گرم از رابطه (۲۲) به‌دست می‌آید.

$$q=-k_{nf}\frac{T_h-T_c}{L}\frac{\partial\theta}{\partial n}\bigg|_{\mathrm{wall}} \qquad (۲۲)$$

با قرار دادن رابطه‌های (۲۰) و (۲۲) در رابطه‌ی (۲۱) عدد ناسلت به‌صورت رابطه (۲۳) محاسبه می‌شود.

$$\mathrm{Nu}= -\frac{k_{nf}}{k_f}\frac{\partial\theta}{\partial \mathrm{n}}\bigg|_{\mathrm{wall}} \qquad (۲۳)$$

عدد ناسلت متوسط روی سطح منبع حرارتی با کمک رابطه (۲۴) به‌دست می‌آید.

$$\mathrm{Nu}_{\mathrm{avg}}=\frac{1}{4\times AR}\int_{\text{on heat source walls}} \mathrm{Nu}\, dS \qquad (۲۴)$$

۳- شبیه‌سازی عددی

معادلات حاکم به کمک روش حجم محدود و الگوریتم سیمپلر به‌صورت عددی حل شدند. ابتدا شبکه‌ای یکنواخت و مناسب بر میدان حل منطبق می‌شود و سپس حول هر گره، حجم کنترلی ایجاد می‌شود و از معادلات حاکم روی هر حجم کنترل انتگرال‌گیری شده و معادلات منفصل شده و دستگاهی از معادلات جبری به‌دست می‌آید. برای جملات پخش از طرح تفاضل مرکزی مرتبه دوم استفاده می‌شود و برای جملات جابه‌جایی روش پیوندی (هیبرید) بکار می‌رود. در این روش برای اعداد پکلت کوچک‌تر از ۲، از طرح تفاضل مرکزی و در اعداد پکلت بزرگتر از ۲ از طرح جریان بالادست استفاده می‌شود. برای دست‌یابی به همگرایی از ضرایب زیرتخفیف که برای مؤلفه‌های سرعت ۰/۵ و برای دما ۰/۷ می‌باشد استفاده شده است.

۳-۱- اعتبارسنجی برنامه

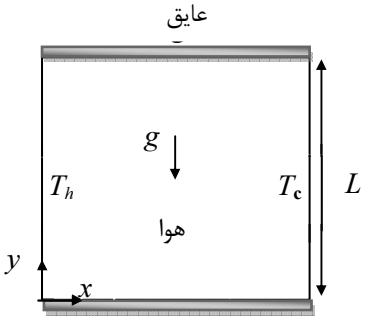
به منظور اعتبار سنجی نتایج برنامه کامپیوتری تهیه شده، دو شبیه‌سازی عددی انجام و نتایج حاصل از آن با نتایج ارائه شده در مقالات مقایسه می‌شود.

۳-۱-۱- در مسأله اول جابه‌جایی طبیعی در محفظه مربعی پرشده با هوا (Pr=۰/۷۲) مطابق هندسه شکل ۲ شبیه‌سازی شده و نتایج حاصل با نتایج دیگران در جدول ۲ مقایسه شده است.

۳-۲-۱- در مسئله دوم جابه‌جایی طبیعی در محفظه مربعی پرشده با نانوسیال آب–مس مطابق هندسه شکل ۳ شبیه‌سازی شده است. نتایج حاصل از کار حاضر با نتایج ازتپ و ابوندا [۸] برای رایلی‌ها و کسر حجمی‌های مختلف در جدول ۳ مقایسه شده است. نتایج از تطابق مناسبی برخوردارند.

۳-۲- استقلال نتایج از شبکه

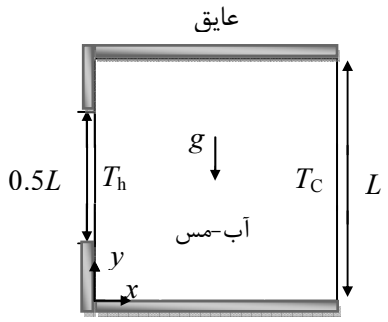
به منظور یافتن شبکه مناسب که منجر به نتایج مستقل از شبکه شود، عدد ناسلت متوسط برای نانوسیال آب-اکسیدآلومینیم با شبکه‌ای با تعداد نقاط مختلف یعنی ۳۱×۳۱، ۵۱×۵۱، ۷۱×۷۱، ۹۱×۹۱ و ۱۱۱×۱۱۱ به‌دست آمده و در جدول ۴ مقایسه شده‌اند. با توجه به مقادیر ناسلت متوسط مشاهده می‌شود که شبکه با تعداد نقاط ۹۱×۹۱ مناسب است.



شکل ۲ نمای شماتیک و شرایط مرزی در حفره‌ای پر شده با هوا [۶]

جدول ۲ عدد ناسلت متوسط برای جابجایی آزاد هوا در هندسه شکل ۲ مقایسه بین نتایج حاضر و نتایج دیگران

	Ra=۱۰^۳	Ra=۱۰^۴	Ra=۱۰^۵	Ra=۱۰^۶
کارحاضر	۱/۱۱۸	۲/۲۴۷	۴/۵۳۷	۸/۹۰۴
باراکس [۱۸]	۱/۱۱۴	۲/۲۴۵	۴/۵۱۰	۸/۸۰۶
دیویس [۱۹]	۱/۱۱۸	۲/۲۴۳	۴/۵۱۹	۸/۷۹۹
فاسقی [۲۰]	۱/۱۰۵	۲/۳۰۲	۴/۶۴۶	۹/۰۱۲
خانافر [۶]	۱/۱۱۸	۲/۲۴۵	۴/۵۲۲	۸/۸۲۶
پریکلیوس و مارکاتس [۲۱]	۱/۱۰۸	۲/۲۰۱	۴/۴۳۰	۸/۷۵۴



شکل ۳ نمای شماتیک و شرایط مرزی در حفره‌ای پر شده نانوسیال آب-مس [۸]

جدول ۳ عدد ناسلت متوسط در محفظه پر شده با نانوسیال آب-مس، و مقایسه با نتایج حاصل شده از ازتپ و ابوندا [۸]

Ra	φ	کار حاضر	ازتپ و ابوندا [۸]
	۰/۰۰	۱/۰۰۸	۱/۰۰۴
	۰/۵	۱/۱۱۹	۱/۱۲۲
$۱۰^{۳}$	۰/۱۰	۱/۲۵۳	۱/۲۵۱
	۰/۱۵	۱/۴۱۳	۱/۴۲۳
	۰/۲۰	۱/۶۰۰	۱/۶۲۷
	۰/۰۰	۱/۹۹۶	۲/۰۱۰
	۰/۰۵	۲/۰۹۷	۲/۱۲۲
$۱۰^{۴}$	۰/۱۰	۲/۱۸۸	۲/۲۰۳
	۰/۱۵	۲/۲۶۷	۲/۲۸۳
	۰/۲۰	۲/۳۴۰	۲/۳۶۳
	۰/۰۰	۳/۹۹۳	۳/۹۸۳
	۰/۰۵	۴/۲۳۴	۴/۲۷۱
$۱۰^{۵}$	۰/۱۰	۴/۴۵۹	۴/۴۴۰
	۰/۱۵	۴/۶۶۸	۴/۶۶۲
	۰/۲۰	۴/۸۶۱	۴/۸۷۵

جدول ۴ عدد ناسلت متوسط روی منبع حرارتی برای نانوسیال آب-اکسید آلومینیم φ=۰/۰۱ و Ra=$۱۰^{۶}$ با شبکه‌های مختلف

تعداد نقاط	Nu_{ave}
۳۱×۳۱	۴/۹۰
۵۱×۵۱	۵/۷۴
۷۱×۷۱	۶/۰۷
۹۱×۹۱	۶/۱۰
۱۱۱×۱۱۱	۶/۱۲

معیار همگرایی برای فشار، سرعت و دما از رابطه (۲۵) حاصل می‌شود که در آن M و N تعداد نقاط شبکه در جهت x و y بوده و ζ معرف متغیری است که حل می‌شود. k تعداد تکرار و حداکثر میزان خطا $۱۰^{-۶}$ می‌باشد.

$$\text{خطا}=\frac{\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N}\left|\zeta_{i,j}^{k+1}-\zeta_{i,j}^{k}\right|}{\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N}\left|\zeta_{i,j}^{k+1}\right|}\leq 10^{-6} \qquad (۲۵)$$

۴- نتایج و بحث

۴-۱- بررسی میدان جریان و دما

با کمک برنامه کامپیوتری تهیه شده، میدان جریان و دما در جابه‌جایی طبیعی اطراف منبع حرارتی داخل محفظه برای نانوسیال‌های آب-مس، آب-اکسید مس، آب-نقره، آب-اکسید آلومینیم و آب-اکسید تیتانیوم به ازای اعداد رایلی $۱۰^{۳}$، $۱۰^{۴}$، $۱۰^{۵}$ و $۱۰^{۶}$، کسر حجمی‌های ۰، ۰/۰۱، ۰/۰۲، ۰/۰۳، ۰/۰۴، ۰/۰۵ و سه نسبت منظری ۰/۲، ۰/۵، ۰/۸ بررسی می‌شود. در شکل‌های ۴ و ۵ خطوط جریان و خطوط هم‌دما آب و نانوسیال آب-نقره برای اعداد رایلی ($۱۰^{۳}$ تا $۱۰^{۶}$) و نسبت‌های منظری (۰/۲، ۰/۵ و ۰/۸) در کسر حجمی ۰/۰۵ آورده شده است. همچنین در جدول ۵ مقادیر بیشینه قدرمطلق تابع جریان ($|\Psi|_{max}$) ارائه شده است. همان‌طور که در جدول ۵ مشاهده می‌شود، دریک عدد رایلی ثابت با افزایش نسبت منظری قدرت جریان کاهش می‌یابد. بیشترین کاهش قدرت جریان، در Ra=$۱۰^{۵}$ از نسبت منظری ۰/۵ به ۰/۸ و کمترین کاهش قدرت جریان در Ra=$۱۰^{۶}$ از نسبت منظری ۰/۲ به ۰/۵ روی می‌دهد که به ترتیب برابر ۹۲/۹۵ و ۲۵/۹۵ درصد می‌باشد. در یک نسبت منظری ثابت با افزایش عدد رایلی قدرت جریان به میزان قابل توجهی افزایش می‌یابد. با توجه به شکل ۴ در رایلی $۱۰^{۳}$ گردابه‌های ضعیفی در دو طرف منبع حرارتی در امتداد دیواره‌های عمودی شکل می‌گیرند. همان‌طور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود، در رایلی $۱۰^{۳}$ در تمامی نسبت‌های منظری، خطوط دمایی انحنای کمی دارند که نشان از غالب بودن انتقال حرارت هدایتی می‌باشد. از طرفی با افزایش نسبت منظری خطوط هم‌دما فشرده‌تر شده و انتقال حرارت افزایش می‌یابد.

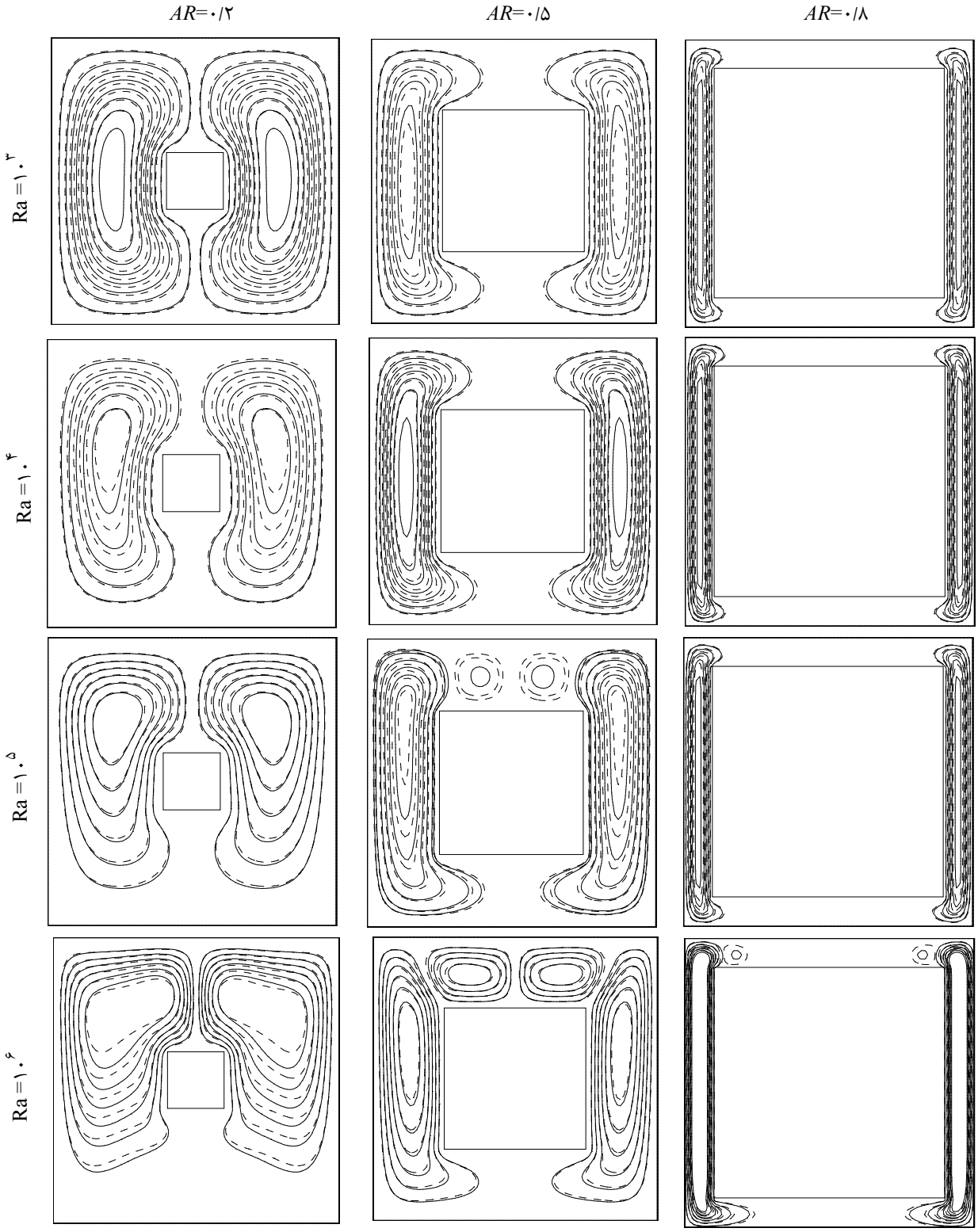
در یک نسبت منظری ثابت با افزایش عدد رایلی مرکز گردابه‌های جریان به طرف بالای محفظه متمایل شده و قدرت آنها افزایش می‌یابد و حجم بیشتری از جریان در بالای محفظه وجود دارد. در AR=۰/۵ در اعداد رایلی $۱۰^{۵}$ و $۱۰^{۶}$ در فضای بالای بین محفظه و منبع حرارتی گردابه‌های ثانویه نیز به‌وجود می‌آیند.

جدول ۵ مقادیر ماکزیمم قدرمطلق تابع جریان در اعداد رایلی و نسبت‌های منظری مختلف برای نانوسیال آب- نقره در φ=۰/۰۵

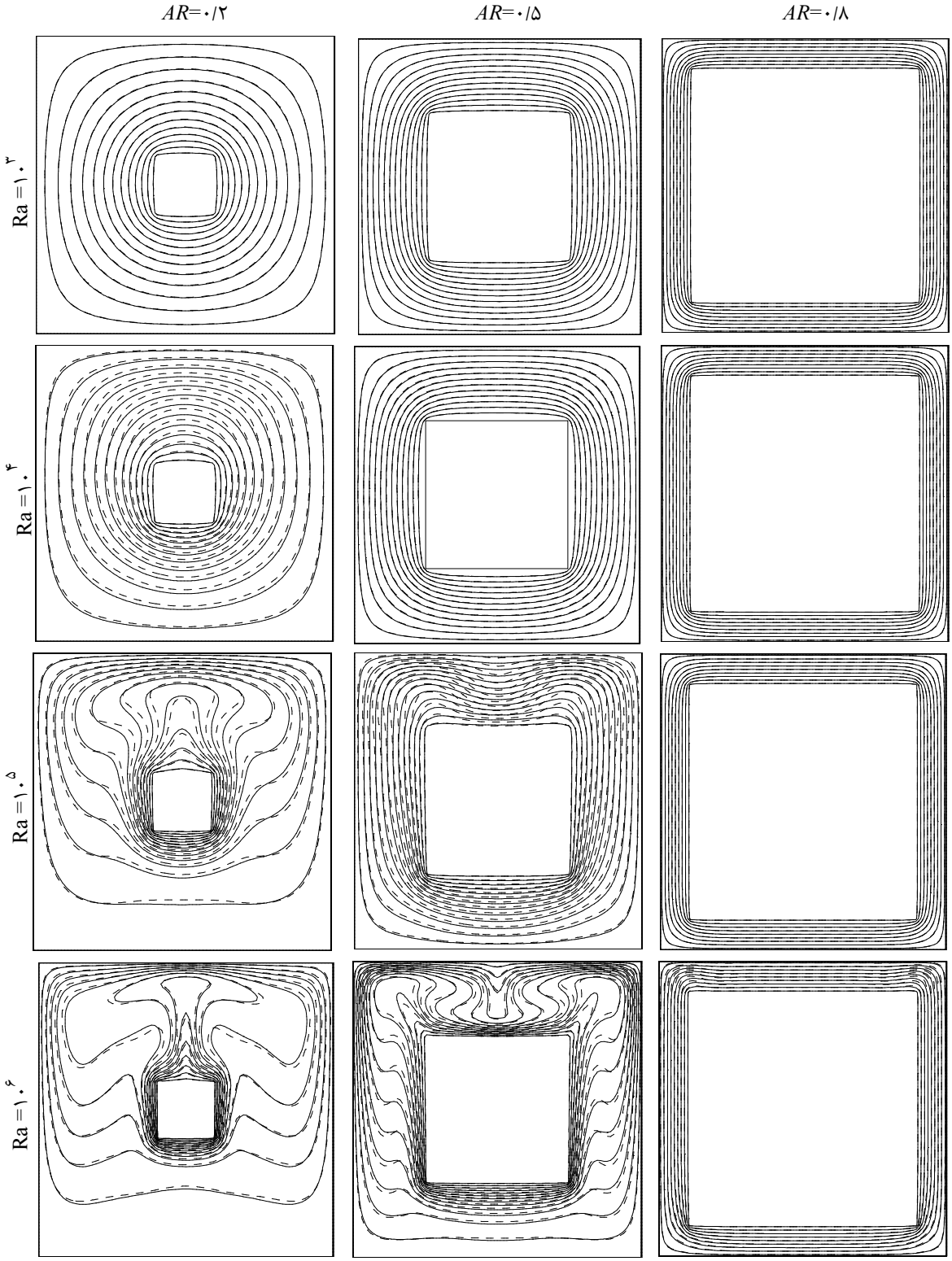
Ra	AR=۰/۲	AR=۰/۵	AR=۰/۸
$۱۰^{۳}$	۰/۱۳۱۵	۰/۰۳۸۰	۰/۰۰۲۷
$۱۰^{۴}$	۱/۳۷۰۳	۰/۳۷۹۴	۰/۰۲۷۰
$۱۰^{۵}$	۹/۵۸۰۸	۳/۸۰۶۵	۰/۲۶۸۳
$۱۰^{۶}$	۲۴/۶۵۶۰	۱۸/۲۵۵۹	۲/۶۸۷۶

همچنین در یک نسبت منظری ثابت با افزایش عدد رایلی، انحنای خطوط هم‌دما افزایش یافته و تمایل این خطوط به

طرف بالای محفظه بیشتر می‌باشد که این مطلب نشان‌دهنده غلبه انتقال حرارت جابجایی طبیعی، بر انتقال حرارت هدایتی است. همچنین تراکم خطوط هم‌دما در اطراف منبع حرارتی با افزایش عدد رایلی در نسبت منظری ثابت روی می‌دهد.



شکل ۴ خطوط جریان آب (- - -) و نانوسیال آب- نقره (ـــــ) در φ=۰/۰۵ و در اعداد رایلی و نسبت‌های منظری مختلف



شکل ۵ خطوط هم‌دما آب (- - -) و نانوسیال آب- نقره (ـــ) در φ=۰/۰۵ در اعداد رایلی و نسبت‌های منظری مختلف

در رایلی $۱۰^{۶}$، گردابه‌ها قوی‌تر شده و در بالای منبع حرارتی نیز گردابه‌هایی متقارن شکل می‌گیرد. تراکم خطوط دما در کنار دیواره‌ها به خصوص نزدیک منبع حرارتی از ویژگی‌های جریان در Ra=$۱۰^{۶}$ می‌باشد.

در رایلی ثابت با افزایش AR حجم سیال موجود در فضای بین منبع و محفظه کاهش یافته و در نتیجه قدرت جریان به وجود آمده کاهش می‌یابد.

در AR=۰/۲ با افزایش عدد رایلی ضمن قوی‌تر شدن گردابه‌ها، مرکز آنها نیز به سمت بالای منبع گرم منتقل می‌شود. در AR=۰/۵ با افزایش عدد رایلی، گردابه‌های موجود قوی‌تر شده و در بالای منبع گرم نیز گردابه‌های ثانویه شکل می‌گیرد. اما در AR=۰/۸ به جز در رایلی $۱۰^{۶}$ که گردابه‌های ثانویه در بالای منبع گرم شکل می‌گیرد در دیگر اعداد رایلی به دلیل قدرت کمتر جریان و زیاد بودن ابعاد منبع حرارتی گردابه‌های ثانویه در فضای بالای منبع گرم ایجاد نمی‌شود. موازی بودن خطوط دما ثابت در $Ra=۱۰^{۳}$ غالب بودن انتقال حرارت هدایتی را تایید می‌کند، در حالی که انحنای خطوط دما ثابت در $Ra=۱۰^{۶}$ به دلیل قوی‌تر شدن گردابه‌های اولیه و شکل‌گیری گردابه‌های ثانویه در بالای منبع حرارتی، بیانگر غالب بودن انتقال حرارت جابجایی می‌باشد.

۴-۲- بررسی ضریب انتقال حرارت

در شکل ۶ عدد ناسلت بر حسب کسر حجمی برای رایلی‌های مختلف ($۱۰^{۳}$ تا $۱۰^{۶}$) و مقادیر مختلف نسبت منظری (۰/۲، ۰/۵ و ۰/۸) رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، عدد ناسلت متوسط برای همه نانوسیال‌ها نسبت به کسرحجمی روندی افزایشی دارد. در بین نانوسیال‌های مورد استفاده همواره آب-اکسید تیتانیوم کمترین عدد ناسلت و آب-نقره بیشترین مقدار عدد ناسلت را دارا می‌باشد. هر چند که رفتار نانوسیال‌ها با نانوذرات مس و نقره بسیار شبیه به هم می‌باشند. در $Ra=۱۰^{۶}$ تفاوت محسوس‌تری بین عدد ناسلت نانوسیال‌های آب-نقره و آب-مس با دیگر نانوسیال‌ها وجود دارد. ضمناً با افزایش عدد رایلی از $۱۰^{۵}$ به $۱۰^{۶}$، افزایش قابل توجهی در عدد ناسلت روی می‌دهد که بیانگر غالب شدن رژیم انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی بر انتقال حرارت هدایتی است. با افزایش نسبت منظری، مقدار عدد ناسلت و همچنین تغییرات آن برحسب کسر حجمی نانوذرات افزایش می‌یابد که این به دلیل کاهش فاصله‌ی بین منبع حرارتی و دیواره محفظه است.

۴-۳- ارائه روابطی برای پیش‌بینی عدد ناسلت

با توجه به مقادیر به‌دست آمده برای عدد ناسلت در مقادیر مختلف اعداد رایلی، نسبت منظری، کسر حجمی نانوذرات و نوع نانوذرات، می‌توان روابطی برای عدد ناسلت در هر سه نسبت منظری برحسب سایر متغیرها ارائه کرد.

رابطه بین عدد ناسلت با کسر حجمی و عدد رایلی برای نسبت منظری ۰/۲ به‌صورت رابطه (۲۶) فرض می‌شود.

$$Nu_{avg}=(a\times\varphi)+(b\times Ra^{0.6})+c \qquad (۲۶)$$

و برای نسبت‌های منظری ۰/۵ و ۰/۸ به‌صورت رابطه (۲۷) می‌باشد.

$$Nu_{avg}=(a\times\varphi)+(b\times Ra^{1.3})+c \qquad (۲۷)$$

ضرایب a، b و c برای نانو ذرات مختلف و برای هر سه نسبت منظری در جدول‌های ۶ تا ۸ آورده شده است. لازم به ذکر است که روابط ارائه شده برای $۱۰^{۳}\leq Ra\leq ۱۰^{۶}$ و $۰\leq\varphi\leq ۰/۵$ می‌باشند.

جدول ۶ ضرایب رابطهٔ ناسلت متوسط برای نانوذرات مختلف در AR=0.2 (R^2=0.984)

نوع نانوذره	a	$b\times10^{-2}$	c
Ag	۱۴/۸۱	۰/۲۰۹۵	۴/۸۶۲
Al_2O_3	۱۳/۴۸	۰/۲۰۹۸	۴/۸۵۹۶
Cu	۱۴/۸۸	۰/۲۱۰۰	۴/۸۵۶۲
CuO	۱۴/۶۱	۰/۲۱۰۰	۴/۸۵۵۸
TiO_2	۱۱/۰۸	۰/۲۰۸۷	۴/۸۷۲۱

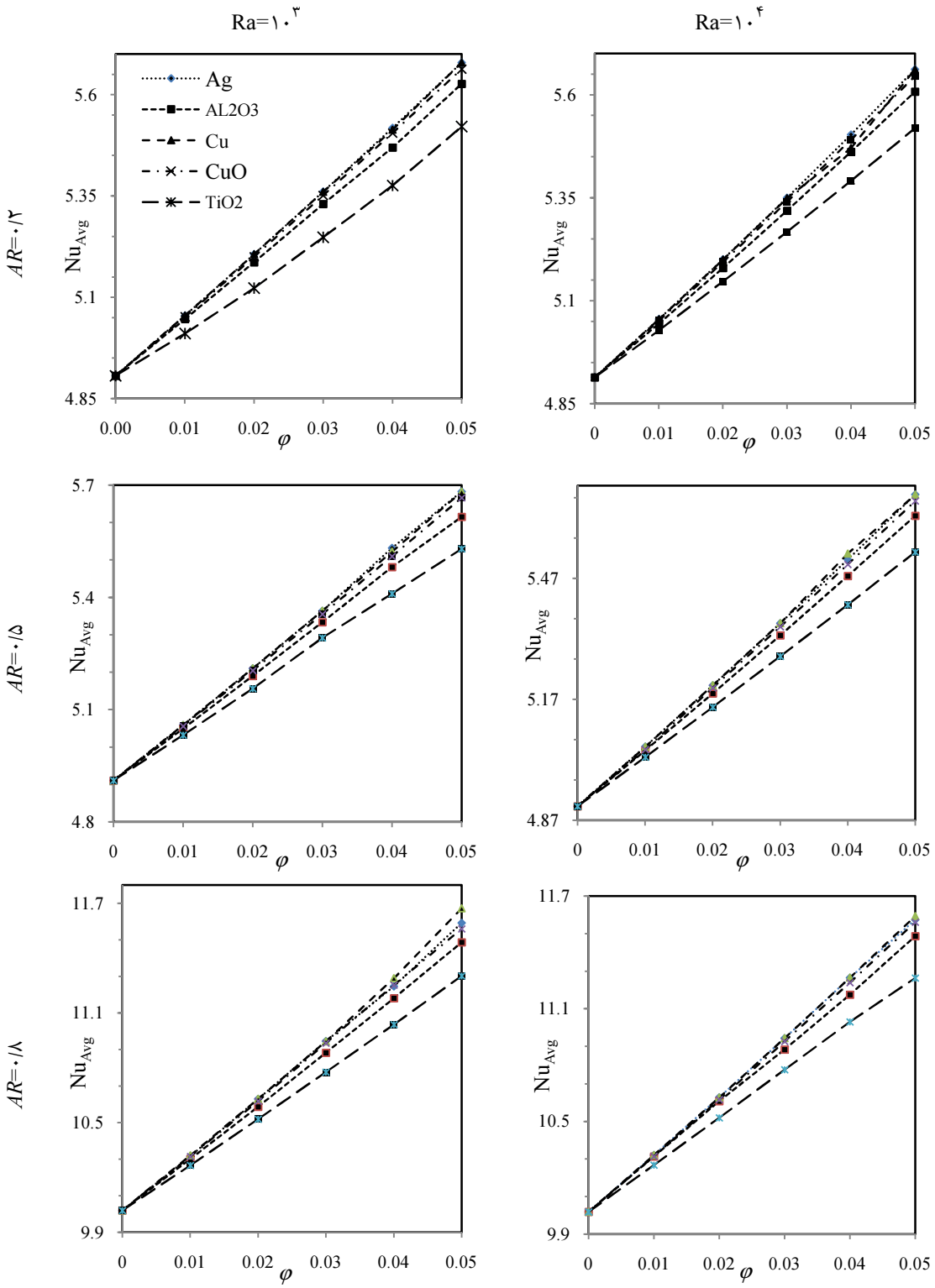
جدول ۷ ضرایب رابطهٔ ناسلت متوسط برای نانوذرات مختلف در AR=0.5 (R^2=0.999)

نوع نانوذره	a	$b\times10^{-7}$	c
Ag	۱۴/۱۲۲	۱/۱۷۵۴	۴/۹۵۴
Al_2O_3	۱۱/۸۹	۱/۱۵۸۴	۴/۹۶۶
Cu	۱۴/۳۰۸	۱/۱۷۴۸	۴/۹۳۸
CuO	۱۳/۵۱۸	۱/۱۶۸۸	۴/۹۴۸
TiO_2	۹/۹۳	۱/۱۵۳۴	۴/۹۷۶

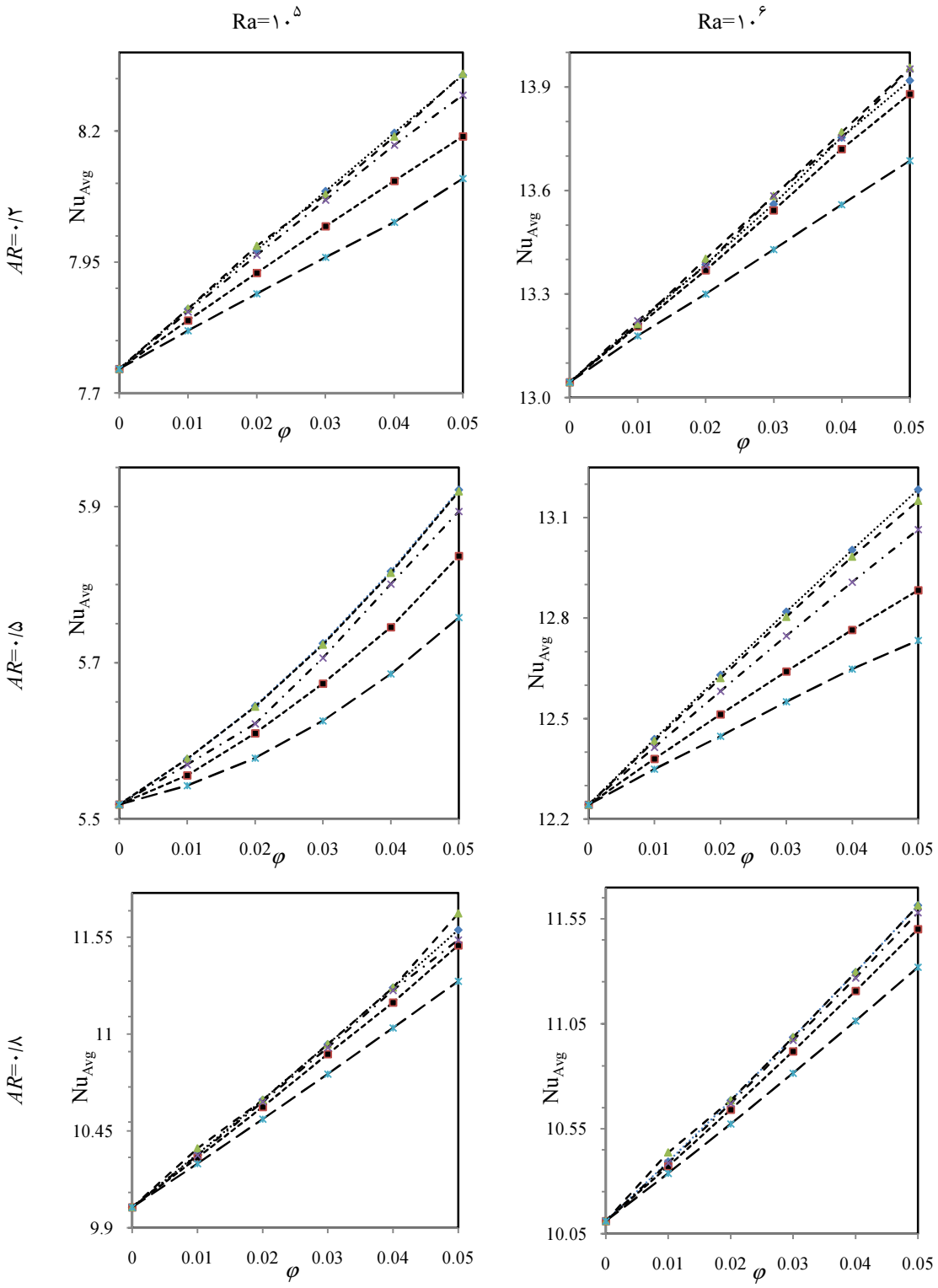
جدول ۸ ضرایب رابطهٔ ناسلت متوسط برای نانوذرات مختلف در AR=0.8 (R^2=0.999)

نوع نانوذره	a	$b\times10^{-9}$	c
Ag	۳۰/۹۴	۰/۹۵۴۸	۱۰/۰۱۴
Al_2O_3	۲۹/۳۵	۰/۶۵۶۴	۱۰/۰۱۶
Cu	۳۱/۶۱	۰/۷۸۴۹	۱۰/۰۱۵
CuO	۳۰/۱۹	۰/۹۲۷۸	۱۰/۰۱۸
TiO_2	۲۵/۱۹	۰/۸۲۱۵	۱۰/۰۲۳

در این جداول منظور از R^2، ضریب همبستگی بین مقادیر عددی و مقادیر پیش‌بینی شده با روابط ارائه شده می‌باشد. همان‌طور که از مقادیر R^2 مشخص است، روابط ارائه شده از دقت بسیار خوبی برخوردار هستند.



شکل ۶ عدد ناسلت متوسط برحسب کسرحجمی در اعداد رایلی و نسبت‌های منظری مختلف



ادامه شکل ۶ عدد ناسلت متوسط برحسب کسرحجمی در اعداد رایلی و نسبت‌های منظری مختلف

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، جابجایی طبیعی نانوسیالات مختلف در چندین عدد رایلی و کسر حجمی نانوذرات در نسبت‌های منظری مختلف در فضای بین محفظه و منبع حرارتی، به‌صورت عددی (با روش حجم محدود و الگوریتم سیمپلر) مورد مطالعه قرار گرفت و روابطی همبسته برای عدد ناسلت متوسط ارائه شد.

خطوط هم‌دما و خطوط جریان، برای جابجایی طبیعی آب و نانوسیال آب-نقره (در کسر حجمی ۰/۰۵) در همه نسبت‌های منظری و اعداد رایلی به عنوان نمونه ارائه شد. همچنین نمودار تغییرات عدد ناسلت بر حسب کسر حجمی نانوذرات نیز در همه نسبت‌های منظری و اعداد رایلی ارائه شد.

بر اساس این مطالعه عددی، در همه‌ی نانوسیال‌های مورد بررسی با افزایش کسر حجمی و عدد رایلی عدد ناسلت افزایش می‌یابد و در این مورد نانوذرات نقره و مس تأثیر بیشتری در افزایش عدد ناسلت دارند. که ناشی از ضریب هدایت حرارتی بالاتر آنها می‌باشد. در رایلی‌های پایین (10^3و10^4) به جز نانوسیال آب-اکسیدتیتانیوم که مقدار ناسلت آن کمتر از دیگر نانوسیال‌ها می‌باشد مابقی رفتاری تقریباً مشابه دارند. ولی در رایلی 10^6 تفاوت محسوس‌تری در عدد ناسلت نانوسیال آب-نقره و آب-مس، با نانوسیال آب-اکسید تیتانیوم وجود دارد. این تفاوت برای نانوسیال‌های آب-اکسید آلومینیم و آب-اکسید مس کمتر است. با افزایش نسبت منظری مقدار عدد ناسلت در همه رایلی‌ها و برای همه کسر حجمی‌ها افزایش می‌یابد.

بر اساس نتایج عددی، روابط همبسته برای پیش‌بینی عدد ناسلت متوسط بر حسب عدد رایلی و کسر حجمی نانوذرات، برای نانوذرات مختلف و مقادیر مختلف نسبت منظری محفظه ارائه شد که از دقت بسیار خوبی برخوردار هستند.

۶- فهرست علایم

AR	نسبت منظری
c_p	ظرفیت گرمایی ویژه سیال ($Jkg^{-1}K^{-1}$)
g	شتاب جاذبه (ms^{-2})
l	اندازه محفظه داخلی (m)
L	اندازه محفظه خارجی (m)
k	هدایت حرارتی ($Wm^{-1}K^{-1}$)
Nu	عدد ناسلت
n	جهت عمود بر سطح منبع گرم
p	فشار ($kg\ m^{-1}s^{-2}$)
P	فشار بی‌بعد
Pr	عدد پرانتل
R^2	ضریب همبستگی
Ra	عدد رایلی
s	طول طی شده روی منبع گرم در راستاهای x و y
S	طول بی‌بعد طی شده روی منبع گرم
T	دما (K)
u,v	مولفه‌های سرعت (ms^{-1})
U,V	مولفه‌های بی‌بعدسرعت
x,y	مولفه‌های مختصات (m)
X,Y	مولفه‌های مختصات بی بعد

علایم یونانی:

α	ضریب پخش حرارتی (m^2s^{-1})
β	ضریب انبساط حرارتی (K^{-1})
μ	لزجت ($kgm^{-2}s^{-1}$)
υ	لزجت سینماتیکی (m^2s^{-1})
ψ	تابع جریان (m^2s^{-1})
Ψ	تابع جریان بی‌بعد
θ	دمای بی بعد
ρ	چگالی (kgm^{-3})
φ	کسر حجمی نانوذرات

زیرنویس‌ها:

avg	متوسط
c	سرد
f	سیال
h	گرم
nf	نانوسیال
p	ذره

۷- تقدیر و تشکر

نویسندگان از پژوهشکده انرژی و معاونت پژوهشی دانشگاه کاشان به سبب حمایت مالی از این تحقیق (قرارداد شماره ۹۲/۴۹۷) تشکر می‌نمایند.

۸- مراجع

[1] Choi S. U. S., Eastman J. A., "Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles", *International Mechanical Engineering Congress and Exhibition*, San Francisco, Calif, USA, 1995.

[2] Das S.K., Putra N., Thiesen P., Roetzd W., "Temperature dependence of thermal conductivity

enhancement for nanofluids", *Journal of Heat Transfer* , Vol. 125, No. 4, 2003, pp. 567-574.

[3] Jahanshahi M., Hosseinizadeh SF., Alipanah M., Dehghani A., Vakilinejad GR., "Numerical, Simulation of free convection based on experimental measured conductivity in a square cavity using water/SiO2 nanofluid", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, No. 6, 2010, pp. 687-694.

[4] Saleh H, Roslan R, Hashim I., "Natural convection heat transfer in a nanofluid-filled trapezoidal enclosure", *International Journal of Thermal Science*, Vol. 54, No. 3, 2011, pp.194-201.

[5] Ogut E.B., "Natural convection of water-based nanofluids in an inclined enclosure with a heat source", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 48, No. 11,2009, pp. 2063-2073.

[6] Khanafer K., Vafai K., Lightstone M., "Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two dimensional enclosure utilizing nanofluids", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, No. 19, 2003, pp. 3639-3653.

[7] Ho CJ, Chen MW, Li ZW., "Numerical simulation of natural convection of nanofluid in a square enclosure: effects due to uncertainties of viscosity and thermal conductivity", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 51, No. 18, 2008, pp. 4506-4516.

[8] Oztop H., Abu-Nada E., "Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nanofluids", *International Journal of Heat Fluid Flow*, Vol. 29, No. 5, 2008, pp. 1326-1336.

[9] Mahmoodi M., Hashemi S.S., "Numerical study of natural convection of a nanofluid in C-shaped enclosures", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 55, No. 1, 2012, pp. 76-89.

[10] Aminossadati SM, Ghasemi B. "Natural convection of water–CuO nanofluid in a cavity with two pairs of heat source–sink", *International Communications in Heat and Mass Transfer,* Vol. 38, No.5 ,2011;pp. 672-678.

[11] Abu-Nada E., Masoud Z., Hijazi A., "Natural convection heat transfer enhancement in horizontal concentric annuli using nanofluids", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, No. 5, 2008, pp. 657-665.

[12] Arefmanesh A., Amini M., Mahmoodi M., Najafi M., "Buoyancy-driven heat transfer analysis in two-square duct annuli filled with a nanofluid", *European Journal of Mechanics B/Fluids*, Vol. 33, No. 1, 2012, pp. 95-104.

[13] Sheikhzadeh G.A., Arefmanesh A., Kheirkhah M.H., Abdollahi R., "Natural convection of Cu–water nanofluid in a cavity with partially active side walls", *European Journal of Mechanics B/Fluids*, Vol. 30, No. 2, 2011, pp. 166-176.

[14] Mansour R.B, Galanis N., Nguyen C.T., "Experimental study of mixed convection with water–Al_2O_3 nanofluid in inclined tube with uniform wall heat flux", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, No. 3, 2011, pp. 403-410.

[15] Bejan A., *Convection Heat Transfer*, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, USA, 2004.

[16] Brinkman H.C., "The viscosity of concentrated suspensions and solution", *Journal of Chemical Physics,* Vol. 20, No. 4, 1952, pp. 571-581.

[17] Maxwell-Garnett, J.C. () "Colours in metal glasses and in metallic films", Philos. Trans. Roy. Soc. Vol. 20, No. 3, 1904, pp. 385-420.

[18] Barakos G., Mitsoulis E., "Natural convection flow in a square cavity revisited: laminar and turbulent models with wall fraction", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. Vol. 18, No. 7, 1994, pp. 695-719.

[19] Davis G.V., "Natural convection of air in a square cavity, a benchmark numerical solution", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*.Vol. 3, No. 3, 1983, pp. 249-264.

[20] Fusegi T., Hyun J.M., Kawahara K., Farouk B., "A Numerical study of three–dimensional natural convection in a differentially heated cubical enclosure", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 34, No. 6, 1991, pp. 1543-1557.

[21] Pericleous K.A., Markatos N.C., "Laminar and turbulent natural convection an enclosed cavity", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 27, No. 5, 1984, pp. 772-775.