http://mme.modares.ac.ir

مجله علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

دی ۱۳۹۲، دوره ۱۳ شماره ۱۰ ص‌ص ۱۲۷-۱۳۹

مقاله پژوهشی کامل
تاریخ دریافت ۹۱/۱۱/۲۸
تاریخ پذیرش ۹۱/۱۲/۲۳
ارائه در سایت ۹۲/۷/۳۰

مطالعه عددی و تجربی روش زیر فضاهای اتفاقی-کواریانس در تخمین پارامترهای مودال سازه

هدی سرپرست[۱]، محمدرضا آشوری[۲*]، محمد مهدی خطیبی[۳]، علی عسگری طبری[۴]

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان
۲- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان
۳- کارشناس ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد سمنان، سمنان
۴- دانشجوی کارشناسی، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان
* سمنان، صندوق پستی ۳۵۱۹۵۳۶۳، mashoori@semnan.ac

چکیده- آنالیز مودال کلاسیک ابزار قدرتمندی برای تحلیل دینامیکی سازه‌ها می‌باشد، اما معمولاً با مشکلات اساسی همراه است. زیرا تحریک اغلب سازه‌های موجود در پیرامون ما نظیر؛ هواپیماها، پل‌ها و غیره به دلیل بزرگ و پیچیده بودن، بسیار دشوار است. همچنین این سازه‌ها معمولاً تحت بارهای محیطی (که دقیقاً ماهیت مشخصی ندارند) می‌باشند. بنابراین اندازه‌گیری این بارها اغلب غیرممکن است. در این مقاله روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس، به منظور حل مشکلات مطرح شده بکار رفته و تحت بررسی عددی و تجربی قرار گرفته است. به این منظور، ابتدا پارامترهای مودال یک تیر یک سر درگیر از روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس محاسبه و با نتایج اجزای محدود مقایسه شده است. سپس به منظور بررسی دقیق‌تر روش در شرایط مختلف، اثر نویز و بالا بودن دمپینگ سازه بر روی دقت پارامترهای مودال حاصل بررسی شده است. همچنین به منظور بررسی تجربی روش، آزمایش‌های مودال کلاسیک و مودال محیطی بر روی یک میل‌لنگ انجام شده و پارامترهای مودال حاصل از آزمایش‌ها با یکدیگر مقایسه شده‌اند. نتایج حاصل از بررسی‌های عددی و تجربی دقت مناسب روش را در تخمین پارامترهای مودال سازه نشان می‌دهد.

کلیدواژگان: آنالیز مودال محیطی، فرکانس طبیعی، شکل مود.

Investigation of the accuracy of SSI-COV method in estimation of Modal Parameters: numerical and experimental case studies

H. Sarparast[1], M.R. Ashory[2*], M.M. Khatibi[3], A. Asgari Tabari[4]

1- MSc. Student, School of Mech. Eng., Semnan Univ., Semnan, Iran
2- Assoc. Prof. School of Mech. Eng., Semnan Univ., Semnan, Iran
3- MSc., Dept. of Mech. Eng., Islamic Azad Univ., Semnan Branch, Semnan, Iran
4- B.Sc. Student, School of Mech. Eng., Semnan Univ., Semnan, Iran
* P.O.B. 35195363 Semnan, Iran. mashoori@semnan.ac

Abstract- Conventional modal testing is a powerful tool for dynamic analysis of structures. One of the drawbacks of this technique is the problem of excitation of large structures such as: bridges, towers or trains. However, these structures are excited by ambient forces, such as wind, walking of people or passing the cars on bridges. Operational Modal Analysis (OMA) is the practical tool to overcome this problem. In OMA the structure is excited by ambient forces and only the responses are taken into account. In this article, the accuracy of one of OMA methods is investigated. The modal parameters of a cantilever beam are estimated both from Stochastic Subspace Identification–Covariance Driven (SSI-COV) method and Finite element method. The effect of noise and damping on the accuracy of modal parameters is investigated. Also, a crankshaft is considered for experimental investigation of the accuracy of SSI-COV method. The results show the applicability of SSI-COV method in practical cases.

Keywords: Operational Modal Analysis, Natural Frequency, Mode Shape.

۱- مقدمه

امروزه بسیاری از سازه‌های موجود در محیط پیرامون ما سازه‌های بزرگ و پیچیده‌ای می‌باشند که طراحی، تعمیر و نگهداری آنها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. بنابراین تحلیل دینامیکی چنین سازه‌هایی به منظور یافتن مشخصات دینامیکی آنها بسیار حائز اهمیت است. یکی از روش‌های تحلیل دینامیکی سازه روش اجزای محدود است. اما این روش بدلیل ساده‌سازی در شرایط مرزی، بارگذاری و جزئیات سازه‌های پیچیده و نیز عدم اطلاع دقیق از خواص مواد، معمولاً در موارد عملی با خطاهایی همراه است. بنابراین نتایج حاصل از روش اجزای محدود در موارد عملی دقت لازم را ندارند. آنالیز مودال یکی از روش‌های تحلیل دینامیکی است که این خطاها را تا حد زیادی کاهش می‌دهد. آنالیز مودال فرایند تعیین خواص ذاتی یک سیستم در قالب فرکانس‌های طبیعی، ضرایب دمپینگ و شکل مودها می‌باشد که از آنها برای ایجاد یک مدل ریاضی از رفتار دینامیکی سیستم استفاده می‌شود. این مدل ریاضی، مدل مودال سیستم و اطلاعات مربوط به مشخصات آن، داده‌های مودال نامیده می‌شوند [۱].

روش‌های آنالیز مودال کلاسیک، بر اندازه‌گیری ورودی-خروجی مبتنی بوده و با بکارگیری روش‌های شناسایی مدل مانند انتخاب قله[1]، کمترین مربعات[2] و غیره به استخراج پارامترهای مودال سازه می‌پردازند [۲].

در سازه‌های بزرگ و پیچیده، آنالیز مودال کلاسیک با مشکلات اساسی مواجه است. از یک سو برای تحریک سازه‌های بزرگ، نیروی زیادی باید بکار گرفته شود تا تمامی شکل مودهای سازه در محدوده فرکانسی مد نظر تحریک شود و از سوی دیگر بکارگیری چنین نیروی بزرگی، موجب خرابی محلی سازه و نیز بروز رفتار غیرخطی می‌شود. همچنین در محیط واقعی، مسائلی مانند باد، تردد خودرو و امواج صوتی، نویز زیادی را در آزمایش ایجاد می کنند [۳]. وجود چنین مشکلاتی محققان را بر آن داشته تا به ارائه روش‌های نوین آنالیز مودال، بر مبنای اندازه‌گیری فقط پاسخ بپردازند. این روش‌ها، آنالیز مودال محیطی[3] نامیده می‌شوند. در این روش‌ها، سازه توسط بارهای محیطی تحریک می‌شود [۴].

1. Peak Picking
2. Least Square Method
3. Operational Modal Analysis (OMA)

روش‌های آنالیز مودال محیطی به دو دسته کلی؛ پارامتریک و غیر پارامتریک تقسیم‌بندی می‌شوند. روش‌های غیر پارامتریک با انجام یک مجموعه عملیات ریاضی، بر روی داده‌های اندازه‌گیری شده، در حوزه فرکانس یا حوزه زمان، به استخراج مشخصات دینامیکی سازه می‌پردازند [۵]، که از مهم‌ترین آنها می‌توان به روش‌های تجزیه فرکانسی[4] [۷،۶] و تجزیه فرکانسی بهبود یافته[5] [۸] درحوزه فرکانس و روش شناسایی غیرمستقیم مرتبه دوم[6] در حوزه زمان اشاره کرد [۱۰،۹]؛ در حالی که در روش‌های پارامتریک، یک مدل پارامتریک سیستم در حوزه زمان تقریب زده شده و مستقیماً بر روی پاسخ‌های به دست آمده از داده‌های اندازه‌گیری منطبق[7] می‌شود و مدل دینامیکی سیستم استخراج می‌شود [۱۲،۱۱،۳].

یکی از روش‌های پارامتریک، روش زیرفضاهای اتفاقی است، که خود به دو روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس[8] و زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای داده[9] تقسیم می‌شود. روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس در الگوریتم خود از کواریانس داده‌ها استفاده می‌کند، در حالی که روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای داده، مستقیماً داده‌های پاسخ زمانی سیستم را مورد استفاده قرار می‌دهد [۱۳].

از میان روش‌های آنالیز مودال محیطی مطرح شده، روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس به عنوان یکی از قدرتمندترین روش‌ها، در حوزه زمان، مورد توجه می‌باشد [۱۵،۱۴]. بنابراین در این مقاله به بررسی عددی و تجربی روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس، پرداخته شده است. به منظور بررسی عددی، ابتدا یک تیر یک سر درگیر به روش اجزای محدود مدل شده و پارامترهای مودال آن که شامل فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها می‌باشند، محاسبه شده است. همچنین دمپینگ سیستم به صورت تناسبی در نظر گرفته شده است. سپس این مدل در محیط نرم‌افزار متلب تحت تحریک اتفاقی در تمام درجات آزادی قرار گرفته و فقط پاسخ آن در درجات آزادی جابجایی اندازه‌گیری شده است. با

4. Frequency Domain Decomposition (FDD)
5. Enhanced Frequency Domain Decomposition (EFDD)
6. Second Order Blind Identification (SOBI)
7. Fit
8. Stochastic Subspace Identification–Covariance Driven (SSI-COV)
9. Stochastic Subspace Identification– Data Driven (SSI-Data)

اجرای روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس، بر روی پاسخ‌های اندازه‌گیری شده، پارامترهای مودال تیر محاسبه و با مقادیر به دست آمده از روش اجزای محدود مقایسه شده‌اند. به منظور بررسی دقیق تر، دقت روش با اضافه شدن نویز به سیگنال خروجی و افزایش دمپینگ نیز مورد بررسی قرار گرفته است.

به منظور بررسی تجربی روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس، آزمایش مودال کلاسیک و آزمایش مودال محیطی بر روی یک میل لنگ انجام شده است و نتایج حاصل از این آزمایش‌ها که پارامترهای مودال میل لنگ می‌باشند با یکدیگر مقایسه شده‌اند. نتایج حاصل از بررسی‌های عددی و تجربی، دقت مناسب روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس را در تخمین مشخصات دینامیکی سازه نشان می‌دهد.

۲- تئوری روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس

در این روش، کواریانس بین پاسخ‌های زمانی در ماتریسی به نام ماتریس بلوکی تئوپلیتز[1] (رابطه (۱)) جمع‌آوری می‌شود [۱۳].
.[۱۳]

$$T_{1|i}=\begin{bmatrix} R_i & R_{i-1} & \cdots & R_1 \\ R_{i+1} & R_i & \cdots & R_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ R_{2i-1} & R_{2i-2} & \cdots & R_i \end{bmatrix} \quad (۱)$$

که R_i کواریانس بین پاسخ‌ها می‌باشد که از رابطه (۲) محاسبه می شود [۱۳].

$$\hat{R}_i=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} y_{k+i}\, y_k^{\mathrm{T}} \quad (۲)$$

که N تعداد نمونه‌برداری، y_k بردار خروجی سیستم در زمان kام، بالانویس ^{T} نماد ترانهاده[2] و i تأخیر زمانی ایجاد شده می‌باشد.

تجزیه مقادیر تکین یک ابزار معتبر عددی برای تخمین مرتبه یک ماتریس می‌باشد این ابزار برای ماتریس بلوکی تئوپلیتز به صورت رابطه (۳) به کار گرفته می شود [۱۳].

$$T_{1|i}=USV^{\mathrm{T}} \quad (۳)$$

ماتریس‌های U و V در رابطه (۳) ماتریس‌های متعامد هستند و S یک ماتریس قطری است که شامل مقادیر ویژه مثبت می‌باشد.

1. Toeplitz
2. Transpose

با استفاده از تجزیه مقادیر تکین[3] ماتریس تئوپلیتز، ماتریس مشاهده‌پذیری مبسوط[4] و ماتریس کنترل‌پذیری اتفاقی مبسوط برگردان[5] به ترتیب از روابط (۴) و (۵) محاسبه می‌شوند.

$$O=US^{1/2}T \quad (۴)$$

$$C=O(1:l,:) \quad (۵)$$

که ماتریس C معادل با l سطر ابتدایی ماتریس O است و l تعداد کانال‌های اندازه‌گیری می‌باشد. با استفاده از ماتریس مشاهده‌پذیری مبسوط می‌توان ماتریس سیستم را محاسبه کرد (رابطه (۶)).

$$A=O\,(1:l(i-1),:)^{+}\,O\,(l+1:li,:) \quad (۶)$$

ماتریس A بیانگر ماتریس سیستم و بالا نویس $^{+}$ نشان دهنده شبه معکوس می‌باشد. در رابطه (۶) عبارت $O(1:l(i-1),:)$، l سطر انتهایی و عبارت $O(l+1:li,:)$، l سطر ابتدایی ماتریس مشاهده پذیری را حذف می‌کند.

سپس با استفاده از تجزیه مقدار ویژه ماتریس سیستم (رابطه (۷)) قطب‌های سیستم (μ) و بردارهای ویژه متناظر با هر قطب (Ψ) به دست می‌آیند. این قطب‌ها در نموداری به نام نمودار پایداری[6] رسم می‌شوند [۱۵].

$$A=\Psi[\mu]\Psi^{-1} \quad (۷)$$

در نمودار پایداری در هر مرتبه از مدل، قطب‌های پایدار، ناپایدار و نویزی با توجه به معیارهای ذکر شده (برای تشخیص نوع قطب) در مرجع [۱۳] از یکدیگر متمایز می‌شوند. پس از تشکیل نمودار پایداری، مرتبه‌های مختلفی از سیستم مدل شده، به دست می‌آیند. تعداد مرتبه مدل سیستم برابر با بعد ماتریس تئوپلیتز یعنی $i\times l$ می‌باشد. با انتخاب مرتبه بهینه برای مدل [۱۶] و بر اساس قطب‌های پایدار؛ فرکانس‌های طبیعی، ضرایب دمپینگ و شکل مودهای سیستم طبق روابط (۸) تا (۱۱) محاسبه می‌شوند [۱۵].

$$\lambda=\frac{\ln(\mu)}{\Delta T} \quad (۸)$$

$$\omega=|\lambda| \quad (۹)$$

$$\zeta=\frac{\mathrm{Re}(\lambda)}{|\lambda|} \quad (۱۰)$$

$$\Phi=C\Psi \quad (۱۱)$$

3. Singular Value Decomposition(SVD)
4. Extended Observability Matrix
5. Reversed Extended Stochastic Controllability Matrix
6. Stabilization Diagram

که ΔT دوره نمونه‌برداری، λ فرکانس مختلط، ω فرکانس طبیعی، ζ ضریب دمپینگ و Φ شکل مود می‌باشد.

۳- شبیه سازی

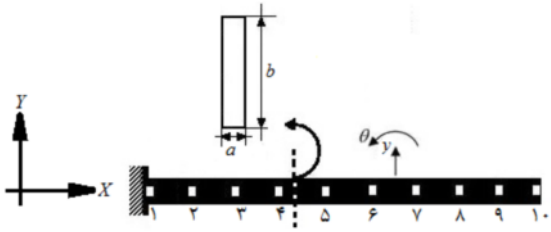
۳-۱- مدل اجزای محدود تیر یک سر درگیر

به منظور بررسی عددی روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس، یک تیر یک سر درگیر در محیط نرم‌افزار متلب مدل شده است.

مشخصات تیر شبیه‌سازی شده بر اساس شکل شماتیک آن (شکل ۱) در جدول (۱) آمده است.

مدل تیر نشان داده شده در شکل ۱، به ۹ المان تقسیم شده و با استفاده از برهم نهی ماتریس‌های جرم و سختی هر المان (روابط (۱۲) و (۱۳))، ماتریس جرم و سختی کل تیر به دست آمده‌اند [۱۷].

$$K=\frac{EI}{L^3}\begin{bmatrix}12 & 6L & -12 & 6L\\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2\\ -12 & -6L & 12 & -6L\\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2\end{bmatrix} \qquad (۱۲)$$



شکل ۱ شکل شماتیک تیر یک سر درگیر مدل شده

جدول ۱ مشخصات تیر شبیه سازی شده

مدول یانگ (GPa)	چگالی (kg/m^3)	b (mm)	a (mm)	طول (mm)
۲۰۰	۷۸۵۰	۳۸/۱	۵/۲	۷۰۰

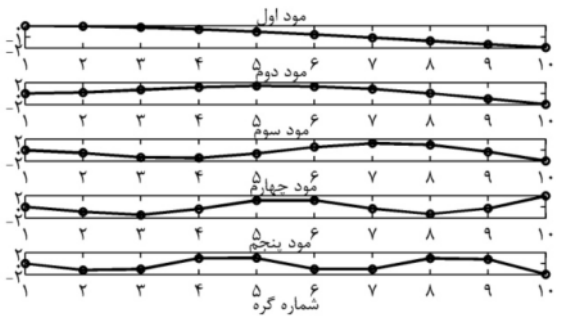
$$M=\frac{\rho AL}{420}\begin{bmatrix}156 & 22L & 54 & -13L\\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2\\ 54 & 13L & 156 & -22L\\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2\end{bmatrix} \qquad (۱۳)$$

که EI سختی خمشی، L طول هر المان، ρ جرم حجمی‌تیر و A سطح مقطع تیر است.

با استفاده از ماتریس‌های فوق، فرکانس‌های طبیعی (جدول ۲) و شکل مودهای مربوط به پنج مود اول تیر محاسبه شده‌اند (شکل ۲) (در این بررسی ۵ مود اول مطالعه شده‌اند). ضریب دمپینگ در نظر گرفته شده برای تیر به صورت ویسکوز متناسب است که مقادیر آن در جدول ۲ آمده است.

جدول ۲ فرکانس‌های طبیعی به دست آمده از روش اجزای محدود و ضرایب دمپینگ در نظر گرفته شده

شماره مود	فرکانس طبیعی (رادیان بر ثانیه)	ضریب دمپینگ (٪)
۱	۵۲/۲۸	۱
۲	۳۲۷/۶۳	۱
۳	۹۱۷/۶۹	۱
۴	۱۸۰۰/۱۸	۱
۵	۲۹۸۲/۷۲	۱



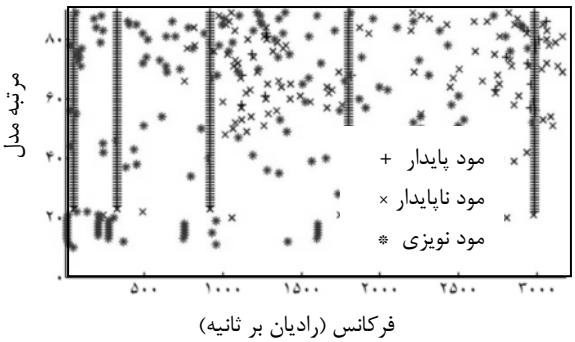
شکل ۲ شکل مودهای به دست آمده از روش اجزای محدود

۳-۲- تخمین پارامترهای مودال تیر از روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس

به منظور تخمین پارامترهای موال تیر از روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس، مدل تیر درمحیط نرم‌افزار متلب تحت تحریک اتفاقی قرار گرفته و فقط پاسخ آن در درجات آزادی جابجایی اندازه‌گیری شده است. در فرایند اندازه گیری پاسخ، دوره نمونه‌برداری ۰/۰۴۸ میلی ثانیه و تعداد نمونه‌ها $۱۰^{۱۵}$ در نظر گرفته شده است. سپس با استفاده از روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس، ماتریس سیستم محاسبه شده است و از نتایج حاصل از تجزیه مقادیر ویژه ماتریس سیستم، قطب‌های سیستم به دست آمده‌اند. در ادامه با توجه به معیارهای تشخیص قطب‌های پایدار، نویزی و ناپایدار، نمودار پایداری ترسیم شده است (شکل۳) [۱۳].

با استفاده از نمودار پایداری فرکانس‌های طبیعی، ضرایب

دمپینگ (جدول ۳)) و شکل مودها (شکل ۴) محاسبه و با نتایج روش اجزای محدود مقایسه شده است. نتایج حاصل در جدول ۳، نشان دهنده توانایی مناسب روش در تخمین فرکانس‌های طبیعی و ضرایب دمپینگ سیستم است.



شکل ۳ نمودار پایداری حاصل از شبیه‌سازی ارتعاشات تیر یک سر درگیر

جدول ۳ فرکانس‌های طبیعی و ضرایب دمپینگ پنج مود اول حاصل از روش SSI-COV و FEM

شماره مود	فرکانس طبیعی FEM (رادیان بر ثانیه)	فرکانس طبیعی SSI-COV (رادیان بر ثانیه)	ضریب دمپینگ FEM (٪)	ضریب دمپینگ SSI-COV(٪)
۱	۵۲/۲۸	۵۲/۲۷	۱	۰/۹۹
۲	۳۲۷/۶۳	۳۲۷/۶۲	۱	۰/۹۹
۳	۹۱۷/۶۹	۹۱۷/۶۶	۱	۰/۹۹
۴	۱۸۰۰/۱۸	۱۸۰۰/۱۵	۱	۰/۹۸
۵	۲۹۸۲/۷۲	۲۹۸۲/۶۸	۱	۰/۹۸

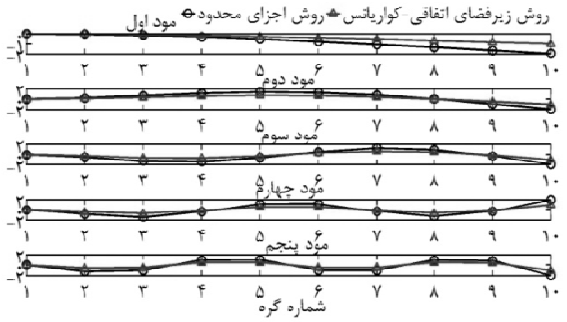
همان طور که شکل ۴ نشان می‌دهد، شکل مودهای روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس با آنچه از اجزای محدود به دست آمده اختلاف دارند و شکل مودها بر هم منطبق نیستند. اختلاف موجود بین شکل مودهای حاصل از روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس با شکل مودهای اجزای محدود؛ اصطلاحا نامیزانی شکل مودها نامیده می‌شود که با استفاده از روش‌هایی مانند تغییر جرم یا تغییر جرم و سختی اصلاح می‌شود [۱۸].

به منظور مقایسه دقیق‌تر شکل مودهای به دست آمده از روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس با روش اجزای محدود، از معیار اطمینان مودال استفاده شده است که طبق رابطه (۱۴) تعریف می‌شود [۲].

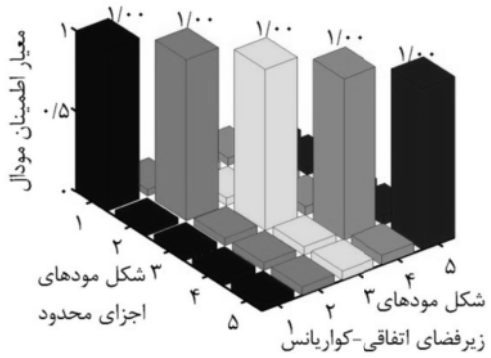
$$MAC\left(i,j\right)=\frac{\left|\left\{\phi\right\}^{\mathrm{T}}_{SSI-COV_i}\left\{\phi\right\}_{FEM_j}\right|^2}{\left|\left\{\phi\right\}^{\mathrm{T}}_{SSI-COV_i}\left\{\phi\right\}_{SSI-COV_i}\right|\times\left|\left\{\phi\right\}^{\mathrm{T}}_{FEM_j}\left\{\phi\right\}_{FEM_j}\right|} \quad (۱۴)$$

که $\{\phi\}_{SSI-COV}$، iامین شکل مود روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس و $\{\phi\}_{FEM}$، jامین شکل مود روش اجزاء محدود است.

معیار اطمینان مودال، بیانگر اندازه کسینوس زاویه بین بردارهای شکل مود است. اگر بردارهای شکل مود بر هم منطبق باشند، مقدار این شاخص برابر یک می‌شود. بنابراین، مقدار معیار اطمینان مودال برای همه مودهای روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس و روش اجزاء محدود محاسبه شده و نمودار آن در شکل ۵، ارائه شده است.



شکل ۴ شکل مودهای به دست آمده از روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس و روش اجزای محدود

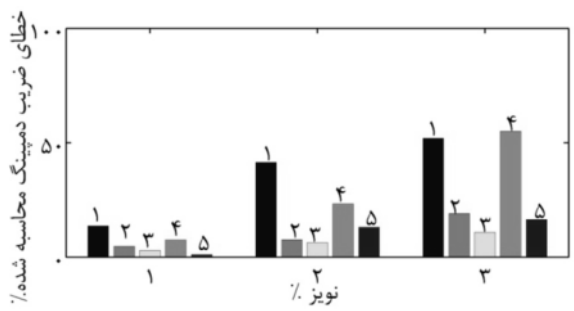


شکل ۵ مقایسه شکل مودهای محاسبه شده به روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس و روش اجزاء محدود

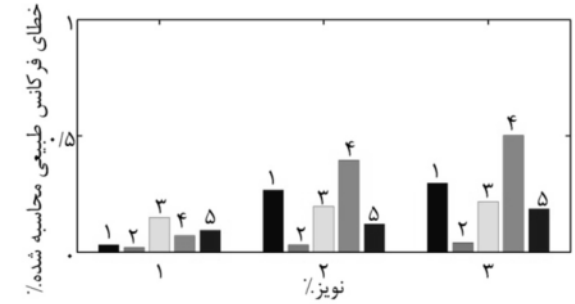
۳-۳- بررسی اثر نویز

در کاربردهای عملی، داده‌های مورد بررسی از نوع داده‌های تجربی می‌باشند و حضور نویز در داده‌های تجربی غیر قابل اجتناب است. بنابراین برای ارزیابی روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس در تخمین پارامترهای مودال، رفتار آن در حضور نویز مورد بررسی قرار گرفته است. بدین منظور نویز به کمک یک سیگنال اتفاقی که درصدی از سیگنال پاسخ است تولید شده است و به سیگنال پاسخ سازه اضافه شده است. سپس به کمک سیگنال پاسخ دارای نویز، پارامترهای مودال از روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس محاسبه شده‌اند. خطای مربوط به ضرایب دمپینگ و فرکانس‌های طبیعی در مقایسه با روش اجزای محدود محاسبه و در شکل‌های ۶ و ۷ نشان داده شده است (در شکل‌های ۶ و ۷ عدد درج شده در بالای هر ستون، شماره مربوط به مود می‌باشد).

شکل ۶ نشان می‌دهد که تخمین ضرایب دمپینگ، حساسیت زیادی نسبت به نویز دارد. اگر نویز اضافه شده به سیگنال خروجی بیش از یک درصد شود، دیگر ضرایب دمپینگ تحمین زده شده دقت لازم را ندارند.



شکل۶ تاثیر افزایش نویز در خطای ضرایب دمپینگ به دست آمده در مقایسه با روش اجزاء محدود



شکل۷ تاثیر افزایش نویز در خطای فرکانس‌های طبیعی به دست آمده در مقایسه با روش اجزاء محدود

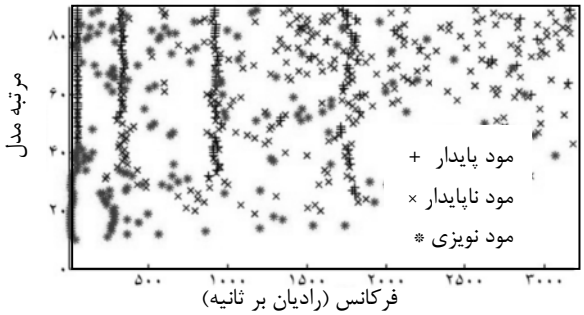
همان طور که از شکل ۷ مشاهده می‌شود تخمین فرکانس طبیعی، حساسیت کمی‌نسبت به نویز دارد. نتایج مربوط به فرکانس‌های طبیعی با افزایش نویز تا ۳٪ همچنان از دقت بالایی برخوردارند. زمانی که میزان نویز به ۴٪ افزایش می‌یابد، برخی مودها دیگر قابل شناسایی نیست زیرا در دیاگرام پایداری مربوط به نویز ۴٪، (شکل ۸)، این مودها ظاهر نشده است تا بتوان پارامترهای مودال مربوط به آنها را شناسایی کرد. به منظور بررسی شکل مودهای اندازه‌گیری شده در حضور نویز از معیار اطمینان مودال استفاده شده است. شکل‌های ۹- الف تا پ نشان می‌دهند که با افزایش نویز در سیگنال خروجی عناصر قطری ماتریس معیار اطمینان مودال به سمت پایین افت می‌کنند و بنابراین خطای شکل مودهای تخمین زده شده افزایش می‌یابد. البته نتایج نشان می‌دهد که شکل مودها در مقایسه با ضرایب دمپینگ، حساسیت کمتری به افزایش نویز دارند.

۳-۴- بررسی روش برای سیستم با دمپینگ بالا

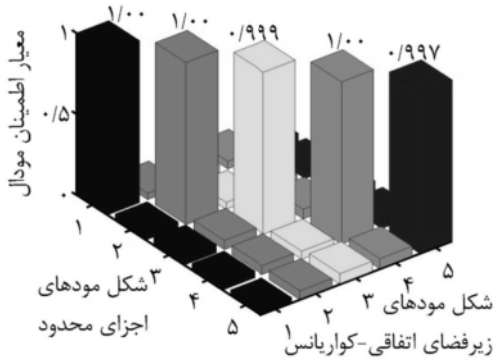
یکی از معیارهایی که در ارزیابی دقت روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس در تخمین پارامترهای مودال می‌تواند حائز اهمیت باشد، بررسی میزان توانایی روش، در تعیین پارامترهای مودال سیستم‌هایی با دمپینگ بالا است.

زیرا اغلب روش‌های شناسایی سیستم، در شناسایی پارامترهای مودال سیستم‌هایی با دمپینگ بالا با خطا روبرو می‌شوند. در بررسی‌های این بخش مقدار ضریب دمپینگ برای همه مودها یکسان در نظر گرفته شده است.

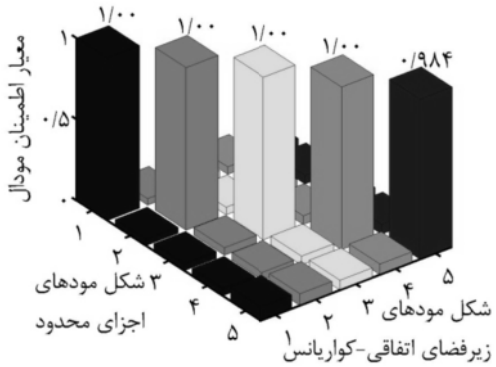
در این بخش ابتدا اثر بالا بودن دمپینگ سیستم بدون وجود نویز در سیگنال خروجی مورد بررسی قرار گرفته است و خطای مربوط به فرکانس‌های طبیعی و ضرایب دمپینگ در مقایسه با روش اجزای محدود محاسبه و در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ نشان داده شده است.



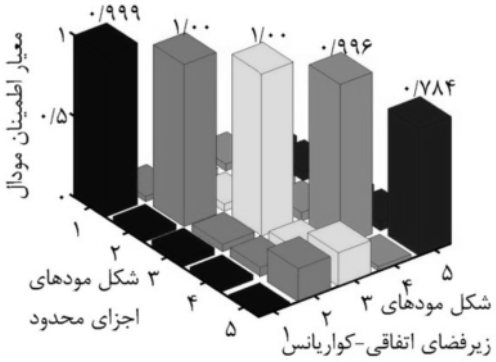
شکل ۸ دیاگرام پایداری با اضافه شدن ۴٪ نویز به سیگنال خروجی



الف- معیار اطمینان مودال با اضافه شدن ۱٪ نویز



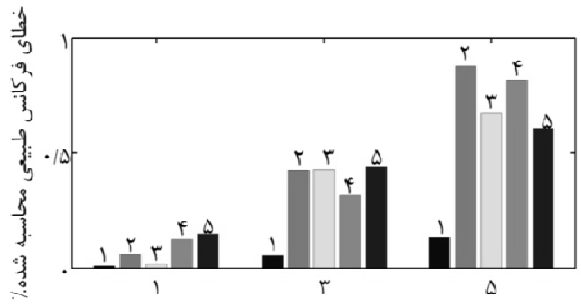
ب- معیار اطمینان مودال با اضافه شدن ۲٪ نویز



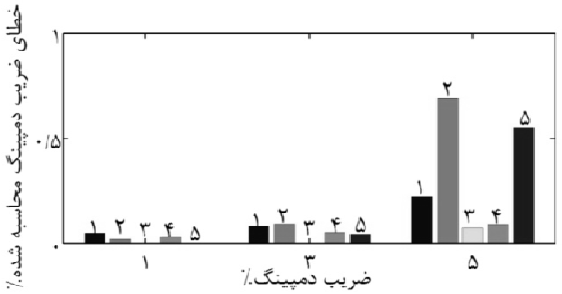
پ- معیار اطمینان مودال با اضافه شدن ۳٪ نویز

شکل ۹ معیار اطمینان مودال با اضافه شدن نویز

شکل‌های۱۰ و ۱۱ نشان می‌دهند که حتی برای سیستمی با ضریب دمپینگ ۵٪، فرکانس‌های طبیعی و ضرایب دمپینگ با دقت مناسبی محاسبه می‌شوند. همچنین به منظور مقایسه شکل مودهای حاصل از روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس و روش اجزای محدود برای سیستم‌هایی با دمپینگ ۱٪، ۳٪ و ۵٪ در شرایط بدون نویز، از معیار اطمینان مودال استفاده شده است (شکل‌های ۱۲- الف تا پ).



شکل ۱۰ خطای فرکانس‌های طبیعی به دست آمده در مقایسه با روش اجزای محدود با افزایش دمپینگ

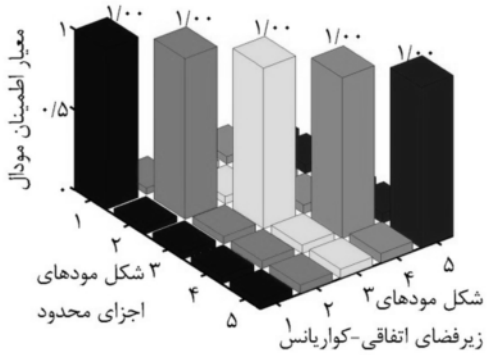


شکل ۱۱ خطای ضرایب دمپینگ به دست آمده در مقایسه با روش اجزای محدود با افزایش دمپینگ

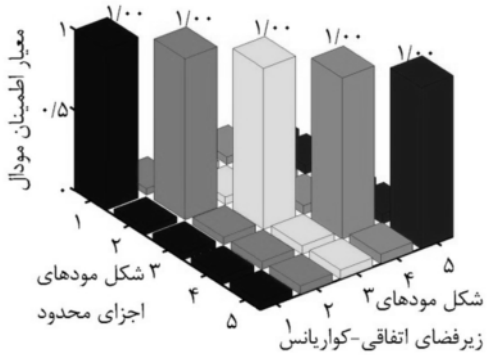
در شکل‌های ۱۲- الف و ب مقدار معیار اطمینان مودال روی قطر اصلی یک می‌باشد که بیانگر همبستگی کامل بین شکل مودهای حاصل از روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس و روش اجزای محدود است. ولی در شکل ۱۳- پ مقدار معیار اطمینان مودال روی قطر اصلی، در برخی از مودها کاهش یافته است. بنابراین در شرایط بدون نویز، برای سیستمی‌که ضریب دمپینگ آن از ۵٪ کمتر باشد، شکل مودها نیز با دقت بسیار خوبی محاسبه می‌شوند. ولی اگر مقدار ضریب دمپینگ سیستم در شرایط بدون نویز، ۵٪ یا بیشتر شود میزان دقت شکل مودهای محاسبه شده کاهش می‌یابد.

در گام بعدی به منظور بررسی دقیق‌تر اثر بالا بودن دمپینگ سیستم، دقت پارامترهای مودال به دست آمده برای سیستم‌هایی با دمپینگ ۱٪، ۳٪ و ۵٪ و با در نظر گرفتن نویز در سیگنال خروجی مورد بررسی قرار گرفته است.

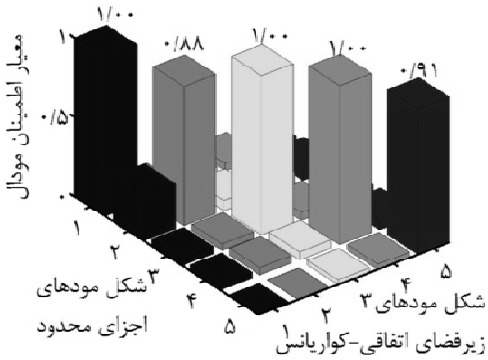
شکل‌های ۱۳ و ۱۴ خطای مربوط به فرکانس‌های طبیعی و ضرایب دمپینگ با افزایش دمپینگ و در نظر گرفتن ۱٪ نویز در سیگنال خروجی، در مقایسه با روش اجزای محدود را نشان می‌دهند.



الف- ضریب دمپینگ ۱٪



ب- ضریب دمپینگ ۳٪

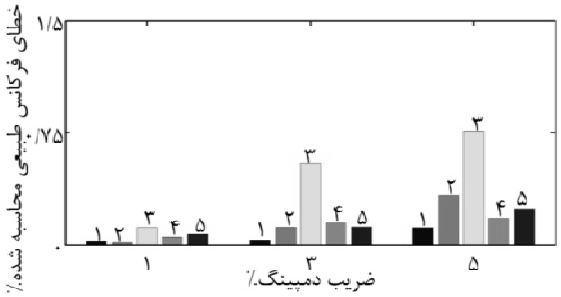


پ- ضریب دمپینگ ۵٪

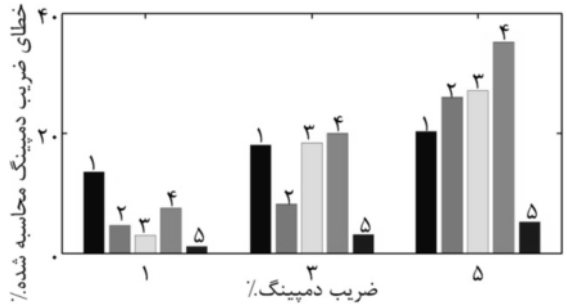
شکل ۱۲ معیار اطمینان مودال با ضریب دمپینگ و بدون نویز در سیگنال خروجی

همان طور که در شکل‌های ۱۳ و ۱۴ مشاهده می‌شود، با افزایش دمپینگ در نویز ۱٪، میزان خطا در تخمین فرکانس‌های طبیعی و ضرایب دمپینگ افزایش می‌یابد. ولی حساسیت ضریب دمپینگ به افزایش دمپینگ بیشتر از فرکانس طبیعی است.

به منظور مقایسه شکل مودهای حاصل از روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس و روش اجزای محدود برای سیستم‌هایی با دمپینگ ۱٪، ۳٪ و ۵٪ و درنظر گرفتن ۱٪ نویز در سیگنال خروجی، از معیار اطمینان مودال استفاده شده است (شکل‌های ۱۵- الف تا پ).



شکل ۱۳ خطای فرکانس‌های طبیعی به دست آمده در مقایسه با روش اجزای محدود با افزایش دمپینگ - ۱٪ نویز



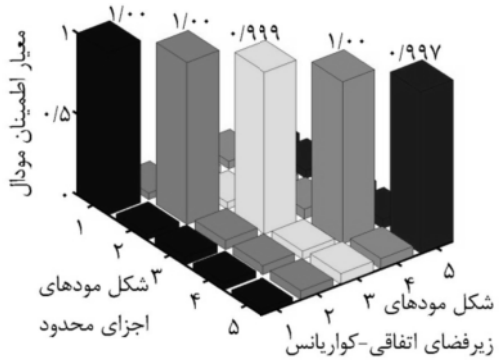
شکل ۱۴ خطای ضرایب دمپینگ به دست آمده در مقایسه با روش اجزای محدود با افزایش دمپینگ - ۱٪ نویز

شکل‌های ۱۵- الف تا پ نشان می‌دهند که با افزایش ضریب دمپینگ، عناصر روی قطر اصلی نمودار معیار اطمینان مودال کاهش می‌یابند. بنابراین با افزایش دمپینگ در نویز ۱٪، میزان خطا در تخمین شکل مودها افزایش می‌یابد.

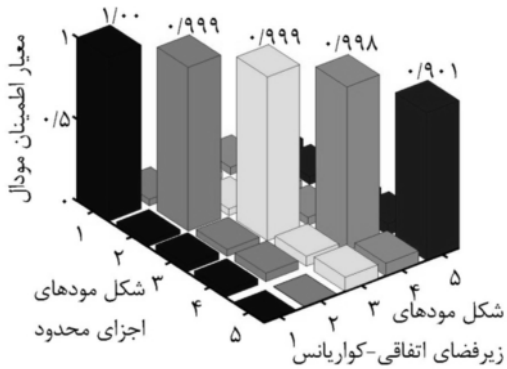
به طوری که برای سیستمی با ضریب دمپینگ ۵٪ شکل مود پنجم با خطای زیادی به دست آمده است (شکل ۱۵- پ).

در ادامه، مقدار نویز در سیگنال خروجی به ۳٪ افزایش یافته و اثر بالا بودن دمپینگ سیستم مورد بررسی قرار گرفته است. شکل‌های ۱۶ و ۱۷ خطای مربوط به فرکانس‌های طبیعی و ضرایب دمپینگ با در نظر گرفتن ۳٪ نویز، را نشان می‌دهند.

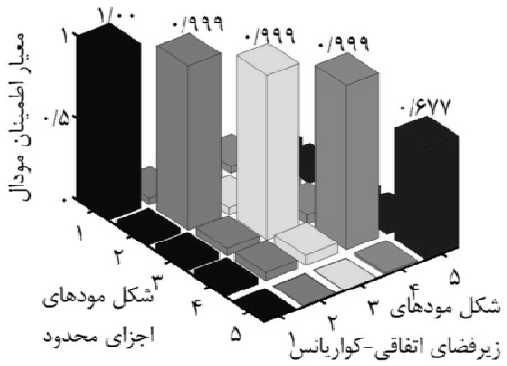
شکل‌های ۱۶ و ۱۷ نشان می‌دهند که با افزایش دمپینگ در نویز ۳٪، میزان خطا در تخمین فرکانس‌های طبیعی و ضرایب دمپینگ افزایش می‌یابد. ولی حساسیت ضریب دمپینگ به افزایش دمپینگ بیشتر از فرکانس طبیعی است.



الف- ضریب دمپینگ ۱٪



ب- ضریب دمپینگ ۳٪



پ- ضریب دمپینگ ۵٪

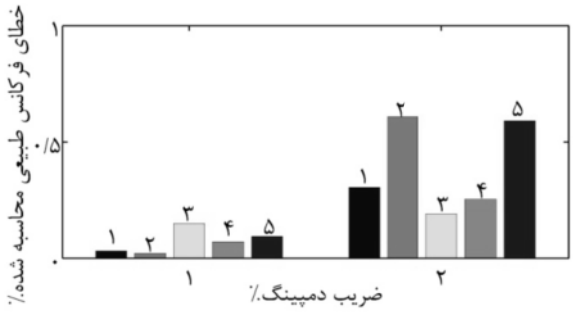
شکل ۱۵ معیار اطمینان مودال برای ضریب دمپینگ با در نظر گرفتن ۱٪ نویز در سیگنال خروجی

همچنین اگر ضریب دمپینگ سیستم ۳٪ باشد برخی از مودها دیگر قابل شناسایی نیستند زیرا در دیاگرام پایداری (شکل ۱۸) فرکانس مربوط به این مودها ظاهر نشده‌اند تا بتوان پارامترهای مودال مربوط به آنها را شناسایی کرد.

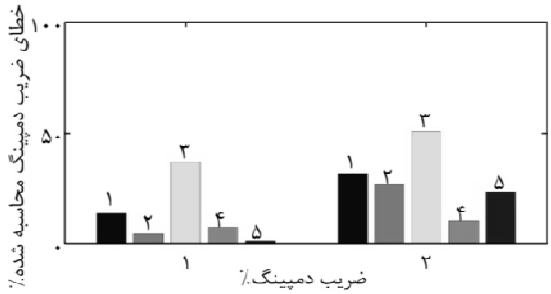
شکل‌های ۱۹- الف و ب نشان می‌دهند که افزایش ضریب دمپینگ در نویز ۳٪، باعث کاهش دقت شکل مودهای به دست آمده می‌شود و بیشترین خطا مربوط به شکل مود پنجم می‌باشد، زیرا کمترین مقدار معیار اطمینان مودال مربوط به این مود است.

۴- آزمایش

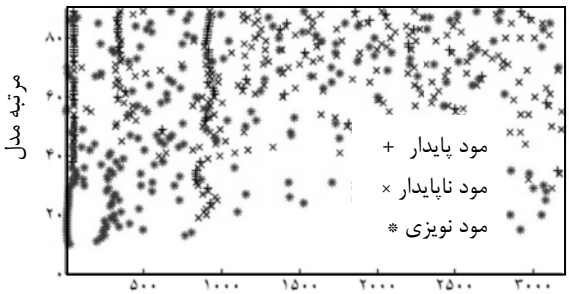
به منظور ارزیابی تجربی روش زیرفضاهای اتفاقی برمبنای کواریانس در تخمین پارامترهای مودال سازه، یک میل‌لنگ تحت آزمایش قرار گرفته است.



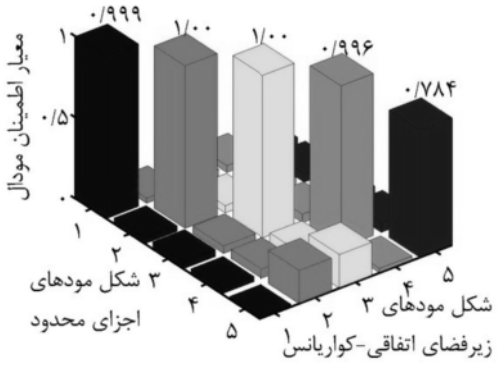
شکل ۱۶ خطای فرکانس‌های طبیعی به دست آمده در مقایسه با روش اجزای محدود با افزایش دمپینگ - ۳٪ نویز



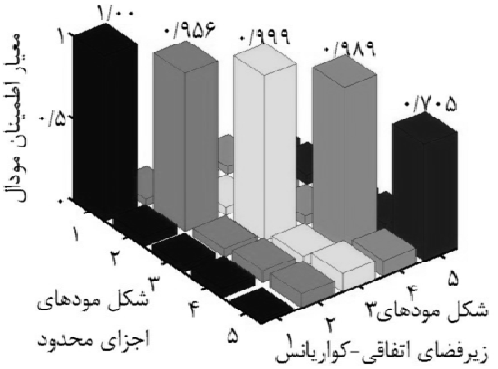
شکل ۱۷ خطای ضرایب دمپینگ به دست آمده در مقایسه با روش اجزای محدود با افزایش دمپینگ - ۳٪ نویز



شکل ۱۸ دیاگرام پایداری با افزایش ضریب دمپینگ به ۳٪ - ۳٪ نویز



الف- ضریب دمپینگ ۱٪



ب- ضریب دمپینگ ۲٪

شکل ۱۹ معیار اطمینان مودال برای ضریب دمپینگ با در نظر گرفتن ۳٪ نویز در سیگنال خروجی

آزمایش‌های انجام شده بر روی میل لنگ، آزمایش مودال کلاسیک و آزمایش مودال محیطی می‌باشند. شرایط آزمایش‌های انجام شده و نتایج حاصل از آنها در ادامه به تفصیل آمده است.

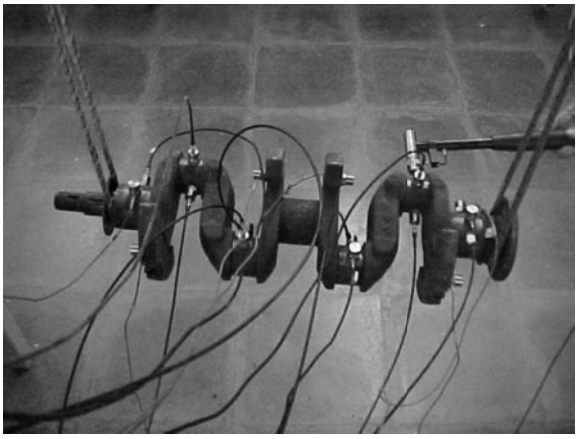
۴-۱- آزمایش مودال کلاسیک

در آزمایش مودال کلاسیک، به منظور ایجاد شرایط آزاد- آزاد، میل لنگ توسط کش‌های نرمی آویزان شده است. سپس به کمک یک چکش نوع BK8202 با آمپلی فایر ۲۶۴۷A در یک نقطه، میل‌لنگ تحریک شده است و پاسخ‌ها توسط شانزده شتاب‌سنج نوع DJB/A120V در شانزده نقطه اندازه‌گیری شده‌اند (شکل ۲۰). نیرو و شتاب‌های اندازه‌گیری شده از نیروسنج و شتاب‌سنج‌ها توسط نرم‌افزار پالس تحت آنالیز قرار گرفته است. در این آنالیز تعداد خطوط فرکانسی ۳۲۰۰ و بازه فرکانسی ۸۰۰ هرتز می‌باشد.

با استفاده از نرم‌افزار پالس [۱۹]، توابع پاسخ فرکانسی[1] و توابع وابستگی[2] به دست آمده‌اند که در شکل ۲۱- الف و ب نشان داده شده‌اند. همان طور که توابع وابستگی به دست آمده از آزمایش (شکل ۲۱- ب) نشان می‌دهند، آزمایش از دقت مناسبی برخوردار است. بنابراین، به منظور تخمین پارامترهای مودال سازه، توابع پاسخ فرکانسی به بخش مودنت نرم‌افزار آیکتس [۲۰] منتقل شده‌اند. در این بخش به منظور آنالیز توابع پاسخ فرکانسی به دست آمده از آزمایش مودال کلاسیک، از روش یکپارچه استفاده شده است [۲۱]. پس از انجام آنالیز با روش یکپارچه، فرکانس‌های طبیعی، ضرایب دمپینگ (جداول ۴ و ۵) و شکل مودهای شش مود اول میل لنگ به دست آمده‌اند. این شکل مودها با استفاده از معیار اطمینان مودال، با شکل مودهای به دست آمده از آزمایش مودال محیطی مقایسه شده‌اند (شکل ۲۲).

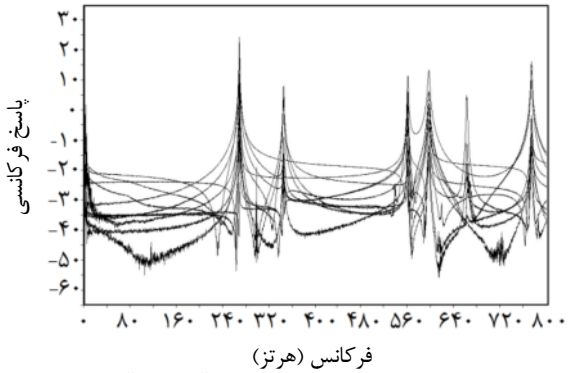
۴-۲- آزمایش مودال محیطی

در آزمایش مودال محیطی نحوه آویزان شدن میل لنگ، تعداد شتاب‌سنج‌های نصب شده بر روی آن و محل قرارگیری آنها مشابه آزمایش مودال کلاسیک می‌باشد (شکل ۲۰)، با این تفاوت که تحریک توسط یک چکش و به صورت اتفاقی و در نقاط مختلف انجام شده است. این آزمایش در مدت ۱۶۰ ثانیه انجام شده و پاسخ سازه در شانزده نقطه توسط شانزده شتاب‌سنج نوع DJB/A120V اندازه‌گیری شده است.

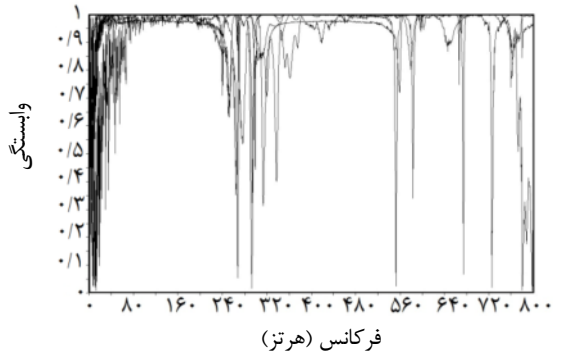


شکل ۲۰ میل لنگ، تحت آزمایش مودال کلاسیک

1. Frequency Response Functions (FRFs)
2. Coherence Functions

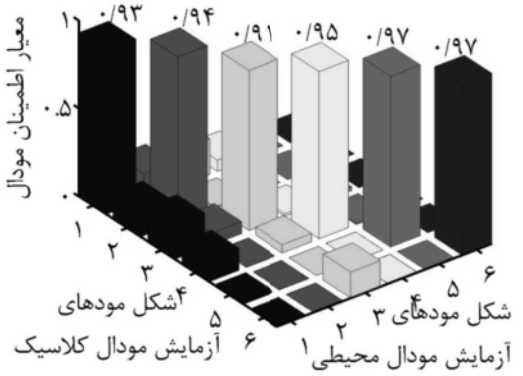


الف- توابع پاسخ فرکانسی (H1) به دست آمده - آزمایش مودال کلاسیک



ب- توابع وابستگی به دست آمده - آزمایش مودال کلاسیک

شکل ۲۱ توابع به دست آمده از آزمایش



شکل ۲۲ مقایسه شکل مودهای حاصل از آزمایش‌های مودال کلاسیک و مودال محیطی به کمک معیار اطمینان مودال

بعد از پایان آزمایش، سیگنال شتاب اندازه‌گیری شده توسط شتاب‌سنج‌ها با استفاده از نرم‌افزار پالس آنالیز شده است [۱۹]. به منظورآنالیز سیگنال پاسخ، از روش زیرفضاهای اتفاقی استفاده شده است [۱۳]. در این روش با تجزیه مقادیر ویژه ماتریس سیستم، قطب‌های سیستم به دست آمده و با توجه به معیارهای مطرح شده در مرجع [۱۳] قطب‌های پایدار، ناپایدار و نویزی از یکدیگر متمایز شده اند. سپس مرتبه مناسب مدل، با توجه به روابط موجود در مرجع [۱۶] انتخاب شده است و فرکانس‌های طبیعی، ضرایب دمپینگ (جداول ۴ و ۵) و شکل مودهای آزمایش مودال محیطی تخمین زده شده‌اند.

نتایج به دست آمده در جداول ۴ و ۵ نشان می‌دهند که فرکانس‌های طبیعی به دست آمده از آزمایش مودال محیطی در مقایسه با آزمایش مودال کلاسیک از دقت بالایی برخوردار است ولی در مورد ضرایب دمپینگ، میزان خطا بیشتر است.

به منظور مقایسه شکل مودهای به دست آمده از آزمایش مودال محیطی و آزمایش مودال کلاسیک از معیار اطمینان مودال استفاده شده است (شکل ۲۲).

جدول ۴ فرکانس‌های طبیعی به دست آمده از آزمایش مودال کلاسیک و آزمایش مودال محیطی

شماره مود	فرکانس طبیعی آزمایش مودال کلاسیک (هرتز)	فرکانس طبیعی آزمایش مودال محیطی (هرتز)
۱	۲۶۸/۳۳	۲۶۸/۱۹
۲	۳۴۴/۶۹	۳۴۴/۶۱
۳	۵۶۱/۰۶	۵۶۶/۴۳
۴	۵۹۷/۳۹	۵۹۷/۶۵
۵	۶۶۳/۵۵	۶۶۴/۷۱
۶	۷۷۳/۹۱	۷۷۳/۳۰
مقدار متوسط خطا= ۰/۲۲ ٪		

جدول ۵ ضرایب دمپینگ به دست آمده از آزمایش مودال کلاسیک وآزمایش مودال محیطی

شماره مود	ضریب دمپینگ آزمایش مودال کلاسیک (٪)	ضریب دمپینگ آزمایش مودال محیطی (٪)
۱	۰/۰۹۵	۰/۱۱۰
۲	۰/۱۷۰	۰/۱۸۰
۳	۰/۱۰۰	۰/۱۳۰
۴	۰/۲۳۰	۰/۲۶۰
۵	۰/۰۷۵	۰/۰۸۰
۶	۰/۰۹۰	۰/۱۱۰
مقدار متوسط خطا= ۱۵/۶۰٪		

همان طور که شکل ۲۲ نشان می دهد، مقادیر قطر اصلی

نمودار معیار اطمینان مودال، نزدیک یک می‌باشند که نشان دهنده ارتباط مناسب بین شکل مودهای آزمایش مودال محیطی با آزمایش مودال کلاسیک است.

۵- بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله روش زیرفضاهای اتفاقی برمبنای کواریانس به طور دقیق مورد بررسی عددی و تجربی قرار گرفت. بررسی عددی بر روی یک تیر یک سردرگیر انجام شد و اثر افزایش نویز در سیگنال خروجی و افزایش دمپینگ سیستم در تخمین پارامترهای مودال تیر بررسی شد.

نتایج حاصل از بررسی عددی نشان می‌دهد که روش زیرفضاهای اتفاقی برمبنای کواریانس با افزایش نویز به سیگنال خروجی تا ۳٪، از دقت مناسبی در تخمین پارامترهای مودال برخوردار است.

در حالتی که هیچ نویزی در سیگنال خروجی وجود ندارد برای یک سیستم با حداکثر دمپینگ ۵٪، پارامترهای مودال با دقت مناسبی محاسبه می‌شوند. همچنین برای سیستم‌های با دمپینگ بالا اثر افزایش نویز به سیگنال خروجی مورد بررسی قرار گرفت. این بررسی نشان می‌دهد که با افزایش نویز به سیگنال خروجی سیستم‌های با دمپینگ بالا، امکان تخمین پارامترهای مودال با دقت مناسب کاهش می‌یابد. نتایج حاصل از بررسی صورت گرفته، نشان می‌دهد وقتی افزایش نویز به سیگنال خروجی ۳٪ باشد، برای سیستمی با حداکثر ضریب دمپینگ ۲٪، پارامترهای مودال به دست آمده از دقت خوبی برخوردارند.

به منظور بررسی تجربی، آزمایش مودال کلاسیک و آزمایش مودال محیطی بر روی یک میل لنگ انجام شده است. داده‌های به دست آمده از این آزمایش‌ها به ترتیب با روش یکپارچه و روش زیرفضاهای اتفاقی آنالیز شده اند و نتایج به دست آمده از این آزمایش‌ها که فرکانس‌های طبیعی، ضرایب دمپینگ و شکل مودهای میل‌لنگ می‌باشند با یکدیگر مقایسه شده‌اند. مقایسه‌های انجام شده نشان می‌دهد که فرکانس‌های طبیعی حاصل از این آزمایش‌ها تطابق خوبی با یکدیگر دارند و شکل مودها نیز از همبستگی مناسبی با یکدیگر برخوردارند، ولی ضرایب دمپینگ به دست آمده، نسبت به سایر پارامترهای مودال خطای بیشتری دارند.

بنابراین نتایج حاصل از بررسی‌های عددی و تجربی نشان می‌دهند که روش زیرفضاهای اتفاقی برمبنای کواریانس در تخمین پارامترهای مودال یک سازه از دقت مناسبی برخوردار است و در شرایط متفاوتی از لحاظ افزایش نویز و دمپینگ نیز می‌تواند به دقت پارامترهای مد نظر را محاسبه کند.

۶- تقدیر و تشکر

نویسندگان مقاله بر خود لازم می‌دانند، از حمایت‌های دفتر استعدادهای درخشان دانشگاه سمنان و پژوهشکده رویش بسیج دانشجویی دانشگاه سمنان تقدیر و تشکر نمایند.

۷- مراجع

[1] He J., Fu Z. F., *Modal Analysis*, Oxford Auckland Boston Johannesburg Melbourne New Delhi, Butterworth-Heinemann, 2001, pp. 1-4.

[2] Ewins D. J., *Modal Testing: Theory, Practice and Application*, England, Research Studies Press LTD, 2000.

[3] Hanson D., *Operational Modal Analysis and Model Updating with a Cyclostationary Input*, PhD Thesis, Australia, The University of New South Wales, 2006.

[4] Zhang Y., Zhang Z., Xu X., Hua H., "Modal Parameter Identification Using Response Data Only", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 282, Issues 1-2, 2005, pp. 367-380

[5] Yousaf E., *Output only Modal Analysis*, MSc Thesis, Karlskrona, Technology Karlskrona, 2007.

[6] Brincker R., Zhang L., Andersen P., "Modal Identification from Ambient Responses Using Frequency Domain Decomposition", *Proceedings of the 14th IMAC*, Cairns, 2000.

[7] Brincker R., Zhang L., Andersen P., "Modal Identification of Output Only Systems using Frequency Domain Decomposition", *Journal of Smart Materials and Structures*, Vol. 10, No. 3, 2001, pp. 441- 445.

[8] Brincker R., Ventura C., Andersen P., "Damping Estimation by Frequency Domain Decomposition", *Proceedings of the 14th IMAC*, Cairns, 2000.

[9] Poncelet F., Kerschen G., Golinval J.C., "Operational Modal Analysis using Second-Order Blind Identification", *Proceedings of the 26th IMAC*, Orlando, 2008.

[10] Rainieri C., Fabbrocino G., "Performance assessment of selected OMA techniques for dynamic identification of geometrical systems and closely spaced strucrual modes", *Journal of theoretical and applied mechanics*, No. 49, 2011, pp. 825-839.

[11] Wenzel H., Pichler D., *Ambient Vibration Monitoring*, First Ed, New York, Wiley, 2005.
[12] Zhang L., Brincker R., Andersen R., "An Overview of Operational Modal Analysis: Major Development and Issues", *Proceedings of the 17th IMAC*, Paris, 2005.
[13] Peeters B., *System Identification and Damage Detection in Civil Engineering*, PhD Thesis, Flanders, Katholieke Universiteit Leuven, 2000.
[14] Peeters B., De Roeck., "Reference Based Stochastic Subspace Identification in Civil Engineering", *Inverse Problems in Engineering*, Vol. 8, Issue 1, 2000, pp. 47-74.
[15] Brincker R., Andersen P., "Understanding Stochastic Subspace Identification", *Proceedings of the 24th IMAC*, St. Louis, 2006.
[16] Aibinu A.M., Rahman N, A., Salami M.J.E., Shafie A.A., "Optimal Model Order Selection for Transient Error Autoregressive Moving Average MRI Reconstruction Method", *Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology*, Vol. 42, No. 18, 2008, pp. 161-165.
[17] Thomson W.T., *Theory of Vibration with application*, Fifth ed., Prentice Hall, United States, 1997.
[18] Khatibi M.M., Ashory M.R., Malekjafarian A., Brincker R., "Mass-Stiffness Change Method for Scaling of Operational Mode Shapes", *Mechanical Systems and Signal Processing*, No. 26, 2012, pp. 34-59.
[19] Brüel&Kjær, PULSE, Version 8.0, Sound & Vibration Measu, 1996–2003.
[20] Modent, Integrated Software for Structural Dynamics, ICATS, Imperial College of Science, Technology and Medicine, University of London, UK, 1988-2000.
[21] Maia N. M. M., *Extraction of Valid Modal Properties from Measured Data in Structural Vibrations*, PhD Thesis, London, Imperial College of Science & Technology, 1988.