



بررسی تحلیلی، تجربی و عددی سازه ساندویچی با هسته لانه زنبوری و رویه های کامپوزیتی تحت ضربه پرتابه

نساء پیرمحمدی^۱، غلامحسین لیاقت^{۲*}، محمد حسین پل^۳، هادی صبور^۴

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

۲- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

۳- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تفرش، تفرش

۴- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه پیام نور، تهران

* تهران، صندوق پستی ۱۴۱-۱۴۱۵، ghlia530@modares.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۱۷ آذر ۱۳۹۲

پذیرش: ۱۶ دی ۱۳۹۲

ارائه در سایت: ۲۲ تیر ۱۳۹۳

کلید واژگان:

مدل تحلیلی

سازه ساندویچی

لانه زنبوری

ضربه سرعت بالا

شبیه سازی عددی

در این مقاله یک مدل تحلیلی برای تحلیل فرآیند نفوذ پرتابه سرتخت در سازه ساندویچی با رویه های کامپوزیتی از جنس الیاف شیشه/اپوکسی و هسته لانه زنبوری براساس مدل انتشار موج ارائه گردیده است. الگوهای تغییر شکل و مکانیزم های جذب انرژی در این تحلیل شامل: حرکت دینامیکی هدف، خمش و تغییر فرم سازه، لایه شدگی رویه های کامپوزیتی، شکست کششی کامپوزیت شیشه/اپوکسی، جدا شدن رویه ها از هسته لانه زنبوری، برش لانه زنبوری، شکل گیری پلاک در رویه جلویی و تشکیل پتال در رویه پشتی می باشد. در این مدل فرآیند نفوذ در سازه ساندویچی به چهار مرحله متوالی تقسیم می شود، که معادله حرکت پرتابه در هر مرحله و جرم های موثر هسته و رویه ها از مکانیک لاکرانژی استخراج شده است. معادلات غیرخطی به دست آمده از هر مرحله، با در نظر گیری وقوع تخریب های موضعی و انرژی های جذب شده حل شده است. همچنین با استفاده از شبیه سازی عددی، فرآیند نفوذ توسط کد اجزاء محدود ال. اس. دینا مدل سازی شده است. برای اطمینان از نتایج حل تحلیلی و مدل سازی عددی نتایج آن ها با آزمایش های تجربی مقایسه شده است. بررسی ها نشان می دهد، نتایج روش های تجربی، تحلیلی و عددی، انطباق خوبی با یکدیگر دارند.

Analytical, experimental and numerical investigation of sandwich panels made of honeycomb core subjected projectile impact

Nesa Pirmohammadi¹, Gholam Hossien Liaghat^{2*}, Mohammad Hossein Pol³, Hadi Sabouri⁴

1- Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

2- Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

3- Department of Mechanical Engineering, Tafresh University, Tafresh, Iran.

4- Department of Mechanical Engineering, Payamenoor University, Tehran, Iran.

* P.O.B. 14115-141 Tehran, ghlia530@modares.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 08 December 2013
Accepted 06 January 2014
Available Online 13 July 2014

Keywords:
Analytical Model
Sandwich Structures
Honeycomb
High-Velocity Impact
Numerical Simulation

ABSTRACT

In this paper, ballistic impact on sandwich panel with composite face sheet made of Glass/Epoxy and aluminum honeycomb core has been studied. The solution is derived from a wave propagation model. At first both analytical and numerical solutions were clarified and their results were compared with experimental results. Some deformation patterns, failure modes and energy absorption mechanisms were identified by observation, such as: dynamic movement of the target, stretching, bending deformation, delamination, debonding, shear fracture honeycomb, tensile fracture of Glass/Epoxy and plug and petal formation in composite facings. The solution involves a four-stage and effective masses of the face sheets and core as the shock waves travel through sandwich panel are derived using Lagrangian mechanics. The resulting non-linear differential equation of motion was solved considering the local damage effects and corresponding energy absorptions. Also numerical model, analysis of the penetration process was performed by a nonlinear explicit finite element code, LSDYNA. The results of analytical solution and numerical simulation are compared with experimental tests.

۱- مقدمه

مکانیکی و بالستیکی ویژه بالا (نسبت به وزن) کاربردهای گسترده ای در صنایع خودروسازی، هوافضا و نظامی-دفاعی دارند. این نوع سازه ها توانایی خوبی در تحمل هر دو بارهای درون صفحه ای و برون صفحه ای را دارند و در

سازه های ساندویچی شامل دو ورق خارجی با استحکام بالا است که به یک هسته با چگالی پایین چسبانده شده است. این سازه ها به دلیل خواص

Please cite this article using:

N. Pirmohammadi, Gh.H. Liaghat, M.H. Pol, H. Sabouri, Analytical, experimental and numerical investigation of sandwich panels made of honeycomb core subjected projectile impact, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 5, pp. 153-164, 2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

برابر فشار مقاومت نسبتاً بالایی دارند [۱].

لانه زنبوری شبکه هایی از سلول های میان تهی است که از اتصال ورقه های بسیار نازک از یک ماده به یکدیگر تشکیل شده است. مقاومت به له شدگی بالا در مقایسه با وزن کم، لانه زنبوری ها را از دیگر سازه ها متمایز کرده است. به دلیل اینکه لانه زنبوری به تنهایی خواص بالستیکی مناسبی ندارد، معمولاً با افزودن لایه های رویی و پشتی (فلزی، سرامیکی و کامپوزیتی) به کار گرفته می شوند. در واقع هر یک از اجزاء سازه ساندویچی به تنهایی کارایی ضعیفی دارند اما وقتی با هم استفاده می شوند، سازه ای با سفتی بالا و در عین حال سبک تشکیل می دهند. همچنین با افزودن لانه زنبوری به کامپوزیت ممان سطح سازه افزایش می یابد، در نتیجه سفتی خمشی سازه ساندویچی بیشتر می شود.

تعدادی از تحقیقات انجام شده در رابطه با رفتار بالستیکی کامپوزیت ها و ساختارهای ساندویچی به صورت زیر است:

نایک و همکارانش [۲] ضربه بالستیک روی کامپوزیت با الیاف بافته شده را به روش تحلیلی مورد بررسی قرار دادند. مدل ارائه شده توسط آن ها بر مبنای تئوری امواج و قانون بقای انرژی است. پل و همکارانش [۳] یک مدل تحلیلی برای نفوذ پرتابه های سر تخت در مواد مرکب چند لایه شیشه/اپوکسی، براساس تقسیم مدت زمان نفوذ به جزء های کوچک و محاسبه انرژی جذب شده توسط هدف ارائه کرد. ردی و ون [۴] نفوذ استاتیکی، ضربه سرعت پایین و سرعت بالا روی سازه ساندویچی با هسته فوم و رویه های بافته شده از شیشه/اپوکسی را مطالعه کردند. آن ها انرژی جذب شده در نفوذ را به دو بخش تقسیم کردند: بخشی مربوط به آسیب ساندویچ و بخشی دیگر، انرژی پاسخ الاستیک که با تغییر شکل سراسری و انرژی جنبشی سازه رابطه دارد. کیلر و همکاران [۵]، یک مدل نیمه تحلیلی برای تعیین مقدار انرژی جذب شده توسط ساندویچ تحت ضربه سرعت بالا ارائه کردند. آن ها فرض کردند که می توان کل انرژی جذب شده توسط سازه ساندویچی را به دو بخش، انرژی واکنش الاستیک و انرژی آسیب تقسیم کرد. فت و سیروولو [۶] یک روش کاملاً تحلیلی برای پیش بینی سرعت باقی مانده یک پرتابه استوانه ای با دماغه نیمه کروی در برخورد با یک سازه ساندویچی از هسته فوم و رویه های کامپوزیتی در سرعت بالا ارائه کردند. آن ها برای حل از مدل انتشار موج استفاده کردند. این مدل انرژی های خمش و شکست رویه های کامپوزیتی و له شدگی فوم را در نظر می گیرد، اما آسیب های به علت جدایش رویه و هسته، له شدگی رویه جلویی و پشتی و تأثیرات نرخ کرنش در خواص سازه ساندویچی را شامل نمی شود. فعلی و نامداری [۷] یک مدل تحلیلی برای بررسی رفتار سازه ساندویچی با هسته لانه زنبوری که در معرض ضربه عمودی سرعت بالا قرار داشت، ارائه کردند. این مدل انرژی های لایه شدگی رویه های کامپوزیتی و جدایش بین رویه و هسته را در بر نمی گیرد. بویترگو و همکارانش [۸] ضربه سرعت بالا را بر روی سازه ساندویچی متشکل از هسته لانه زنبوری و رویه های کربن/اپوکسی را به صورت عددی و تجربی بررسی کردند. در بررسی عددی مدل سه بعدی از هدف را با نرم افزار آباکوس شبیه سازی و نتایج عددی و تجربی را با هم مقایسه نمودند.

با توجه به تحقیقات صورت گرفته دو مدل کاملاً تحلیلی (مدل فت و سیروولو [۶] و مدل فعلی و نامداری [۷]) برای فرآیند نفوذ پرتابه در سازه ساندویچی با رویه های کامپوزیتی وجود دارد. اما هر دو مدل جدایش رویه ها و هسته و لایه شدگی رویه های کامپوزیتی را در نظر نمی گیرند. در این مقاله مدل تحلیلی برای نفوذ پرتابه سر تخت به سازه ساندویچی با هسته

لانه زنبوری و رویه های کامپوزیتی ارائه شده است. فرآیند نفوذ به سازه ساندویچی در این مدل به چهار مرحله متوالی تقسیم می شود، که معادله حرکت پرتابه در هر مرحله و جرم های موثر هسته و رویه ها از مکانیک لاگرانژی استخراج شده است. این تئوری علاوه بر مکانیزم های جذب انرژی، شامل خمش و شکست رویه های کامپوزیتی و مچاله شدگی لانه زنبوری، انرژی های هدر رفته در اثر لایه شدگی رویه های کامپوزیتی و جدایش بین هسته و رویه ها را در بر می گیرد. همچنین در شبیه سازی عددی، مدل دقیقی از گلوله و هدف تهیه شده است. این مدل، توانایی تعیین مودهای تخریب عمومی، موضعی و مکانیزم های جذب انرژی را دارا می باشد. در نهایت نتایج مدل تحلیلی و عددی با نتایج آزمایش های تجربی مقایسه شده است.

۲- آزمایش

۲-۱- مواد

۲-۱-۱- کامپوزیت

در این تحقیق از کامپوزیت شیشه/اپوکسی با بافت دوبعدی (خواص هر دو جهت کاملاً یکسان) استفاده شده است. در جدول ۱ مشخصات مکانیکی کامپوزیت ساخته شده آورده شده است.

۲-۱-۲- لانه زنبوری

لانه زنبوری استفاده شده از جنس آلومینیوم ۵۰۵۲ و مدل H38 می باشد (شکل ۱). ویژگی های این آلومینیوم در جدول ۲ آورده شده است.

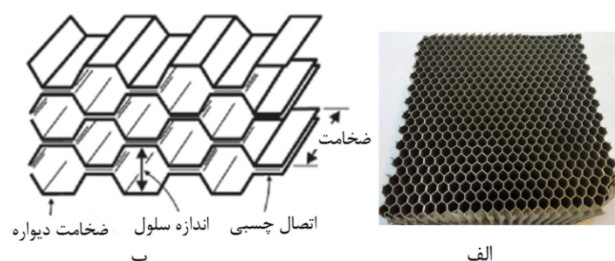
جدول ۱ خواص مکانیکی کامپوزیت [۹]

مشخصات کامپوزیت	
ضخامت (mm)	۲
تعداد لایه ها	۱۰
چگالی (kg/m³)	۱۷۰۰
مدول الاستیسیته (GPa)	$E_{33} = 7/48$ و $E_{11} = E_{22} = 17$
مدول برشی (GPa)	$G_{13} = G_{23} = 1/73$ و $G_{12} = 4$
ضریب پواسون	$\nu_{23} = 0/28$ و $\nu_{12} = \nu_{31} = 0/12$
تنش کششی نهایی (MPa)	$270 \cdot \sigma_{11} = \sigma_{21} =$
تنش برشی نهایی (MPa)	$\tau_{13f} = \tau_{23f} = 45$ و $\tau_{12f} = 51$
تنش برشی بین لایه ای ^(۹) (MPa)	$ILSS = 20$

^(۹) مرجع [۱۰]

جدول ۲ ویژگی های آلومینیوم استفاده شده در لانه زنبوری [۹]

نوع ماده	
AL5052	
مدول الاستیسیته (GPa)	۷۰
تنش تسلیم (MPa)	۲۵۵
تنش کششی نهایی (MPa)	۲۹۰
تنش برشی نهایی (MPa)	۱۶۰
چگالی (kg/m³)	۲۶۸۰



شکل ۱ الف) تصویر واقعی لانه زنبوری و ب) تصویر شماتیک لانه زنبوری

۲-۱-۳- صفحات ساندویچی

لانه زنبوری ها و صفحات کامپوزیتی در اندازه های $7/5 \times 7/5 \text{ Cm}^2$ بریده شده اند و توسط چسب فنولیک تحت فشار زیاد به هم چسبانده شده اند (شکل ۳). چسب استفاده شده دارای استحکام برشی 25 Mpa می باشد [۹].

۲-۲- آزمایش های بالستیک

آزمایش های بالستیک در دانشگاه تربیت مدرس با استفاده از دستگاه تفنگ گازی انجام شده است. هنگام آزمایش هر یک از صفحات هدف، درون یک نگهدارنده به ابعاد $65 \times 65 \text{ mm}^2$ به طور ثابت قرار می گیرد. پرتابه یک استوانه فولادی سر تخت به طول 15 mm ، قطر 10 mm ، جرم $8/5 \text{ gr}$ و سختی 60 RC می باشد. برخورد در سرعت های مختلف، نزدیک حد بالستیک و سرعت های بیش از حد بالستیک اهداف بوده و هر دو سرعت های اولیه و باقیمانده در آزمایش ها اندازه گیری شده است.

برای به دست آوردن سرعت حد بالستیک سازه ساندویچی ابتدا در چند سرعت آزمایش هایی انجام گرفت سپس با استفاده از رابطه ۱ (رابطه رشت-ایپسون) حد بالستیک به صورت تقریبی تخمین زده شد. سپس در برخورد بعدی سرعت کاهش و یا افزایش داده شد تا نفوذ کامل انجام گیرد به طوری که سرعت باقیمانده صفر گردد، در این صورت سرعت اولیه پرتابه سرعت حد بالستیک نامیده می شود [۱۲].

$$v_{50} = \sqrt{v_0^2 - \frac{m_0 + m_{plug}}{m_0} v_r^2} \quad (1)$$

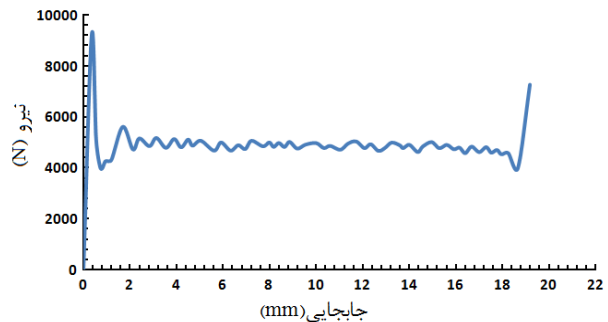
در رابطه ۱، v_{50} سرعت حد بالستیک، v_0 سرعت ورودی و v_r سرعت خروجی پرتابه می باشد. m_0 و m_{plug} به ترتیب جرم پرتابه و جرم پلاگ تشکیل شده در اثر برخورد گلوله سر تخت است.

جدول ۴ نتایج آزمایش های انجام شده بر روی صفحات ساندویچی شامل سرعت های ورودی و خروجی را نشان می دهد. در این جدول برای هر سرعت پرتابه حداقل ۴ بار آزمایش تکرار شده است و میانگین مقادیر آن ها در نظر گرفته شده است. با توجه به جدول ۴، سرعت حد بالستیک برای صفحه ساندویچی تقریباً برابر با 164 m/s است. به دلیل شکل سر پرتابه و بزرگی سطح مقطع پرتابه نسبت به اندازه سلول های لانه زنبوری (حدود ۳)، سرعت حد بالستیک به محل اصابت گلوله وابسته نیست [۱۳]. شکل ۴ تصویر سازه ساندویچی پس از نفوذ گلوله در سرعتی نزدیک به حد بالستیک را نشان می دهد.

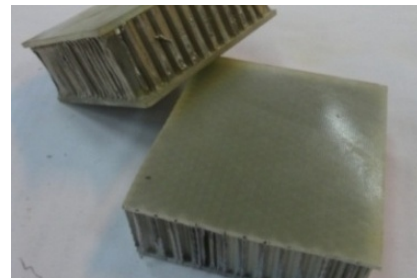
۳- تئوری مسئله

ساندویچ نشان داده شده در شکل ۵ را در نظر بگیرید. رویه ها از کامپوزیت و هسته از لانه زنبوری می باشد. پرتابه به شکل استوانه و با نوک سر تخت می باشد. شعاع پرتابه در مقایسه با ضخامت هسته کوچک است و طول پرتابه از مرتبه ضخامت هسته است. پرتابه در مقایسه با سازه ساندویچی، صلب است و در طی فرایند نفوذ تغییر شکل نمی دهد.

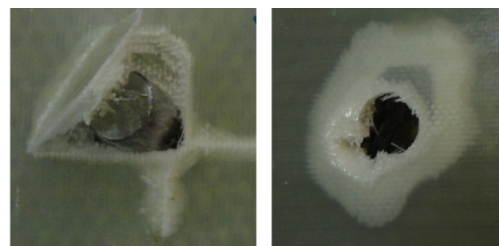
مکانیزم های جذب انرژی که در نفوذ ساندویچ اتفاق می افتد شامل: انرژی واکنش الاستیک شامل تغییر شکل سراسری و حرکت دینامیکی هدف، لایه شدن رویه ها^۱، جدایش رویه و هسته^۲، شکست برشی هسته، له شدن هسته^۳، کشیدگی الیاف^۴ رویه های کامپوزیتی، اصطکاک بین پرتابه و هدف، تشکیل پلاگ^۵ رویه جلویی و تشکیل پتال^۶ در رویه پشتی می باشد.



شکل ۲ نمودار نیرو-جابجایی لانه زنبوری [۱۱]



شکل ۳ صفحات ساندویچی ساخته شده



ب

الف

شکل ۴ الف) جلوی هدف و ب) پشت هدف در سرعت ورودی 165 (m/s)

جدول ۳ خواص مکانیکی لانه زنبوری [۹]

مشخصات لانه زنبوری		Al 5052_H38
ارتفاع (mm)	۲۵/۴	
چگالی (kg/m^3)	۵۰	
اندازه سلول (mm)	۳/۱۷۵	
ضخامت جداره سلول (mm)	۰/۰۸	
مدول الاستیسته فشاری (GPa)	$E_{33}=517$	
تنش مجاله شوندگی (MPa)	۴/۹۴	
کرنش مجاله شوندگی	۰/۷۱	
تنش برشی نهایی لانه زنبوری (MPa)	$\tau_{13f}=2/41$	

جدول ۴ نتایج آزمایش های بالستیک بر روی صفحات ساندویچی		
شماره	سرعت ورودی (m/s)	سرعت خروجی (m/s)
۱	۱۸۷	۵۸/۲
۲	۱۸۰	۶۹/۱
۳	۱۶۹	۳۷/۸
۴	۱۶۴	۰

تنش و کرنش مجاله شدگی لانه زنبوری از خواص مهم لانه زنبوری است، که در مرجع [۱۱] برای به دست آوردن این خواص، لانه زنبوری به ابعاد $3/3 \times 3/3 \text{ Cm}^2$ و ارتفاع $25/4 \text{ mm}$ تحت آزمایش فشار در سرعت بارگذاری $2/5$ میلی متر در دقیقه قرار گرفته است. شکل ۲ نمودار نیرو-جابجایی حاصل از آزمون فشار را نشان می دهد. سایر خواص مکانیکی لانه زنبوری در جدول ۳ آورده شده است.

1- Delamination
2- Debonding
3- Crushing
4- Fiber stretching
5- Plugging
6- Petaling

در مرحله اول فقط نفوذ موضعی اتفاق می‌افتد، به عبارت دیگر رویه جلویی درست زیر پرتابه تغییر شکل می‌دهد و هسته له می‌شود، مثل این که رویه پشتی ساندویچ، به بستر صلب تکیه کرده است (شکل ۶ الف). در این مرحله عمق نفوذ موضعی زیر پرتابه با δ و گستره عرضی تغییر شکل با ξ نشان داده شده است. وقتی موج تنش فشاری به رویه پشتی رسید، تغییر شکل سراسری صفحه (خمشی و برشی) شروع می‌شود (شکل ۶ ب). این تغییر شکل مستقل از تغییر شکل موضعی در شکل ۶ الف می‌باشد. خیز سراسری زیر پرتابه با Δ و گستره عرضی تغییر شکل سراسری با τ نشان داده می‌شود. تغییر شکل موضعی و سراسری در شکل ۶ پ همزمان نشان داده شده است.

اگر سرعت برخورد پرتابه بیش از حد بالستیک باشد، تغییر شکل سراسری اتفاق نمی‌افتد، زیرا شکست موضعی رویه جلویی و شکست برشی هسته زیر پرتابه در مرحله اول از تغییر شکل سراسری جلوگیری می‌کند. شکل ۷ ترتیب واماندگی در طول نفوذ پرتابه را نشان می‌دهد، که به چهار مرحله تقسیم‌بندی می‌شود. وقتی سرعت برخورد فراتر از حد بالستیک باشد، ابتدا رویه جلویی زیر پرتابه به‌علت تنش‌های بالای غشایی (تنش‌های صفحه‌ای) گسیخته می‌شود (شکل ۷ الف). در مرحله دوم موج تنش فشاری الاستیک و پلاستیک از زیر پرتابه به هسته منتشر می‌شود، سپس هسته دچار شکست برشی شده و به‌طور موضعی هسته زیر پرتابه متراکم می‌شود (شکل ۷ ب). در مرحله سوم رویه پشته‌ای در نتیجه بار منتقل شده توسط پرتابه و پلاگ تشکیل شده از هسته جدا می‌شود (شکل ۷ پ). سرانجام وقتی که تنش‌های غشایی در رویه پشته‌ای از مقادیر بحرانی تجاوز کند، گسیخته می‌شود و پلاگ و پرتابه از ساندویچ خارج می‌شود (شکل ۷ ت).

۳-۱- فرمول بندی مسئله

زمان انتقال موج ضربه از سازه با استفاده از رابطه ۲ محاسبه می‌گردد:

$$t_1 = \frac{2h}{C_f} + \frac{H}{C_d} \quad (2)$$

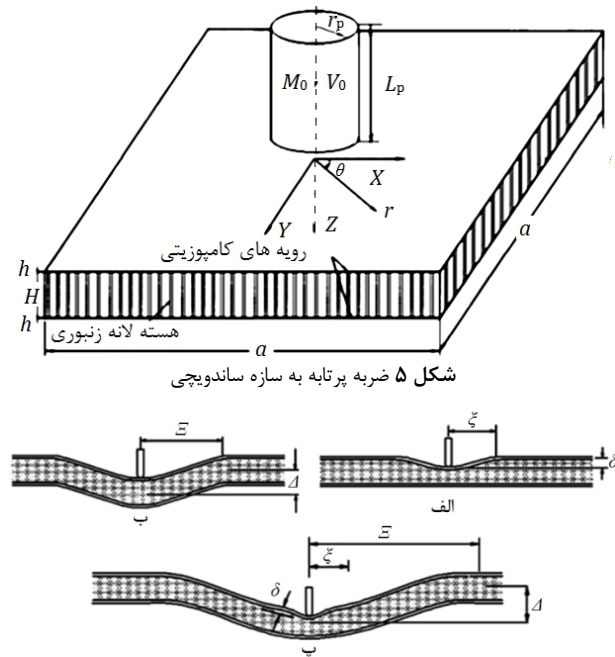
که در آن G_i و G_d به ترتیب سرعت موج عرضی هنگام عبور از رویه های کامپوزیتی و هسته است. سرعت موج عرضی در مواد کامپوزیتی با استفاده از رابطه ۳ محاسبه می شود [۱۴].

$$C_f = \sqrt{\frac{E_{33}(1 - \nu_{12}\nu_{21})}{\rho_f(1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{13}\nu_{31} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13})}} \quad (7)$$

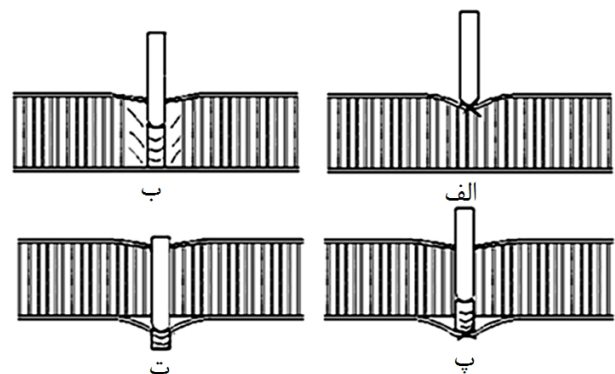
که در آن v_{ij} ، E_{ij} و ρ_f به ترتیب ضریب پواسون، مدول الاستیسیته و چگالی رویه‌ها می‌باشد. سرعت موج عرضی در لانه‌زنبری توسط تنش مجاله‌شدگی آن محاسبه می‌شود. به دلیل این که لانه‌زنبری یک ماده با خواص الاستیک و پلاستیک می‌باشد، سرعت موج عرضی در هسته شامل سرعت موج الاستیک و پلاستیک خواهد بود. سرعت موج الاستیک و پلاستیک به ترتیب $C_e = \sqrt{\frac{E_e}{\rho_c}}$ و $C_p = \sqrt{\frac{\sigma_D}{\rho_c E_D}}$ می‌باشند. که E_c مدول الاستیسیته در جهت ضخامت لانه‌زنبری، σ_D کرنش چین خوردگی و E_D کرنش چین خوردگی و استحكام نهایی لانه‌زنبری می‌باشد. معمولاً سرعت موج الاستیک از سرعت موج پلاستیک بیشتر است و سرعت عبور موج از هسته در معادله ۲ سرعت موج الاستیک است.

۳-۱-۱- مرحله اول نفوذ

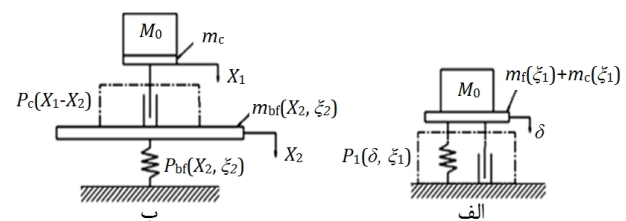
سازه ساندویچی در مرحله اول نفوذ دارای تغییر شکل موضعی (شکل ۷ الف) می‌باشد. در این حالت رویه کامپوزیتی روی هسته لانه‌زنبوری قرار دارد. مقدار فرورفتگی موضعی با δ و میزان تغییر شکل جانبی با ϵ نشان داده شده



شکل ۶ الف) فرورفتگی موضعی، ب) تغییر شکل خمشی-برشی سراسری و پ) تغییر شکل‌های موضعی و سراسری [۶]



شکل ۷ الف) شکست رویه جلویی، ب) شکست برشی و له شدن موضعی هسته، پ) گسیختگی، رویه پشتی، و ت) خروج پرتاده و تشکیل پلاگ



شکل ۸ الف) یک درجه آزادی برای تغییر شکل موضعی و ب) دو درجه آزادی برای تغییر شکل موضعی و سراسری [۶]

اگر ضربه وارد شده به سازه ساندویچی سرعت کمی داشته باشد به گونه‌ای که باعث تخریب و شکسته شدن اجزاء سازه نشود، در مراحل اولیه ضربه، موج تنش فشاری زیر پرتابه ایجاد می‌شود. این موج قبل از این که امواج خمشی و برشی سراسری به‌طور جانبی در ساندویچ حرکت کند، از داخل رویه بالایی و هسته و رویه پستی عبور می‌کند. بنابراین هنگام ضربه به سازه‌های ساندویچی، دو مرحله وجود دارد: انتشار موج در امتداد ضخامت^۱ سازه و انتشار موج عرضی^۲.

- 1- Through-thickness waves
- 2- Lateral wave

جذب می کند، اما در ضربه سرعت بالا، انرژی الاستیک در مقایسه با انرژی پلاستیک بسیار کوچک است و می توان از آن صرف نظر کرد. بنابراین انرژی جذب شده توسط هسته برابر است با:

$$D_p = 2\pi \int_0^{\xi} q \varepsilon_D C_p t \left(1 - \frac{r}{\xi}\right) r dr = \frac{\pi q \varepsilon_D C_p t}{3} \xi^2 \quad (14)$$

که در آن q تنش مجاله شدگی لانه زنبوری است. با جایگزینی C_p از معادله ب-۱ داریم:

$$D_p = \frac{\pi q \delta \xi^2}{3} \quad (15)$$

با قرار دادن معادله های ۱۱ و ۱۵ در معادله ۷ پتانسیل برابر خواهد شد با:

$$\Pi = \bar{D} \frac{\delta^2 (\xi - 2r_p)^2}{\xi^4} + \bar{A} \frac{\delta^4 (\xi - 2r_p)^6}{\xi^8} + \frac{\pi q \delta \xi^2}{3} \quad (16)$$

با قرار دادن معادله های ۶ و ۱۶ در معادله لاگرانژ داریم:

$$(M_0 + m_f + m_c) \frac{d^2 \delta}{dt^2} + \left(\frac{dm_f}{dt} + \frac{dm_c}{dt} \right) \frac{d\delta}{dt} + 2\bar{D} \frac{\delta (\xi - 2r_p)^2}{\xi^4} + 4\bar{A} \frac{\delta^3 (\xi - 2r_p)^6}{\xi^8} + \frac{\pi q \xi^2}{3} = 0 \quad (17)$$

با قرار دادن معادله های الف-۴ و الف-۹ در معادله ۱۷ داریم:

$$\begin{aligned} & \left(M_0 + \frac{\pi \rho_f h}{6} \xi^2 + \frac{\pi \rho_c \delta}{10 \varepsilon_D (1 - \varepsilon_D)} \xi^2 \right) \frac{d^2 \delta}{dt^2} \\ & + 2\xi \frac{d\xi}{dt} \left(\frac{\pi \rho_f h}{6} + \frac{\pi \rho_c \delta}{10 \varepsilon_D (1 - \varepsilon_D)} \right) \frac{d\delta}{dt} \\ & + \frac{\pi \rho_c \xi^2}{10 \varepsilon_D (1 - \varepsilon_D)} \left(\frac{d\delta}{dt} \right)^2 \\ & + 2\bar{D} \frac{\delta (\xi - 2r_p)^2}{\xi^4} + 4\bar{A} \frac{\delta^3 (\xi - 2r_p)^6}{\xi^8} \\ & + \frac{\pi q \xi^2}{3} = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

با اصل بقای اندازه حرکت خطی می توان ξ را محاسبه کرد:

$$M_0 V_0 = M_0 V_1 + \frac{\pi \rho_f h \xi^2}{3} V_1 + \frac{\pi \rho_c \delta \xi^2}{6 \varepsilon_D (1 - \varepsilon_D)} V_1 \quad (19)$$

$$\xi^2 = \frac{M_0 (V_0 - V_1)}{\left[\frac{\pi \rho_f h}{3} + \frac{\pi \rho_c \delta}{6 \varepsilon_D (1 - \varepsilon_D)} \right] V_1} \quad (20)$$

با قرار دادن معادله ۲۰ در معادله ۱۸ تمامی جملات آن برحسب δ می شود. با توجه به وجود مشتق دوم زمانی، دو شرط اولیه برای حل معادله دیفرانسیل به دست آمده مورد نیاز خواهد بود. در اولین لحظه تماس گلوله با هدف، مقداری از هدف که در تماس با پیشانی گلوله قرار دارد، حرکت نکرده، اما سرعت اولیه ای خواهد گرفت که از بقای مومنتم خطی تعیین می گردد:

$$\delta(0) = 0 \quad (21)$$

$$\frac{d\delta}{dt}(0) = M_0 V_0 / (M_0 + \frac{\pi \rho_f h}{3} \left(\frac{r_p}{2}\right)^2) \quad (22)$$

از آنجا که معادله ۱۸ در گروه معادلات دیفرانسیل کلاسیک قرار نمی گیرد، از روش های عددی برای حل آن استفاده خواهد شد. تحلیل فرآیند نفوذ، تنها بر مبنای حل این معادله نمی باشد، بلکه در حین نفوذ می بایست مکانیزم های تخریب کامپوزیت را نیز مورد توجه قرار داد. این مرحله تا زمانی ادامه دارد که کامپوزیت جلویی دچار شکست شود.

همچنین نیروی تماسی میان گلوله و هدف در هر لحظه برابر است با:

$$F(t) = -M_0 \frac{d^2 \delta}{dt^2} \quad (23)$$

۳-۱-۲- مرحله دوم نفوذ

در این مرحله صفحه رویی دچار شکست شده است و هسته در حال فشرده شدن می باشد. این مرحله تا زمانی ادامه دارد که هسته دچار برش شود. انرژی جنبشی در این مرحله شامل انرژی جنبشی پرتابه و جرم مؤثر

است. در شکل ۸ درجات آزادی مدل تحلیلی در تغییر شکل موضعی و سراسری نشان داده شده است.

برای تمامی سیستم های پایستار معادله انرژی برابر است با:

$$L = T - \Pi \quad (4)$$

که در آن T و Π به ترتیب انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل سیستم می باشد و هر دو انرژی تابعی از جابه جایی یعنی X هستند. همچنین طبق معادله لاگرانژ خواهیم داشت:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{V}} \right) - \frac{\partial L}{\partial X} = 0 \quad (5)$$

که در آن $V = dX/dt$ یا سرعت می باشد. در مرحله اول انرژی جنبشی شامل انرژی جنبشی پرتابه، کامپوزیت جلویی و هسته می باشد.

$$T = \frac{1}{2} M_0 V_1^2 + \frac{1}{2} m_f V_1^2 + \frac{1}{2} m_c V_1^2 \quad (6)$$

که در آن V_1 سرعت لحظه ای پرتابه، M_0 جرم پرتابه، m_f جرم مؤثر کامپوزیت و m_c جرم مؤثر هسته می باشد. محاسبه جرم مؤثر کامپوزیت و جرم مؤثر هسته به ترتیب در پیوست ۸-الف و پیوست ۸-ب بیان شده است.

انرژی پتانسیل سیستم Π شامل انرژی کرنشی الاستیک رویه جلویی U_I و کار پلاستیک هسته به علت فشرده شدن لانه زنبوری D_p می باشد.

$$\Pi = U_I + D_p \quad (7)$$

فرض می شود تغییر شکل داخل صفحه در مقایسه با تغییر شکل خمشی قابل صرف نظر کردن است. انرژی کرنشی ورق کامپوزیتی از روابط کلاسیک تئوری ورق و پوسته برابر است با [۱۵]:

$$\begin{aligned} U_I = \frac{1}{2} \int_S & [D_{11} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + 2D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_{22} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \\ & + 4D_{66} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2] dS + \frac{1}{8} \int_S [A_{11} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^4 \\ & + A_{22} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^4 + (2A_{12} \\ & + 4A_{66}) \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2] dS \end{aligned} \quad (8)$$

که در آن D_{ij} و A_{ij} سفتی خمشی و سفتی غشایی کامپوزیت می باشد.

از آنجایی که رویه کامپوزیتی در اثر اثابت گلوله تغییر فرم نسبتاً زیادی می دهد و پس از تغییر فرم در وضعیت غشایی قرار می گیرد، پروفیل تغییر فرم سازه با توجه به شکل هندسی آن، با معادله ۹ تعریف می گردد:

$$w(x, y) = \begin{cases} \delta_0 & 0 \leq x \leq r_p, 0 \leq y \leq r_p \\ \delta_0 \left(1 - \frac{2x}{a}\right)^2 \left(1 - \frac{2y}{a}\right)^2 & r_p \leq x \leq \frac{a}{2}, r_p \leq y \leq \xi \end{cases} \quad (9)$$

که در آن δ خیز صفحه ساندویچی در زیر گلوله می باشد. مقدار δ_0 را می توان با استفاده از شرایط یکی از لبه های محل تماس گلوله (به عنوان مثال لبه $((0, r_p))$ تعیین نمود:

$$\begin{aligned} w(r_p, 0) &= \delta_0 \left(1 - \frac{2r_p}{a}\right)^2 (1 - 0) = \delta \\ \delta_0 &= \frac{\delta}{\left(1 - \frac{2r_p}{a}\right)^2} \end{aligned} \quad (10)$$

با جایگزینی معادله ۹ در معادله ۸ انرژی کرنشی صفحه کامپوزیتی برابر است با [۶]:

$$U_I = \bar{D} \frac{\delta^2 (\xi - 2r_p)^2}{\xi^4} + \bar{A} \frac{\delta^4 (\xi - 2r_p)^6}{\xi^8} \quad (11)$$

$$\bar{D} = \frac{32[9(D_{11} + D_{22}) + 10(D_{12} + 8D_{66})]}{45} \quad (12)$$

$$\bar{A} = \frac{8[196(A_{11} + A_{22}) + 360(A_{12} + 2A_{66})]}{2205} \quad (13)$$

هسته لانه زنبوری، هر دو انرژی کرنشی الاستیک و پلاستیک را در مرحله اول

هسته می باشد بنابراین:

$$T = \frac{1}{2} M_0 V_1^2 + \frac{1}{2} m_c V_1^2 \quad (24)$$

که در آن m_c جرم مؤثر هسته در ناحیه پلاستیک می باشد. جرم مؤثر در این مرحله برابر جرم استوانه از هسته به شعاع r_p می باشد. از آنجایی که موج پلاستیک مسافت $C_p t$ را طی می کند، جرم مؤثر هسته برابر $m_c = \pi r_p^2 \rho_c C_p t / (1 - \varepsilon_D)$ می باشد.

انرژی پتانسیل سازه در این مرحله انرژی کار پلاستیک هسته است.

$$\Pi = \pi r_p^2 q \delta \quad (25)$$

با قرار دادن معادله های ۲۴ و ۲۶ در معادله لاگرانژ خواهیم داشت:

$$\left(M_0 + \frac{\pi r_p^2 \rho_c C_p t}{(1 - \varepsilon_D)} \right) \frac{d^2 \delta}{dt^2} + \frac{\pi r_p^2 \rho_c C_p}{(1 - \varepsilon_D)} \frac{d \delta}{dt} + \pi r_p^2 q = 0 \quad (26)$$

با جایگزینی C_p از معادله ب-۱ داریم:

$$\left(M_0 + \frac{\pi r_p^2 \rho_c \delta}{(1 - \varepsilon_D)} \right) \frac{d^2 \delta}{dt^2} + \frac{\pi r_p^2 \rho_c}{(1 - \varepsilon_D)} \left(\frac{d \delta}{dt} \right)^2 + \pi r_p^2 q = 0 \quad (27)$$

معادله ۲۷ یک معادله غیرخطی مرتبه ۲ بر حسب δ می باشد. سرعت و جابه جایی اولیه برای حل معادله از وضعیت نهایی مرحله اول نفوذ به دست می آید. در این مرحله، از مکانیزم برش لانه زنبوری برای حل این معادله استفاده می شود.

۳-۱-۳- مرحله سوم نفوذ

در این مرحله لانه زنبوری به صورت موضعی فشرده شده و رویه پشتی دچار تغییر شکل می شود و جدایش بین هسته و لانه زنبوری اتفاق می افتد. در این مرحله دو درجه آزادی برای توصیف مکانیزم نفوذ وجود دارد. X_1 حرکت پرتابه و هسته را مشخص می کند و X_2 حرکت رویه پشتی را نشان می دهد. انرژی جنبشی گلوله در این مرحله شامل انرژی جنبشی پرتابه، انرژی جنبشی هسته و انرژی جنبشی کامپوزیت پشتی می باشد.

$$T = \frac{1}{2} M_0 V_1^2 + \frac{1}{2} m_c V_1^2 + \frac{1}{2} m_f V_2^2 \quad (28)$$

که در آن $V_1 = dX_1/dt$ ، $V_2 = dX_2/dt$ ، $m_c = \pi r_p^2 \rho_c C_p t / (1 - \varepsilon_D)$ و $m_f = \pi r_p^2 \rho_c \delta / 6$ می باشد. در این مرحله ξ میزان تغییر شکل جانبی در رویه پشتی است.

انرژی پتانسیل سازه در این مرحله شامل انرژی له شدگی لانه زنبوری، انرژی خمشی و غشایی رویه کامپوزیتی پشتی می باشد.

$$\Pi = \pi r_p^2 q (X_1 - X_2) + \bar{D} \frac{(\xi - 2r_p)^2}{\xi^4} X_2^2 + \bar{A} \frac{(\xi - 2r_p)^6}{\xi^8} X_2^4 \quad (29)$$

با اعمال معادله لاگرانژ دو معادله به صورت زیر به دست می آید.

$$\left(M_0 + \frac{\pi r_p^2 \rho_c C_p t}{(1 - \varepsilon_D)} \right) \frac{d^2 X_1}{dt^2} + \frac{\pi r_p^2 \rho_c C_p}{(1 - \varepsilon_D)} \frac{d X_1}{dt} + \pi r_p^2 q = 0 \quad (30)$$

$$\frac{\pi r_p^2 h \xi^2}{6} \frac{d^2 X_2}{dt^2} + \frac{\pi r_p^2 h}{6} \frac{d X_1}{dt} \left(2 \xi \frac{d \xi}{dt} \right) + 2 \bar{D} \frac{(\xi - 2r_p)^2}{\xi^4} X_2 + 4 \bar{A} \frac{(\xi - 2r_p)^6}{\xi^8} X_2^3 - \pi r_p^2 q = 0 \quad (31)$$

همچنین از قانون بقای اندازه حرکت خطی داریم:

$$\left(M_0 + \frac{\pi r_p^2 \rho_c \delta_{II}}{(1 - \varepsilon_D) \varepsilon_D} \right) V_{II} = \left(M_0 + \frac{\pi r_p^2 \rho_c (X_1 - X_2)}{(1 - \varepsilon_D) \varepsilon_D} \right) V_I + \frac{\pi r_p^2 h}{3} \xi^2 V_2 \quad (32)$$

که در آن δ_{II} و V_{II} جابه جایی و سرعت پرتابه در انتهای مرحله دوم می باشد. ξ با استفاده از معادله ۳۲ به صورت زیر محاسبه می شود.

$$\xi^2 = \frac{3}{\pi r_p^2 h V_2} \left[\left(M_0 + \frac{\pi r_p^2 \rho_c \delta_{II}}{(1 - \varepsilon_D) \varepsilon_D} \right) V_{II} - \left(M_0 + \frac{\pi r_p^2 \rho_c (X_1 - X_2)}{(1 - \varepsilon_D) \varepsilon_D} \right) V_I \right] \quad (33)$$

برای حذف ξ از معادله ۳۱، معادله ۳۳ در آن قرار داده می شود. همچنین با جایگزینی C_p از معادله ب-۱، معادله های ۳۰ و ۳۱ به صورت زیر نوشته می شوند:

$$\left(M_0 + \frac{\pi r_p^2 \rho_c (X_1 - X_2)}{(1 - \varepsilon_D) \varepsilon_D} \right) \frac{d^2 X_1}{dt^2} + \frac{\pi r_p^2 \rho_c}{(1 - \varepsilon_D) \varepsilon_D} \left(\frac{d X_1}{dt} \right)^2 + \pi r_p^2 q = 0 \quad (34)$$

$$\frac{\pi r_p^2 \rho_c}{2(1 - \varepsilon_D) \varepsilon_D} V_1 V_2 + 2 \bar{D} \frac{(\xi - 2r_p)^2}{\xi^4} X_2 + 4 \bar{A} \frac{(\xi - 2r_p)^6}{\xi^8} X_2^3 - \pi r_p^2 q = 0 \quad (35)$$

معادلات حرکت در این مرحله تا زمانی قابل استفاده است که موج پلاستیک از لانه زنبوری عبور کرده و به کامپوزیت پشتی برسد. بنابراین شرط رسیدن موج پلاستیک به رویه پشتی برابر است با:

$$H - (X_1 - X_2) = C_p t = \frac{V_1}{\varepsilon_D} t \quad (36)$$

این شرط برای حل معادلات ۳۴ و ۳۵ کافی است و نیازی به استفاده از معیارهای تخریب نمی باشد.

۳-۱-۴- مرحله چهارم نفوذ

این مرحله، مرحله پایانی نفوذ است که رویه کامپوزیتی پشتی تخریب می شود و پرتابه از سازه ساندویچی خارج می گردد. انرژی جنبشی در این مرحله برابر است با:

$$T = \frac{1}{2} (M_0 + m_p) V_2^2 + \frac{1}{2} m_f V_2^2 \quad (37)$$

که در آن m_p و m_f به ترتیب جرم پلاگ و جرم مؤثر رویه کامپوزیتی می باشد. جرم پلاگ برابر $m_p = \pi r_p^2 \rho_c H$ و جرم مؤثر رویه کامپوزیتی $m_f = \pi r_p^2 h \xi^2 / 6$ می باشد.

انرژی پتانسیل سیستم در این مرحله شامل انرژی خمشی و غشایی رویه پشتی است.

$$\Pi = \bar{D} \frac{(\xi - 2r_p)^2}{\xi^4} X_2^2 + \bar{A} \frac{(\xi - 2r_p)^6}{\xi^8} X_2^4 \quad (38)$$

با قرار دادن معادله ۳۷ و ۳۸ در معادله لاگرانژ داریم:

$$\left(M_0 + m_p + \frac{\pi r_p^2 h \xi^2}{6} \right) \frac{d^2 X_2}{dt^2} + \frac{\pi r_p^2 h}{6} \left(2 \xi \frac{d \xi}{dt} \right) \frac{d X_2}{dt} + 2 \bar{D} \frac{(\xi - 2r_p)^2}{\xi^4} X_2 + 4 \bar{A} \frac{(\xi - 2r_p)^6}{\xi^8} X_2^3 - \pi r_p^2 q = 0 \quad (39)$$

از قانون بقای اندازه حرکت خطی داریم:

$$(M_0 + m_p) V_{III} + \frac{\pi r_p^2 h}{3} \xi_{III}^2 V_{III} = \left(M_0 + m_p + \frac{\pi r_p^2 h}{3} \xi^2 \right) V_2 \quad (40)$$

که V_{III} ، V_{III} و ξ_{III} سرعت ها و جابه جایی در انتهای مرحله سوم نفوذ می باشد. بنابراین برابر است با:

$$\xi^2 = \frac{3}{\pi r_p^2 h V_2} \left[(M_0 + m_p) V_{III} + \frac{\pi r_p^2 h}{3} \xi_{III}^2 V_{III} - (M_0 + m_p) V_2 \right] \quad (41)$$

با قرار دادن معادله ۴۱ در معادله ۳۹ داریم:

$$(M_0 + m_p) \frac{d^2 X_2}{dt^2} + 2 \bar{D} \frac{(\xi - 2r_p)^2}{\xi^4} X_2 + 4 \bar{A} \frac{(\xi - 2r_p)^6}{\xi^8} X_2^3 - \pi r_p^2 q = 0 \quad (42)$$

شرایط اولیه جابه جایی و سرعت اولیه برای حل معادله ۴۲ از مرحله سوم محاسبه می شود. همچنین در حین نفوذ می بایست مکانیزم های تخریب کامپوزیت را نیز مورد توجه قرار داد. با حل این معادله سرعت خروجی پرتابه از سازه ساندویچی محاسبه می شود.

۳-۱-۵- تخریب قسمت کامپوزیتی

رابطه برور و لاگس در حالت دوبعدی به عنوان معیار تخریب قسمت کامپوزیتی انتخاب شده است. با توجه به اینکه کامپوزیت مورد استفاده دارای بافت دوبعدی می باشد و تمامی خواص دو جهت آن یکسان است، معیار تخریب مورد استفاده برابر خواهد شد با [۱۶]:

$$R_{del}^{top} = \frac{P_d}{2\pi h(ILSS)_C} \quad (51)$$

که در آن $ILSS$ استحکام برشی بین لایه های می باشد. به همین ترتیب، شعاع ناحیه جدایش بین رویه و هسته، برحسب استحکام برشی بین لایه های فصل مشترک کامپوزیت و لانه زنبوری بیان می گردد:

$$R_{deb}^{top} = \frac{P_d}{2\pi h(ILSS)_{C/H}} \quad (52)$$

انرژی و مساحت مربوط به لایه شدگی هر لایه برابر است با [۱۹]:

$$E_{del}^{top} = A_{del}^{top} G_{IIC}^C \quad (53)$$

$$A_{del}^{top} = \pi(R_{del}^{top})^2 \quad (54)$$

و به همین ترتیب، انرژی و مساحت ناحیه جدایش:

$$E_{deb}^{top} = A_{deb}^{top} G_{IIC}^{C/H} \quad (55)$$

$$A_{deb}^{top} = \pi(R_{deb}^{top})^2 \quad (56)$$

۳-۱-۸- لایه شدگی و جدایش بین لایه های در رویه پشتی

لایه شدگی در رویه پشتی مشابه رویه جلویی اتفاق می افتد. به طوری که رابطه ۵۰ برای نیروی مورد نیاز جهت لایه شدگی رویه پشتی صدق می کند. اما در جدایش هسته و رویه پشتی چقرمگی شکست بین لایه های مود یک می باشد و مساحت ناحیه ای که جدایش اتفاق می افتد متفاوت است. (در آزمایش های بالستیک رویه پشتی کاملاً از لانه زنبوری جدا می شود) بنابراین شعاع لایه شدگی کامپوزیت پشتی برابر است با:

$$R_{del}^{bot} = \frac{P_d}{2\pi h(ILSS)_C} \quad (57)$$

شعاع ناحیه جدایش بین رویه پشتی و لانه زنبوری، برابر است با:

$$R_{deb}^{bot} = \frac{a}{2} \quad (58)$$

انرژی و مساحت مربوط به لایه شدگی هر لایه برابر است با [۱۹]:

$$E_{del}^{bot} = A_{del}^{bot} G_{IIC}^C \quad (59)$$

$$A_{del}^{bot} = \pi(R_{del}^{bot})^2 \quad (60)$$

و به همین ترتیب، انرژی و مساحت ناحیه جدایش:

$$E_{deb}^{bot} = A_{deb}^{bot} G_{IIC}^{C/H} \quad (61)$$

$$A_{deb}^{bot} = \pi \frac{a^2}{4} \quad (62)$$

۳-۱-۹- انرژی شکست رویه پشتی

در آزمایش های بالستیک هنگام عبور گلوله از کامپوزیت پشتی شکافی به وجود می آید (شکل ۴). حداقل شکاف مورد نیاز برای نفوذ گلوله، طولی برابر $r_p \sqrt{2}$ دارد. در شکل ۹ طول ترک برای نفوذ در رویه پشتی مشخص است.

با توجه به شکل ۹ چهار ترک به طول L وجود دارد. این ترک ها در مود سه ایجاد می شوند و انرژی مورد نیاز برای ایجاد ترک ها برابر است با [۱۸].

$$E_{cr} = 4hLG_{IIC}^C \quad (63)$$

۳-۲- مقادیر چقرمگی شکست

مقادیر چقرمگی شکست رویه های کامپوزیتی بستگی به جنس الیاف، نوع اپوکسی و مقاومت برشی بین لایه های کامپوزیت دارد. به علت عدم توانایی محاسبه و یا اندازه گیری چقرمگی شکست، به صورت تقریبی این مقادیر از مرجع [۲۰، ۲۱] تقریب زده شده است. مقادیر چقرمگی شکست مود یک، دو و سه برای کامپوزیت شیشه/اپوکسی به ترتیب برابر 850 J/m^2 ، 2870 J/m^2 و 1480 J/m^2 است.

به علت نزدیک بودن مقدار مقاومت برشی در رویه های کامپوزیتی و مقاومت برشی بین رویه ها و هسته ($ILSS$) می توان به صورت تقریبی $10 - 20$ درصد مقادیر چقرمگی شکست کامپوزیت شیشه/اپوکسی را برای چقرمگی

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{12}}\right)^2 = 1 \quad (43)$$

که در آن X_T و S_{12} به ترتیب مقاومت کششی طولی و مقاومت برشی کامپوزیت می باشد. نحوه محاسبه تنش ها و کرنش ها برای رویه کامپوزیتی در پیوست ۸- پ آورده شده است.

با قرار دادن روابط پ-۶ و پ-۷ در معادله ۴۳ داریم:

$$\frac{4h^2\delta^2}{\xi^4} \left\{ \frac{1}{X_T^2} \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{2r_p}{\xi}\right)^2} Q_{11} + Q_{12} \right]^2 + \frac{1}{S_{12}^2} \left[\frac{2}{\left(1 - \frac{2r_p}{\xi}\right)} Q_{66} \right]^2 \right\} = 1 \quad (44)$$

هنگامی که معادله ۴۴ برقرار باشد کامپوزیت دچار تخریب شده است و بایستی انرژی مورد نیاز تخریب کامپوزیت محاسبه شود. در این حالت، قسمت کامپوزیتی به وسیله لبه گلوله بریده شده و پیشانی گلوله، قسمت بریده شده را خرد خواهد نمود. انرژی مورد نیاز چنین تخریبی می تواند با استفاده از حاصل ضرب انرژی مربوط به شکست در واحد حجم ماده کامپوزیتی در حجم حفره ایجاد شده، هنگام عبور گلوله، بیان گردد [۱۷]:

$$E_t = n_t e_t \pi r_p^2 h \quad (45)$$

که n_t تعداد لایه های کامپوزیت و e_t انرژی لازم برای شکست کامپوزیت می باشد و برابر مساحت زیر نمودار تنش کرنش در آزمایش کشش است.

۳-۱-۶- برش قسمت لانه زنبوری

با افزایش نیروی تماس، قسمت لانه زنبوری دچار برش می گردد. نیروی بحرانی برای برش لانه زنبوری برابر است با [۱۸]:

$$P_{cr} = 2\pi r_p (C_e t - \delta) \tau_{cr} \quad (46)$$

که τ_{cr} استحکام برشی نهایی لانه زنبوری است. پس از تخریب رویه کامپوزیتی نیروی منتقل شده از طریق هسته لانه زنبوری برابر است با:

$$P_c = \pi r_p^2 \left(q + \frac{\rho_c V_1^2}{\varepsilon_D} \right) \quad (47)$$

بنابراین معیار برش لانه زنبوری با استفاده از معادله های ۴۶ و ۴۷ برابر است با:

$$V_1 = \sqrt{\frac{\varepsilon_D \left(\frac{2(C_e t - \delta) \tau_{cr} - q r_p}{r_p} \right)}{\rho_c}} \quad (48)$$

انرژی جذب شده در برش لانه زنبوری با معادله ۴۹ محاسبه می گردد [۱۸].

$$E_{sh} = P_{cr} \bar{H} = 2\pi r_p (C_e t - \delta)^2 \tau_{cr} \quad (49)$$

۳-۱-۷- لایه شدگی و جدایش بین لایه های در رویه جلویی

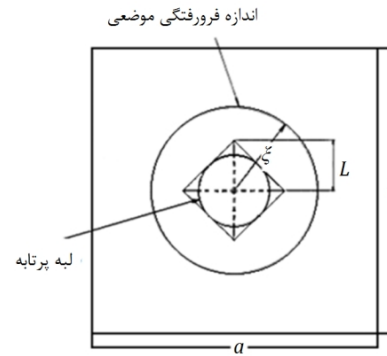
پیش روی گلوله سبب خمش هدف و تمایل لایه ها به لغزش روی یکدیگر می شود. با افزایش تدریجی نیروی تماسی میان گلوله و هدف، لایه شدگی اتفاق می افتد. این نوع از لایه شدگی، ماهیت لغزشی داشته و ناشی از تنش های برشی می باشد. نیروی مورد نیاز برای ایجاد لایه شدگی از رابطه تقریبی دیویس به دست می آید [۱۹].

$$P_d = \sqrt{\frac{8\pi^2 E_{av} h^3}{9(1 - \nu^2)}} G_{IIC} \quad (50)$$

که در آن P_d نیروی مورد نیاز برای لایه شدگی، G_{IIC} چقرمگی شکست مود دو و E_{av} مدول الاستیسیته متوسط می باشد. برحسب اینکه لایه شدگی بین لایه های کامپوزیتی، یا جدایش میان لانه زنبوری و کامپوزیت مورد نظر باشد، چقرمگی شکست بین لایه های مود دو (برشی)^۱ مربوط به هر قسمت در رابطه بالا قرار می گیرد. شعاع لایه شدگی برحسب نیروی لازم برای این پدیده و استحکام برشی بین لایه های قسمت کامپوزیتی بیان می گردد [۱۹]:

1- Mode II interlaminar (shear) fracture toughness

شکست بین هسته و رویه‌ها در نظر گرفت (سطح تماس بین هسته و رویه‌ها ۱۰۰ درصد نمی‌باشد و در حدود ۱۰-۲۰ درصد با هم در تماس می‌باشند) [۱۸، ۲۲].



شکل ۹ کوچکترین طول ترک برای نفوذ پرتابه در رویه پستی [۱۸]

۳-۳- تأثیرات نرخ کرنش در خواص مکانیکی مواد

به علت اینکه آزمایش نفوذ در سرعت بالا انجام شده است، تأثیر نرخ کرنش باید لحاظ شود. نرخ کرنش در حوزه بالستیک این تحقیق، حدود 10^4 تا 10^5 s^{-1} می‌باشد. پژوهش‌های گسترده‌ای در زمینه وابستگی خواص مکانیکی کامپوزیت به نرخ کرنش انجام گردیده است. تحقیقات آرمناکاس و سیامارلا، بیان‌گر افزایشی در حدود ۵۰٪ در استحکام کامپوزیت شیشه/پوکسی در نرخ کرنش 10^4 تا 10^5 s^{-1} نسبت به مقادیر متناظر استاتیکی می‌باشد [۲۳]. بدین ترتیب به منظور اعمال اثر نرخ کرنش، مقادیر استحکام به دست آمده از آزمون‌های خواص مکانیکی استاتیکی، به میزان ۵۰٪ افزایش خواهد یافت.

همچنین حساسیت تنش مچاله‌شوندگی لانه‌زنبوری در محدوده نرخ کرنش مورد نظر نیز باید در نظر گرفته شود. در مرجع [۲۴] با انجام آزمایش‌های دینامیکی نشان داده شده است که تنش مچاله‌شدگی لانه‌زنبوری حدود ۳۰-۲۵ درصد بیش‌تر از حالت استاتیکی است.

۳-۴- روش حل

به علت پیچیدگی معادله‌ها در هر مرحله می‌بایست از روش عددی برای حل استفاده نمود. روش رانگ-کوتا برای حل این معادله‌ها مناسب به نظر رسیده و از آن استفاده می‌گردد. در این روش، زمان حل به تعدادی گام زمانی تقسیم می‌گردد. با توجه به شرایط اولیه (جابجایی و سرعت)، شتاب در انتهای گام زمانی اول محاسبه شده و از روی آن، سرعت و جابجایی در انتهای گام زمانی دوم تعیین می‌گردد. این روند تا انتهای حل معادله دیفرانسیل مورد نظر، ادامه دارد. فرآیند حل تحلیلی در چهار مرحله اجرا خواهد شد:

مرحله اول: از آغاز تماس گلوله و هدف تا پارگی قسمت کامپوزیتی

مرحله دوم: از پارگی قسمت کامپوزیتی تا برش لانه‌زنبوری

مرحله سوم: از برش لانه‌زنبوری تا جدایش رویه پستی

مرحله چهارم: پارگی کامپوزیت پستی و خروج پرتابه

به کمک شرایط اولیه، حل عددی معادله دیفرانسیل حاکم بر مرحله اول، آغاز می‌گردد. مجهول اصلی، تغییر فرم مرکز سازه، یا میزان حرکت گلوله در هدف می‌باشد. از آنجا که در طی فرآیند نفوذ، گلوله به هدف اتصال دارد، لذا مقادیر سینماتیکی آن‌ها با یکدیگر برابر خواهد بود. نیروی تماسی نیز در هر گام محاسبه می‌گردد. هنگامی که شرط تخریب کامپوزیت در معادله ۴۴ برقرار شود، این مرحله از حل خاتمه می‌یابد و باید انرژی تخریب کامپوزیت از انرژی جنبشی پرتابه کم شود. همچنین اگر نیروی تماسی به نیروی مورد نیاز برای

لایه‌شدگی و یا جدایش بین هسته و کامپوزیت جلویی برسد، مقدار انرژی لایه‌شدگی و جدایش هسته و رویه بایستی از انرژی جنبشی پرتابه کم شود.

$$\frac{1}{2} M_0 V_l^2 - E_t - E_{del}^{top} - E_{dob}^{top} = \frac{1}{2} M_0 V_{lr}^2 \quad (64)$$

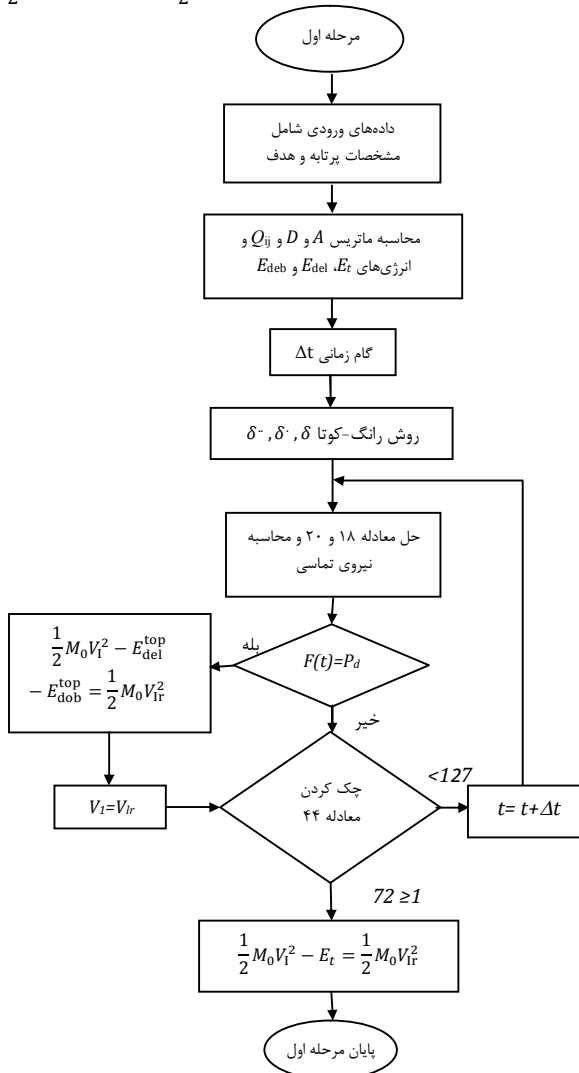
سرعت و جابجایی پرتابه در انتهای این مرحله به عنوان شرایط اولیه مرحله دوم مورد استفاده قرار می‌گیرد. شکل ۱۰ روند محاسباتی مرحله اول را نشان می‌دهد. سایر مراحل نیز مشابه مرحله اول می‌باشد و باید معادلات مربوط به هر مرحله جایگزین شود.

به کمک نتایج به دست آمده از مرحله اول که به عنوان شرایط اولیه مرحله دوم استفاده می‌شود، حل عددی معادله دیفرانسیل مرحله دوم، آغاز می‌گردد. در این مرحله به منظور تعیین لحظه برش لانه‌زنبوری، شرط برش در معادله ۴۸ در هر گام بررسی می‌شود و به محض ارضای شرط برش لانه‌زنبوری، این مرحله از حل نیز پایان می‌پذیرد و بایستی انرژی برش لانه‌زنبوری از انرژی جنبشی پرتابه کم شود.

$$\frac{1}{2} M_0 V_{II}^2 - E_{sh} = \frac{1}{2} M_0 V_{III}^2 \quad (65)$$

مرحله سوم دارای دو معادله دیفرانسیل است. شرط خاتمه این مرحله معادله ۳۶ است. اگر نیروی تماسی به نیروی مورد نیاز برای جدایش هسته و رویه پستی برسد، بایستی انرژی جدایش بین هسته و رویه پستی از انرژی جنبشی پرتابه کم شود.

$$\frac{1}{2} M_0 V_{2III}^2 - E_{dob}^{bot} = \frac{1}{2} M_0 V_{2III}^2 \quad (66)$$



شکل ۱۰ فلورچارت مرحله اول حل

۴- مدل عددی

مدل سازی هندسی شامل سه قسمت پرتابه، لایه های کامپوزیتی و هسته لانه زنبوری می باشد. در سازه ساندویچی هسته لانه زنبوری به صورت سطح و رویه های کامپوزیتی و پرتابه به صورت حجم مدل شده است. المان shell 163 که یک المان چهار گرهی است و توانایی عملکرد هم به صورت غشایی و هم به صورت خمشی را دارد، برای مش بندی لانه زنبوری استفاده شده است. المان حجمی solid 164 برای مش بندی رویه های کامپوزیتی و پرتابه استفاده شده است. این المان به صورت هشت گرهی و شکل هندسی آن به فرم شش وجهی می باشد. استفاده از المان حجمی، این امکان را ایجاد می کند که لایه ها و اجزاء به دقت روی یکدیگر بنا شوند و پدیده هایی مانند لایه شدگی و پیامدهای ناشی از آن نیز به خوبی قابل مدل سازی می باشند با فرض صلب بودن گلوله مدل ماده MAT_RIGID* برای آن انتخاب شده است. برای آلومینیم از مدل ماده MAT_PLASTIC_KINEMATIC* که بر پایه الگوی رفتار مکانیکی کوپر-سیموندز می باشد، استفاده شده است. ضرایب مربوط به معادله کوپر-سیموندز برای آلومینیم در مرجع [۲۵] وجود دارد. برای کامپوزیت از مدل مکانیکی MAT_COMPOSITE_DAMAGE* استفاده شده است. معیار کرنش نهایی به عنوان شرط تخریب در این قسمت انتخاب شده است. با توجه به اینکه مدل ماده استفاده شده برای قسمت کامپوزیتی فاقد معیار تخریب می باشد، مدل ماده MAT_ADD_EROSION* به مدل ماده فوق ضمیمه شده است.

برای بیان مفهوم تماس بین قسمت های مختلف اجزاء تشکیل دهنده سازه ساندویچی، از الگوریتم تماس استفاده شده است. الگوریتم تماس CONTACT_ERODING_SURFACE_TO_SURFACE* برای بیان تماس گلوله و هر یک از لایه های هدف، الگوریتم CONTACT_TIEBREAK_SURFACE_TO_SURFACE* برای تماس لایه مجاور، الگوریتم CONTACT_AUTOMATIC_SURFACE_TO_SURFACE* برای جلوگیری از درهم فرو رفتن لایه های غیرمجاور و الگوریتم CONTACT_TIEBREAK_NODE_TO_SURFACE* برای بیان مفهوم تماس بین رویه های کامپوزیتی و هسته لانه زنبوری استفاده شد. شرایط مرزی با توجه به وضعیت تکیه گاه ها در آزمایش های تجربی، تکیه گاه گیردار است.

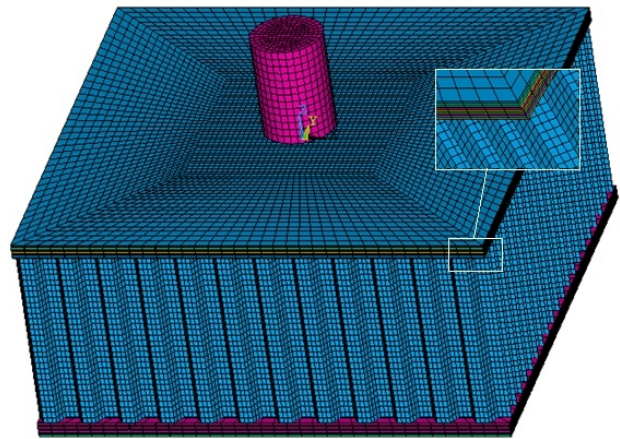
با افزایش تدریجی تعداد المان ها و ریزتر شدن آن ها، پاسخ های عددی دقیق تری به دست آمده و در نتایج به دست آمده، همگرایی دیده می شود. تعداد پنج فرم مش بندی با الگوی یکسان و تراکم المان های مختلف بررسی شد و پس از بررسی نتایج به دست آمده و همگرایی پاسخ ها، فرم نهایی مش بندی مطابق شکل ۱۱ انتخاب شده است.

۵- نتایج و بحث

۵-۱- نتایج به دست آمده از مدل تحلیلی

جدول ۵ مقادیر سرعت خروجی پرتابه برای سازه ساندویچی را توسط حل تحلیلی نشان می دهد.

سرعت حد بالستیک سازه ساندویچی در حل تحلیلی برابر ۱۵۵/۹۴ m/s می باشد و مدت زمان نفوذ گلوله به سازه ساندویچی در حل تحلیلی برای سرعت ورودی ۱۶۰ m/s در حدود ۴۰۰ میکروثانیه است. مشارکت مکانیزم های جذب انرژی برای سازه ساندویچی، در جدول ۶ ارائه شده است. در جدول ۶، مجموع انرژی های تغییر شکل سراسری و محلی سازه ساندویچی و له شدگی لانه زنبوری است. همچنین مجموع تمام انرژی هایی است که گلوله هنگام نفوذ در سازه ساندویچی از دست داده است. کل انرژی جذب شده توسط گلوله در حل تحلیلی ۱۰۳/۳۴ می باشد، که بیشترین مقدار



شکل ۱۱ مش بندی نهایی سازه ساندویچی

جدول ۵ سرعت خروجی پرتابه در حل تحلیلی

سرعت ورودی (m/s)	سرعت خروجی (m/s)
۱۹۰	۱۰۹/۳
۱۸۰	۹۰/۴
۱۷۰	۶۹/۶
۱۶۰	۳۵/۸

جدول ۶ درصد مشارکت مکانیزم های جذب انرژی در سرعت ۱۶۰ m/s

مکانیزم جذب انرژی	مقدار انرژی جذب شده (J)
لایه لایه شدن رویه های کامپوزیتی (E_{del})	۰/۷۳
جدایش بین رویه ها و هسته (E_{del})	۸/۵۲
انرژی تخریب کامپوزیت (E_t)	۱/۱۴
انرژی شکست کامپوزیت (E_{cr})	۱/۱۸
انرژی برش لانه زنبوری (E_{sh})	۱۷/۹۵
انرژی تغییر شکل سراسری و محلی ($E_{c/def}$)	۷۳/۵۵
انرژی کل (E_{tot})	۱۰۳/۳۴

در مرحله چهارم نفوذ، با ادامه حرکت گلوله، خیز سازه افزایش یافته و انرژی جنبشی گلوله به تدریج کاهش می یابد. هنگامی که شرط تخریب کامپوزیت در معادله ۴۴ برقرار شود این مرحله از حل خاتمه می یابد و باید انرژی تخریب و شکست کامپوزیت از انرژی جنبشی پرتابه کم شود. همچنین اگر نیروی تماسی به نیروی مورد نیاز برای لایه شدگی کامپوزیت پشتی برسد، مقدار انرژی لایه شدگی بایستی از انرژی جنبشی پرتابه کم شود.

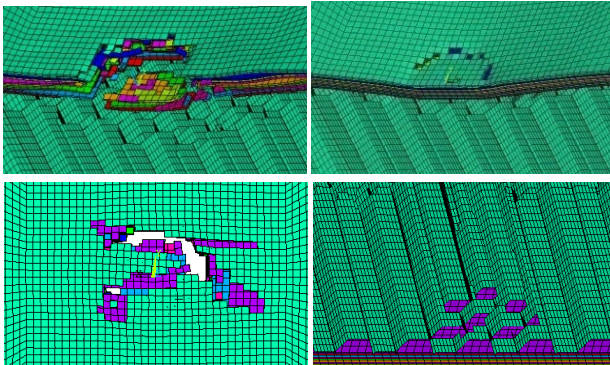
$$\frac{1}{2} M_0 V_{2IV}^2 - E_t - E_{del}^{bot} - E_{cr} = \frac{1}{2} M_0 V_{2IVr}^2 \quad (۶۷)$$

که در آن V_{2IVr} سرعت خروجی پرتابه است و سرعت بالستیک هدف برابر است با [۱۲]:

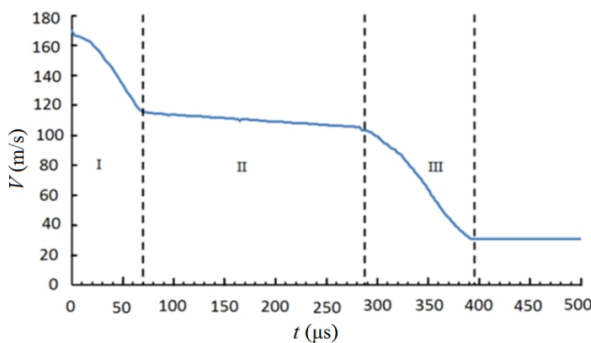
$$V_b = \frac{M_0}{M_0 + M_{plug}} \sqrt{V_0^2 - V_{rIV}^2} \quad (۶۸)$$

۵-۳- بررسی وابستگی روش حل به گام های زمانی و مکانی

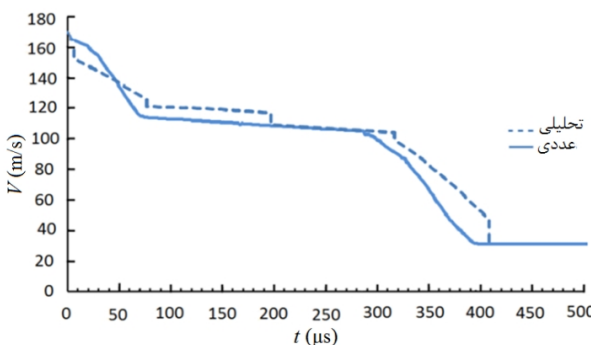
برای بررسی میزان وابستگی پاسخ به دست آمده به تعداد گام زمانی، نتایج خیز سازه در محل تماس با گلوله در سه حالت مورد توجه قرار گرفت و همگرایی پاسخ های به دست آمده، بررسی گردید. گام های زمانی به اندازه یک پنجم، یک دهم و یک بیستم زمان عبور موج عرضی از ضخامت سازه ساندویچی (معادله ۲) در نظر گرفته شد. با بررسی منحنی به دست آمده، گام زمانی برابر با یک بیستم زمان عبور موج عرضی از ضخامت سازه ساندویچی، پاسخ همگرایی ایجاد نموده و بدین ترتیب، مناسب به نظر می رسد.



شکل ۱۳ تغییر فرم مقطع سازه ساندویچی



شکل ۱۴ نمودار تغییرات سرعت گلوله نفوذکننده در حل عددی



شکل ۱۵ مقایسه تغییرات سرعت گلوله در حل تحلیلی و حل عددی

شکل ۱۴ نمودار تغییرات سرعت گلوله شلیک شده به سازه ساندویچی را نشان می‌دهد. نمودار تغییرات سرعت گلوله به سه قسمت تقسیم می‌شود. قسمت اول نفوذ در رویه جلویی است، قسمت دوم مربوط به هسته لانه زنبوری است و قسمت سوم نفوذ در رویه پشتی است.

۵-۳- مقایسه نتایج تجربی با مدل های تحلیلی و عددی

جدول ۸ مقایسه ای بین سرعت های حد بالستیک به دست آمده از سه روش تجربی، تحلیلی و عددی را نشان می‌دهد. روش تجربی، به عنوان مبنای مقایسه انتخاب شده است.

شکل ۱۵ تغییرات سرعت گلوله را برحسب زمان نفوذ در حل تحلیلی و حل عددی با هم نشان می‌دهد. همان طور که نمودار نشان می‌دهد، نتایج فاصله قابل قبولی از یکدیگر دارند.

۶- نتیجه گیری

در این مقاله مدل تحلیلی براساس مدل انشار موج و محاسبه انرژی جذب شده توسط مکانیزم های مختلف جذب انرژی برای نفوذ پرتابه های سرتخت در سازه ساندویچی با رویه های کامپوزیتی و هسته لانه زنبوری ارائه گردید. منابع

جذب انرژی به له شدگی لانه زنبوری و تغییر شکل سراسری و محلی سازه مربوط است و حدود ۷۱/۲٪ کل انرژی جذب شده توسط گلوله می‌باشد. همچنین ۱۷/۴٪ از کل انرژی صرف برش لانه زنبوری، ۸/۳٪ صرف جدایش بین رویه ها و هسته، ۱/۲٪ صرف شکست رویه پشتی، ۱/۱٪ صرف تخریب کامپوزیت و حدود ۰/۸٪ صرف لایه لایه شدگی رویه های کامپوزیتی شده است.

شکل ۱۲ تغییرات سرعت گلوله نفوذکننده به سازه ساندویچی را نشان می‌دهد. نمودار تغییرات سرعت گلوله به چهار مرحله تقسیم می‌شود. هنگام اتمام هر مرحله و قبل از ورود به مرحله بعد یک افت ناگهانی سرعت در منحنی دیده می‌شود. این افت های ناگهانی نشان دهنده مکانیزم های تخریبی است که در بخش ۳ بررسی شد. قسمت اول منحنی نشان دهنده نفوذ گلوله در رویه کامپوزیتی جلویی است، قسمت دوم مربوط به نفوذ در هسته لانه زنبوری است، قسمت سوم خمش رویه کامپوزیتی پشتی و له شدگی هسته را نشان می‌دهد و قسمت چهارم نفوذ در رویه پشتی کامپوزیتی را نشان می‌دهد.

۵-۲- نتایج به دست آمده از تحلیل عددی

سرعت خروجی به دست آمده برای سازه ساندویچی توسط مدل عددی در جدول ۷ فهرست گردیده است.

سرعت حد بالستیک سازه ساندویچی در حل عددی برابر ۱۶۷/۶۲ m/s می‌باشد. مدت زمان نفوذ گلوله به سازه ساندویچی در حل عددی برای سرعت ورودی ۱۷۰ m/s در حدود ۳۸۵ میکروثانیه است. در مدل عددی، امکان بررسی لحظه به لحظه پیش روی گلوله در هدف و تعقیب مقدار تخریب لحظه ای هدف وجود دارد.

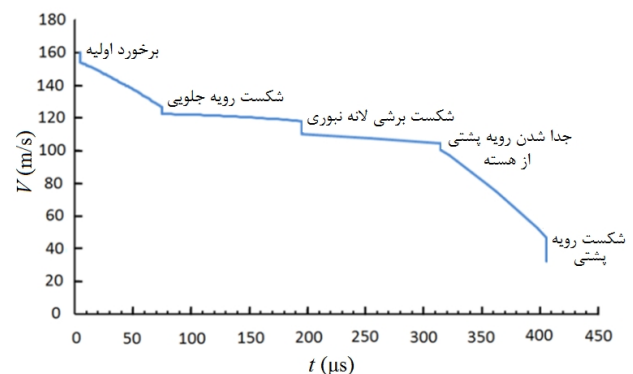
شکل ۱۳ میزان تخریب و تغییر فرم مقطع میانی هدف، نزدیک به سرعت حد بالستیک نشان می‌دهد. مدل اجزاء محدود تهیه شده، توانایی شبیه سازی پدیده جدایش بین لایه های و لایه شدگی را دارا می‌باشد. در مدل عددی، رویه کامپوزیتی جلوی هدف، به شکل پلاگ و رویه پشتی به شکل پتال بریده شده است.

جدول ۷ سرعت خروجی پرتابه هنگام نفوذ در حل عددی

سرعت ورودی (m/s)	سرعت خروجی (m/s)
۱۹۰	۹۰/۳
۱۸۰	۶۱/۷
۱۷۰	۲۸/۳

جدول ۸ مقایسه سرعت حد بالستیک برای روش های مختلف

حد بالستیک (m/s)	درصد اختلاف
تجربی تحلیلی	۱۶۷/۶۲
تجربی عددی	۱۵۵/۹۴
تحلیلی عددی	۴/۹۱
تجربی عددی و تحلیلی	۲/۱۵
تحلیلی و عددی	۶/۹۸



شکل ۱۲ تغییرات سرعت گلوله نفوذکننده برحسب زمان نفوذ در حل تحلیلی

تخریب و جذب انرژی ضربه بالستیک در سازه ساندویچی عبارت است از: تغییر فرم عمومی سازه (شامل حرکت دینامیکی هدف و تغییر فرم های خمشی و برشی)، لایه شدگی قسمت کامپوزیتی، جدایش میان قسمت کامپوزیتی و لانه زنبوری، شکست برشی هسته، له شدن هسته، کشیدگی الیاف، اصطکاک پرتابه و هدف، ایجاد پلاگ در رویه جلویی، شکل گیری پتال در رویه پشتی. این مکانیزم ها در بررسی الگوی تخریب نمونه های مورد آزمایش و نتایج تحلیل عددی قابل مشاهده است. منابع تغییر فرم و جذب انرژی در حل تحلیلی نیز بر مبنای موارد گذاشته شده است.

برش رویه های کامپوزیتی جلو و پشت هدف به فرم پلاگ و پتال در مدل عددی به خوبی دیده می شود. بعلاوه این مدل، توانایی شبیه سازی پدیده جدایش بین لایه های و لایه شدگی را دارا می باشد. همچنین با استفاده از روش عددی حاضر، می توان تخریب تدریجی قسمت های مختلف در اثر نفوذ گلوله را بررسی نمود. نتایج به دست آمده از هر سه روش، انطباق قابل قبولی با یکدیگر دارند.

۷- فهرست علائم

A_{deb}	مساحت ناحیه جدایش (m^2)
A_{del}	مساحت لایه شدگی (m^2)
C_d	سرعت انتشار موج در هسته لانه زنبوری (ms^{-1})
C_e	سرعت موج الاستیک در هسته لانه زنبوری (ms^{-1})
C_f	سرعت موج عرضی در رویه کامپوزیتی (ms^{-1})
C_p	سرعت موج پلاستیک در لانه زنبوری (ms^{-1})
e_t	انرژی شکست در واحد حجم کامپوزیت (Jm^{-3})
E_{av}	مدول الاستیسیته متوسط ($kgm^{-1}s^{-2}$)
E_c	مدول الاستیسیته هسته در حالت فشرده ($kgm^{-1}s^{-2}$)
$G_{Ic}, G_{IIc}, G_{IIIc}$	چقرمگی شکست مودیک، دو و سه (Jm^{-2})
h	ضخامت رویه کامپوزیتی (m)
h_e, h_p	ضخامت ناحیه الاستیک و پلاستیک (m)
H	ارتفاع هسته لانه زنبوری (m)
$ILSS$	استحکام برشی بین لایه ای ($kgm^{-1}s^{-2}$)
L_p	طول پرتابه (m)
m_c	جرم مؤثر هسته لانه زنبوری (kg)
m_f	جرم مؤثر رویه کامپوزیتی (kg)
n_t	تعداد لایه های کامپوزیتی
P_c	نیروی بحرانی برش لانه زنبوری ($kgms^{-2}$)
P_{del}	نیروی مورد نیاز برای ایجاد لایه شدگی ($kgms^{-2}$)
P_g	تابع مقاومت سراسری سازه ساندویچی ($kgm^{-1}s^{-2}$)
P_l	تابع مقاومت محلی رویه ها و هسته ($kgm^{-1}s^{-2}$)
q	تنش محاله شدگی لانه زنبوری ($kgm^{-1}s^{-2}$)
$\bar{Q}_{ij}$	اعضای ماتریس سفتی تک لایه
r_p	شعاع پرتابه (m)
T	انرژی جنبشی (J)
U	انرژی پتانسیل کرنشی (J)
w	فرورفتگی محلی (m)
W	فرورفتگی سراسری (m)
X_1	تغییر مکان مطلق رویه های کامپوزیتی (m)
X_2	تغییر مکان مطلق سازه ساندویچی (m)

علائم یونانی

δ	فرورفتگی (خیز) (m)
Δ	فرورفتگی سراسری (m)
ε_D	کرنش مجاله شوندگی
ρ_c	چگالی لانه زنبوری (kgm^{-3})
ρ_f	چگالی رویه های کامپوزیتی (kgm^{-3})
σ_D	مقاومت فشاری لانه زنبوری ($kgm^{-1}s^{-2}$)
τ_{cr}	مقاومت برشی هسته لانه زنبوری ($kgm^{-1}s^{-2}$)
ξ	میزان تغییر شکل جانبی محلی (m)
Ξ	میزان تغییر شکل جانبی سراسری (m)

۸- پیوست

۸-الف- محاسبه جرم مؤثر رویه های کامپوزیتی

با فرض یک میدان سرعت خطی جرم مؤثر کامپوزیت را می توان تقریب زد. پروفیل سرعت خطی با توجه به شرایط حاکم بر مسئله با استفاده از معادله الف-۱ تعریف می شود [۶].

$$\dot{w} = V_1 \left[1 - \frac{r}{\xi} \right] \quad (\text{الف-۱})$$

که در آن ξ تغییر شکل جانبی است و با گذشت زمان افزایش می یابد و تغییرات فرورفتگی در جهت حرکت پرتابه می باشد. با محاسبه انرژی جنبشی می توان جرم مؤثر کامپوزیت را محاسبه کرد.

$$L_f = 2\pi \int_0^\xi \rho_f h V_1 \left(1 - \frac{r}{\xi} \right) r dr = \frac{\pi \rho_f h}{3} \xi^2 V_1^2 \quad (\text{الف-۲})$$

$$T_f = \frac{1}{2} (2\pi) \int_0^\xi \rho_f h V_1 \left(1 - \frac{r}{\xi} \right)^2 r dr = \frac{\pi \rho_f h}{12} \xi^2 V_1^2 \quad (\text{الف-۳})$$

در معادله ۱۰، L_f مومنتوم خطی کامپوزیت می باشد. بنابراین جرم مؤثر کامپوزیت جلویی برابر است با:

$$m_f = \frac{\pi \rho_f h}{6} \xi^2 \quad (\text{الف-۴})$$

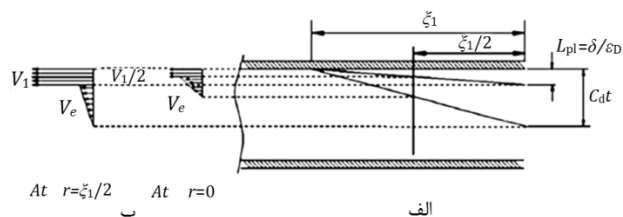
۸-ب- محاسبه جرم مؤثر هسته

محاسبه جرم مؤثر هسته دشوارتر از محاسبه جرم مؤثر رویه می باشد، زیرا سرعت ذرات هسته تابع رفتار الاستیک و پلاستیک می باشد. نواحی الاستیک و پلاستیک هسته در شکل ب-۱ نشان داده شده است. موج الاستیک مسافت $C_d t$ را می پیماید در حالی که موج پلاستیک مسافت $C_p t$ را می پیماید. همچنین از شکل ب-۱ خواهیم داشت:

$$C_p = \frac{V_1}{\varepsilon_D} \text{ و } \delta \approx V_1 t \quad (\text{ب-۱})$$

سرعت ذره در ناحیه الاستیک مانند سرعت ذره در رویه جلویی بررسی می شود. میدان سرعت در رویه جلویی توسط معادله الف-۱ بیان شده است. سرعت ناحیه الاستیک به مقدار تنش الاستیک بستگی دارد، که به صورت زیر محاسبه می شود [۶].

$$V = \frac{\sigma}{\rho_c C_d} \quad (\text{ب-۲})$$



شکل ب-۱ الف) ناحیه الاستیک و پلاستیک و ب) سرعت ذرات [۶]

۹- مراجع

- [1] T. Bitzer, Honeycomb Technology, Materials, Design, Manufacturing, Applications and Testing, London, England, Chapman & Hall, pp. 10-42, 1997.
- [2] N. Naik, A. Doshi, Ballistic impact behavior of thick composites: analytical formulation, AIAA, Vol. 43, No. 7, pp. 1525-1536, 2005.
- [3] H. pol, G. H. Liaghat, Analytical modeling propagation of projectiles into Glass/Epoxy composite, Modares Mechanical Engineering, Vol. 12, No. 2, pp. 11-19, 2013. (In Persian)
- [4] H. W. Wen, T. Y. Reddy, Indentation, penetration and perforation of composite laminates and sandwich panels under quasi static and projectile loading, Key Eng Mater, Vol. 49, No. 3, pp. 141-143, 1998.
- [5] J. Kepler, E. Bozhevolnaya, Energy partition for ballistic penetration of sandwich panels, International Journal of Impact Engineering, Vol. 28, No. 7, pp. 697-716, 2003.
- [6] M. S. Hoo Fatt, D. Sirivolu, A wave propagation model for the high velocity impact response of a composite sandwich panel, International Journal of Impact Engineering, vol. 37, pp. 117-130, 2010.
- [7] S. Feli, M. H. Namdari Pour, An analytical model for composite sandwich panels with honeycomb core subjected to high-velocity impact, Composites Part B: Engineering, Vol. 43, pp. 2439-2447, 2012.
- [8] B. L. Buitrago, C. Santiuste, E. Barbero, Modeling of composite sandwich structures with honeycomb core subjected to high-velocity impact, Composite Structures, Vol. 92, pp. 2090-2096, 2010.
- [9] N. Pirmohammadi, Analytical and Experimental Investigation on Ballistic Behavior of Sandwich Panels made of Honeycomb Core, MSc Thesis, Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, 2013. (In Persian)
- [10] J. Harding, Y. L. Li, Determination of interlaminar shear strength for Glass/Epoxy and Carbon/Epoxy laminates at impact rate of strain, Composite science and technology, Vol. 45, pp. 161-171, 1992.
- [11] M. Talebi, Experimental and theoretical investigation on Static and Ballistic Behavior polyurethane Foam Filled Honeycomb Panels, MSc Thesis, Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, 2012. (In Persian)
- [12] G. Ben-Dor, A. Dubinsky, T. Elperin, On the Lambert Jonas approximation for ballistic impact, Mechanics Research Communications, Vol. 29, No. 2-3, pp. 137-139, 2002.
- [13] G. H. Liaghat, A. Alavi Nia, Ballistic limit evaluation for impact of cylindrical projectiles on honeycomb panels, Thin-Walled Structures, Vol. 48, pp. 55-61, 2010.
- [14] R. L. Sierakowski, S. K. Chaturvedi, Dynamic Loading and Characterization of Fiber-Reinforced Composites, John Wiley and Sons, Inc, New York, 1997.
- [15] J. M. Whitney, Structural Analysis of Laminated Anisotropic Plates, Technomic Publishing Company, 1987.
- [16] J. C. Brewer, P. A. Lagace, Quadratic stress criterion for initiation of delamination, J Compos Mater., Vol. 22, pp. 1141-55, 1988.
- [17] R. A. W. Mines, A. M. Roach, High velocity perforation behaviour of polymer composite laminates, International Journal of Impact Engineering, 22(6), pp. 561-588, 1999.
- [18] C. Lin, M. S. Hoo Fatt, Perforation of sandwich panels with honeycomb cores by hemispherical nose projectiles, Journal of Sandwich Structures and Materials, Vol. 7, No. 2, pp. 133-172, 2005.
- [19] G. A. O. Davies, D. Hitchings, J. Ankersen, Predicting delamination and debonding in modern aerospace composite structures, Composites Science and Technology, Vol. 66, No. 6, pp. 846-854, 2006.
- [20] A. Nidal, C. A. Lief, B. Louis, The effect of weave pattern and crack propagation direction on mode I delamination resistance of woven glass and carbon composites, Composite part B: Engineering, Vol. 29, No. 5, pp. 603-611, 1998.
- [21] X. Li, L. A. Carlsson, Influence of fiber volume fraction on mode II interlaminar fracture toughness of Glass/Epoxy composites, Composite science and technology, Vol. 64, pp. 1279-1286, 2004.
- [22] L. Smith, Hexcel composites, Personal communications, 2003
- [23] A. Armenakas, C. Sciammarella, Response of glass-fiber-reinforced epoxy specimens to high rates of tensile loading, Experimental Mechanics, Vol. 13, No. 10, pp. 433-440, 1973.
- [24] W. Goldsmith, J. L. Sakman, An experimental study of energy absorption in impact on sandwich plate, Impact Engng, Vol. 12, No. 2, pp. 241-262, 1992.
- [25] N. Jones, Structural Impact, Cambridge:Cambridge University Press, 1997.

که در آن C_d سرعت موج الاستیک هنگام عبور از هسته می باشد. حداکثر سرعت در ناحیه الاستیک با توجه به تنش مجالوشوندگی لانه زنبوری قابل محاسبه است.

$$V_e = \frac{q}{\rho_c C_d} \quad (3-ب)$$

به دلیل این که V_e در مقایسه با V_1 بسیار کوچک است، انرژی جنبشی در ناحیه الاستیک لانه زنبوری را می توان نادیده گرفت. انرژی جنبشی هسته در ناحیه پلاستیک با توجه به پروفیل سرعت خطی محاسبه می شود. بدین منظور با توجه به شکل ۱ ارتفاع ناحیه پلاستیک و الاستیک برابر است با:

$$h_p = \frac{\delta}{\varepsilon_D} \left(1 - \frac{r}{\xi}\right) \quad (4-ب)$$

$$h_e = (C_d t - \frac{\delta}{\varepsilon_D}) \left(1 - \frac{r}{\xi}\right) \quad (5-ب)$$

از طرفی هنگامی که لانه زنبوری متراکم می شود چگالی هسته تغییر می کند. چگالی ناحیه متراکم شده در این مرحله برابر است با:

$$\rho_D = \frac{\rho_c}{(1 - \varepsilon_D)} \quad (6-ب)$$

بنابراین مومنوم خطی، انرژی جنبشی گلوله و جرم مؤثر ناحیه پلاستیک هسته به ترتیب برابرند با:

$$L_c = 2\pi\rho_D \int_0^\xi \int_0^{h_p} V_1 \left(1 - \frac{r}{\xi}\right) dzdr = \frac{\pi\rho_c\delta}{6(1 - \varepsilon_D)\varepsilon_D} \xi^2 V_1 \quad (7-ب)$$

$$T_c = \pi\rho_D \int_0^\xi \int_0^{h_p} V_1^2 \left(1 - \frac{r}{\xi}\right)^2 dzdr = \frac{\pi\rho_c\delta}{20(1 - \varepsilon_D)\varepsilon_D} \xi^2 V_1^2 \quad (8-ب)$$

$$m_c = \frac{\pi\rho_c\delta}{10(1 - \varepsilon_D)\varepsilon_D} \xi^2 \quad (9-ب)$$

۸- پ محاسبه تنش ها و کرنش ها در رویه کامپوزیتی

رابطه بین تنش های اصلی و کرنش در کامپوزیت بافته شده به صورت زیر است:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{11} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1-پ)$$

که در آن Q_{ij} اجزاء ماتریس سفتی است.

$$\varepsilon_x = z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = z \frac{4\delta}{\xi^2 \left(1 - \frac{2r_p}{\xi}\right)^2} \left(1 - \frac{2y}{\xi}\right)^2 \quad (2-پ)$$

$$\varepsilon_y = z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = z \frac{4\delta}{\xi^2 \left(1 - \frac{2r_p}{\xi}\right)^2} \left(1 - \frac{2x}{\xi}\right)^2 \quad (3-پ)$$

$$\gamma_{xy} = 2z \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} = z \frac{8\delta}{\xi^2 \left(1 - \frac{2r_p}{\xi}\right)^2} \left(1 - \frac{2y}{\xi}\right) \left(1 - \frac{2x}{\xi}\right) \quad (4-پ)$$

کرنش ها را می توان برای لبه بیرونی پرتابه مثلاً مختصات $x = r_p$ و $y = 0$ محاسبه نمود. همچنین بیشترین مقدار تنش ها در بالا یا پایین رویه های کامپوزیتی یعنی $z = \pm h/2$ اتفاق می افتد. تنش ها توسط ماتریس سفتی قابل محاسبه می باشند:

$$\sigma_{11} = \frac{2h\delta}{\xi^2} \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{2r_p}{\xi}\right)^2} Q_{11} + Q_{12} \right] \quad (5-پ)$$

$$\sigma_{22} = \frac{2h\delta}{\xi^2} \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{2r_p}{\xi}\right)^2} Q_{12} + Q_{11} \right] \quad (6-پ)$$

$$\tau_{12} = \frac{4h\delta}{\xi^2 \left(1 - \frac{2r_p}{\xi}\right)} Q_{66} \quad (7-پ)$$