



ماتریس ژاکوبین بی بعد کارتزینی جهت ارزیابی عملکرد و بهینه‌یابی ربات‌های موازی با درجه آزادی مرکب

میرامین حسینی^{*1}

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه مازندران، بابلسر
* بابلسر، صندوق پستی 47416-1467 ma.hosseini@umz.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 25 بهمن 1392
پذیرش: 29 فروردین 1393
ارائه در سایت: 05 مهر 1393
کلید واژگان:
ماتریس ژاکوبین کارتزینی بی بعد
ربات موازی
بهینه‌سازی
درجه آزادی مرکب
فضای کاری کارتزینی

چکیده

شاخص‌های عملکرد سینماتیکی به‌طور قابل ملاحظه‌ای در تشخیص کارآمدی ربات در اهداف خاص به‌کار می‌روند. از جمله زمینه‌های قابل استفاده می‌توان به طراحی بهینه، برنامه‌ریزی مسیر، برنامه‌نویسی، تحلیل رفتار و بررسی چالاک و تفکیک‌پذیری ربات اشاره نمود. در بیشتر موارد، این شاخص‌ها زمانی قابل استفاده خواهند بود که ربات تنها دارای یک نوع درجه‌آزادی از نوع انتقالی یا دورانی باشد. در شرایطی که ربات هر دو درجه‌آزادی انتقالی و دورانی را داشته باشد، شاخص‌های عملکرد مانند عدد شرط ماتریس ژاکوبین و مقادیر تکین مربوط به آن به‌دلیل غیر هم‌بعد بودن عناصر تشکیل‌دهنده، کاربردی نمی‌باشند. در این مقاله، مشکل نا هم‌بعدی ماتریس ژاکوبین و عدم امکان استفاده از شاخص‌های وابسته، با معرفی ماتریس ژاکوبین جدیدی به نام ماتریس ژاکوبین کارتزینی، که ارتباط سرعت پنجه را در دستگاه کارتزینی با بردار سرعت مفاصل محرکشان می‌دهد، حل شده است. روش معرفی شده در قالب مطالعه موردی، برای ربات موازی تری‌سپت به‌کار گرفته شده است. پس از بررسی تغییرات شاخص‌های عملکرد درون فضای کاری، با استفاده از الگوریتم ژنتیک، عملیات بهینه‌سازی ساختار ربات برای دستیابی به فضای کاری کارتزینی بیشینه با بیشترین قدرت سرعت‌پذیری پنجه، انجام شده است. همچنین ساختار ربات چنان بهینه‌سازی شده است که دارای بزرگترین حجم فضای کارتزینی مکعبی شکل به‌عنوان زیرفضای کاربردی با سرعت‌پذیری زیاد باشد. بهینه‌سازی با استفاده از الگوریتم ژنتیک در نرم‌افزار متلب با ویرایش 2012 انجام شده است.

Cartesian Dimensional Homogeneous Jacobian Matrix for Performance Evaluation and Optimization of Complex Dof Parallel Manipulator

Mir Amin Hosseini^{1*}

1- Department of Mechanical Engineering, University of Mazandaran, Babolsar, Iran.
* P.O.B. 47416-1467 Babolsar, Iran. ma.hosseini@umz.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 14 February 2014
Accepted 18 April 2014
Available Online 27 September 2014

Keywords:
Homogeneous Cartesian jacobian matrix
Parallel kinematic
Optimization
Complex DoF, Cartesian workspace

ABSTRACT

Kinematic performance indices are used to have an evaluation of the potential efficiency of the robots. Some of these items are designing the optimal structure, trajectory planning, programming, and evaluation of behavior of the robot in positioning and orienting with desired rates or resolution. These indices will be used when the robot has even translational or rotational degrees of freedom (DoF). Due to dimensional incompatibility of the Jacobian entries in the complex DoF's robots with both types of DoF's, performance indices such as Jacobian condition index and associate singular values, are not applicable. In this paper, inhomogeneity of Jacobian matrix has been resolved by introducing a new Jacobian matrix which is called Cartesian Jacobian Matrix (CJM). Cartesian Jacobian Matrix maps Cartesian velocity vector of End-Effector (EE) to the joint space velocity vector. As a case study, the suggested method has been used for a Tricept parallel kinematic manipulator. Moreover, considering Local Conditioning Index (LCI) and associated singular values through the workspace have been led to structure optimization of the robot in order to have maximum positioning and orienting rates of EE through the maximum cuboid workspace. The optimization has been performed by Genetic algorithm via GA toolbox of MATLAB 2012 software.

1- مقدمه

زیادتر می‌باشند [1]. ربات‌هایی با درجه آزادی هم‌زمان انتقالی و دورانی به ربات‌های با درجه آزادی مرکب معروفند [2]. درایه‌های ماتریس ژاکوبین در ربات‌های موازی با درجه آزادی مرکب، از نظر ابعادی غیر هم‌بعد می‌باشند [3]. در چنین شرایطی بی‌بعدسازی ماتریس ژاکوبین برای محاسبه عدد

ربات‌های موازی در مقایسه با ربات‌های سری دارای مزایایی مانند صلب بودن و دقت بیشتر، ظرفیت تحمل نیرو و گشتاور بیشتر و همچنین سرعت عمل

Please cite this article using:

M. A. Hosseini, Cartesian Dimensional Homogeneous Jacobian Matrix for Performance Evaluation and Optimization of Complex Dof Parallel Manipulator, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 10, pp. 129-138, 2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

روابط سینماتیک و حرکت‌پذیری ربات را مورد مطالعه قرار داده است. پوند و کاریترو [3] ماتریس ژاکوبین بی بعد شده ربات مورد نظر را با توسعه روش ارائه شده توسط کیم و ریو [9]، به دست آورد. بهینه‌سازی ساختار ربات توسط ژنگ و گاسلین [15] مورد بررسی قرار گرفت. همچنین حسینی، و همکاران [12] ساختار ربات را برای دستیابی به بیشینه سرعت‌پذیری پنجه در بزرگترین فضای کاری قابل دسترس بهینه نمودند.

این مکانیزم به عنوان یک ربات جوشکار و ماشینکار چالاک توسط شرکت تری‌سپت پی کی ام¹¹، تولید شده و مورد استفاده کارخانجات بزرگ خودروساز و هواپیماسازی‌های بزرگی مانند آئودی، بی ام دبلیو، رنو، بویینگ و موارد مشابه قرار گرفته است [16]. شکل 1 ربات جوشکار لیزر تری‌سپت محصول شرکت تری‌سپت پی کی ام را نشان می‌دهد.

ربات تری‌سپت مطابق شکل 2، از سه پایه فعال که از یک زنجیره سینماتیکی شامل مفصل یونیورسال، مفصل کشویی و یک مفصل کروی (UPS) تشکیل یافته است. در هر یک از حلقه‌های سینماتیکی، مفصل کشویی، مفصل فعال می‌باشد که توسط موتور و بال‌اسکرو به حرکت واداشته می‌شوند. وجود یک پایه شامل مفصل کشویی و یونیورسال (PU) در مرکز ربات که سکوی ثابت را به متحرک متصل ساخته، امکان دوران حول محور قائم (Z) و جابه‌جایی انتقالی در راستای محورهای X و Y را از سکو سلب می‌نماید.

دو دستگاه مختصات متحرک و متصل به زمین $\{P(uvw)\}$ و $\{O(xyz)\}$ به ترتیب به سکوی متحرک و ثابت متصل است.

2-1- تحلیل سرعت

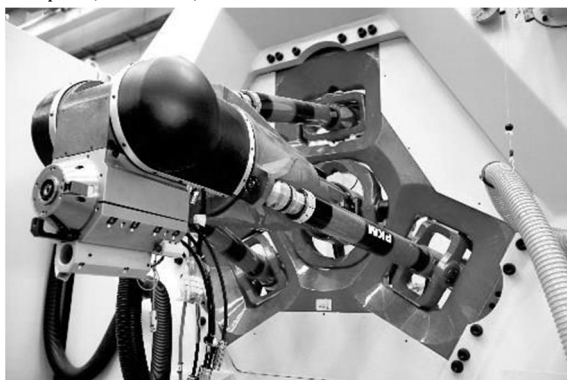
مدل هندسی ربات در شکل 2، نشان داده شده است. با توجه به شکل برای هر یک از پایه‌ها رابطه (1) برقرار است.

$$c + R(a_i + d) = b_i n_{bi} + l_i n_{li} \quad (1)$$

که در آن c و d بردارهایی به ترتیب بردار موقعیت c نسبت به O و P نسبت به C است. همچنین R ماتریس دورانی است که دستگاه مختصات متحرک را نسبت به ثابت حول دو محور X و Y دوران می‌دهد. به علاوه، a_i بردار موقعیت نقاط A_i نسبت به P و b_i بردار موقعیت نقاط B_i نسبت به دستگاه ثابت می‌باشند. همچنین n_{bi} و n_{li} بردارهای یکه‌ای هستند که جهت بردارهای l_i و b_i را نشان می‌دهند. لازم به ذکر است بردارها با حروف کوچک توپر و ماتریس‌ها با حروف بزرگ توپر نمایش داده شده اند.

با مشتق‌گیری از رابطه (1) نسبت به زمان، معادله (2) نتیجه می‌شود:

$$\dot{c} + \omega_p \times (R(a_i + d)) = \dot{l}_i n_{li} + \omega_l \times l_i n_{li} \quad (2)$$



شکل 1 ربات جوشکار لیزر تری‌سپت محصول شرکت تری‌سپت پی کی ام [16]

شرط¹ و تحلیل چالاک² و سفتی³ لازم و ضروری است [2]. رنجبران و انجلس [4] ناسازگاری ابعادی ذکر شده را با معرفی طول مشخصه (CL) برطرف نمودند. با تقسیم درایه‌هایی از ماتریس ژاکوبین که دارای بعد طول هستند بر این ضریب بعددار با بعد طول، ماتریس ژاکوبین بی بعد شده، حاصل می‌شود. ما و انجلس [5] ضریب دیگری به نام طول طبیعی (NL)⁵ برای بی‌بعدسازی ماتریس ژاکوبین و بهینه‌سازی استفاده نمودند. چبلت و همکاران [6] از طول مشخصه به منظور تعیین پارامترهای طراحی ربات موازی صفحه‌ای با ساختار سینماتیکی PRR برای دستیابی به شرایط همسانگردی⁶ [7] استفاده نمودند. گاسلین [8] روش دیگری برای بیان ماتریس ژاکوبین بی بعد ربات صفحه‌ای با یک درجه آزادی دورانی و دو درجه آزادی انتقالی ارائه داد. ماتریس ژاکوبین مذکور، ارتباط سرعت عملگرها را با مولفه‌های X و Y سرعت دو نقطه از سکوی متحرک برقرار می‌سازد. کیم و ریو [9] با توسعه این ایده، ارتباط بردار سرعت عملگرها را با سرعت سه نقطه از سکوی متحرک، توسط ماتریس ژاکوبین بی بعد، برقرار نمود. پوند و کاریترو [3] ایده مذکور را باز هم توسعه داده و بردار سرعت عملگرها را با سه مولفه مستقل از سه نقطه واقع بر سکوی متحرک مرتبط ساختند. انجلس [10] ضریب دیگری به نام طول مشخصه مهندسی (ECL)⁷ برای بی‌بعدسازی ماتریس ژاکوبین معرفی نموده است. حسینی و دانیالی [11] روش دیگری را برای بی‌بعدسازی ماتریس ژاکوبین توصیه نموده‌اند. در این روش ماتریس ژاکوبین و بردار توپیست⁸ با اعمال ضریب وزن دار⁹ به طور هم‌زمان بی بعد می‌شوند، به طوری که تعادل ابعادی معادلات حفظ می‌شود. حسینی و همکاران [12] با استفاده از این روش برای بهینه‌سازی ربات موازی با درجه آزادی مرکب برای دستیابی به بیشینه حجم فضای کاری با سرعت بالا در موقعیت‌پذیری انتقالی و دورانی استفاده نمودند.

در این تحقیق، ربات تری‌سپت¹⁰ به عنوان یک ساختار مکانیزم موازی با درجه آزادی مرکب انتخاب شده است. روابط سینماتیکی موجود و استخراج ماتریس ژاکوبین به عنوان پیش نیاز معرفی شده تا به کمک آن ماتریس ژاکوبین جدیدی به نام ماتریس ژاکوبین کارتزینی که از نظر ابعاد همگن می‌باشد، معرفی شود. به عنوان مطالعه موردی، برای یک ساختار نمونه چگونگی محاسبه حجم فضای کاری، قیود هندسی و طراحی تعریف می‌شوند. با تعریف ماتریس ژاکوبین کارتزینی و ایجاد ارتباط بین بردار سرعت کارتزینی پنجه و بردار سرعت مفصل، و محدود سازی عدد شرط و کمینه مقادیر تکیه ماتریس حاصل و همچنین با استفاده از الگوریتم ژنتیک ساختار ربات برای دستیابی به بیشینه حجم فضای کاری کارتزینی که در آن سرعت پذیری پنجه بیشترین مقدار خود را داراست، بهینه‌سازی می‌شود. در گام بعدی ساختار مکانیزم به منظور دستیابی به فضایی مکعبی شکل با قابلیت سرعت‌پذیری بالا به عنوان فضای کاربردی مورد نظر با حجم بیشینه، بهینه‌سازی می‌شود.

2- مکانیزم تری‌سپت

خانواده ربات تری‌سپت با دو درجه آزادی دورانی و یک درجه آزادی انتقالی (شکل 1)، برای اولین بار توسط نیومن [13] معرفی شد. سیسیلیانو [14]

- 1- Condition Number
- 2- Dexterity
- 3- Stiffness
- 4- Characteristic Length
- 5- Natural Length
- 6- Isotropy Condition
- 7- Engineering Characteristic Length
- 8- Twist Array
- 9- Weighting Factor
- 10- Tricept

11- Tricept PKM

3- تجزیه ماتریس به مقادیر تکین (SVD)¹، همسانگردی²، تفکیک پذیری³ و سرعت پذیری

هر ماتریس $A_{m \times n}$ را می توان به صورت حاصل سه ماتریس USV^T بیان نمود، که در آن ماتریس های $U_{m \times m}$ و $V_{n \times n}$ ماتریس های دوران و ماتریس $S_{m \times n}$ ماتریس شامل مقادیر تکین ماتریس A است. از لحاظ فیزیکی چگونگی عملکرد تبدیل ماتریس $A_{2 \times 2}$ از فضای برداری اولیه به فضای برداری انتهایی مطابق شکل 3 است.

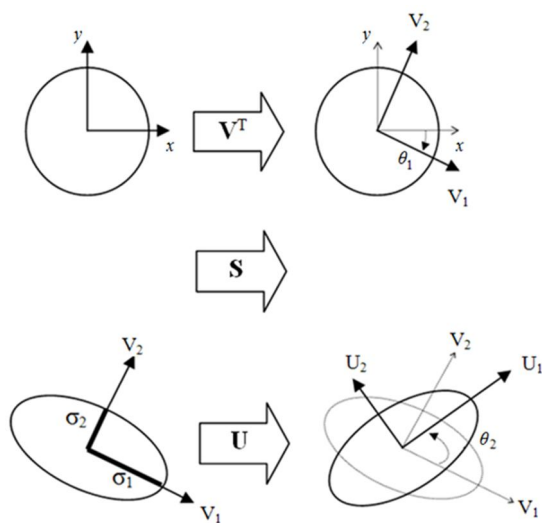
ماتریس V فضای برداری را به اندازه θ_1 دوران داده و ماتریس S شامل مقادیر تکین (σ_1 و σ_2)، در راستای محورهای دوران یافته از مرحله قبل (شامل V_1 و V_2) فضا را به اندازه مقادیر تکین می کشد. با این کشیدگی، فضای دایره ای شکل به بیضی تبدیل می شود. میزان بزرگنمایی در هر یک از راستاها تابع اندازه مقدار تکین است. با اعمال ماتریس دوران U دوباره فضای حاصل به اندازه θ_2 دوران می یابد. بر این اساس، نقش ماتریس ژاکوبین را انتقال، دوران و بزرگنمایی فضای برداری سرعت عملگرها به فضای برداری سرعت پنجه بیان می نمایند [5].

بیضی حاصل از اعمال ماتریس ژاکوبین و تبدیل فضای برداری، به مهارت⁴ ربات معروف است. با نزدیک شدن شعاع های بیضی مهارت به هم، رفتاری متقارن در جهات مختلف توسط پنجه ربات قابل دسترس خواهد بود. نسبت بزرگترین به کوچکترین شعاع بیضی مهارت به نام عدد شرط ماتریس ژاکوبین شناخته می شود.

عدد شرط ماتریس مشخصه ای از قابلیت معکوس پذیری آن ماتریس است [5]. از عدد شرط ربات به عنوان معیاری برای دقت ربات یاد شده است [17]. همچنین عدد شرط به عنوان یکی از شاخص های عملکرد ربات محسوب می شود [18].

با توجه به ماهیت فیزیکی مقادیر تکین ماتریس ژاکوبین در بزرگنمایی ورودی ها در جهات مختلف، می توان با محدودسازی حداقل مقادیر تکین به یک اندازه کمینه یا حداکثر مقادیر تکین به یک اندازه بیشینه و همچنین در نظر گرفتن شرایط همسانگردی به ساختاری از ربات با تفکیک پذیری یا سرعت مطلوب در موقعیت پذیری دست یافت.

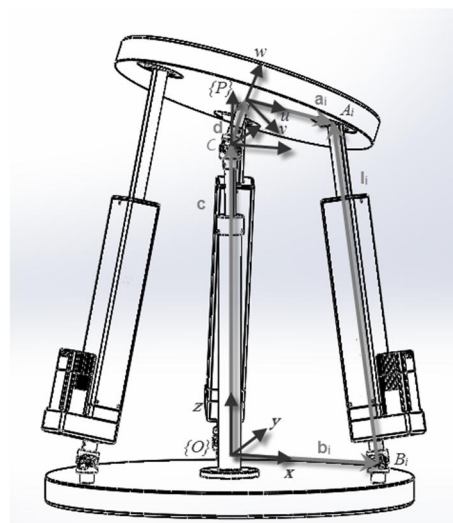
استفاده از مقادیر تکین و عدد شرط در گرو بی بعد بودن درایه های



شکل 3 مراحل عملکرد تبدیل ماتریس A و عناصر تجزیه شده آن



الف) اجزا تشکیل دهنده و چیدمان در ساختار ربات



ب) نمایش برداری اجزا تشکیل دهنده در ساختار ربات

شکل 2 ساختار ربات تری سیت

که در آن ω_p و ω_i بردارهای سرعت زاویه ای پنجه و پایه ها است. با اعمال ضرب داخلی n_{ii} به دو طرف رابطه (2)، رابطه (3) نتیجه می شود:

$$n_{ii}^T \dot{C} + n_{ii}^T \omega_p \times (R(a_i + d)) = \dot{l}_i \quad (3)$$

بازنویسی رابطه (3) برای هر سه پایه به رابطه ماتریسی (4) ختم می شود:

$$J^{-1} \dot{x} = \dot{q} \quad (4)$$

که در آن $\dot{x}$ بردار تویست، $\dot{q}$ بردار سرعت خطی عملگرها و J^{-1} ماتریس ژاکوبین معکوس می باشند که به صورت روابط (5) تا (7) قابل تعریفند.

$$\dot{x} = [\dot{c} \dot{\psi} \dot{\theta}]^T \quad (5)$$

$$\dot{q} = [\dot{l}_1 \dot{l}_2 \dot{l}_3]^T \quad (6)$$

$$J^{-1} = \begin{bmatrix} n_{11z} & (R(a_1 + d) \times n_{11})_x & (R(a_1 + d) \times n_{11})_y \\ n_{12z} & (R(a_2 + d) \times n_{12})_x & (R(a_2 + d) \times n_{12})_y \\ n_{13z} & (R(a_3 + d) \times n_{13})_x & (R(a_3 + d) \times n_{13})_y \end{bmatrix} \quad (7)$$

با توجه به رابطه (4) و درایه های ماتریس ژاکوبین معکوس، مشخص

است که درایه های واقع در ستون اول بدون بعد و درایه های ستون های دوم و سوم دارای بعد طول می باشند.

1- Singular Value Decomposition
2- Isotropy
3- Resolution
4- Manipulability

ماتریس ژاکوبین است.

رابطه (11) را می توان به صورت رابطه (12) نیز بازنویسی نمود.

$$\dot{x}_c = [dC\psi S\theta \quad -dS\psi \quad c + dC\theta C\psi]^T \quad (12)$$

با مشتق گیری از رابطه (12) نسبت به زمان، سرعت پنجه در فضای کارتزینی مطابق رابطه (13) به دست می آید.

$$\dot{x}_c = [\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z}]^T = \dot{J}\dot{x} \quad (13)$$

که در آن $\dot{J}$ مطابق رابطه (14) تعریف می شود.

$$\dot{J} = \begin{bmatrix} -dS\theta S\psi & dC\psi C\theta & 0 \\ -dC\psi & 0 & 0 \\ -dC\theta S\psi & -dS\theta C\psi & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

با توجه به معادله های (4)، (12) و (14) ماتریس ژاکوبین کارتزینی از

رابطه (15) به دست می آید.

$$J_c = \dot{J}J^{-1} \quad (15)$$

به طوری که ارتباط سرعت پنجه در فضای کارتزینی با بردار سرعت

عملگرها مطابق رابطه (16) به هم مربوط می شوند.

$$J_c \dot{x}_c = \dot{q} \quad (16)$$

در نتیجه، ارتباط بردار سرعت مفاصل با بردار سرعت پنجه توسط

ماتریس ژاکوبینی بی بعد تعریف شده، که می توان از شاخص های عملکردی حاصل از آن، برای بررسی عملکرد ربات استفاده نمود.

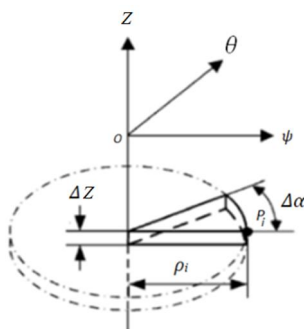
5- فضای کاری ربات

فضای کاری ربات مجموعه نقاط قابل دسترس توسط پنجه ربات است که می تواند در ابعادی منطبق با درجات آزادی ربات یا در فضایی کارتزینی تعریف شود. برای یافتن فضای کاری از الگوریتم پیشنهادی زیر استفاده می شود.

5-1- الگوریتم

به منظور تعیین شکل و اندازه حجم فضای کاری، فضای سه بعدی متشکل از محورهای ψ - θ - Z از فضای حرکتی پنجه به یک سری از زیرفضاهای موازی با صفحه ψ - θ تقسیم می شود. سپس با استفاده از یک روش جستجو، مرز زیرفضاها مشخص شده و حجم فضای کاری نیز با استفاده از روش انتگرال گیری عددی به دست می آید. همان گونه که در شکل 4 مشخص است، در زیرفضایی به ارتفاع Z_i درون فضای کاری، به منظور تعیین مرز زیر فضا، بردار قطبی ρ_i با قابلیت دوران حول محور Z از صفر تا 2π درجه در نظر گرفته می شود.

نقاط مرزی به صورت نقاط $P_i(\rho_i \cos \alpha, \rho_i \sin \alpha, Z_i)$ به دست می آیند. با ارضای شرایط سینماتیکی ربات اندازه طول بردار ρ_i به اندازه $\Delta \rho$ افزایش یافته و ρ_{i+1} جایگزین ρ_i می شود تا زمانی که شرایط سینماتیکی ارضا نشوند.



شکل 4 زیرفضایی از فضای کاری ربات تری سپت

4- ماتریس ژاکوبین بی بعد

روش های بی بعدسازی پیشنهادی که تاکنون ارائه شده به دو دسته اصلی تقسیم می شوند. در این بخش ضمن بیان روش های پیشنهادی، روش جدیدی جهت بی بعدسازی ماتریس ژاکوبین ارائه می شود تا بتوان به کمک آن ارزیابی کیفی از ساختار مکانیزم های با درجات آزادی مرکب -در اینجا منظور ربات تری سپت است- داشت. همچنین در یک گام رو به جلو، بهینه سازی ساختار به منظور دستیابی به شاخص های کیفی مورد نظر محقق شود.

4-1- بی بعدسازی با استفاده از تقسیم بر یک ضریب بعددار

دسته اول از روش های پیشنهادی جهت بی بعدسازی ماتریس ژاکوبین [4، 11، 6] تقسیم درایه های بعددار ماتریس ژاکوبین بر یک ضریب ثابت است که از نظر ابعادی دارای بعد طول می باشد. ضریب مورد نظر می تواند توسط ساختار هندسی و ابعادی ربات تعیین شود [4-6] یا اینکه توسط طراح به عنوان ضریبی که ارتباط سرعت های دورانی و انتقالی را به هم مرتبط می سازد، تعیین شود [11]. در این راستا با در نظر گرفتن ضریب L به عنوان ضریب بی بعدساز وزن دار ماتریس ژاکوبین بی بعد به صورت رابطه (8) به دست می آید.

$$J_d = \begin{bmatrix} (R(a_1 + d) \times n_{11})_x / L & (R(a_1 + d) \times n_{11})_y / L & n_{11z} \\ (R(a_2 + d) \times n_{12})_x / L & (R(a_2 + d) \times n_{12})_y / L & n_{12z} \\ (R(a_3 + d) \times n_{13})_x / L & (R(a_3 + d) \times n_{13})_y / L & n_{13z} \end{bmatrix} \quad (8)$$

4-2- بی بعدسازی با در نظر گرفتن مولفه های سرعت نقاطی از سکو

در این روش ماتریس ژاکوبین ارتباط سرعت پنجه را با مولفه های منتخب سه نقطه واقع بر سکو، برقرار می سازد [9، 3، 8]. سرعت سکو به صورت تابعی از این سه مولفه نوشته شده و ماتریس ژاکوبین این ارتباط را برقرار می سازد. چنانچه مولفه های قائم سه نقطه از سکو را برای ربات مورد نظر منظور شود، ماتریس ژاکوبین بی بعد شده را می توان به صورت حاصل ضرب ماتریس ژاکوبین در ماتریس ضرایب که تابعی از موقعیت می باشند، تعریف نمود [11]. ماتریس ضرایب حاصل از روش فوق، مطابق رابطه (9) می باشد، که حاصل ضرب ماتریس ژاکوبین در معکوس ماتریس ضرایب، ماتریس ژاکوبین بی بعد را نتیجه می دهد.

$$\dot{J} = \begin{bmatrix} -dS\psi C\theta & -dS\theta C\psi - r_a C\theta & 1 \\ -dS\psi C\theta + r_a C\psi C\theta S\alpha & -dS\theta C\psi - r_a C\theta C\alpha - r_a S\theta S\psi S\alpha & 1 \\ -dS\psi C\theta + r_a C\psi C\theta S\beta & -dS\theta C\psi - r_a C\theta C\beta - r_a S\theta S\psi S\beta & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

که در آن α و β به ترتیب برابر 120 و 240 درجه می باشند. همچنین شعاع سکوی متحرک (فاصله شعاعی مفاصل کروی نسبت به P) است.

ماتریس ژاکوبین بی بعد حاصل از این روش با J_v نشان داده شده و از رابطه (10) محاسبه می شود.

$$J_v = \dot{J}J^{-1} \quad (10)$$

4-3- ماتریس ژاکوبین کارتزینی بی بعد

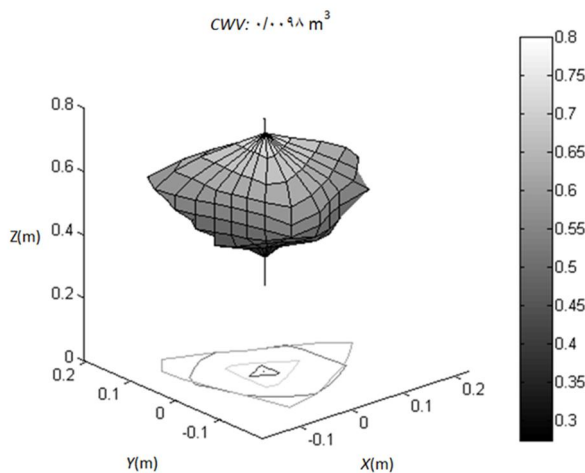
در این مقاله، روش پیشنهادی، تعریف و به کارگیری ماتریس ژاکوبین بی بعدی است که ارتباط سرعت پنجه ربات در فضای کارتزینی را با بردار سرعت عملگرها برقرار می سازد.

مختصات کارتزینی پنجه مطابق با رابطه (11) قابل تعریف است.

$$\begin{aligned} x_c &= [x \quad y \quad z]^T \\ &= \begin{bmatrix} C\theta & S\psi S\theta & C\psi S\theta \\ 0 & C\psi & -S\psi \\ -S\theta & C\theta S\psi & C\theta C\psi \end{bmatrix} [0 \quad 0 \quad d]^T + [0 \quad 0 \quad c]^T \end{aligned} \quad (11)$$

جدول 2 ساختار ربات تری‌سپت در مطالعه موردی

پارامتر ساختاری	علامت مشخصه	اندازه
شعاع سکوی متحرک	$r_a(\text{mm})$	200
شعاع سکوی ثابت	$r_b(\text{mm})$	300
بخش فوقانی از لینک میانی	$d(\text{mm})$	200
دامنه حرکت مفاصل	$\zeta(\text{deg})$	± 60
دامنه حرکت عملگرها	$L_s(\text{mm})$	400-750



شکل 5 حجم فضای کاری کارتزینی (CWV) ساختار نمونه

7-1- فضای کاری کارتزینی با شکل دلخواه قابل محاط شدن

در شکل 5، شمایل فضای کاری کارتزینی به دور از یک قاعده مشخص است. این در حالی است که به‌منظور تعریف فضای کاری ماشین‌های ابزار از یک مکعب مستطیل با ابعاد مشخص که تمامی نقاط آن توسط پنجه قابل دستیابی است، استفاده می‌شود. لذا لازم است از یک الگوریتم جستجوی دیگر برای یافتن بزرگترین مکعب مستطیل قابل محاط شدن درون فضای کاری کارتزینی بی‌قاعده استفاده شود. با توجه به محدب بودن شکل فضای کاری کافی است گوشه‌های مکعب مستطیل مورد نظر در فضای کاری پیدا شود. الگوریتم پیشنهادی زیر جهت یافتن گوشه‌های مکعب مستطیل با نسبت ابعاد مشخص مورد استفاده قرار می‌گیرد.

7-1-1- الگوریتم جستجو برای یافتن گوشه‌های فضای مکعب مستطیل شکل

به‌منظور یافتن نقاط گوشه‌ای مکعب مستطیلی با نسبت ابعاد $m \times n \times l$ محاط در فضای کاری بی‌قاعده، مراحل زیر مورد استفاده قرار می‌گیرد.

1- یافتن مرکز مکعب: بعد از به‌دست آمدن نقاط مرزی فضای کاری، کمترین و بیشترین ارتفاع قابل دستیابی توسط پنجه با عنوان $Z_{\min}$ و $Z_{\max}$ مطابق شکل 6-الف، مشخص می‌شوند. از مقدار میانگین این دو مقدار به‌عنوان ارتفاع مرکز مکعب و مقدار مختصات صفر در راستای X و Y برای دو مختصه دیگر مرکز استفاده می‌شود. توضیح اینکه انتخاب مقادیر صفر به دلیل متقارن بودن شکل فضای کاری بی‌قاعده است.

2- یافتن گوشه‌های مکعب با نسبت ابعاد مشخص: مطابق شکل با گامی به اندازه $\Delta\rho$ در زاویه صفر درجه حرکت شروع شده و مختصات هشت گوشه به نسبت ابعادی مورد نظر به‌دست می‌آید. این نقاط در شکل 6-ب، با نقاط V_i (به ازای $i=1,8$) نشان داده شده است. این کار با افزایش گام تکرار می‌شود تا

درچنین شرایطی، نقطه P_i مشخص می‌شود. در مرحله بعد بردار ρ_i به اندازه $\Delta\alpha$ حول محور Z دوران یافته و بردار ρ_i از مقدار صفر تا زمانی که شرایط سینماتیکی ارضا شود، افزایش می‌یابد. به این ترتیب مرز فضای کاری در هر ارتفاع به‌دست می‌آید. با توجه به شکل 4 حجم هر المان فضای کاری از رابطه (17) به‌دست می‌آید:

$$dV = \frac{\Delta\alpha}{2\pi} \pi \rho_i^2 \Delta Z \quad (17)$$

حجم فضای کاری با استفاده از رابطه (18) قابل محاسبه است.

$$V = \sum_{Z_i=Z_{\min}}^{Z_{\max}} \sum_{\alpha=0}^{2\pi} \frac{1}{2} \rho_i^2 \Delta\alpha \Delta Z \quad (18)$$

5-2- قیدهای هندسی

این قیدها شامل محدوده بالا و پایین برای عملگرهای خطی، و دامنه عملکرد مفاصل یونیورسال، کروی و کشویی از لنک میانی و پایه‌ها و همچنین برخورد پایه‌ها با هم است. محدوده حرکتی مفاصل یونیورسال و کروی (ζ) با استفاده از روابط سینماتیکی قابل محاسبه است.

قیود هندسی موجود برای ربات مورد نظر در جدول 1 نشان داده شده است.

5-3- قیود طراحی

این قیود شامل تمامی نیازمندی‌های فرآیند طراحی است. شاخص‌های عدد شرط و حداقل و حداکثر مقادیر تکین ازجمله شاخص‌های کیفی عملکرد سینماتیکی ربات می‌باشند [11]. در اینجا، از شاخص‌های ذکر شده، به‌منظور بهسازی ساختار ربات، برای دستیابی به حجم فضای کاری بیشینه همراه با بیشترین قابلیت سرعت‌پذیری استفاده شده است.

6- فضای کاری کارتزینی

با توجه به شکل 1 و رابطه (12)، مختصات کارتزینی پنجه به‌صورت تابعی پارامتری از موقعیت پنجه بر حسب Z ، ψ و θ تعریف می‌شود. با استفاده از یک الگوریتم جستجو همانند آنچه در بخش 5-1 توضیح داده شد، می‌توان مختصات نقاط مرزی را در هر ارتفاع از فضای کاری مشخص نمود. تنها با این تفاوت که مختصات کارتزینی با استفاده از رابطه (12) و تبدیل از مختصات نقاط P_i حاصل از الگوریتم مرحله قبل، نتیجه می‌شود.

7- مطالعه موردی

با درنظر گرفتن ساختار مکانیزم مطابق جدول 2 و با استفاده از الگوریتم جستجو فضای کاری کارتزین مطابق شکل 5 خواهد بود. کلیه نقاط داخل حجم نمایش داده شده، توسط پنجه قابل دسترس بوده و هیچگونه نقطه تکین یا غیر قابل دسترسی داخل فضای مورد نظر وجود ندارد.

جدول 1 قیود هندسی در ربات مورد بررسی

پارامتر ساختاری	علامت مشخصه	دامنه تغییرات
شعاع سکوی متحرک	$r_a(\text{mm})$	200-300
شعاع سکوی ثابت	$r_b(\text{mm})$	300-500
بخش فوقانی از لینک میانی	$d(\text{mm})$	0-200
دامنه حرکت مفاصل	$\zeta(\text{deg})$	± 60
دامنه حرکت عملگرها	$L_s(\text{mm})$	400-750

$$V^* = \text{بیشینه}(V(r_a, r_b, d)) \quad (19)$$

تابع هدف:

با توجه به قیود:

$$0/3 > r_a > 0/2 \quad -1$$

$$0/5 > r_b > 0/3 \quad -2$$

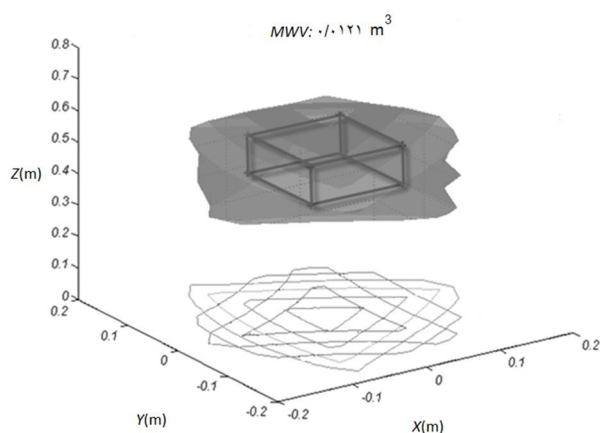
$$0/7 > d > 0/02 \quad -3$$

نتیجه حاصل از عملیات بهینه‌سازی در جدول 3، نشان داده شده است. شکل 7 فضای کاری بیشینه را به همراه مکعب درون آن نشان می‌دهد. حجم بزرگترین فضای مکعب مستطیل درون بزرگترین فضای کاری کارتزینی برابر $0/0017 \text{ m}^3$ است. مشاهده می‌شود که تنها در حدود 14% از حجم فضای کاری کارتزینی، مکعب مستطیل دارای قابلیت استفاده است. در مقایسه با حالت قبل مشاهده می‌شود که اگرچه حجم فضای کاری کارتزینی تا حدود 23% افزایش یافته ولی توسعه فضای کاری همراه با ازدست دادن 19% از حجم مکعبی شکل کارتزین درون فضای کاری، به‌عنوان فضای کاربردی مکانیزم یا فضای قابل استفاده، می‌باشد. این مشکل، بهینه‌سازی ساختار ربات جهت دستیابی به بزرگترین حجم فضای کارتزینی مکعبی شکل را بر اهمیت‌تر می‌سازد.

همگرایی نتایج بهینه‌یابی در شکل 8 نشان داده شده است. در نمودار مذکور محور افقی، شماره نسل (G) و محور قائم، مقدار همگرایی (Fv) را نشان می‌دهد.

جدول 3 نتایج حاصل از بهینه‌سازی جهت دستیابی به بیشترین حجم فضای کاری

پارامتر ساختاری	علامت مشخصه	اندازه
شعاع سکوی متحرک	$r_a(\text{mm})$	220
شعاع سکوی ثابت	$r_b(\text{mm})$	500
بخش فوقانی از لینک میانی	$d(\text{mm})$	20
حجم فضای کاری کارتزینی	m^3	0/0121
حجم بزرگترین فضای مکعبی داخل فضای کاری	m^3	0/0017
جمعیت اولیه		100
درصد حذف		20%
تعداد تکرار الگوریتم	---	51



شکل 7 فضای کاری بیشینه (MWV) و بزرگترین مکعب قابل محاط شدن در آن

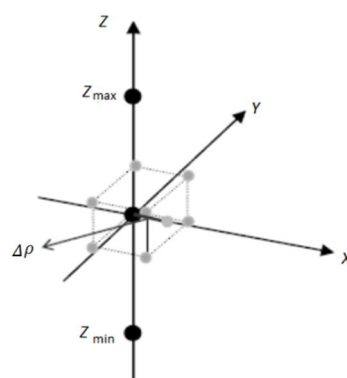
زمانی که یکی از هشت مختصات گوشه‌ها از فضای کاری خارج شود. با هر بار تکرار به شمارنده یکی افزوده می‌شود. تعداد گام‌های این مرحله با زاویه مربوطه ذخیره می‌شود. زاویه α به اندازه گام $\Delta\alpha$ افزایش یافته و از مرکز با تکرار عملیات جستجوی گوشه‌ها آغاز می‌شود و تعداد گام‌ها و زاویه مربوطه ذخیره می‌شود. این عملیات تا زاویه 45 درجه تکرار می‌شود.

3- بزرگترین مکعب: زاویه‌ای که دارای بیشترین شمارنده است، مربوط به بزرگترین مکعب مستطیل می‌شود. با داشتن مقدار بزرگترین شمارنده و زاویه مربوطه مختصات گوشه‌ها و ابعاد مکعب مستطیل و حجم آن به دست می‌آید.

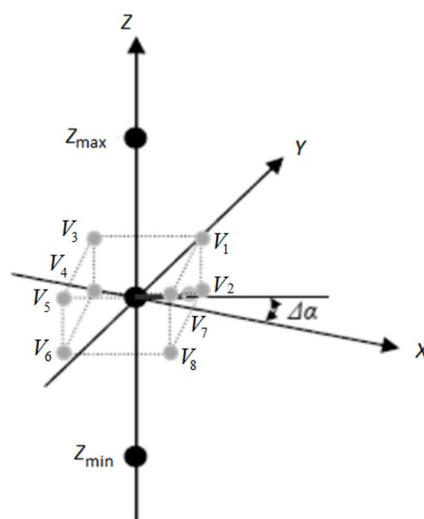
با استفاده از الگوریتم فوق برای ساختار نمونه مطابق جدول 2 و با حجم فضای کاری برابر $0/0098 \text{ m}^3$ ، بزرگترین مکعب مستطیل قابل محاط شدن در آن برابر $0/0021 \text{ m}^3$ به دست آمده است که 21/92% از حجم فضای کاری را اشغال نموده است.

7-2- بزرگترین فضای کاری کارتزینی

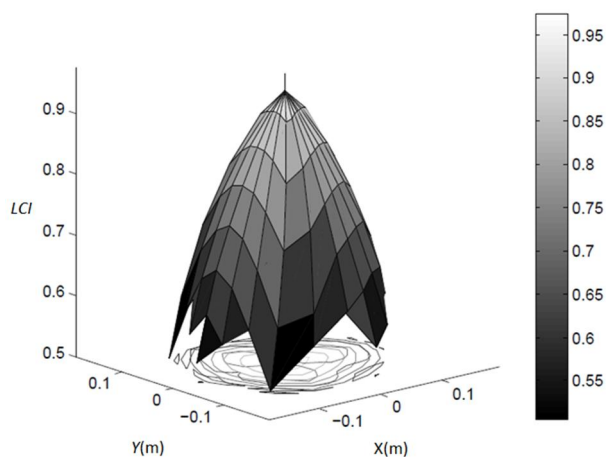
ساختار هندسی ربات مطابق رابطه (19) و با استفاده از الگوریتم ژنتیک چنان بهینه می‌شود که تابع هدف که همان حجم فضای کاری است که باید بیشینه شود.



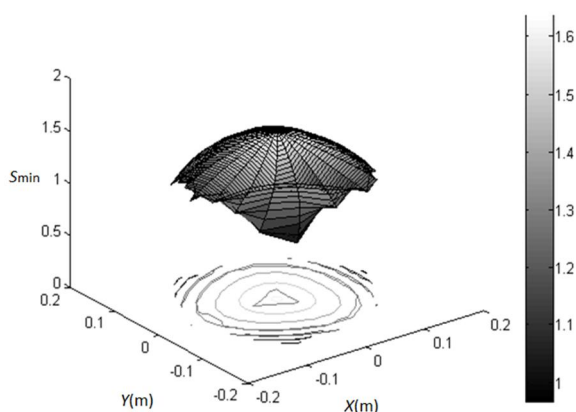
الف) اولین گام جستجو در زاویه صفر درجه

ب) جستجو در زاویه $\Delta\alpha$ درجه و نقاط گوشه مکعب مستطیل

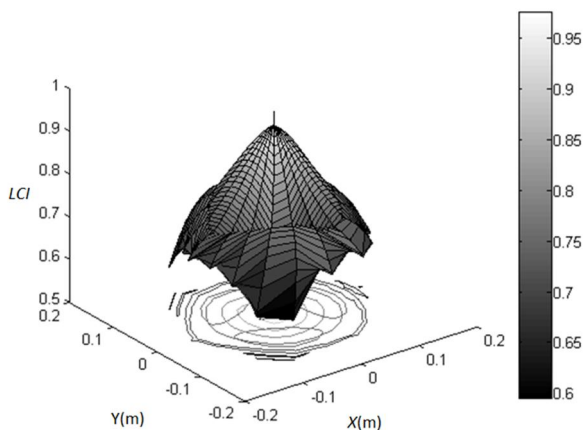
شکل 6 گام‌های مختلف جستجو برای مکعب مستطیل محاط در فضای کاری کارتزینی



شکل 10 نمایش تغییرات عدد شرط ماتریس ژاکوبین (LCI) در فضای کاری ربات

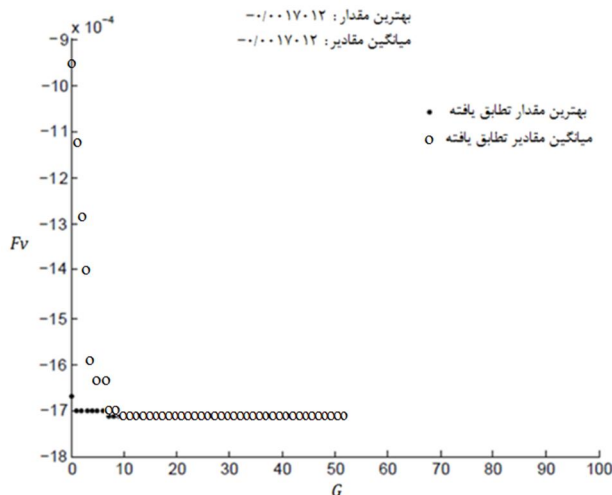


شکل 11 تغییرات حداقل مقادیر تکین ماتریس ژاکوبین بی بعد شده با استفاده از ضریب وزن دار برابر 0/2 متر در فضای کاری ربات



شکل 12 نمایش تغییرات عدد شرط ماتریس ژاکوبین (LCI) بی بعد شده با ضریب وزن دار برابر 0/2 متر، در فضای کاری ربات

دامنه تغییرات شاخص شرط ماتریس ژاکوبین بی بعد شده توسط روش پیشنهادی (مطابق شکل 10) بین 0/55 تا 0/95 می‌باشد. حال آنکه این تغییرات در دو روش قبلی (مطابق شکل 12 و 14) به ترتیب بین 0/6 تا 0/95 و 0/55 تا 0/75 می‌باشد. روش پیشنهادی با دامنه تغییرات بالاتر، روشی به مراتب حساس‌تر را چه



شکل 8 همگرایی نتایج بهینه‌یابی ساختار با فضای کاری بیشینه (MWV)

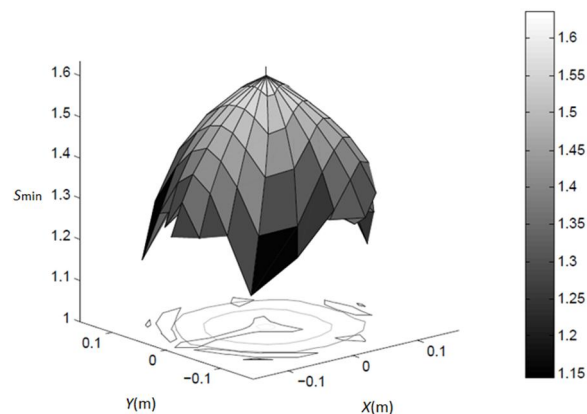
7-3- فضای کاری کارتزینی همراه با بیشینه سرعت دورانی و انتقالی

علاوه بر اهمیت اندازه حجم فضای کاری کارتزینی به عنوان حجم فضای کاربردی مکانیزم، برخی شرایط کاری مانند حداقل تفکیک پذیری یا دقت موقعیت پذیری مورد نیاز یا کمینه سرعت لازم در موقعیت پذیری پنجه مورد نظر طراح یا سازنده باشد. به این منظور، لازم است با محدودسازی حداقل مقدار تکین ماتریس ژاکوبین به یک مقدار بیشینه فضای کاری کارتزینی ربات با بیشینه سرعت دورانی و انتقالی به دست می‌آید. شکل 9 تغییرات حداقل مقادیر تکین ماتریس ژاکوبین کارتزینی بی بعد (Smin) را در فضای کاری ربات با ساختار نشان داده شده در جدول 3 نشان می‌دهد. همچنین شکل 10 تغییرات عدد شرط ماتریس ژاکوبین کارتزینی بی بعد برای ساختار مورد اشاره را نشان می‌دهد.

به صورت جنبی نمایش این دو شاخص مستخرج از دو روش بی بعدسازی دیگر، یعنی استفاده از ضریب وزن دار و استفاده از مولفه‌های قائم سه نقطه از سکو نیز در شکل‌های 11 تا 14 نیز مشاهده می‌شوند.

در هر سه روش، در نواحی نزدیک به موقعیت X و Y صفر در ارتفاع‌های مختلف سکو، که همراه با دوران‌های نزدیک به صفر است، شاخص همسانگردی بیشترین مقدار خود را داراست.

دامنه تغییرات حداقل مقادیر تکین ماتریس ژاکوبین بی بعد شده توسط روش پیشنهادی (مطابق شکل 9) بین 1/15 تا 1/6 می‌باشد. حال آنکه این تغییرات در دو روش قبلی (مطابق شکل 11 و 13) به ترتیب بین 1 تا 1/6 و



شکل 9 تغییرات حداقل مقادیر تکین ماتریس ژاکوبین کارتزینی در فضای کاری ربات

شامل می‌شود، درحالی‌که بزرگترین مکعب مستطیل قابل محاط شدن در این فضا، با ابعادی برابر 109/1 mm، تنها 14% از فضای کاری مورد نظر را اشغال کرده است.

4-7- بزرگترین فضای کاری کارتزینی همراه با بیشینه سرعت دورانی و انتقالی

به‌طور مشابه، برای دستیابی به بیشینه حجم فضای کاری کارتزینی با سرعت‌پذیری مطلوب، از الگوریتم ژنتیک استفاده می‌شود. قیود هندسی و طراحی برای این عملیات بهینه‌سازی به قرار زیر است.

$$(20) \quad \text{تابع هدف: } V^* = V(r_a, r_b, d)$$

با توجه به قیود:

$$-1 \quad 0/3 > r_a > 0/2$$

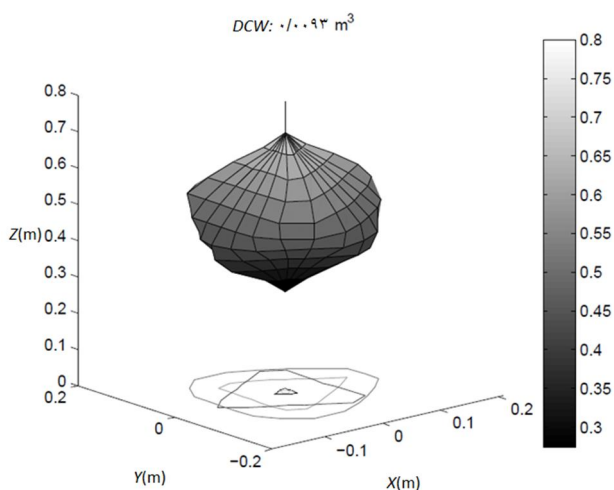
$$-2 \quad 0/5 > r_b > 0/3$$

$$-3 \quad 0/7 > d > 0/02$$

$$-4 \quad LCI \geq 0/6$$

$$-5 \quad 1/3 \geq \text{کمینه (SV)}$$

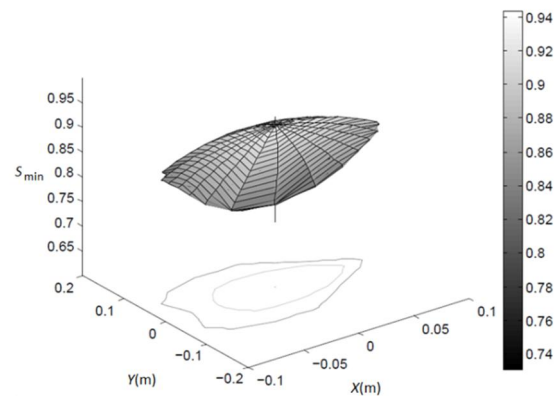
نتایج عملیات بهینه‌سازی در جدول 4 نشان داده شده است. شکل 16 همگرایی نتایج در فرآیند بهینه‌یابی را نمایش می‌دهد.



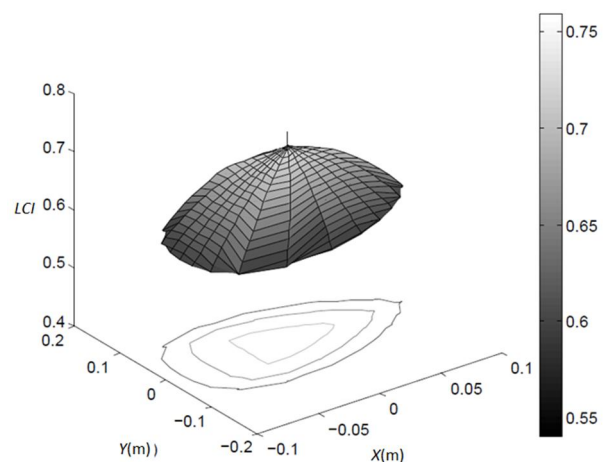
شکل 15: فضای کاری کارتزینی (DCW) با سرعت‌پذیری مطلوب ربات با ساختار

جدول 4: ساختار بهینه برای دستیابی به بزرگترین حجم فضای کاری با سرعت موقعیت‌پذیری مطلوب

پارامتر ساختاری	علامت مشخصه	اندازه
شعاع سکوی متحرک	$r_a(\text{mm})$	200
شعاع سکوی ثابت	$r_b(\text{mm})$	500
بخش فوقانی از لینک میانی	$d(\text{mm})$	211
حجم فضای کاری کارتزینی	m^3	0/0113
حجم بزرگترین فضای مکعبی داخل فضای کاری	m^3	0/0018
جمعیت اولیه		100
درصد حذف		20%
تعداد تکرار الگوریتم	---	51



شکل 13: تغییرات حداقل مقادیر تکین ماتریس ژاکوبین بی‌بعد شده با مولفه‌های قائم سه نقطه از سکو، در فضای کاری ربات



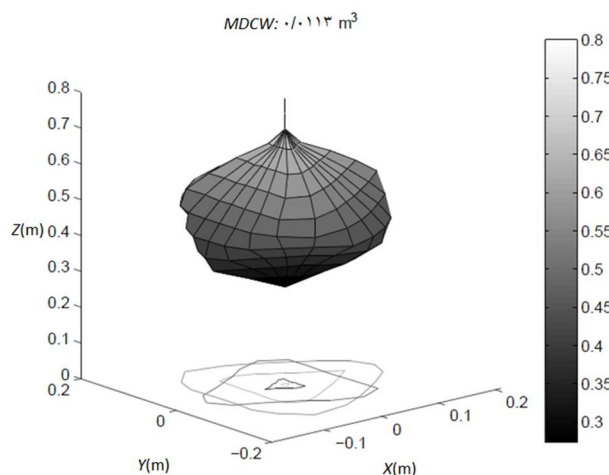
شکل 14: نمایش تغییرات عدد شرط ماتریس ژاکوبین (LCI) بی‌بعد شده با مولفه‌های قائم سه نقطه از سکو، در فضای کاری ربات

در زمینه بررسی شاخص همسانگردی و چه در زمینه بررسی سرعت‌پذیری نشان می‌دهد.

به‌منظور بیشینه‌سازی سرعت جابه‌جایی پنجه به ازای تحریک واحد عملگرها، لازم است حداقل مقادیر تکین ماتریس ژاکوبین درون فضای کاری ربات از حداقل مقدار (مورد نظر طراح) بزرگتر باشد. همچنین عدد شرط ماتریس ژاکوبین به‌منظور داشتن رفتاری یکسان در کلیه جهات لازم است از مقدار حداقل مورد نظر، بزرگتر باشد. جابجایی پنجه به ازای تحریک واحد عملگرها، صرف‌نظر از شرایط دینامیکی ربات بوده و مقادیر تکین ماتریس ژاکوبین بی‌بعد شده در حقیقت نوعی ضریب بزرگنمایی برای ورودی عملگرها است که خروجی جابه‌جایی برای پنجه را تامین می‌نماید.

با توجه به موارد ذکر شده، با اعمال محدودیت برای حداقل مقادیر عدد شرط و کوچکترین مقدار تکین، می‌توان به ساختاری با سرعت‌پذیری مطلوب در تمام جهات دست یافت. لذا با اعمال به ترتیب حداقل محدوده 0/6 و 1/3 برای عدد شرط و کوچکترین مقدار تکین محدوده فضای کاری کارتزینی برای ربات با ساختار مندرج در جدول 3 که دارای بیشینه حجم فضای کاری است، به صورت شکل 15، خواهد بود.

حجم فضای کاری کارتزینی به‌دست آمده با سرعت‌پذیری مطلوب، برابر 0/0093 m^3 است که در حدود 77% از حجم فضای کاری کارتزینی را



شکل 17 بزرگترین فضای کاری چالاک (MDCW) کارتزینی

کننده نتایج به دست آمده از روش‌های دیگر نیز می‌باشد. این موضوع نشان می‌دهد با قرارگیری مفصل یونیورسال در محدوده تقریبی میانگین از لینک میانی دستیابی به فضای کاری کارتزینی و غیرکارتزینی همراه با چالاک‌ی حداکثر همراه با حجم و شکل مطلوب امکان‌پذیر خواهد بود.

9- فهرست علائم

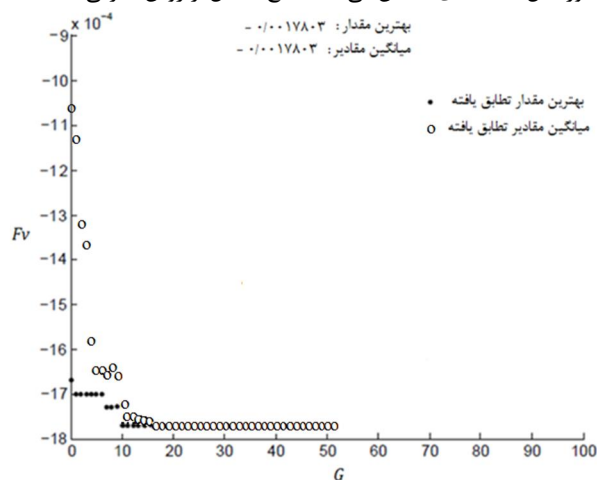
a_i	بردار موقعیت مفصل کروی i ام سکوی متحرک
a_i	شعاع سکوی متحرک m
b_i	بردار موقعیت مفصل یونیورسال i ام سکوی ثابت
b_i	شعاع سکوی ثابت m
c	بردار موقعیت c نسبت به O
$\dot{c}$	سرعت در راستای قائم پنجه ms^{-1}
d	بردار موقعیت P نسبت به C
J	ماتریس ژاکوبین
$\bar{J}$	ماتریس ضرایب بی بعد ساز در روش مولفه‌های سرعت نقاط واقع بر سکو
$\bar{J}$	ماتریس ضرایب بی بعد ساز در روش بی بعد سازی کارتزینی
J_c	ماتریس ژاکوبین بی بعد کارتزین
J_d	ماتریس ژاکوبین بی بعد با استفاده از ضریب وزن دار
J_v	ماتریس ژاکوبین بی بعد با استفاده از مولفه‌های قائم سرعت سه نقطه از سکو
I_i	بردار پایه i ام
I_i	طول بردار پایه i ام m
L	ضریب وزن دار m
$\dot{I}_i$	سرعت خطی پایه‌ها ms^{-1}
n	بردار یکه
$\{O\}$	دستگاه مختصات ثابت با محورهای x ، y و z
$\{P\}$	دستگاه مختصات متحرک با محورهای u ، v و w
q	بردار موقعیت مفاصل فعال
$\dot{q}$	بردار سرعت مفاصل فعال
R	ماتریس دوران

با توجه به اطلاعات حاصل از عملیات بهینه‌سازی شکل فضای کاری چالاک به صورت شکل 17، خواهد بود. همچنین بزرگترین مکعب قابل محاط شدن در این فضا دارای حجمی به اندازه $0.0018m^3$ خواهد بود. حجم اشغال شده توسط این مکعب، 16% از کل فضای کاری با سرعت‌پذیری مطلوب می‌باشد.

مشاهده می‌شود بعد از فرآیند بهینه‌یابی ساختاری، حجم فضای کاری کارتزینی تا حد ممکن به سمت فضایی مکعبی شکل، با ابعاد بیشینه نزدیک شده به طوری که دستیابی پنجه، به هر موقعیتی درون آن با بیشینه سرعت دورانی و انتقالی امکان‌پذیر خواهد بود.

8- نتیجه گیری

بررسی شاخص‌های کیفی عملکرد سینماتیکی ربات‌های موازی، با درجات آزادی مرکب، در گرو بی بعد سازی ماتریس ژاکوبین است. دو دسته کلی از روش‌های بی بعد سازی ماتریس‌های ژاکوبین تا کنون توسط محققین پیشنهاد شده است. روش پیشنهادی جدید در این مقاله، روشی به مراتب حساستر و با کاربرد بالاتر می‌باشد. استفاده از شاخص‌های کیفی حاصل از ماتریس ژاکوبین بی بعد شده، قابلیت بهینه‌سازی ساختار ربات موازی با درجه آزادی مرکب را ممکن ساخته است. به خصوص در زمینه کاربردی در صنعت ماشین ابزار، فضای کاری مکانیزم در راستای $X \times Y \times Z$ همراه با قابلیت دوران با محدوده مشخص تعریف می‌شود. در این شرایط ارزیابی کیفی عملکرد سینماتیکی ربات تری سیت به عنوان مطالعه موردی، و همچنین بهینه‌سازی ساختار ربات با در نظر گرفتن قیدهای هندسی و طراحی با تابع هدف حجم فضای کاری کارتزینی قاعده مند (نزدیک به مکعب مستطیل) صورت گرفت. با توجه به تحقیقات صورت گرفته قبلی و نتایج حاصل از عملیات بهینه‌سازی با استفاده از الگوریتم ژنتیک در محیط نرم افزار متلب¹ مشخص می‌شود که برای دستیابی به فضای کاری کارتزینی با سرعت‌پذیری حداکثر که مورد نیاز ماشین‌های ابزار می‌باشد، ساختار به دست آمده، دارای تفاوت اساسی با ماشین فرز سی ان سی² ساخته شده توسط شرکت تری سیت پی کی ام است به طوریکه در صورت قرارداد مفصل یونیورسال روی سکو ثابت (مطابق آنچه در شکل 1 نشان داده شده است) حجم فضای کاری کارتزینی با چالاک‌ی بالا، به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد. نتایج حاصل از روش معرفی شده تایید



شکل 16 نمودار همگرایی نتایج در بهینه‌سازی حجم فضای کاری کارتزینی همراه با بیشینه سرعت دورانی و انتقالی

1- MATLAB®
2- CNC (Computer Numerical Control)

- [6] D. Chablat, Ph. Wenger, S. Caro, J. Angeles, The iso-conditioning loci of planar three dof parallel manipulators, *Proceedings of DETC'2002, ASME Design Engineering Technical Conferences*, Montreal, Quebec, Canada, 2002.
- [7] H. R. Mohammadi Daniali, P. Zsombor-Murray, J. Angeles, The isotropic design of two general classes of planar parallel manipulators, *Journal of Robotic Systems*, Vol. 12, No. 12, pp. 795-805, 1995.
- [8] C. M. Gosselin, The optimum design of robotic manipulators using dexterity indices, *Journal of Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 9, No. 4, pp. 213-226, 1992.
- [9] S.-G. Kim, J. Ryu, New dimensionally homogeneous jacobian matrix formulation by three end-effector points for optimal design of parallel manipulators, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 19, No. 4, pp. 731-737, 2003.
- [10] J. Angeles, Is there a characteristic length of a rigid-body displacement, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 41, pp. 884-896, 2006.
- [11] M. A. Hosseini, H.R. M. Daniali, Weighted local conditioning index of a positioning and orienting parallel manipulator, *Scientia Iranica Journal*, Vol. 18, No. 1, pp. 115-120, 2011.
- [12] M. A. Hosseini, H.R. M. Daniali, H.D. Taghirad, Dexterous workspace optimization of Tricept robot, *Advanced Robotics*, Vol. 25, No. 1, pp. 1697-1712, 2011.
- [13] K.-E. Neumann, *US patent 4,732,525*, 22, Mar. 1988.
- [14] B. Siciliano, The Tricept robot: Inverse kinematics, manipulability analysis and closed-loop direct kinematics algorithm, *Robotica*, Vol. 17, No. 4, pp. 437-445, 1999.
- [15] D. Zhang, C. M. Gosselin, Kinetostatic analysis and design optimization of the tricept machine tool family, *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 124, No. 3, pp. 725-733, 2002.
- [16] <http://www.Pkmtricept.com>, 2012.
- [17] J. K. Salisbury, J. J. Craig, Articulated hands: Force control and kinematic issues, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 1, No. 1, pp. 4-17, 1982.
- [18] R. E. Stamper, L. W. Tsai, G. C. Walsh, Optimization of a three DOF translational platform for well-conditioned workspace, *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Vol. 4, pp. 3250-3255, 1997.

حداکثر مقدار تکین ماتریس ژاکوبین بی‌بعد	S_{max}
حداقل مقدار تکین ماتریس ژاکوبین بی‌بعد	S_{min}
بردار سرعت زاویه‌ای $^1\text{rads}^{-1}$	ω
بردار موقعیت پنجه در فضای شامل درجه آزادی ربات	x
بردار تویست پنجه در فضای شامل درجه آزادی ربات	$\dot{x}$
بردار موقعیت پنجه در فضای کارترین	x_c
بردار سرعت پنجه در فضای کارترین	$\dot{x}_c$
زیرنویس‌ها	
مفصل یونیورسال نام	bi
پایه نام	li

10- مراجع

- [1] P. Varshovichaghargh, D. Naderi, M. Tale Masouleh, Forward kinematic problem of two 4-BRUR with different geometric structure and one 4-RUU parallel robots, *Modares Mechanical Engineering Journal*, Vol. 12, No. 4, pp. 105-119, 2013. (In Persian)
- [2] J.-P. Merlet, *Parallel Robot*, Second Edition, Springer, 2006.
- [3] G. Pond, J.A. Carretero, Quantitative dexterous workspace comparison of parallel manipulators, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 42, No. 10, pp. 1388-1400, 2007.
- [4] F. Ranjbaran, J. Angeles, M. A. Gonzalez-Palacios, R. V. Patel, The mechanical design of a seven-axes manipulator with kinematic isotropy, *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, Vol. 14, pp. 21-41, 1995.
- [5] O. Ma, J. Angeles, Optimum architecture design of platform manipulators, *Proc. IEEE Int. Conf. Advanced Robotics*, 1991.