مجله مهندسی مکانیک مدرس، اسفند 1393، دوره 14، شماره 12، ص‌ص 171-178

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

کنترل ربات متحرک چرخ‌دار برای تعقیب مسیر به روش الگوریتم کنترلی غیر مبتنی بر مدل با خطاهای فیلتر شده PD-action

مجتبی رحیمی بیدگلی[1]، علی کیماسی خلجی[2]، سید علی اکبر موسویان[3*]

1- دانش آموخته کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی، تهران

2- دانش آموخته دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی ، تهران

3- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی ، تهران

* تهران، صندوق پستی 1999-19395، moosavian@kntu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 24 اسفند1392
پذیرش: 31 اردیبهشت 1393
ارائه در سایت: 12 مهر 1393

کلید واژگان:
ربات متحرک چرخ‌دار
قید غیر هولونومیک
تعقیب مسیر مرجع زمانی
کنترل‌کننده غیر مدل مبنا
پایداری مجانبی

چکیده

در این مقاله، کنترل تعقیب مسیر مرجع زمانی توسط یک ربات متحرک چرخ‌دار ، مورد تحلیل و بررسی قرار می‌گیرد. ربات متحرک چرخ‌دار، یک سیستم غیرخطی بوده و دارای سه مختصه تعمیم‌یافته (x, y, ϕ) و یک قید غیر هولونومیک، است. در ابتدا، معادلات سینماتیکی و دینامیکی ربات استخراج می‌شود. یک الگوریتم کنترلی غیر مدل مبنا با استفاده از خطاهای فیلتر شده PD-action برای کنترل ربات متحرک چرخ‌دار ارائه شده است. مدل‌های کنترلی غیر مدل مبنا به دلیل عدم وابستگی به مدل دینامیکی ربات، پایین بودن هزینه محاسباتی و همچنین مقاوم بودن در برابر عدم قطعیت‌های مدل، نسبت به مدل‌های کنترلی مدل مبنا مناسب‌تر هستند. با استفاده از تابع لیاپانوف مناسب و همین‌طور بکار بردن لم باربالات، پایداری مجانبی کنترل‌کننده مدار بسته برای تعقیب مسیر مرجع زمانی، اثبات می‌شود. در نهایت، نتایج شبیه‌سازی و پیاده‌سازی آزمایشگاهی روش کنترلی پیشنهادی ارائه می‌شود. نتایج حاصل نشان می‌دهد که بدون نیاز به اطلاعات مربوط به مدل دینامیکی و با کاهش دادن بار محاسباتی، عملکرد الگوریتم کنترلی پیشنهادی، قابل قبول است. بنابراین، الگوریتم کنترلی پیشنهادی یک الگوریتم ساده است که نسبت به تئوری‌های پیچیده با بار محاسباتی بالا نتایج قابل قبولی می‌دهد، در نتیجه این الگوریتم صنعتی‌تر است.

Trajectory tracking control of a wheeled mobile robot by a non-model-based control algorithm using PD-action filtered errors

Mojtaba Rahimi Bidgoli, Ali Keymasi Khalaji, S. Ali. A. Moosavian*

Department of Mechanical Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran.
* P.O.B. 19395-1999 Tehran, Iran, moosavian@kntu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 15 March 2014
Accepted 21 May 2014
Available Online 04 October 2014

Keywords:
Wheeled Mobile Robot
Nonholonomic Constraint
Trajectory Tracking
Non-Model-Based Controller
Asymptotic Stability

ABSTRACT

In this paper, trajectory tracking control of a wheeled mobile robot is analyzed. Wheeled mobile robot is a nonlinear system. This system including three generalized coordinates (x, y, ϕ), and a nonholonomic constraint. First, system kinematic and dynamic equations are obtained. A non-model-based control algorithm using PD-action filtered errors has been used in order to control the wheeled mobile robot. Non-model-based controllers are always more appropriate than model-based algorithms due to independency from dynamic models, lower computational costs and also robustness to uncertainties. Asymptotic stability of the closed loop system for trajectory tracking control of wheeled mobile robot has been investigated using appropriate Lyapunov function and also Barbalat's lemma method. Finally, in order to show the effectiveness of the proposed approach simulation and experimental results have been presented. Obtained results show that without requiring a priori knowledge of plant dynamics, and with reduced computational burden, the tracking performance of the presented algorithm is quite satisfactory. Therefore, the proposed control algorithm is well suited to most industrial applications where simple efficient algorithms are more appropriate than complicated theoretical ones with massive computational burden.

1- مقدمه

امروزه ربات‌های متحرک چرخ‌دار[1] در زندگی انسان‌ها نقش مهمی را ایفا می‌کنند. از جمله کاربردهای این نوع ربات‌ها، می‌توان به استفاده از آن‌ها در صنعت، کاربردهای خانگی (جارو برقی، ماشین‌های چمن‌زنی و غیره)، استفاده در مکان‌هایی که امکان دسترسی به آن‌ها دشوار است و یا در وضعیت خطرناک (فضا، ارتش، دفع پسماندهای هسته‌ای) و همچنین سرگرمی (فوتبال، جنگ‌های ربات‌ها)، اشاره کرد [1-6]. مطالعه دقیق و بررسی کامل روی مدل سینماتیکی و دینامیکی ربات‌های متحرک چرخ‌دار در [7] انجام

1- Wheeled Mobile Robot

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:
M. Rahimi Bidgoli, A. Keymasi Khalaji, S. A. A. Moosavian, Trajectory tracking control of a wheeled mobile robot by a non-model-based control algorithm using PD-action filtered errors, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 12, pp. 171-178, 2014 (In Persian)

گرفته است. در مورد ربات‌های متحرک چرخ‌دار بحث قید غیر هولونومیک[1] مطرح است [8،9]. روش‌های تجزیه، تحلیل و کنترل سیستم‌های غیر هولونومیک براساس مدل ریاضی شناخته شده در [10] ارائه شده است. با استفاده از روش لاگرانژ، می‌توان مدل دینامیکی ربات‌های متحرک همراه با قیود غیر هولونومیک را بدست آورد [10-12].

تعقیب مسیر مرجع زمانی[2] توسط ربات متحرک چرخ‌دار، یکی از مهم‌ترین مباحثی است که طی سال‌های اخیر به آن پرداخته شده است. مدل‌های مختلف زیادی از ربات‌های متحرک چرخ‌دار و همچنین روش‌های کنترلی مختلفی برای تعقیب مسیر مرجع زمانی این ربات‌ها مطرح شده است. روش‌های کنترلی برای کنترل این ربات‌ها به دو دسته کلی کنترل سینماتیک و کنترل دینامیک، دسته‌بندی می‌شود.

روش‌های کنترلی زیادی برای کنترل سینماتیک ربات‌های متحرک چرخ‌دار طراحی شده است. در [13]، کنترل فیدبک ربات شبه‌خودرو[3] که دارای قیود غیر هولونومیک می‌باشد، مطالعه شده است. در [14]، یک روش کنترلی برای تعقیب مسیر مرجع توسط ربات متحرک چرخ‌دار برای مدل‌های سینماتیکی در دستگاه قطبی دو بعدی ارائه شده است. در [15]، از مدل کنترل پیش‌بین[4] برای کنترل ربات‌های متحرک استفاده شده است. در [16]، از روش کنترلی خطی‌ساز فیدبک دقیق[5] برای کنترل ربات متحرک چرخ‌دار به همراه دو تریلر استفاده شده است.

در چند دهه اخیر، مطالعات زیادی روی کنترل سینماتیک ربات‌های متحرک چرخ‌دار انجام شده است و به نسبت، تحقیقات کمتری روی کنترل دینامیک این ربات‌ها صورت گرفته است. در کاربردهای مهندسی، به دلیل ورودی گشتاور برای موتورها کنترل‌کننده‌های دینامیک ربات، واقعی‌تر و ارزشمندتر از کنترل‌کننده‌های سینماتیک هستند. بنابراین، بهتر است که کنترل دینامیک ربات‌های متحرک چرخ‌دار مورد بررسی قرار بگیرد. در زمینه کنترل دینامیک این سیستم‌ها با استفاده از روش کنترلی مدل مبنا، کارهای ارزشمند زیادی انجام گرفته است. در [17]، از روش کنترل تطبیقی[6] برای کنترل ربات متحرک با قید غیر هولونومیک که دارای پارامترهای دینامیکی ناشناخته می‌باشد، بهره گرفته شده است. در [12]، یک کنترل‌کننده تطبیقی ساده مبتنی بر نرون[7] برای تعقیب مسیر مرجع زمانی توسط ربات متحرک چرخ‌دار، بدون اندازه‌گیری سرعت طراحی شده است. در [18]، یک کنترل‌کننده تطبیقی برای تعقیب مسیر مرجع زمانی توسط ربات متحرک چرخ‌دار پیشنهاد شده است. در [19]، یک کنترل مود لغزشی عصبی تطبیقی[8] برای تعقیب مسیر مرجع توسط ربات متحرک چرخ‌دار طراحی شده است. در [20]، با ترکیب روش کنترل مود لغزشی و روش دینامیک معکوس[9]، تعقیب مسیر مرجع زمانی توسط ربات متحرک چرخ‌دار که دارای عدم قطعیت در مدل و اغتشاشات خارجی می‌باشد، انجام گرفته است. در [21]، کنترل‌کننده دینامیک خطی‌ساز فیدبک تطبیقی مقاوم با استفاده از تخمین محدود بالایی عدم قطعیت‌ها، برای کنترل ربات ترکتور-تریلر ارائه شده است.

کنترل‌کننده‌های مدل مبنا، به مدل دقیق ریاضی سیستم نیاز دارند که ممکن است بدست آوردن مدل ریاضی فوق‌العاده سخت و یا حتی غیرممکن باشد. به هر حال، در میان الگوریتم‌های کنترلی مختلف، آن دسته از روش‌هایی که وابستگی کمتری به مدل دینامیکی ربات داشته و همچنین بار محاسباتی کمتری داشته باشند، در اولویت قرار می‌گیرند. بنابراین، طراحی روش کنترلی غیر مدل مبنا[10] نسبت به الگوریتم کنترلی مدل مبنا مناسب‌تر است [22]. تحقیقات متعددی پیرامون روش کنترل دینامیک غیر مدل مبنا برای کنترل ربات‌های متحرک چرخ‌دار صورت گرفته است. در [23]، یک کنترل‌کننده فازی[11] برای تعقیب مسیر مرجع توسط ربات دو چرخ دیفرانسیلی طراحی شده است. در [24]، با استفاده از شبکه عصبی، کنترل موقعیت و تعقیب مسیر مرجع زمانی توسط ربات متحرک چرخ‌دار صورت گرفته است. در [25]، با استفاده از روش غیر مدل مبنا ترانهاده ماتریس ژاکوبین[12] تعقیب مسیر مرجع زمانی توسط ربات ترکتور-تریلر انجام شده است. در روش کنترلی غیر مدل مبنای پیشنهادی، فرمان‌های کنترلی براساس خطاهای فیلتر شده[13] PD-action تولید می‌شود. الگوریتم کنترلی پیشنهادی یک روش کنترلی جدید است که نتایج قابل قبولی برای تعقیب مسیر مرجع توسط ربات متحرک چرخ‌دار، می‌دهد.

در این مقاله، یک الگوریتم کنترلی غیر مدل مبنا با استفاده از خطاهای فیلتر شده PD-action برای کنترل تعقیب مسیر مرجع زمانی ربات متحرک چرخ‌دار ارائه می‌شود. با استفاده از تابع لیاپانوف[14] و لم باربالات[15]، پایداری مجانبی[16] سیستم مدار بسته استنتاج می‌شود. در نهایت، نتایج شبیه‌سازی و پیاده‌سازی روش کنترلی پیشنهادی ارائه می‌شود. نتایج حاصل نشان می‌دهد که بدون نیاز به اطلاعات مربوط به مدل دینامیکی و با کاهش دادن بار محاسباتی، عملکرد الگوریتم کنترلی پیشنهادی، قابل قبول می‌باشد [26].

2- مدل سینماتیکی و دینامیکی ربات متحرک چرخ‌دار

ربات متحرک چرخ‌دار که از نوع دو چرخ دیفرانسیلی می‌باشد در شکل 1 نشان داده شده است.

جرم ربات m و ممان اینرسی ربات حول محور z گذرنده از مرکز جرم آن J است. بردار مختصات تعمیم یافته ربات با $q = [x \quad y \quad \phi]^{\mathrm{T}}$ نشان داده می‌شود. مدل سینماتیکی ربات متحرک چرخ‌دار شکل 1 را می‌توان به صورت رابطه (1) نوشت.

$$\dot{q} = S(q)v \tag{1}$$

$S(q)$ ماتریس ژاکوبین است و به صورت رابطه (2) بیان می‌شود.

$$S(q) = \begin{bmatrix} \cos\phi & 0 \\ \sin\phi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

و همچنین v بردار ورودی مدل سینماتیکی، شامل سرعت‌های خطی و زاویه‌ای ربات می‌باشد که به شکل رابطه (3) تعریف می‌شود.

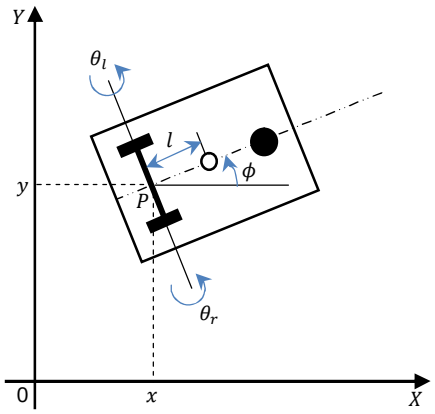
$$v = [v_1 \quad v_2]^{\mathrm{T}} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} v_1 = \pm\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \\ v_2 = \dot{\phi} \end{cases} \tag{3}$$

با استفاده از روش لاگرانژ، معادله دینامیکی ربات حاصل می‌شود.

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} = B(q)\tau + A^{\mathrm{T}}(q)\lambda \tag{4}$$

که در آن، $M(q)$ ماتریس جرمی و متقارن و مثبت معین است؛ $C(q,\dot{q})$

1- Nonholonomic Constraint
2- Trajectory Tracking
3- Car-Like
4- Model Predictive Control
5- Exact Feedback Linearization
6- Adaptive Control
7- Neuron-Based
8- Adaptive Neural Sliding Mode Control
9- Inverse Dynamic
10- Non-Model Based
11- Fuzzy Controller
12- Transpose Jacobian Matrix
13- Filtered Errors
14- Lyapunov Function
15- Barbalat's Lemma
16- Asymptotic Stability



شکل 1 ربات متحرک چرخ‌دار

ماتریس کریولیس[1]؛ $B(q)$ ماتریس تبدیل ورودی؛ τ بردار گشتاورها، شامل گشتاورهای اعمالی به موتورهای راست و چپ که روی چرخ‌های راست و چپ عقب ربات قرار گرفته‌اند؛ $A(q)$ ماتریس قیدی ربات و λ بردار ضرایب لاگرانژ است. ماتریس‌های موجود در مدل دینامیکی ربات به شکل (5) می‌باشند.

$$M(q) = \begin{bmatrix} m & 0 & -m\,l\sin\phi \\ 0 & m & m\,l\cos\phi \\ -m\,l\sin\phi & m\,l\cos\phi & J + ml^2 \end{bmatrix}$$

$$C(q,\dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -m\,l\dot{\phi}\cos\phi \\ 0 & 0 & -m\,l\dot{\phi}\sin\phi \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B(q) = \frac{1}{r}\begin{bmatrix} \cos\phi & \cos\phi \\ \sin\phi & \sin\phi \\ h & -h \end{bmatrix}$$

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_r \\ \tau_l \end{bmatrix} \tag{5}$$

چرخ‌های عقب ربات از نوع محور ثابت بوده و دارای قید غیرهولونومیک می‌باشد. معادله قیدی ربات و در نتیجه ماتریس قیدی ربات به شکل رابطه (6) حاصل می‌شود.

$$A(q)\dot{q} = 0 \quad \rightarrow \quad A(q) = [-\sin\phi \quad \cos\phi \quad 0] \tag{6}$$

3- الگوریتم کنترلی غیر مدل مبنا

در این قسمت، یک الگوریتم کنترلی غیر مدل مبنا براساس خطاهای فیلتر شده PD-action برای کنترل تعقیب ربات متحرک چرخ‌دار ارائه می‌شود. در شکل 2، ربات متحرک چرخ‌دار در دو حالت واقعی و مرجع نشان داده شده است.

با توجه به شکل 2، خطاهای موقعیت و زاویه ربات به صورت رابطه (7) تعریف می‌شوند.

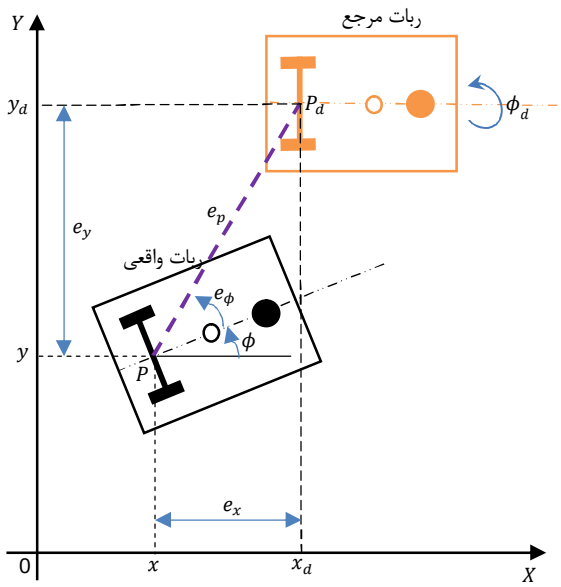
$$\begin{cases} e_p = \sqrt{e_x^2 + e_y^2} \\ e_\phi = \mathrm{Atan2}(e_y, e_x) - \phi \end{cases} \tag{7}$$

جایی که:

$$\begin{cases} e_x = x_d - x = e_p\cos(\phi + e_\phi) \\ e_y = y_d - y = e_p\sin(\phi + e_\phi) \end{cases} \tag{8}$$

خطاهای موقعیت (e_p) و زاویه جهت‌گیری (e_ϕ) ربات، بایستی حول نقطه صفر پایدار شود. در ابتدا باید ربات واقعی، ربات مرجع را پیدا کرده و سپس تعقیب مسیر ربات مرجع را انجام دهد.

در دیاگرام بلوکی شکل 3، نحوی عملکرد کنترل‌کننده غیر مدل مبنا



شکل 2 ربات متحرک چرخ‌دار در دو حالت واقعی و مرجع

براساس خطاهای فیلتر شده PD-action نشان داده شده است. گشتاورهای موتورهای راست و چپ ربات به شکل رابطه (9) تعریف می‌شوند.

$$\tau_r = \begin{cases} K_{p1}e_p + K_{v1}\dot{e}_p + K_{p2}e_\phi + K_{v2}\dot{e}_\phi & |e_\phi| < \delta \\ K_{p2}e_\phi + K_{v2}\dot{e}_\phi & |e_\phi| \geq \delta \end{cases}$$

$$\tau_l = \begin{cases} K_{p1}e_p + K_{v1}\dot{e}_p - K_{p2}e_\phi - K_{v2}\dot{e}_\phi & |e_\phi| < \delta \\ -K_{p2}e_\phi - K_{v2}\dot{e}_\phi & |e_\phi| \geq \delta \end{cases} \tag{9}$$

با توجه به رابطه (9)، K_{pi} و K_{vi} بهره‌های کنترل‌کننده پیشنهادی و δ مقداری ناچیز می‌باشد.

اگر اندازه خطای زاویه ربات بزرگ باشد $(|e_\phi| \geq \delta)$، کنترل‌کننده پیشنهادی ربات را می‌چرخاند تا مقدار خطای زاویه ربات کاهش پیدا کند. در غیر این صورت خطای موقعیت و زاویه جهت‌گیری ربات به طور همزمان کنترل می‌شود.

4- تحلیل پایداری برای تعقیب مسیر مرجع زمانی توسط ربات

در این قسمت، تابع لیاپانوف مناسب برای اثبات پایداری الگوریتم کنترلی پیشنهادی، انتخاب می‌شود. خطای تعقیب مسیر مرجع زمانی، به صورت رابطه (10) تعریف می‌شود.

$$\tilde{q} = q - q_d \tag{10}$$

در این قسمت، معادلات دینامیکی ربات برای دو حالت واقعی و مرجع به شکل رابطه (11) قابل بیان است.

$$\begin{cases} M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} = B(q)\tau + A^{\mathrm{T}}(q)\lambda \\ M(q_d)\ddot{q}_d + C(q_d,\dot{q}_d)\dot{q}_d = B(q_d)\tau_d + A^{\mathrm{T}}(q_d)\lambda \end{cases} \tag{11}$$

در رابطه (11)، می‌توان فرض کرد که $M(q) = M(q_d)$، $C(q,\dot{q}) = C(q_d,\dot{q}_d)$، $B(q_d)\tau_d = 0$ و $A(q) = A(q_d)$ باشد [27].

تابع کاندیدای لیاپانوف به شکل رابطه (12) در نظر گرفته می‌شود.

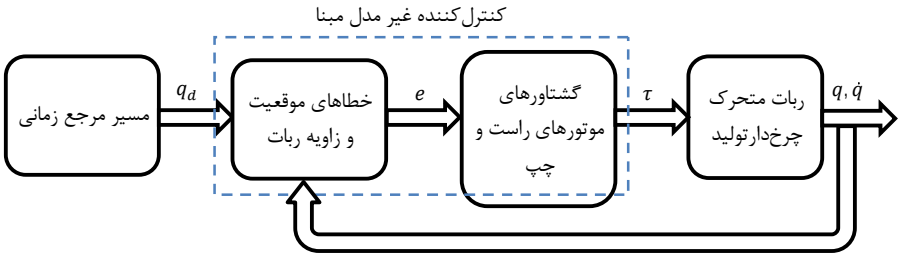
$$V(q,\dot{q}) = \frac{1}{2}\dot{\tilde{q}}^{\mathrm{T}}M(q)\dot{\tilde{q}} + \frac{1}{2}\tilde{q}^{\mathrm{T}}K_P\tilde{q} \tag{12}$$

مشتق تابع لیاپانوف به صورت رابطه (13) حاصل می‌شود.

$$\dot{V}(q,\dot{q}) = \dot{\tilde{q}}^{\mathrm{T}}M(q)\ddot{\tilde{q}} + \frac{1}{2}\dot{\tilde{q}}^{\mathrm{T}}\dot{M}(q)\dot{\tilde{q}} + \dot{\tilde{q}}^{\mathrm{T}}K_P\tilde{q} \tag{13}$$

با توجه به (11)، متغیر $\ddot{\tilde{q}}$ به شکل رابطه (14) بیان می‌شود.

1- Coriolis Matrix



شکل 3 روند کلی روش کنترلی غیر مدل مبنا براساس خطاهای فیلتر شده PD-action

$$\ddot{\tilde{q}} = M^{-1}(q)\{-C(q,\dot{q})\dot{\tilde{q}} + B(q)\tau\} \tag{14}$$

با قرار دادن رابطه (14) در (13)، مشتق تابع لیاپانوف به صورت رابطه (15) نوشته می‌شود.

$$\dot{V}(q,\dot{q}) = \frac{1}{2}\dot{\tilde{q}}^{\mathrm{T}}\left(\dot{M}(q) - 2C(q,\dot{q})\right)\dot{\tilde{q}} + \dot{\tilde{q}}^{\mathrm{T}}B(q)\tau + \dot{\tilde{q}}^{\mathrm{T}}K_P\tilde{q} \tag{15}$$

در رابطه (15)، عبارت $\dot{M}(q) - 2C(q,\dot{q})$ دارای خاصیت تقارن مورب[1] است. طبق رابطه (16) داریم:

$$\dot{\tilde{q}}^{\mathrm{T}}\left(\dot{M}(q) - 2C(q,\dot{q})\right)\dot{\tilde{q}} = 0 \tag{16}$$

در نتیجه، رابطه (17) حاصل می‌شود.

$$\dot{V}(q,\dot{q}) = \dot{\tilde{q}}^{\mathrm{T}}B(q)\tau + \dot{\tilde{q}}^{\mathrm{T}}K_P\tilde{q} \tag{17}$$

بردار ورودی $B(q)\tau$ به شکل رابطه (18) قابل بیان است.

$$B(q)\tau = \frac{1}{r}\begin{bmatrix}\cos\phi\,(\tau_r + \tau_l)\\ \sin\phi\,(\tau_r + \tau_l)\\ h(\tau_r - \tau_l)\end{bmatrix} \tag{18}$$

تحلیل پایداری برای دو محدوده بررسی می‌شود: الف) $|e_\phi| \geq \delta$، ب) $|e_\phi| < \delta$

الف) $(|e_\phi| \geq \delta)$

در این محدوده، با توجه به رابطه (9)، مجموع و اختلاف گشتاورهای موتورهای راست و چپ به شکل رابطه (19) بیان می‌شود.

$$\begin{cases}\tau_r + \tau_l = 0\\ \tau_r - \tau_l = 2(K_{p2}e_\phi + K_{v2}\dot{e}_\phi)\end{cases} \tag{19}$$

اگر اندازه خطای زاویه ربات زیاد باشد، ابتدا بایستی فقط خطای زاویه ربات اصلاح شود تا اندازه خطای زاویه کاهش پیدا کند زیرا اگر در این حالت، فرمانی در جهت کنترل موقعیت ربات صادر شود، سبب ناپایداری ربات می‌شود. با توجه به رابطه (19)، فرمان‌های کنترلی به گونه‌ای هستند که ربات حول محور خود دوران می‌کند تا جایی که خطای زاویه ربات کاهش یابد.

ب) محدوده $(|e_\phi| < \delta)$

در این محدوده، با توجه به رابطه (9)، مجموع و اختلاف گشتاورهای موتورهای راست و چپ به شکل رابطه (20) بیان می‌شود.

$$\begin{cases}\tau_r + \tau_l = 2(K_{p1}e_p + K_{v1}\dot{e}_p)\\ \tau_r - \tau_l = 2(K_{p2}e_\phi + K_{v2}\dot{e}_\phi)\end{cases} \tag{20}$$

در این قسمت، اندازه خطای زاویه ربات کم است و خطاهای موقعیت و زاویه جهت‌گیری ربات، به طور همزمان اصلاح می‌شوند. با استفاده از رابطه‌های (18) و (20)، ماتریس ورودی $B(q)\tau$ به شکل رابطه (21) بیان می‌شود.

$$B(q)\tau = \frac{2}{r}\begin{bmatrix}K_{p1} & 0 & 0\\ 0 & K_{p1} & 0\\ 0 & 0 & hK_{p2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}e_x\\ e_y\\ e_\phi\end{bmatrix} + \frac{2}{r}\begin{bmatrix}K_{v1} & 0 & 0\\ 0 & K_{v1} & 0\\ 0 & 0 & hK_{v2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{e}_x + e_p\dot{\phi}\sin\phi\\ \dot{e}_y - e_p\dot{\phi}\cos\phi\\ \dot{e}_\phi\end{bmatrix} \tag{21}$$

با توجه به رابطه (8)، برای محدوده خطای زاویه پایین، e_x و e_y را می‌توان به صورت رابطه (22) بیان کرد.

$$\begin{cases}e_x = e_p\cos\phi\\ e_y = e_p\sin\phi\end{cases} \tag{22}$$

با توجه به روابط (21) و (22)، سرانجام ماتریس ورودی $B(q)\tau$ به شکل رابطه (23) بیان می‌شود.

$$B(q)\tau = -K_P\tilde{q} - K_V\dot{\tilde{q}} + \begin{bmatrix}-K_{v1}e_p\dot{\phi}\sin\phi\\ K_{v1}e_p\dot{\phi}\cos\phi\\ 0\end{bmatrix} \tag{23}$$

جایی‌که $\tilde{q} = -e$ و $\dot{\tilde{q}} = -\dot{e}$ و ماتریس‌های K_P و K_V در رابطه (24) آمده است.

$$K_P = \begin{bmatrix}K_{p1} & 0 & 0\\ 0 & K_{p1} & 0\\ 0 & 0 & hK_{p2}\end{bmatrix}, K_V = \begin{bmatrix}K_{v1} & 0 & 0\\ 0 & K_{v1} & 0\\ 0 & 0 & hK_{v2}\end{bmatrix} \tag{24}$$

با قرار دادن رابطه (23) در (17)، مشتق تابع لیاپانوف به صورت رابطه (25) بیان می‌شود.

$$\dot{V}(q,\dot{q}) = -\dot{\tilde{q}}^{\mathrm{T}}K_V\dot{\tilde{q}} + \dot{\tilde{q}}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}-K_{v1}e_p\dot{\phi}\sin\phi\\ K_{v1}e_p\dot{\phi}\cos\phi\\ 0\end{bmatrix} \tag{25}$$

جایی‌که طبق رابطه (26):

$$\dot{\tilde{q}}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}-K_{v1}e_p\dot{\phi}\sin\phi\\ K_{v1}e_p\dot{\phi}\cos\phi\\ 0\end{bmatrix} = K_{v1}e_p\dot{\phi}\{(-\dot{x}\sin\phi + \dot{y}\cos\phi) + (\dot{x}_d\sin\phi - \dot{y}_d\cos\phi)\} \tag{26}$$

با توجه به (26)، عبارت $-\dot{x}\sin\phi + \dot{y}\cos\phi + (\dot{x}_d\sin\phi - \dot{y}_d\cos\phi)$ قید غیرهولونومیک چرخ‌های عقب ربات می‌باشد که برابر با صفر است. فرض می‌شود که کنترل‌کننده طراحی شده به‌خوبی عمل کند و تعقیب مسیر مرجع زمانی خیلی خوب انجام شود. بنابراین می‌توان فرض کرد $q(t) \simeq q_d(t)$ و $\dot{q}(t) \simeq \dot{q}_d(t)$ و در نتیجه عبارت $\dot{x}_d\sin\phi - \dot{y}_d\cos\phi$ برابر با صفر می‌شود [27]. سرانجام مشتق تابع لیاپانوف به شکل رابطه (27) بیان می‌شود.

$$\dot{V}(q,\dot{q}) = -\dot{\tilde{q}}^{\mathrm{T}}K_V\dot{\tilde{q}} \leq 0. \tag{27}$$

تابع لیاپانوف انتخابی مثبت معین می‌باشد و همین‌طور با توجه به رابطه (27)، مشتق تابع لیاپانوف منفی نیمه معین است، در نتیجه تابع لیاپانوف

1- Skew Symmetric

$V(q,\dot{q})$ به یک محدوده همگرا می‌شود یا به عبارتی $V(q,\dot{q})$ محدود[1] است. و همچنین با توجه به رابطه (12)، $\tilde{q}$ و $\dot{\tilde{q}}$ نیز محدود هستند. برای اثبات پایداری مجانبی ربات، می‌توان از لم باربالات استفاده کرد. چون دینامیک سیستم غیر مستقل[2] است، نمی‌توان همگرایی $\dot{\tilde{q}}$ را نتیجه گرفت. برای این که بتوان ثابت کرد مشتق تابع لیاپانوف بطور یکنواخت پیوسته زمانی[3] است، بایستی محدود بودن مشتق دوم تابع لیاپانوف ($\ddot{V}(q,\dot{q})$) را نشان داد.

$$\ddot{V}(q,\dot{q}) = -2\dot{\tilde{q}}^{\mathrm{T}}K_V\ddot{\tilde{q}} \tag{28}$$

که با قرار دادن (23) در (14)، معادله متغیر $\ddot{\tilde{q}}$ به شکل رابطه (29) بیان می‌شود.

$$\ddot{\tilde{q}} = M^{-1}(q)\left\{-C(q,\dot{q})\dot{\tilde{q}} - K_V\dot{\tilde{q}} - K_P\tilde{q} + \begin{bmatrix}-K_{v1}\dot{\phi}e_y\\ K_{v1}\dot{\phi}e_x\\ 0\end{bmatrix}\right\} \tag{29}$$

با قرار دادن (29) در (28)، مشتق دوم تابع لیاپانوف حاصل می‌شود. طبق رابطه (30) داریم:

$$\ddot{V}(q,\dot{q}) = -2\dot{\tilde{q}}^{\mathrm{T}}K_VM^{-1}(q)\left(-C(q,\dot{q})\dot{\tilde{q}} - K_V\dot{\tilde{q}} - K_P\tilde{q} + \begin{bmatrix}-K_{v1}\dot{\phi}e_y\\ K_{v1}\dot{\phi}e_x\\ 0\end{bmatrix}\right) \tag{30}$$

متغیرهای $\dot{\tilde{q}}$ و $\dot{q}_d$ محدود هستند، در نتیجه با توجه به رابطه (12)، $\dot{q}$ محدود می‌باشد و در نتیجه به استفاده از (5)، $C(q,\dot{q})$ و $M(q)$ نیز محدود می‌باشند و همین‌طور $\dot{V}(q,\dot{q})$ بطور یکنواخت پیوسته است. در نتیجه $\ddot{V}(q,\dot{q})$ نیز محدود بوده و با استفاده از لم باربالات $\dot{V}(q,\dot{q}) \to 0$ میل می‌کند وقتی که $t \to \infty$ میل کند.

با توجه به رابطه (27)، $\dot{\tilde{q}}$ و همینطور $\ddot{\tilde{q}}$ نیز به سمت صفر میل می‌کنند. با استفاده از رابطه (29)، متغیر $\tilde{q}$ به سمت صفر میل می‌کند. در نتیجه وقتی $t \to \infty$ میل می‌کند $q \to q_d$ و $\dot{q} \to \dot{q}_d$ میل می‌کنند. بنابراین، سیستم مدار بسته پایدار مجانبی است.

5- نتایج حاصله

در این بخش، نتایج شبیه‌سازی و پیاده‌سازی ارائه می‌شود. در ابتدا، فرضیات مربوط به مشخصات هندسی و جرمی ربات به صورت جدول 1 در نظر گرفته می‌شود.

5-1- نتایج شبیه‌سازی

شبیه‌سازی‌ها در محیط نرم‌افزار متلب[4] انجام گرفته است. شرایط اولیه برای سیستم، به صورت رابطه (31) در نظر گرفته می‌شود.

جدول 1 مشخصات هندسی و جرمی ربات متحرک چرخ‌دار

پارامتر	مقدار
m (kg)	0/9
J (kg. m^2)	0/0025
r(cm)	2/6
h(cm)	5/95
l(mm)	29

$$q_0 = \begin{bmatrix}0.32 & -0.11 & \frac{3\pi}{2}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{31}$$

مسیر مرجع زمانی مربوط به ربات مرجع، به شکل دایره‌ای و مطابق رابطه (32) فرض می‌شود.

$$\begin{cases}x_d(t) = 0.4\cos(t)\\ y_d(t) = 0.4\sin(t)\end{cases} \tag{32}$$

ضرایب کنترلی در نظر گرفته شده با مطالعات شبیه‌سازی به منظور رسیدن به عملکرد مطلوب سیستم حلقه بسته، اجتناب از داشتن پاسخ‌های نوسانی و اجتناب از رسیدن به حد اشباع عملگرها، تعیین گردیده است و به شکل رابطه (33) بیان می‌شود.

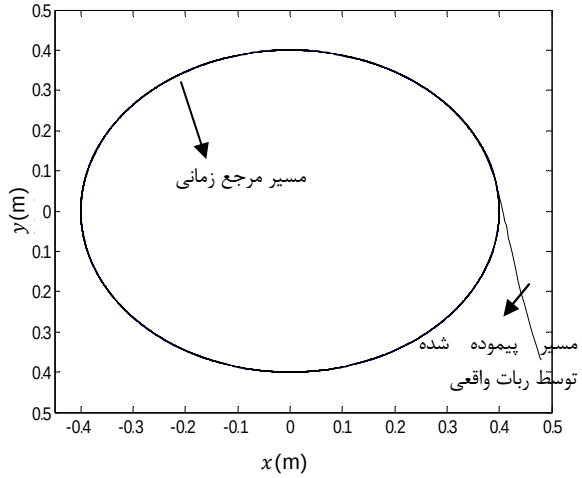
$$K_{p1} = 0.5 \quad , \quad K_{v1} = 1 \quad , \quad K_{p2} = 0.5 \quad , \quad K_{v2} = 1 \tag{33}$$

در شکل 4، تعقیب مسیر دایره‌ای توسط ربات نشان داده شده است. در شکل 5، خطاهای موقعیت و زاویه ربات و در شکل 6، سرعت‌های خطی و زاویه‌ای ربات نمایش داده شده است.

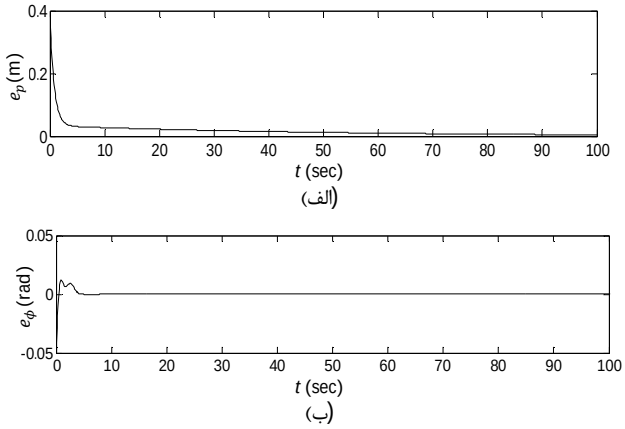
5-2- پیاده‌سازی و مطالعات آزمایشگاهی

5-2-1- سیستم آزمایشگاهی

سیستم آزمایشگاهی مورد بررسی، تشکیل شده از یک دوربین نصب شده به سقف و یک کامپیوتر میزبان است. در شکل 7، ربات متحرک چرخ‌دار با برچسب‌های آبی و سفید نشان داده شده است. این برچسب‌ها موقعیت و زاویه جهت‌گیری ربات متحرک چرخ‌دار را برای تعقیب مسیر مرجع زمانی،

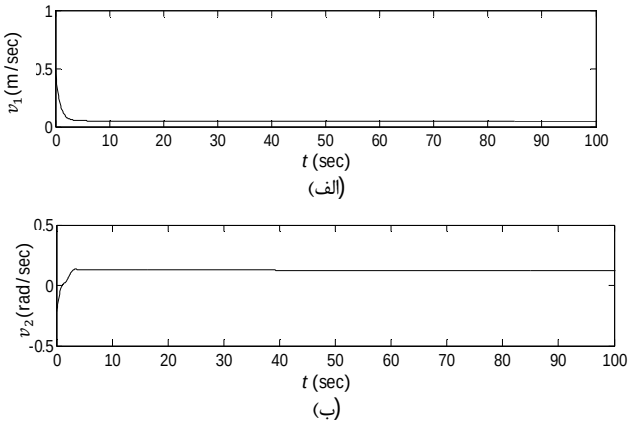


شکل 4 تعقیب مسیر مرجع زمانی دایره‌ای توسط ربات متحرک چرخ‌دار



شکل 5 الف) خطای موقعیت ربات، (ب) خطای زاویه جهت‌گیری ربات

1- Bounded
2- Non-autonomous
3- Uniformly Continues
4- MATLAB



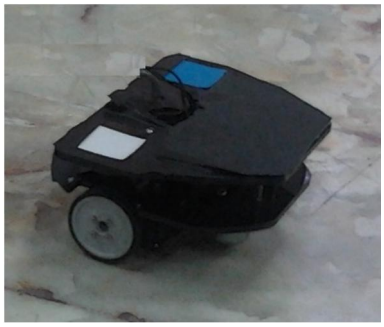
شکل 6 ورودی مدل سینماتیکی بر حسب زمان؛ الف) سرعت خطی ربات $v_1(m/s)$، ب) سرعت زاویه‌ای ربات $v_2(rad/s)$

مشخص می‌کند. موتورهای انتخابی، از نوع سروو موتور با ولتاژ عملکردی 12 ولت و گشتاور راه‌اندازی 1/5 نیوتن متر است، که روی چرخ‌های عقب ربات نصب می‌شوند.

در پیاده‌سازی آزمایشگاهی، به منظور اندازه‌گیری متغیرهای سیستم از روش پردازش تصویر استفاده شده است، بدین منظور با استفاده از برچسب‌های آبی و سفید رنگ نصب شده بر روی ربات، موقعیت آن توسط دوربین به کامپیوتر میزبان انتقال داده می‌شود. الگوریتم پردازش تصویر، بر مبنای جستجو به منظور یافتن نقاط رنگی در صفحه حرکت عمل می‌کند. دوربین مورد استفاده در این آزمایش، دارای دقت 480 × 640 پیکسل با سرعت پردازش 30 فریم بر ثانیه می‌باشد. از آنجا که موقعیت ربات فقط از طریق پردازش تصویر مشخص می‌شود، سرعت پردازش تصویر به زمان نمونه‌برداری کنترل‌کننده محدود می‌شود. در این آزمایش، زمان نمونه‌برداری برابر با 33 میلی ثانیه می‌باشد که با سرعت پردازش تصویر تقریبا یکسان است. فرمان‌های کنترلی توسط کامپیوتر تولید شده و از طریق کابل ارتباطی، اطلاعات به ربات انتقال داده می‌شود. نرم‌افزار مورد استفاده برای پیاده کردن الگوریتم کنترلی، متلب-سیمولینک[1] می‌باشد.

5-2-2- نتایج تجربی

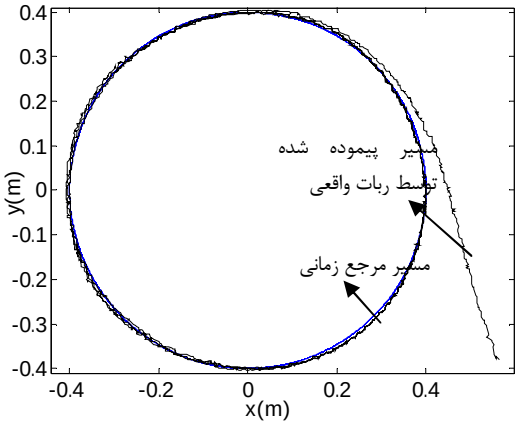
در این قسمت، ربات متحرک چرخ‌دار شکل 7، بایستی مسیر مرجع زمانی را تعقیب نماید. مسیرهای مرجع زمانی تولیدی برای ربات متحرک چرخ‌دار، در صفحه مختصات کارتزین می‌باشد.



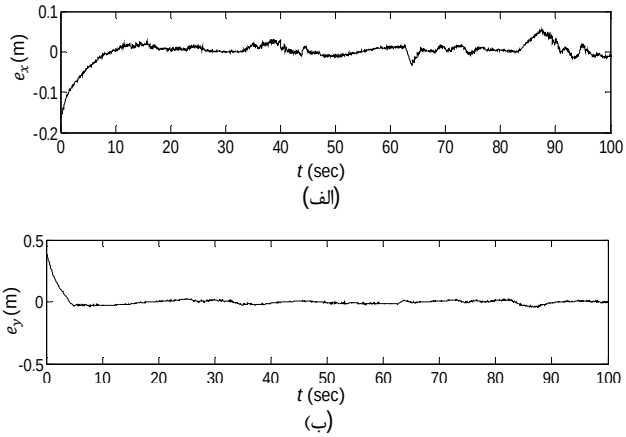
شکل 7 نمونه ساخته شده ربات متحرک چرخ‌دار

1- MATLAB/SIMULINK

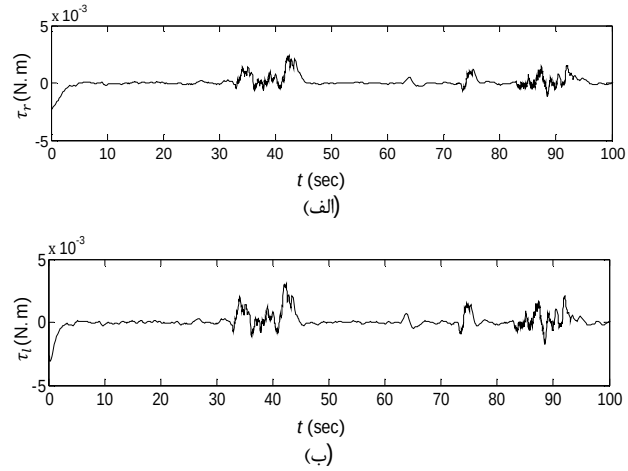
برای پیاده‌سازی، ربات متحرک چرخ‌دار از شرایط اولیه q_0 (31)، شروع شکل 8، تعقیب مسیر مرجع دایره‌ای توسط ربات متحرک چرخ‌دار نشان داده شده است.



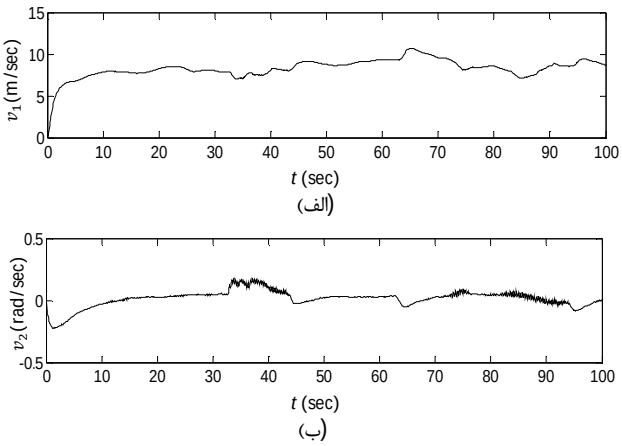
شکل 8 تعقیب مسیر مرجع زمانی دایره‌ای توسط ربات متحرک چرخ‌دار در حالت تجربی



شکل 9 خطای موقعیت ربات؛ الف) در راستای افقی، ب) در راستای عمودی



شکل 10 گشتاورهای سروو موتورها بر حسب زمان؛ الف) گشتاور سروو موتور سمت راست $\tau_r\ (N.m)$، ب) گشتاور سروو موتور سمت چپ $\tau_l\ (N.m)$



شکل 11 ورودی مدل سینماتیکی بر حسب زمان در حالت تجربی؛ الف) سرعت خطی ربات $v_1(m/s)$، ب) سرعت زاویه‌ای ربات $v_2(rad/s)$

خطاهای موقعیت ربات در راستاهای افقی و عمودی در شکل 9 نشان داده شده است و شکل‌های 10 و 11، به‌ترتیب گشتاورهای موتورهای راست و چپ ربات و همچنین ورودی‌های مدل سینماتیکی که شامل سرعت‌های خطی و زاویه‌ای ربات می‌باشد، نمایش داده شده است.

6- نتیجه‌گیری

در این مقاله، کنترل تعقیب مسیر مرجع زمانی توسط یک ربات متحرک چرخ‌دار که دارای قید غیر هولونومیک می‌باشد، مورد تحلیل و بررسی قرار گرفت. در ابتدا، معادلات سینماتیکی و دینامیکی ربات استخراج شده و سپس یک روش کنترلی غیر مدل مبنا با استفاده از خطاهای فیلتر شده PD-action برای کنترل ربات متحرک چرخ‌دار ارائه شد. مدل‌های کنترلی غیر مدل مبنا به دلیل عدم وابستگی به مدل دینامیکی ربات، پایین بودن هزینه محاسباتی و مقاوم بودن در برابر عدم قطعیت‌های مدل، نسبت به مدل‌های کنترلی مدل مبنا مناسب‌تر هستند. با استفاده از تابع لیاپانوف و لم باربالات، پایداری مجانبی سیستم مدار بسته، استنتاج شد. در نهایت، نتایج شبیه‌سازی و پیاده‌سازی روش کنترلی پیشنهادی ارائه شد. نتایج حاصل نشان می‌دهد که بدون نیاز به اطلاعات مربوط به مدل دینامیکی و با کاهش دادن بار محاسباتی، عملکرد الگوریتم کنترلی پیشنهادی قابل قبول می‌باشد.

7- فهرست علایم

$A(q)$ ماتریس قیدی

$B(q)$ ماتریس تبدیل ورودی

$C(q,\dot{q})$ ماتریس کریولیس

e بردار خطا

e_x, e_y خطاهای موقعیت افقی و عمودی ربات

e_ϕ خطای زاویه جهت‌گیری ربات

e_p خطای موقعیت ربات

h نصف فاصله بین چرخ‌های عقب ربات

J اینرسی ربات حول محور z گذرنده از آن

K_P, K_V ماتریس‌های ضرایب کنترل‌کننده

l فاصله عمودی چرخ‌های عقب تا مرکز جرم ربات

m جرم ربات

$M(q)$ ماتریس جرمی

q بردار مختصات تعمیم‌یافته

q_d بردار مختصات تعمیم‌یافته ربات مرجع

r شعاع چرخ‌های ربات

$S(q)$ ماتریس ژاکوبین

v بردار سرعت شامل سرعت‌های خطی و دورانی ربات

$V(q,\dot{q})$ تابع لیاپانوف

x, y موقعیت افقی و عمودی ربات

علایم یونانی

λ ضرایب لاگرانژ

ϕ زاویه جهت‌گیری ربات

τ بردار گشتاور

δ مقداری ناچیز برای سنجش اندازه خطای زاویه ربات

8- مراجع

[1] P., Zarafshan, and S. Ali A., Moosavian, Adaptive Hybrid Suppression Control of a Wheeled Mobile Robot with Flexible Solar Panels, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 5, pp. 130-143, 2013. (In Persian)

[2] K., Alipour, and S. Ali. A., Moosavian, Effect of Terrain Traction, Suspension Stiffness and Grasp Posture on the Tip-over Stability of Wheeled Robots with Multiple Arms, *Journal of Advanced Robotics*, Vol. 26, No. 8-9, pp. 817-842, 2012.

[3] K., Alipour, and S. Ali. A., Moosavian, How to Ensure Stable Motion of Suspended Wheeled Mobile Robots, *Journal of Industrial Robot*, Vol. 38, No. 2, pp. 139-152, 2011.

[4] K., Alipour, S. Ali. A., Moosavian, and Bahramzadeh, Y., Dynamics of Wheeled Mobile Robots with flexible suspension: Analytical Modeling and verification, *International Journal of Robotics and Automation*, Vol. 23, No. 4, pp. 242-250, 2008.

[5] S. Ali A., Moosavian, and A., Mirani, Dynamics and Motion Control of Wheeled Robotic Systems, *Esteghlal Journal of Engineering, Isfahan University of Technology*, Vol. 24, No. 2, pp. 193-214, 2006. (In Persian)

[6] R., Rastegari, and S. Ali A., Moosavian, Multiple Impedance Control of Non-Holonomic Wheeled Mobile Robotic Systems Performing Object Manipulation Tasks, *Journal of Engineering Faculty, Tehran University*, Vol. 39, No. 1, pp. 15-30, 2005. (In Persian)

[7] G. Campion, G. Bastin and B. D'AndreaNovel, Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeledmobile robots, *IEEE Trans. Robotics Autom*, Vol. 12, No. 1, pp. 47-62, 1996.

[8] I. Kolmanovsky and N.H. McClamroch, Developments in nonholonomic control problems, *IEEE Control Systems*, Vol. 15, No. 6, pp. 20-36, 1995.

[9] G. Campion, B. d'Andrea-Novel and G. Bastin, *Controllability and state feedback of nonholonomic mechanical systems*, pp. 106-124, Grenoble, France: Springer Berlin Heidelberg, 1991.

[10] A. De Luca, G. Oriolo and C. Samson, *Modelling and Control of Nonholonomic Mechanical Systems*, pp. 277-342, Roma: Springer, 1998.

[11] B. d'Andrea-Novel, G. Bastin and G. Campion, Modelling and control of nonholonomic wheeled mobile robots, in *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Sacramento, CA, pp. 1130-1135, 1991.

[12] Tamoghna Das, I.N. Kar and S. Chaudhury, Simple neuron-based adaptive controller for a nonholonomic mobile robot including actuator dynamics, *Neurocomputing*, Vol. 69, No. 16, pp. 2140-2151, 2006.

[13] A. De Luca, G. Oriolo and C. Samson, *Feedback Control of a Nonholonomic Car-Like Robot*, pp. 171-250, Roma: Springer, 1998.

[14] Tai-Yu Wang, Ching-Chih Tsai and andJia-Lun Pang, Nonlinear regulation and path tracking of a wheeled mobile robot in polar coordinates, *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, Vol. 28, No. 6, pp. 925-933, 2005.

[15] H., Chowdhry, *Model Predictive Control of Wheeled Mobile Robots*, Master Thesis, The Faculty of Electrical and Computer Engineering, University of Ontario Institute of Technology, Ontario, 2007.

[16] S. Ali. A., Moosavian, M., Rahimi Bidgoli, and A., Keymasi, Tracking Control of a Wheeled Mobile Robot with Two Trailers, in *21th Annual International Conference on Mechanical Engineering (ISME 2013)*, Tehran, iran, 2013.

[17] F. Pourboghrat and M. P. Karlsson, Adaptive control of dynamic mobile robots with nonholonomic constraints, *Computers & Electrical Engineering*, Vol. 28, No. 4, pp. 241-253, 2002.

[18] F., N. Martins, Wanderley C. Celeste, Ricardo Carelli, MarioSarcinelli-Filho and Teodiano F. Bastos-Filho., An adaptive dynamic controller for autonomous mobile robot trajectory tracking, *Control Engineering Practice*, Vol. 16, No. 11, pp. 1354-1363, 2008.

[19] Bong Seok Park, Sung Jin Yoo, Jin Bae Park and Yoon Ho Choi, Adaptive Neural Sliding Mode Control of Nonholonomic Wheeled MobileRobots With Model Uncertainty, *IEEE Transactions on Control Systems Technology,* Vol. 17, No. 1, pp. 207-2014, 2009.

[20] E., Samer El'youssef, Nardênio Almeida Martins, Edson Roberto de Pieri and Douglas Wildgrube Bertol, On a Wheeled Mobile Robot Trajectory Tracking Control: 1st and 2nd Order Sliding Modes Applied to a Compensated Inverse Dyanamics, in *11th Pan-American Congress of Applied Mechanics- PACAMXI*, PR, Brazil, 2010.

[21] A., Keymasi Khalaji, and S. Ali A., Moosavian, Robust Adaptive Controller for a Tractor-Trailer Mobile Robot, *IEEE-ASME TRANSACTIONS ON MECHATRONICS,* Vol. 19, No. 3, pp. 943-953, 2014.

[22] M., Karimi and S. Ali A. Moosavian, Control and Manipulability Management of Underactuated Manipulators, *Journal of Advanced Robotics,* Vol. 24, No. 4, pp. 605-626, 2010.

[23]F., M. Raimondi and M., Melluso, A new fuzzy robust dynamic controller for autonomous vehicles with nonholonomic constraints, *Robotics and Autonomous Systems,* Vol. 52, No. 2-3, pp. 115-131, 2005.

[24] J., N. Osmic and B. Lacevic, Neural Network Controller for Mobile Robot Motion Control, *World Academy of Science, Engineering and Technology,* Vol. 23, pp. 166-171, 2008.

[25]A., Keymasi, and S. Ali. A., Moosavian, Modified Transpose Jacobian for Control of a Tractor-Trailer Wheeled Robot, in *Proc. Of the RSI/ISM International Conference on Robotics and Mechatronics (ICROM 2013),* Tehran, Iran, 2013.

[26] S. Ali A. Moosavian and Evangelos, Modified transpose Jacobian control of robotic systems, *Automatica,* Vol. 43, No. 7, pp. 1226-1233, 2007.

[27] H., D. Taghirad, *Parallel Robots: Mechanics and Control,* Second Edittion, pp. 334-463, USA: CRC Press, 2012.