



بررسی عددی عملکرد مخلوط کننده‌های دایروی و دوقلوی دو پره با استفاده از یک روش بهبود یافته هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم پذیر ضعیف

رحیم شمس الدینی¹، محمد سفید^{2*}، روح اله فاتحی³

1- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه خلیج فارس، بوشهر

* یزد، صندوق پستی 741-89195، mhsefid@yazd.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 18 فروردین 1393

پذیرش: 29 اردیبهشت 1393

ارائه در سایت: 06 مهر 1393

کلید واژگان:

روش هیدرودینامیک ذرات هموار

مخلوط کننده

محفظه دو قلو

محفظه دایروی

در این پژوهش، جریان اختلاطی در مخلوط کننده‌های دایروی و دوقلو با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم پذیر ضعیف بررسی می‌شود. در جهت رفع عیوب روش هیدرودینامیک ذرات هموار، بر اساس طرح پیشین مصحح و با بکارگیری مصحح‌های پیشرفته تابع کرنل و همچنین استفاده از الگوریتم جایابی ذرات یک الگوریتم نسبتاً دقیق و خوش رفتار برای تحلیل مسائل با مرز متحرک ارائه می‌شود. این الگوریتم پس از اعتبارسنجی و بررسی برتری و مزیت‌های آن نسبت به سایر روش‌های ذره ای، برای جریان اختلاطی در یک مخلوط کننده دایروی دوقلو بکار گرفته می‌شود. با بررسی مسیرهای جریان اختلاطی به صورت کیفی، هندسه مناسب در جهت اختلاط سریعتر و بهینه پیش‌بینی می‌شود. علاوه بر بررسی جریان اختلاطی که به دلیل لاگرانژی بودن ماهیت روش SPH آسان شده، اثر جهت حرکت پره‌ها، شکل هندسی و عدد رینولدز بر میزان اختلاط نیز بررسی خواهد شد. بررسی‌ها نشان می‌دهد در حالی که ضعیف‌ترین عملکرد مربوط است به محفظه دایروی با دوران هم‌جهت پره‌ها، محفظه دوقلو در حالت دوران هم‌جهت پره‌ها می‌تواند بیش از 60% عملکرد اختلاط را نسبت به محفظه دایروی بهبود بخشد.

Numerical investigation of the mixing performance of two-blade twin and circular mixers by using an improved Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics

Rahim Shamsoddini¹, Mohammad Sefid^{1*}, Rouhollah Fatehi²

1- Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran.

2- Department of Mechanical Engineering, Persian Gulf University, Bushehr, Iran.

* P.O.B. 89195-741 Yazd, Iran, mhsefid@yazd.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 07 April 2014

Accepted 19 May 2014

Available Online 28 September 2014

Keywords:

Smoothed Particle Hydrodynamics

Mixing

Twin Chamber

Circular Chamber

ABSTRACT

In the present study, the mixing fluids flow in the twin and circular mixers is investigated by using an improved robust weakly compressible Smoothed Particle Hydrodynamics method. In order to remove the Smoothed Particle Hydrodynamics complications and according to a predictive corrective scheme, a robust modified algorithm which uses the advanced second order discretization, pressure velocity decoupling, kernel gradient corrections and shifting algorithm is offered. After the verification and validation of the present algorithm for the moving boundary problems, the present algorithm is applied for investigation of the mixing behaviors of the two-blade circular and twin chamber mixers. By investigation of the mixing paths, the proper geometry for the two-blade mixers is proposed and examined. The effects of the rotation direction of the blades, geometry and Reynolds number on the mixing rate are investigated. The results show that the twin chamber mixer can improve the mixing performance over 60% in comparison with the circular chamber mixer while the case with circular chamber and same direction rotation of the blades has the weakest performance among the cases which have been examined.

1- مقدمه

فاز با هم (سوسپانسیون و تعلیق) در صنعت به کار رود. عمل اختلاط می‌تواند با ایجاد اغتشاش در مایع همراه باشد. این کار هم‌زدن نام دارد و توسط نیروی خارجی و یا ابزاری مانند پره انجام می‌شود. پره‌ها با وارد کردن نیروی مماسی باعث ایجاد چرخش و ایجاد گردابه در سیال می‌شوند که در نهایت عمل اختلاط را به سمت ترکیب یکنواخت پیش خواهند برد. اختلاط یک فرایند

مخلوط کردن سیالات از فرایندهای مهم در صنایع شیمیایی است. سیستم‌های ترکیب می‌تواند شامل مخلوط کردن سیال با هر کدام از فازهای دیگر یعنی مایع، جامد و گاز باشد. عملیات اختلاط می‌تواند به منظور اختلاط یک حجم از سیال، واکنش شیمیایی، انتقال حرارت، انتقال جرم و یا ترکیب چند

Please cite this article using:

R. Shamsoddini, M. Sefid, R. Fatehi, Numerical investigation of the mixing performance of two-blade twin and circular mixers by using an improved Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 11, pp. 97-105, 2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

انتقال برای اجزاء، دما و فاز برای کاهش ناهمگنی است.

در روش‌های اختلاط سه روش مصطلح است: 1- اختلاط ماکرو¹ 2- اختلاط مسو² 3- اختلاط میکرو³. اختلاط ماکرو اشاره دارد به مخلوطی که بر بزرگ‌ترین اندازه‌های حرکت سیال حاکم است. برای مثال در یک مخزن اختلاطی، مقیاس اختلاط ماکرو مطابق است با قطر مخزن. هنگامی که نیاز به تولید یک توده از مخلوط همگن است، از مکانیزم اختلاط ماکرو استفاده می‌شود. اختلاط میکرو اختلاطی است که در اندازه کوچک‌ترین مقیاس‌های حرکت سیال و حرکت مولکولی باشد؛ در مورد مکانیزم میکرو، اختلاط در مقیاس مولکولی مطرح است. مکانیزم اختلاط به منظور انتقال جرم و حرارت و همچنین واکنش شیمیایی در سطحی که این پدیده‌ها صورت می‌گیرند، اختلاط به روش میکرو (مولکولی) است. اختلاط مسو اختلاطی است بین اختلاط ماکرو و اختلاط میکرو. در مخلوط کننده‌های با عدد رینولدز کم، پخش مولکولی و جابجایی در میان روش‌های اختلاط بیشترین سهم را دارند. در اختلاط میکرو، آخرین مرحله اختلاط مربوط به پخش مولکولی است. پخش مولکولی با افزایش سطح تماس سیالات افزایش می‌یابد. بر اساس قانون فیک، سطح تماس وسیع، گرادیان شدید غلظت و ضریب پخش بزرگ باعث افزایش شار پخش مولکولی می‌شوند [1]. آنچه قابل تأکید است این است که اختلاط میکرو لزوماً در یک مخلوط کننده با ابعاد میکرو اتفاق نمی‌افتد بلکه می‌تواند در ابعاد ماکرو اما در سطح مولکولی بحث شود. در مخزن‌های همزن هر دو مکانیزم ماکرو و میکرو مورد بحث بوده است؛ بحث اختلاط میکرو در مخزن‌هایی که به عنوان مخزن واکنش شیمیایی استفاده شده‌اند، دارای اهمیت بوده [2,3]. در حالی که در اکثر موارد، اختلاط در سطح ماکرو مد نظر قرار گرفته است. در این موارد، پخش مولکولی هم حتی گاهی در برابر حرکت سیال ناچیز فرض شده و در نظر گرفته نشده است [4-7]. به هر حال برای دسترسی به یک مخلوط همگن، اثرات مولکولی نیز مهم می‌شوند. به عنوان مثال در صنایع پلیمر، یک مخلوط ناهمگن منجر به تولید یک پلیمر با ویژگی‌های نامطلوب می‌شود [8]. از این‌رو، در پژوهش حاضر فرض شده که سیالات از نوع حل شونده با ضریب نفوذ مولکولی ثابت هستند. در این شرایط شاخص اختلاط که بر اساس میزان انحراف استاندارد توزیع غلظت تعریف می‌شود، می‌تواند شاخص مناسبی برای تعیین رفتار مخلوط کننده باشد.

روش‌های عددی سنتی برای دنبال کردن مسیر اختلاط عبارتند از: روش‌های اویلری-اویلری و روش‌های اویلری-لاگرانژی. روش اویلری-اویلری هر دو فاز را محیط‌هایی پیوسته در نظر می‌گیرد و جزئیات میدان غلظت با استفاده از معادله بقا محاسبه می‌شود. دقت روش اویلری-اویلری به طور قابل توجهی به معادله بقای تجربی بکار رفته، وابسته است. به علاوه، این روش دارای محدودیت‌هایی در پیش‌بینی بعضی جریان‌های با خواص منقطع است. محیط تحلیل‌های اویلری-لاگرانژی تشکیل شده از یک محیط پیوسته (اویلری) و ذرات منفصل (لاگرانژی). روش‌های اویلری-لاگرانژی معمولاً چند مرحله‌ای هستند و از روش‌های پیچیده عددی بشمار می‌روند و مستلزم توان و زمان محاسبات بالا هستند [9].

اخیراً روش‌های کاملاً لاگرانژی در حوزه محاسبات جریان‌های اختلاط وارد شده‌اند که عموماً بر اساس روش‌های ذره‌ای پایه گذاری شده‌اند [10-12]. این روش‌ها نیز محدودیت‌های زیادی دارند. یکی از ابتدایی‌ترین روش‌های ذره‌ای، روش هیدرودینامیک ذرات هموار است. در سال 1977، جینگولد و موناهان

[13] و لوسی [14]، SPH را برای مدل کردن پدیده‌های نجومی به کار بردند. به مرور SPH برای مسأله‌های مکانیک سیالات و جامدات پیوسته گسترش یافت. هم‌اکنون SPH برای حل مسائل پیچیده‌ای همچون جریان با سطوح آزاد [15-18] جریان‌های چند فاز [19] و اندرکنش بین جامد و سیال [20-23] بکار می‌رود. اخیراً SPH برای شبیه‌سازی جریان‌های اختلاط نیز بکار برده شده است [10-12].

اما در این تحلیل‌ها نفوذ مولکولی کمتر مورد بررسی قرار گرفته است. در مورد تحلیل مخلوط کننده‌های دو قلو به روش SPH، می‌توان به کار رابینسون و همکاران اشاره کرد [11]. نامبردگان از مدل تراکم پذیر ضعیف استاندارد استفاده کرده و نتایج خود را در رینولدزهای بسیار پایین ($Re=0.001$) با نتایج آزمایشگاهی مقایسه کردند. روش تراکم پذیر ضعیف استاندارد دارای معایبی است. لی و همکاران [24] در سال 2008 نشان دادند که روش تراکم پذیر ضعیف دارای نوسانات شدید غیر فیزیکی در میدان فشار است. پس از آن، محققان طرح‌های متفاوتی در مورد حذف نوسانات غیر فیزیکی میدان فشار برای روش تراکم پذیر ضعیف ارائه و امتحان کردند [25-27]. آنچه که مشخص است این است که روش تراکم پذیر ضعیف استاندارد نمی‌تواند پاسخگوی مناسبی حتی در اعداد رینولدز متوسط باشد. از این‌رو، در کار حاضر با استفاده از ایده کوپلینگ مجدد فشار و سرعت [25,26] اما با روش پیاده‌سازی متفاوت، یک طرح خوش‌رفتار، مناسب و نسبتاً دقیق که مناسب برای مسائل با مرز متحرک باشد ارائه می‌شود. پس از اعتبارسنجی، روش ارائه شده برای حل جریان اختلاط سیال در یک مخلوط کننده دو قلو استفاده می‌شود. با شروع از هندسه ساده دایروی و دنبال کردن مسیرهای جابجایی ذرات، هندسه مناسب به طور کیفی برای یک مخلوط کننده دو قلو حدس زده و هندسه جدید تولید و امتحان می‌شود. سپس جریان اختلاطی در رینولدزهای مختلف امتحان و اثر جهت حرکت پره‌ها نسبت به یکدیگر نیز بررسی می‌شود. در این پژوهش، بر اساس طول پره، سه عدد رینولدز $Re=3/94, 5/91, 7/88$ = در نظر گرفته می‌شود. این اعداد اگرچه برای یک مخلوط کننده در ابعاد ماکرو کوچک به نظر می‌رسند، اما برای یک مخلوط کننده میکرو به اندازه کافی بزرگ هستند. از آنجا که نتایج این پژوهش به صورت بدون بعد ارائه می‌شود، این نتایج می‌تواند برای همه اندازه‌ها کاربرد داشته باشد. چرا که در ابعاد ماکرو نیز ممکن است برای مسائل با لزجت بالا استفاده شود. مسائلی که کاربرد آن می‌تواند در صنایع چسب، رنگ، پلیمر، صنایع غذایی، داروسازی و بیولوژی باشد.

در ادامه، ابتدا روش عددی شرح داده می‌شود و با نتایج معتبر موجود برای مسائل مرز متحرک مقایسه می‌شود. سپس مسأله تعریف می‌شود و نتایج تحلیل عددی مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد.

2- روش عددی

2-1- فرمول‌بندی

فرمول‌بندی روش SPH، بر اساس یک بیان انتگرالی پایه گذاری شده است که بیان می‌کند هر تابع پیوسته بر روی دامنه Ω به صورت رابطه (1) قابل تعریف است:

$$f(\vec{r}) = \int_{\Omega} f(\vec{r}') W(\vec{r} - \vec{r}', h) d\vec{r}' \quad (1)$$

در این رابطه $\vec{r}$ و $\vec{r}'$ به ترتیب مشخص کننده موقعیت و متغیر انتگرال‌گیری هستند. این عبارت می‌تواند توسط یک سری عددی به صورت رابطه (2) تقریب زده شود:

$$f(\vec{r}) = \sum_j v_j f_j W(\vec{r} - \vec{r}_j, h) \quad (2)$$

1- Macromixing
2- Mesomixing
3- Micromixing

$$\rho_i^{n+1} = \rho_i^n (1 - \Delta t \langle \nabla \cdot \vec{V} \rangle_i^n) \quad (14)$$

$$p_i^{n+1} - p_0 = c^2 (\rho_i^{n+1} - \rho_0) \quad (15)$$

$$\vec{V}_i^{n+1} = \vec{V}_i^n + \left(\vec{g} + \left\langle \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \vec{V} \right\rangle_i^n - \left\langle \frac{\nabla p}{\rho} \right\rangle_i^{n+1} \right) \Delta t \quad (16)$$

$$C_i^{n+1} = C_i^n + \langle \alpha \nabla^2 C \rangle_i^n \quad (17)$$

در این روابط، n نشان دهنده شماره گام زمانی است. از مزایای این طرح، پیاده‌سازی سریع، آسان و همچنین خوش‌رفتاری قابل توجه آن می‌باشد. اما همان‌طور که پیش از این ذکر شد این روش دارای نوسانات شدید میدان فشار است که باعث کاهش قابل توجه دقت روش می‌شود. از این‌رو، یک الگوریتم حل مطابق زیر ارائه می‌شود که مزیت آن این است که یک کوپلینگ مجدد سرعت و فشار را ایجاد می‌کند که نتیجه آن، ورود جمله لاپلاسی فشار به داخل معادله حالت فشار می‌باشد. پیش از این نشان داده شده است که ورود جمله لاپلاسی فشار به داخل معادله حالت فشار تأثیر بسزایی در کاهش نوسانات دارد [25,26]. در این الگوریتم، یک طرح پیش بین-مصحح برای میدان فشار در نظر گرفته شده است.

انفصال معادله (10) به شکل رابطه (18) صورت می‌پذیرد:

$$\frac{\rho_i^{n+1} - \rho_i^n}{\Delta t} = -\rho_i^{n+1} \langle \nabla \cdot \vec{V} \rangle_i^{n+1} \quad (18)$$

مرتب‌سازی این معادله برای محاسبه چگالی به رابطه (19) منجر می‌شود:

$$\rho_i^{n+1} = \frac{\rho_i^n}{1 + \Delta t \langle \nabla \cdot \vec{V} \rangle_i^{n+1}} \quad (19)$$

از تقسیم رابطه (11) بر چگالی رابطه (20) نتیجه می‌شود:

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \theta \nabla^2 \vec{V} + \vec{g} - \frac{\nabla p}{\rho} \quad (20)$$

که در این رابطه θ برابر است با μ/ρ . انفصال این معادله به صورت رابطه (21) است:

$$\frac{\vec{V}_i^{n+1} - \vec{V}_i^n}{\Delta t} = \vec{g} + \langle \theta \nabla^2 \vec{V} \rangle_i^n - \left\langle \frac{\nabla p}{\rho} \right\rangle_i^n \quad (21)$$

با توجه به معرفی و انفصال معادلات حاکم، مراحل الگوریتم محاسباتی به صورت مختصر به شرح زیر بیان می‌شود:

1- مراحل الگوریتم محاسباتی با محاسبه سرعت میانی شروع می‌شود؛ در طرح‌های پیش بین-مصحح معمولاً یک سرعت میانی، $\vec{V}_i^{*,n+1}$ ، معرفی می‌شود که این سرعت ناشی از شتاب گرانش و لزج است که رابطه آن با سرعت کل به شکل رابطه (22) است:

$$\vec{V}_i^{n+1} = \vec{V}_i^{*,n+1} - \Delta t \left\langle \frac{\nabla p}{\rho} \right\rangle_i^n \quad (22)$$

2- محاسبه دیورژانس سرعت: با اعمال عملگر دیورژانس بر معادله (22)، رابطه (23) نتیجه می‌شود:

$$\nabla \cdot \vec{V}_i^{n+1} = \nabla \cdot \vec{V}_i^{*,n+1} - \Delta t \left\langle \nabla \cdot \left(\frac{\nabla p}{\rho} \right) \right\rangle_i^n \quad (23)$$

محاسبه دیورژانس سرعت به این شکل باعث کوپلینگ مجدد سرعت و فشار می‌شود که تأثیر به سزایی در حذف نوسان غیر فیزیکی فشار دارد.

3- محاسبه چگالی و فشار: با جایگذاری معادله (23) در معادله (19)، رابطه (24) نتیجه می‌شود:

$$\rho_i^{n+1} = \frac{\rho_i^n}{1 + \Delta t \left(\langle \nabla \cdot \vec{V}_i^{*,n+1} \rangle - \Delta t \left\langle \nabla \cdot \left(\frac{\nabla p}{\rho} \right) \right\rangle_i^n \right)} \quad (24)$$

اکنون می‌توان معادله حالت فشار (معادله 15) را با استفاده از این چگالی حل کرد.

4- تصحیح سرعت: با بدست آمدن فشار می‌توان سرعت را بر اساس رابطه (25) تصحیح کرد:

$$\vec{V}_i^{n+1} = \vec{V}_i^{*,n+1} - \Delta t \left\langle \frac{\nabla p}{\rho} \right\rangle_i^{n+1} \quad (25)$$

در این رابطه j شمارنده ذره همسایه و W تابع هسته هستند. در این پژوهش از تابع مرتبه 5 وندلند [28] استفاده شده است (رابطه 3):

$$W(\vec{r}, h) = W_0 \times \begin{cases} \left(1 - \frac{|\vec{r}|}{h}\right)^4 \left(4 \frac{|\vec{r}|}{h} + 1\right) & 0 < \frac{|\vec{r}|}{h} < 1 \\ 0 & \frac{|\vec{r}|}{h} \geq 1 \end{cases} \quad (3)$$

برای انفصال جملات با مشتق اول، از طرح‌های (4) و (5) استفاده شده است که f و F به ترتیب نماد متغیر اسکالر و برداری هستند.

$$\langle \nabla f \rangle_i = \sum_j \nabla_j (f_j - f_i) \vec{B}_i \cdot \nabla W_{ij} \quad (4)$$

$$\langle \nabla \cdot F \rangle_i = \sum_j \nabla_j (F_j - F_i) \cdot (\vec{B}_i \cdot \nabla W_{ij}) \quad (5)$$

∇_j حجم ذره j ام و ماتریس $\vec{B}$ ، ماتریس نرمال ساز مرتبه اول است که پیش از این توسط بانت و لاک [29] برای تصحیح مشتق مرتبه اول تابع کرنل استفاده شده است (رابطه 6):

$$\vec{B}_i = - \left[\sum_j \nabla_j \vec{r}_{ij} \nabla W_{ij} \right]^{-1} \quad (6)$$

اگرچه روش‌های دیگری نیز برای برای انفصال مشتق اول به کار رفته اما در میان تمام این روش‌ها، نشان داده شده است که طرح انفصال فوق از مرتبه دقت و همگرایی بالاتری برخوردار است [30].

برای انفصال مشتق دوم، رابطه‌های (7) و (8) مناسب هستند:

$$\langle \nabla^2 f \rangle = \sum_j 2 \nabla_j \frac{f_i - f_j}{r_{ij}} e_{ij} \cdot (\vec{B}_i \cdot \nabla W_{ij}) \quad (7)$$

$$\langle \nabla^2 f \rangle = \vec{B}_i : \sum_j 2 \nabla_j e_{ij} \nabla W_{ij} \left(\frac{f_j - f_i}{r_{ij}} - e_{ij} \cdot \langle \nabla f \rangle_i \right) \quad (8)$$

در این روابط e_{ij} بردار یکه بین ذره i و j است و ماتریس $\vec{B}_i$ که توسط فاتحی و منظری [30] مطرح شده از حل دستگاه معادله (9) محاسبه می‌شود:

$$\vec{B}_i : \left[\sum_j \nabla_j \vec{r}_{ij} e_{ij} e_{ij} \nabla W_{ij} + \left(\sum_j \nabla_j e_{ij} e_{ij} \nabla W_{ij} \right) \cdot \vec{B}_i \cdot \left(\sum_j \nabla_j \vec{r}_{ij} \vec{r}_{ij} \nabla W_{ij} \right) \right] = -\vec{I} \quad (9)$$

طرح معادله (7) دارای همگرایی مشروط و طرح معادله (8) به خوبی همگرایی را تأمین می‌کند [30]. از این‌رو برای انفصال جملات مرتبه دوم در معادلات تکانه و پخش مولکولی از معادله (8) استفاده می‌شود.

2-2- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر مسأله به ترتیب معادله بقای جرم، تکانه خطی، غلظت و معادله حالت فشار می‌باشند (روابط 10-13):

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \vec{V} \quad (10)$$

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \mu \nabla^2 \vec{V} + \rho \vec{g} - \nabla p \quad (11)$$

$$\frac{dC}{dt} = \alpha \nabla^2 C \quad (12)$$

$$p - p_0 = c^2 (\rho - \rho_0) \quad (13)$$

که در این روابط ρ چگالی، $\vec{V}$ سرعت، $\vec{g}$ شتاب گرانش، μ ویسکوزیته سیال، α ضریب پخش، p فشار، p_0 فشار مرجع، ρ_0 چگالی مرجع و C سرعت صوت می‌باشند.

2-3- الگوریتم محاسباتی

مدل تراکم پذیر ضعیف، مدل سنتی حل به روش SPH است. این روش، معادلات (10) تا (13) را به روش زیر گسسته می‌کند. طبق روابط (14) تا (17) داریم:

$$\left(\vec{a} + \frac{\nabla p}{\rho}\right) \cdot \vec{n} = 0.0 \quad (37)$$

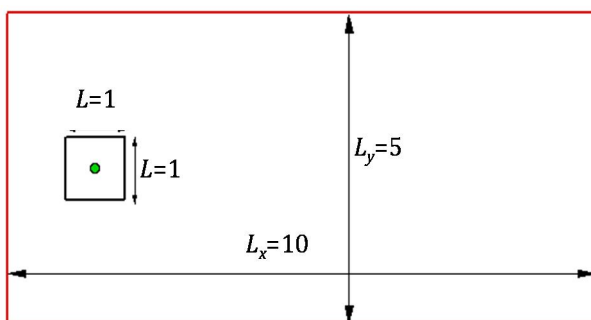
اگر دیوار ساکن باشد یا با سرعت ثابت حرکت کند یا بردار نرمال بر سطح بر راستای شتاب عمود باشد. (به عنوان مثال دوران پره مستقیم با سرعت زاویه ای ثابت با عرض کم) این رابطه به شرط نیومن برای فشار (رابطه (38)) تبدیل می‌شود.

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0.0 \quad (38)$$

برای اعمال این شرایط مرزی از ذرات نخودی استفاده می‌شود. اگر چه روش مستقیم و بدون استفاده از ذرات نخودی هم موجود است [26]. استفاده از ذرات نخودی با توجه به سرعت نسبتاً زیاد پره در مقابل روش‌های جدید خوش‌رفتاری بیشتری را به نمایش می‌گذارد. ذرات نخودی که در اینجا به کار رفته به روش لی و همکاران [24] توزیع شده‌اند. این ذرات دارای سرعتی برابر با سرعت ذرات دیوار متناظر با خود هستند و همچنین در راستای عمود بر دیوار دارای فشار یکسان و برابر با ذره دیوار هستند. مزیت ذرات نخودی این است که برای ذرات نزدیک دیوار جایی که نقصان شعاع هموارسازی اتفاق می‌افتد به خوبی عمل می‌کنند و این ذرات محدوده نقصان را پوشش می‌دهند. از معایب این روش این است که تعداد ذرات موجود در محاسبات را افزایش می‌دهد. اما در کار حاضر به علت استفاده از طرح‌های انفصال پیشرفته، شعاع هموارسازی به طور قابل توجهی کاهش یافته لذا تعداد ردیف‌های ذرات نخودی نیز کاهش یافته است. در این تحقیق دو ردیف از ذرات نخودی برای هر شرط مرزی دیوار در نظر گرفته شده است. عیب دیگری که برای این ذرات متصور می‌شوند این است که این ذرات در زاویه‌های تند و تغییرات هندسی شدید پاسخ مناسبی ندارند. در این پژوهش با چینش مناسب ذرات نخودی و متوسط‌گیری مطابق طرح لی و همکاران [24] این مشکل نیز بر طرف شده است.

2-5- اعتبارسنجی نتایج

برای بررسی دقت کد محاسباتی در پیش بینی رفتار سیال بخصوص در مواجه با حرکت جسم صلب، نمونه مسأله محک شماره 6 اسفریک [32]، در نظر گرفته شده و نتایج کار حاضر در مقایسه با سایر روش‌های ذره‌ای با نتایج این محک مقایسه شده است. هندسه، نقشه و ابعاد و اندازه‌های محدوده حل در شرایط اولیه در شکل 1 نشان داده شده است. در این مسأله برای دیوارهای سیلندر و محفظه، شرط مرزی عدم لغزش در نظر گرفته شده است و سیلندر مطابق با شرایطی که در مرجع [32] آمده در ابتدا ساکن بوده سپس شروع به حرکت می‌کند در زمان $t = 1s$ جسم به اوج سرعت خود، $v = 1 m/s$ ، رسیده، سپس با سرعت ثابت به حرکت خود تا زمان $t = 8s$ ادامه می‌دهد. در این تحلیل 20000 ذره برای میدان محاسبات در نظر گرفته شده است.



شکل 1 هندسه، اندازه‌ها و موقعیت اولیه برای حل سیلندر مربعی متحرک در سیال ابتدا به ساکن

5- تصحیح موقعیت: پس از تصحیح سرعت، موقعیت ذرات در گام زمانی جدید به صورت رابطه (26) تصحیح می‌شود:

$$\vec{r}_i^{n+1} = \vec{r}_i^n + \vec{V}_i^{n+1} \Delta t \quad (26)$$

6- حل معادله غلظت: پس از حل معادلات حرکت، معادله غلظت به صورت رابطه (27) حل می‌شود:

$$C_i^{n+1} = C_i^n + \left(\vec{B}_i \cdot \sum_j 2\alpha \nabla_j e_{ij} \nabla W_{ij} \left(\frac{C_j^n - C_i^n}{r_{ij}} - e_{ij} \cdot \langle \nabla C \rangle_i^n \right) \right) \Delta t \quad (27)$$

برای حفظ پایداری، اندازه گام زمانی محاسبات، Δt ، به صورت رابطه (28) محاسبه می‌شود:

$$\Delta t = \beta_t \min \left(\frac{\delta_{\min}}{c + V_{\max}}, \frac{\delta_{\min}^2}{\vartheta}, \sqrt{\frac{\delta_{\min}}{g}}, \frac{\delta_{\min}^2}{\alpha} \right) \quad (28)$$

که در این رابطه β_t ضریبی بین صفر و یک، $\delta_{\min}$ حداقل فاصله بین ذرات و $V_{\max}$ بیشینه سرعت ذرات است.

7- الگوریتم جابجایی ذرات: پارگی، چیدمان خوشه‌ای و چسبیدن ذرات به یکدیگر از معایب ذاتی روش SPH است. برای جلوگیری از به وجود آمدن این پدیده‌های ناخوشایند، یک الگوریتم جابجایی ذرات مطابق با طرح ژو و همکاران [31] پیاده‌سازی می‌شود. در این طرح، مقدار جابجایی از روی نحوه توزیع ذرات اطراف هر ذره تعیین می‌شود. از این‌رو، برداری مانند $\Delta \vec{r}_i$ تعریف می‌شود که این بردار به صورت رابطه (29) محاسبه می‌شود:

$$\Delta \vec{r}_i = \varepsilon \vec{r}_i \quad (29)$$

ε می‌تواند مقداری بین 0 و 0/1 بگیرد و $\vec{r}_i$ از رابطه (30) بدست می‌آید:

$$\vec{r}_i = \sum_j \nabla_j \vec{r}_{ij} W_{ij} \quad (30)$$

اگر ذرات اطراف ذره نام به طور همگن توزیع شده باشند بردار $\vec{r}_i$ صفر خواهد شد. در غیر این‌صورت نشان دهنده آن است که توزیع ذرات اطراف نامتوازن است. از این‌رو ذره به اندازه $\Delta \vec{r}_i$ جابجا می‌شود تا توزیع ذرات به سمت یکنواخت شدن پیش رود. پس از جای‌گیری ذره در موقعیت جدید، لازم است که مقادیر سایر متغیرهای میدان نیز تصحیح شوند. از این‌رو از بسط جمله اول سری تیلور به صورت روابط (31-34) برای سایر متغیرها استفاده می‌شود:

$$\Delta \vec{V}_i = \Delta \vec{r}_i \cdot \langle \nabla \vec{V} \rangle_i \quad (31)$$

$$\Delta p_i = \rho_i \Delta \vec{r}_i \cdot \left\langle \frac{\nabla p}{\rho} \right\rangle_i \quad (32)$$

$$\Delta C_i = \Delta \vec{r}_i \cdot \langle \nabla C \rangle_i \quad (33)$$

$$\Delta \rho_i = \frac{\Delta p_i}{c^2} \quad (34)$$

2-4- شرایط مرزی

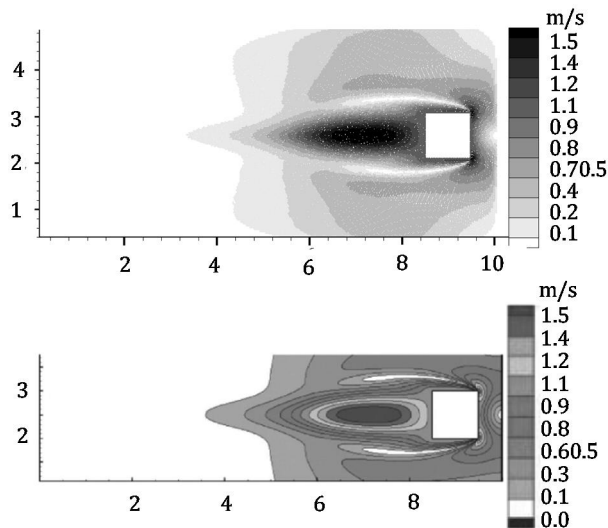
شرط مرزی اصلی در شبیه‌سازی حاضر، شرط مرزی دیوار است. شرط مرزی دیوار برای سرعت، شرط مرزی عدم لغزش را در نظر می‌گیرد که طبق آن، سرعت سیال بر روی دیوار با سرعت دیوار برابر خواهد بود. برای فشار و غلظت بر روی دیوار، شرط مرزی نیومن (رابطه (35)) در نظر گرفته می‌شود:

$$\frac{\partial C}{\partial n} = 0 \quad (35)$$

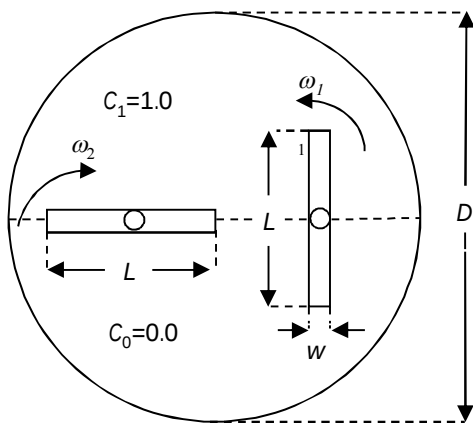
معادله (35) به معنی دیوار عایق نسبت به نفوذ مولکولی است. برای بدست آوردن شرط مرزی فشار، از ضرب داخلی معادله تکانه خطی در بردار نرمال سطح برای ذرات دیوار استفاده می‌شود (رابطه (36)):

$$\left(\vec{a} + \frac{\nabla p}{\rho}\right) \cdot \vec{n} = \vartheta \nabla^2 \vec{V} \cdot \vec{n} + \vec{g} \cdot \vec{n} \quad (36)$$

در این رابطه، $\vec{a}$ بردار شتاب است. با توجه به صفر بودن دو جمله سمت راست برای ذرات دیوار رابطه (37) نتیجه می‌شود:



شکل 3 مقایسه کیفی کانتور سرعت بین نتایج کار حاضر (شکل بالا) و مرجع [32] (شکل پایین) در عدد رینولدز 150



شکل 4 طرح اولیه مخلوط کننده دو پره

سیالات حل شونده و دارای چگالی و لزجت یکسان هستند. پره‌ها می‌توانند در دو وضعیت $\omega_1/\omega_2 = 1$ و $\omega_1/\omega_2 = -1$ دوران کنند. در این تحلیل، عدد اشمیت (نسبت عدد پکلت به عدد رینولدز) ثابت و از رابطه (42) بدست می‌آید:

$$Sc = \frac{Pe}{Re} = \frac{L^2 \omega_1 / 2\alpha}{L^2 \omega_1 / 2\theta} = 1000 \quad (42)$$

نتایج تحلیل عددی به کمک روش لاگرانژی SPH در جهت شناسایی رفتار و بدست آوردن یک هندسه مناسب برای مخلوط کننده‌های دوپره بررسی می‌شود. در این تحلیل، در حدود 6200 ذره برای محدوده محاسباتی در نظر گرفته شده است.

یکی از چالش‌ها در این پژوهش، تعریف ذرات دیوار و نخودی برای پره بوده است. در صورتی که به خوبی ذرات تعریف شونده برای مرز هر لبه از هم جدا نشوند و این ذرات در شعاع کرنل ذرات سمت مقابل قرار گیرند، موجب پارگی چینش ذرات و واگرایی سریع حل عددی می‌شود. از این رو در این پژوهش، برای هر ذره دیوار، بر روی هر لبه پره، دو ذره نخودی و علاوه بر آن یک محدوده خالی از ذرات در نظر گرفته شده به گونه‌ای که شعاع کرنل هر ذره محاسباتی از این محدوده خارج نشود. اگرچه این محدوده باعث می‌شود که محدوده تسلط کرنل ذره محاسباتی ناقص بماند، توقع آن می‌رود که ماتریس‌های نرمال‌ساز $\vec{B}_i$ و $\vec{B}_i$ محدوده نقصان شعاع کرنل را پوشش دهند.

جهت حرکت سیلندر در راستای افق به سمت راست بوده و در طول حرکت ضریب درگ که از رابطه (39) محاسبه شده مطابق شکل 2 رسم می‌شود.

$$C_D = \frac{|F_x|}{\frac{1}{2} \rho U_{\max}^2 L b} \quad (39)$$

در این رابطه L طول ضلع سیلندر، b عرض جانبی، $U_{\max}$ سرعت بیشینه سیلندر است و مقدار نیرو، F_x از رابطه (40) محاسبه می‌شود:

$$F_x = \oint \vec{T} \cdot \vec{n}_x \cdot d\vec{A} \quad (40)$$

که در این رابطه A مساحت، $\vec{n}_x$ بردار یک‌ه در جهت x ، و $\vec{T}$ تانسور تنش کل بر روی سطح سیلندر می‌باشد که به صورت رابطه (41) تعریف می‌شود:

$$\vec{T} = \vec{\tau} - p\vec{I} \quad (41)$$

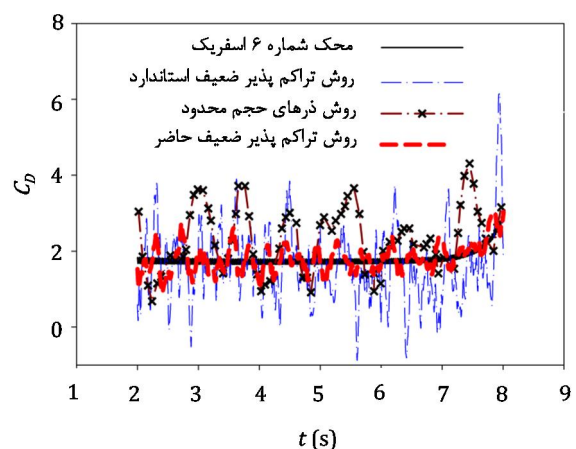
که در این رابطه $\vec{\tau}$ تنش برشی بر روی دیواره سیلندر است.

حرکت اجباری سیلندر باعث به جود آمدن جریان سیال می‌شود. برای سیال تراکم پذیر ضعیف، ایجاد موج فشاری که مرتباً در حال رفت و برگشت بین دیوارهای محفظه و سیلندر می‌باشد اجتناب ناپذیر است. در شکل 3 یک مقایسه کیفی از میدان سرعت در لحظه $t = 8s$ بین نتایج بدست آمده از روش حاضر و نتایج محک شماره 6 اسفریک صورت گرفته است. لازم به ذکر است که این مسأله یکی از مسائل پیچیده برای امتحان یک الگوریتم محاسباتی است. چرا که امواج تبدیلی اگر کنترل نشوند، منجر به واگرایی حل می‌شوند. نتایج الگوریتم حاضر در مقایسه با نتایج روش ذره‌ای حجم محدود و روش تراکم پذیر ضعیف استاندارد به مراتب عملکرد بهتری را به نمایش می‌گذارند. لازم به ذکر است که در روش استاندارد که معادلات (14) تا (17) را حل می‌کند، الگوریتم جابجایی ذرات و تصحیحات تابع هسته نیز بکار برده شده تا تفاوت بین دو روش تنها در نحوه محاسبه فشار باشد.

3- تعریف مسأله

مسأله مورد بحث در اینجا، یک محفظه بسته است که درون آن دو پره دوران می‌کنند. شکل اولیه‌ای که برای مقطع محفظه در نظر گرفته می‌شود یک دایره است که طرح آن به صورت شماتیک در شکل 4 نشان داده شده است.

همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود، در لحظه شروع به کار (شرایط اولیه)، دو پره نسبت به هم در حالت قائم قرار دارند. در نیمه بالایی محفظه، سیال با غلظت C_1 و در نیمه پایین، سیال با غلظت C_0 قرار دارد. در این مسأله، نسبت قطر مخزن به طول پره $D/L = 2/4$ و نسبت طول به عرض پره $L/w = 9$ در نظر گرفته شده است که طول پره $L = 0/00035m$ است.



شکل 2 مقایسه ضریب درگ بدست آمده از الگوریتم حاضر در مقایسه با نتایج محک شماره 6 اسفریک [32]، روش ذره‌ای حجم محدود [33] و روش تراکم پذیر ضعیف استاندارد در رینولدز 150

4- بحث و بررسی نتایج

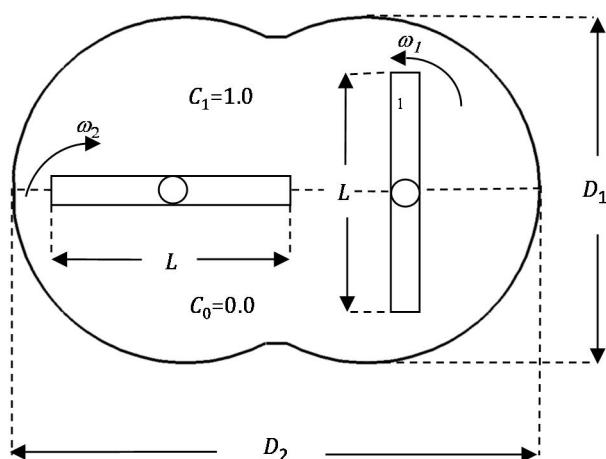
در این بخش نتایج حل عددی مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. با شروع از هندسه شکل 4 برای سه عدد رینولدز متفاوت در نسبت $\omega_1/\omega_2 = 1$ رفتار فرایند اختلاط در یک مخلوط‌کننده دو پره مطالعه می‌شود. شاخص اختلاط یک شاخص مناسب برای بررسی میزان اختلاط در مخلوط‌های حل شونده است. این شاخص به صورت رابطه (43) تعریف می‌شود:

$$D_I = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left(\frac{C_j - C_{\text{mean}}}{C_{\text{mean}}} \right)^2} \quad (43)$$

در این رابطه N تعداد ذرات، C_j غلظت هر ذره و C_{mean} غلظت متوسط اولیه است. زمانی که یک اختلاط کامل صورت پذیرد شاخص اختلاط به سمت صفر میل خواهد کرد.



شکل 6 الف - کانتور غلظت و ب - خطوط جریان برای $Re=3.94$ ، $n=15.32$

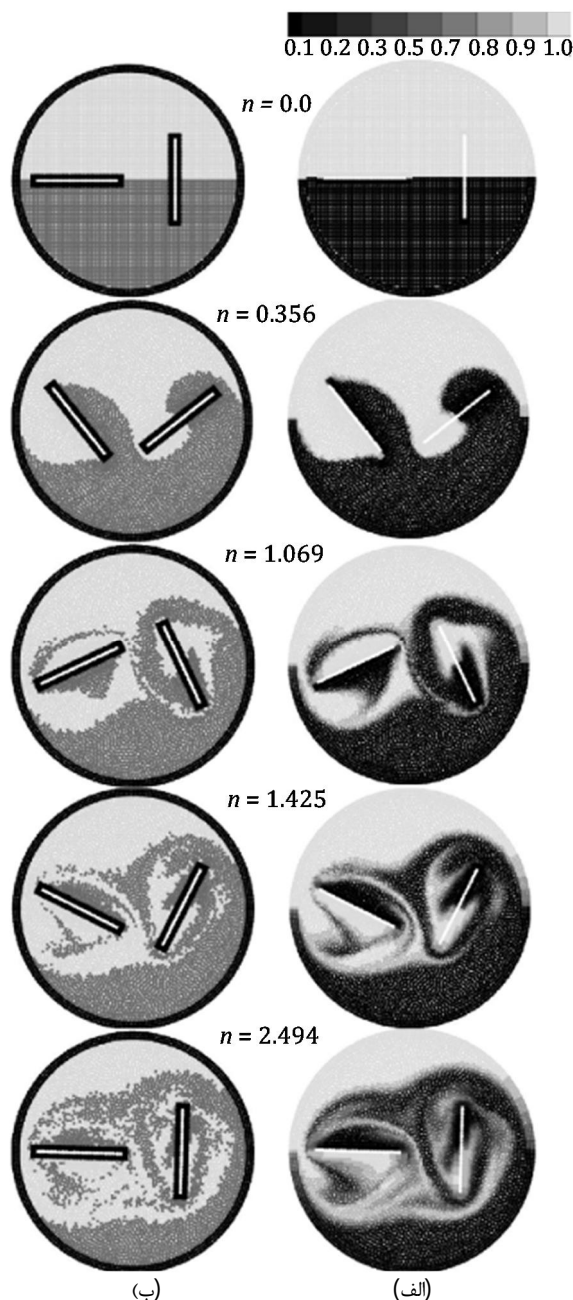


شکل 7 طرح شماتیک مخلوط‌کننده با محفظه دو قلو با دو پره دوران‌کننده.

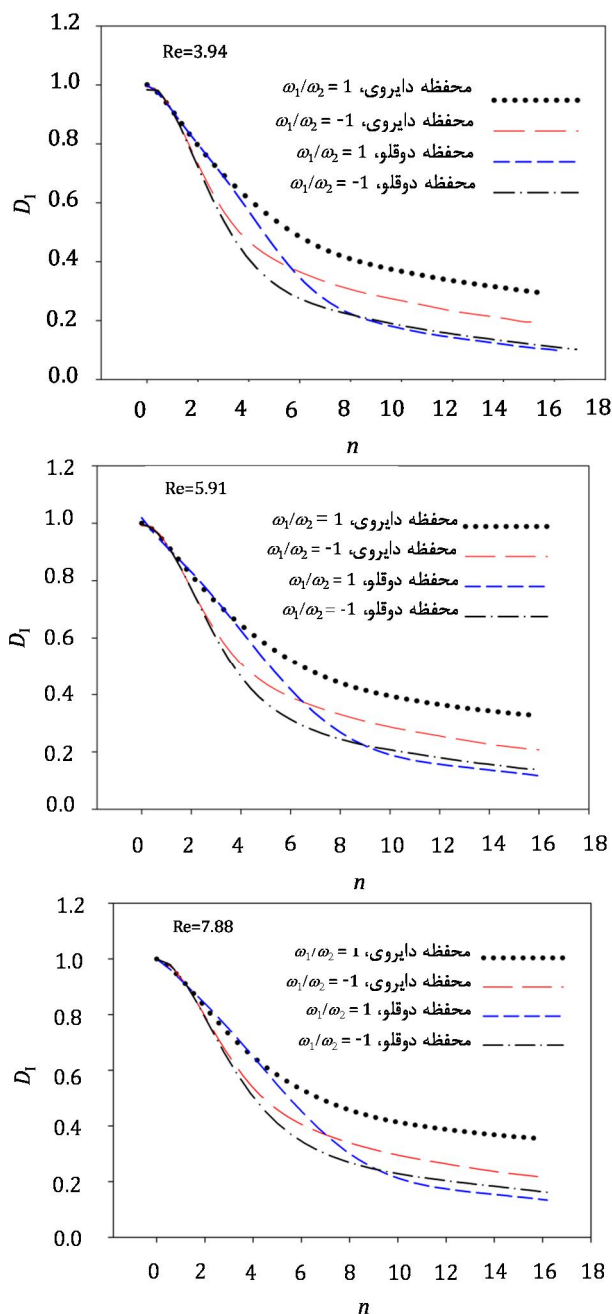
از مزیت‌های تحلیل لاگرانژی آن است که همزمان می‌توان اختلاط در اثر حرکت سیال (جابجایی) و نفوذ مولکولی را مورد بررسی قرارداد؛ در شکل 5، مسیر حرکت ذرات (ستون سمت چپ) و توزیع غلظت (ستون سمت راست) در سیکل‌های مختلف حرکت پره‌ها نشان داده شده است. در شکل 5، ذراتی که در ابتدا دارای غلظت متفاوت هستند نیز با دو رنگ متفاوت تفکیک شده‌اند تا امکان بررسی مسیرهای حرکت ذرات فراهم شود.

هر پره در اطراف خود با ایجاد یک مسیر مارپیچ، امکان تماس بیشتر بین ذرات سیال را فراهم می‌کند. آنچه مشخص است این است که با فاصله گرفتن از پره‌ها، حرکت ذرات نیز کند می‌شود و در انتهای فوقانی و تحتانی محفظه به حداقل مقدار خود می‌رسد. بررسی مسیر حرکت ذرات نیز نشان می‌دهد قسمتی از سیال که در انتهای بالا و پایین محفظه قرار می‌گیرد، چندان تحت تأثیر حرکت پره‌ها قرار نمی‌گیرد. این موضوع حتی پس از طی چندین دور (بیش از 15 دور) هم مطابق شکل 6، مشاهده می‌شود. از این رو، شکلی متناسب با مسیر جابجایی ذرات مطابق شکل 7 در نظر گرفته می‌شود. هندسه مخلوط‌کننده به گونه‌ای تغییر می‌کند که دارای مساحتی برابر با محفظه دایروی باشد تا امکان مقایسه فراهم شود.

نتایج حل عددی برای عدد رینولدز 3/94 در حالت‌هایی مشابه با آنچه که برای محفظه دایروی در نظر گرفته شده بود، در شکل 8 نشان داده شده است. در این حالت، محدوده‌ای که در آن در طرح دایروی، سیال دچار انباشتگی می‌شد (قسمت تحتانی و فوقانی محفظه) به موازات مسیر جابجایی و اختلاط سیال دچار تغییر شکل (فرورفتگی) شده و در عوض به فضای جانبی (در راستای افق) افزوده شده است.



شکل 5 الف - توزیع غلظت و ب - مسیر حرکت ذرات (جابجایی) برای عدد رینولدز 3/94 در دورهای مختلف حرکت پره برای محفظه دایروی با دوران هم‌جهت پره‌ها



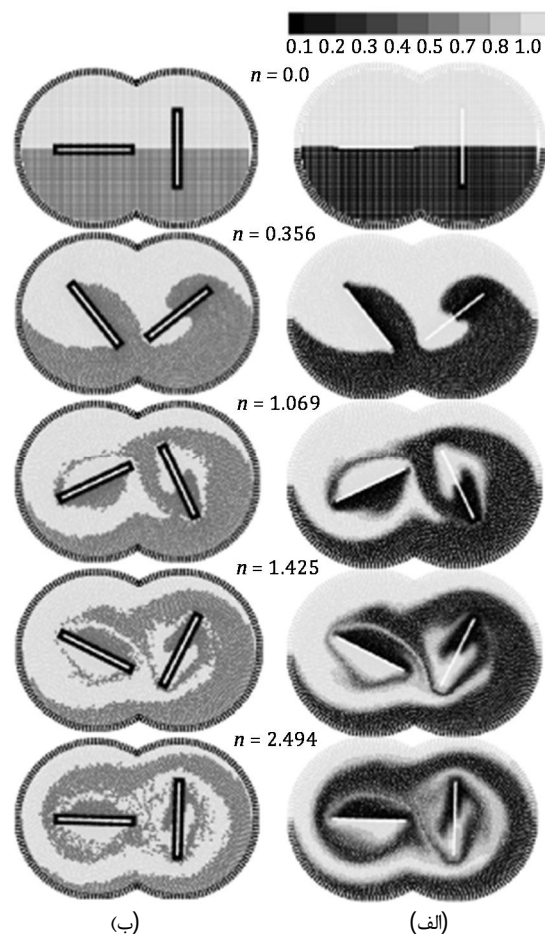
شکل 10 تغییرات شاخص اختلاط در مقابل تعداد سیکل حرکت پره برای سه عدد رینولدز مختلف

میزان بهبود عملکرد اختلاط که به صورت رابطه (44) تعریف می‌شود، برای هر حالت نسبت به حالت مخلوط‌کننده با محفظه دایروی و دوران هم‌جهت پره‌ها، در دور پانزدهم حرکت پره‌ها در جدول 1 نشان داده شده است.

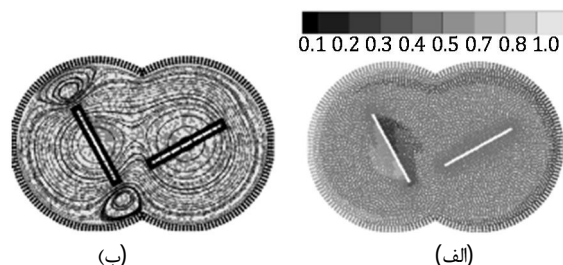
$$\varepsilon = \frac{D_{1\text{circular}, \omega_1/\omega_2=1.0} - D_1}{D_{1\text{circular}, \omega_1/\omega_2=1.0}} \quad (44)$$

همان‌طور که اطلاعات جدول 1 نشان می‌دهد محفظه دو قلو با دوران هم‌جهت، در دوره‌های بالا (دور پانزدهم) با بیش از 60% اختلاف با حالت محفظه دایروی و دوران هم‌جهت، بهترین عملکرد را دارد.

نتایج شکل 10 نشان می‌دهد که در دوره‌های ابتدایی، مخلوط‌کننده دو قلو با دوران غیر هم‌جهت پره‌ها عملکرد بهتری دارد اما به مرور عملکرد مخلوط‌کننده با دوران هم‌جهت به آن نزدیک شده و به صورت جزئی از آن پیشی می‌گیرد.



شکل 8 الف- توزیع غلظت و ب- مسیر حرکت ذرات (جابجایی) برای عدد رینولدز 3/94 در دوره‌های مختلف حرکت پره برای محفظه دو قلو با دوران هم‌جهت پره‌ها



شکل 9 الف- کانور غلظت و ب- خطوط جریان برای محفظه دو قلو در حالت دوران هم‌جهت پره‌ها و $Re=3.94$, $n=15.32$

لازم به ذکر است که هر پره در فاصله جانبی که با دیوار وجود دارد به راحتی می‌تواند با ایجاد لایه‌های برشی به افزایش امکان تماس لایه‌های سیال کمک کند. با توجه به این مسأله توقع آن می‌رود که این تغییر هندسی کمک شایانی به افزایش نرخ اختلاط سیالات بکند. از این‌رو، برای مقایسه با شکل 6، شکل 9 نمایش داده می‌شود؛ همان‌طور که در این شکل نشان داده شده، محدوده انباشتگی سیال بر طرف شده و اختلاط سیال به خوبی اتفاق می‌افتد. برای بررسی بهتر و دقیق‌تر، در شکل 10، شاخص اختلاط در مقابل تعداد دور پره برای سه عدد رینولدز مختلف نشان داده شده است.

رفتار سه نمودار در شکل 10 بسیار شبیه به یکدیگر است؛ اگرچه با تغییر عدد رینولدز تغییر قابل توجهی در مقادیر متناظر نمودارها ایجاد نمی‌شود، اما زمان رسیدن به این دور برای سه نمودار متفاوت است و با افزایش عدد رینولدز، زمان اختلاط به طور قابل توجهی کاهش می‌یابد.

است؛ جابجایی دو سیال درون هر حلقه محفظه و تبادل جرم بین دو حلقه. در لحظات ابتدایی، مکانیزم اول که باعث افزایش سطح انتقال جرم و تشدید پدیده پخش (نفوذ) می‌شود، در دوران غیر هم‌جهت قوی‌تر است. علت این پدیده می‌تواند مسیر کوتاه‌تری باشد که ذرات طی می‌کنند. در نتیجه، ذرات دو سیال سریع‌تر در تماس با یکدیگر قرار می‌گیرند.

در مقابل، با گذشت زمان، اثر مکانیزم دوم آشکار می‌شود. در دوران غیر هم‌جهت، مطابق آنچه که در شکل‌های 11 و 12 نشان داده شده است، ذرات هر محفظه در مسیرهای دایره‌ای شکلی محدود شده‌اند. در حالی که در دوران هم‌جهت پرها (شکل‌های 8 و 9) ذرات سیال، کل محفظه را دور می‌زنند. در نتیجه تبادل جرم بین دو حلقه محفظه به حد اکثر می‌رسد. بنابراین پس از حدود هشت دور که سیال نزدیک پرها به شرایط همگنی رسیده است، تبادل جرم در دوران هم‌جهت باعث می‌شود که سیالی که در نزدیکی دیواره محفظه دست‌نخورده باقی‌مانده تحت اثر نیروی برشی، حرکت کرده و انتقال جرم را تسریع کند.

5- نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک روش هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم پذیر ضعیف که توسط تانسورهای اصلاحی تابع کرنل، روش‌های جدید انفصال مشتق مرتبه دوم، کوپلینگ مجدد سرعت و فشار و همچنین استفاده از الگوریتم جابجایی ذرات، بهبود یافته است. برای بررسی عملکرد اختلاط سیال در مخلوط‌کننده‌های دو پره دوار امتحان شد. در این بررسی، دو هندسه متفاوت: 1- دایروی 2- دوقلوی، برای مخلوط‌کننده در نظر گرفته شد که در هر مورد دو حالت دوران هم‌جهت و دوران معکوس امتحان شد. عمده نتایج بدست آمده به شرح زیر است:

1- برای محفظه دایروی در حالت دوران هم‌جهت پرها، در قسمت فوقانی و تحتانی پرها، محدوده‌ای به وجود می‌آید که سیال محبوس می‌شود و در مسیر اصلی اختلاط قرار نمی‌گیرد. به همین دلیل اختلاط نسبت به سایر حالات بررسی شده کندتر صورت می‌پذیرد.

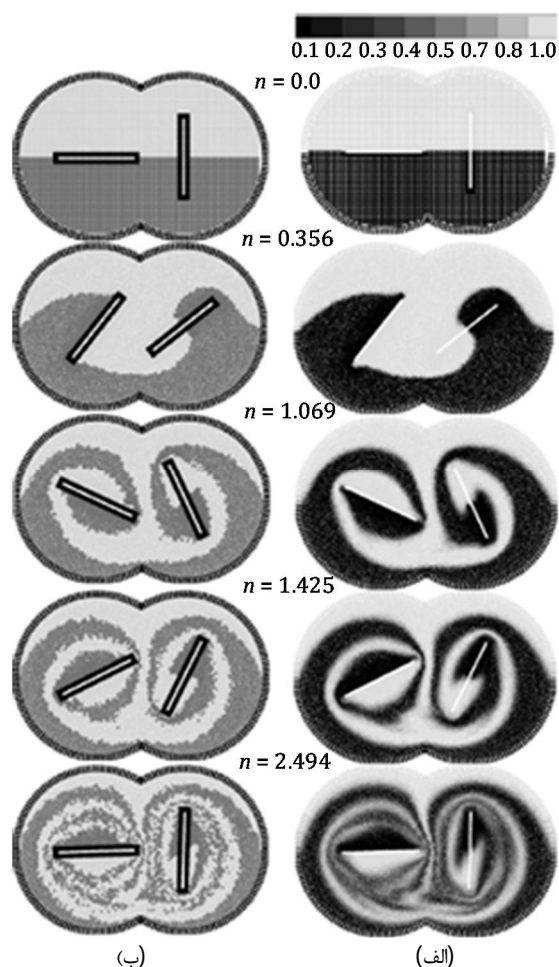
2- برای محفظه دایروی با دوران معکوس پرها، محدوده انباشتگی سیال (قسمت فوقانی و تحتانی پرها) به دو قسمت تقسیم شده که هر یک در یک مسیر جریان قرار می‌گیرند که این مطلب نرخ خروج سیال از این محدوده را در مقایسه با حالت دوران هم‌جهت افزایش می‌دهد.

3- بهترین عملکرد مربوط به محفظه دوقلوی با دوران هم‌جهت پرهاست.

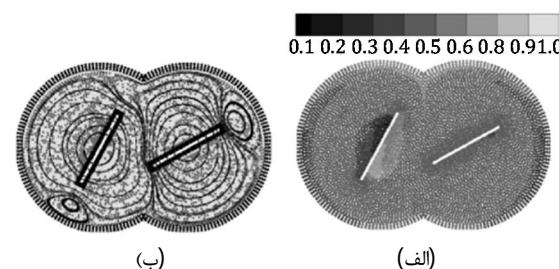
4- در دوره‌های ابتدایی، مخلوط‌کننده دوقلوی با دوران غیر هم‌جهت پرها عملکرد بهتری دارد اما به مرور عملکرد مخلوط‌کننده با دوران هم‌جهت به آن نزدیک شده و به صورت جزئی از آن پیشی می‌گیرد.

6- مراجع

- [1] N. T. Nguyen, Micromixers, fundamentals, design and fabrication, Singapore: William Andrew Inc, 2008.
- [2] Y. Han, J.J. Wang, X.P. Gu, L.F. Feng, Numerical simulation on micromixing of viscous fluids in stirred-tank reactor, Chemical Engineering Science, Vol. 74, pp. 9-17, 2012.
- [3] M. Assirelli, W. Bujalski, A. Eaglesham, A.W. Nienow, Study of micromixing in a stirred tank using a rushton turbine: comparison of feed positions and other mixing devices, Chemical Engineering Research and Design, Vol. 80, No. 8, pp. 855-863, 2002.
- [4] A. Youcefi, D. AnneArchard, H. C. Boisson, M. Sengelin, On the influence of liquid elasticity on mixing in a vessel agitated by a two-bladed impeller, Journal of Fluids Engineering-Transactions of the Asme, Vol. 119, No.4, pp. 616-622, 1997.
- [5] D. Bohl, Experimental investigation of the fluid motion in a cylinder driven by a flat plate impeller, Journal of Fluids Engineering-Transactions of the Asme, Vol. 129, No. 1, pp. 137-146, 2007.



شکل 11 الف - توزیع غلظت و ب - مسیر حرکت ذرات (جابجایی) برای عدد رینولدز 3/94 در دوره‌های مختلف حرکت پره برای محفظه دوقلوی با دوران غیر هم‌جهت (معکوس) پرها



شکل 12 الف - کانتور غلظت و ب - خطوط جریان برای محفظه دوقلوی در حالت دوران غیر هم‌جهت (معکوس) پرها و $Re=3.94$, $n=15.32$

جدول 1 درصد اختلاف (میزان بهبود عملکرد) حالت‌های مختلف مخلوط‌کننده

نسبت به مخلوط‌کننده دایروی با دوران هم‌جهت پرها			
درصد بهبود	درصد بهبود	درصد بهبود	
$Re=7.88$ (□)	$Re=5.91$ (□)	$Re=3.94$ (□)	
محفظة دایروی با دوران معکوس	34/96%	35/24%	37/04%
محفظة دوقلوی با دوران معکوس	60%	56/29%	53/28%
محفظة دو قلو با دوران هم‌جهت	65/63%	62/3%	65/18%

برای مقایسه با شکل 8، در شکل 11 کانتور غلظت و مسیر جابجایی ذرات برای مخلوط‌کننده دوقلوی با دوران غیر هم‌جهت نشان داده شده است. با توجه به شکل‌های 8، 9، 11 و 12، دو مکانیزم انتقال جرم جابجایی قابل تشخیص

- [22] M. R. Hashemi, R. Fatehi, M. T. Manzari, SPH simulation of interacting solid bodies suspended in a shear flow of an Oldroyd-B fluid, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 166, pp. 1239-1252, 2011.
- [23] Y. Amini, H. Emdad, M. Farid, A new model to solve fluid-hypoeleastic solid interaction using the smoothed particle hydrodynamics (SPH) method, *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, Vol. 30, pp. 184-194, 2011.
- [24] E. S. Lee, C. Moulinec, R. Xu, D. Laurence, P. Stansby, Comparisons of weakly compressible and truly incompressible algorithms for the SPH mesh free particle method, *Journal of computational Physics*, Vol. 227, No. 18, pp. 8417-8436, 2008.
- [25] R. Fatehi, M. T. Manzari, A remedy for numerical oscillations in weakly compressible Smoothed Particle Hydrodynamics, *International journal for Numerical Method in fluids*, Vol. 67, No. 9, pp. 1100-1114, 2011.
- [26] R. Fatehi, M. T. Manzari, A consistent and fast weakly compressible Smoothed Particle Hydrodynamics with a new wall boundary condition, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 68, No. 7, pp. 905-921, 2012.
- [27] A. Tayebi, B. Ghadiri Dehkordi, M.T. Manzari, Control of pressure fluctuations in SPH method for simulation of flow past a cylinder, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 7, pp. 32-44, 2013. (In Persian)
- [28] H. Wendland, Piecewise polynomial, positive definite and compactly supported radial functions of minimal degree, *Advances in Computational Mathematics*, Vol. 4, pp. 389-396, 1995.
- [29] J. Bonet, T.S. Lok, Variational and momentum preservation aspects of Smooth Particle Hydrodynamic formulation, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 180, pp.97-115, 1999.
- [30] R. Fatehi, M. T. Manzari, Error estimation in Smoothed Particle Hydrodynamics and a new scheme for second derivatives, *Computer & Mathematics with Applications*, Vol. 61, No. 2, pp. 482-498, 2011.
- [31] R. Xu, P. Stansby, D. Laurence, Accuracy and stability in incompressible SPH (ISPH) based on the projection method and a new approach. *Journal of computational Physics*, Vol. 228, pp. 6703-6725, 2009.
- [32] E. S. Lee, D. Violeau, D. Laurence, P. Stansby, C. Moulinec. SPHERIC test case 6: 2-D incompressible flow around a moving square inside a rectangular box, in *SPHERIC 2nd International Workshop*, A, Madrid, Spain, pp. 37-41, 2007.
- [33] R. Nestor, M. Basa, N. Quinlan, Moving boundary problems in the finite volume particle method. 3rd ERCOFTAC SPHERIC workshop on SPH applications, Switzerland, Lausanne, 2008.
- [6] D. Bohl, A. Mehta, N. Santitissadeekorn, E. Boltt, Characterization of mixing in a simple paddle mixer using experimentally derived velocity fields, *Journal of Fluids Engineering-Transactions of the Asme*, Vol. 133, No. 6, pp. 061202-061210.
- [7] L. H. Nouri, J. Legrand, N. Benmalek, F. Imerzoukene, Characterisation and comparison of the micromixing efficiency in torus and batch stirred reactors, *Chemical Engineering Journal*, Vol. 142, pp. 78-86, 2008.
- [8] F. Bally, C. A. Serra, V. Hessel, G. Hadzioannou, Micromixer-assisted polymerization processes, *Chemical Engineering Science*, Vol. 66, pp. 1449-1462, 2011.
- [9] X. Zhang, G. Ahmadi, Eulerian-Lagrangian simulations of liquid-gas-solid flows in three-phase slurry reactors, *Chemical Engineering Science*, Vol. 60, pp. 5089 - 5104, 2005.
- [10] T. Lenaerts, P. Dutré, Mixing fluids and granular materials, *Computer Graphics Forum*, Vol. 28, pp. 213-218, 2009.
- [11] M. Robinson, P. Cleary, J. Monaghan, Analysis of mixing in a twin cam mixer using Smoothed Particle Hydrodynamics, *AIChE journal*, Vol. 54, pp. 1987-1998, 2008.
- [12] J. Orthmann, A. Kolb, Temporal blending for adaptive SPH, *Computer Graphics forum*, Vol. 31, pp. 1-12, 2012.
- [13] R.A. Gingold, J.J. Monaghan, Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars, *Monthly Notices Royal Astronomical Society*, Vol. 181, pp. 375-389, 1977.
- [14] L.B. Lucy, A numerical approach to the testing of fusion process, *Astronomical Journal*, Vol. 88, pp. 1013-1024, 1977.
- [15] A. Rafiee, M.T. Manzari, M. Hosseini, An incompressible SPH method for simulation of unsteady viscoelastic free-surface flows, *International Journal of Nonlinear Mechanics*, Vol. 42, pp. 1210-1223, 2007.
- [16] T. Jiang, J. Ouyang, Q. Li, J.I. Ren, B. Yang, A corrected smoothed particle hydrodynamics method for solving transient viscoelastic fluid flows, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 35, pp. 3833-3853, 2011.
- [17] A. Kiara, K. Hendrickson, D. K.P. Yue, SPH for incompressible free-surface flows. Part I: Error analysis of the basic assumptions, *Computers & Fluids*, Vol. 86, pp. 611-624, 2013.
- [18] A. Kiara, K. Hendrickson, D. K.P. Yue, SPH for incompressible free-surface flows. Part II: Performance of a modified SPH method, *Computers & Fluids*, Vol. 86, pp. 510-536, 2013.
- [19] P. W. Cleary, Modeling confined multi-material heat and mass flows using SPH, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 22, pp. 981-993, 1998.
- [20] A. Rafiee, K. P. Thiagarajan, An SPH projection method for simulating fluid-hypoeleastic structure interaction, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 198, pp. 2785-2795, 2009.
- [21] M. R. Hashemi, R. Fatehi, M. T. Manzari, A modified SPH method for simulating motion of rigid bodies in Newtonian fluid flows, *International Journal of Nonlinear Mechanics*, Vol. 47, 626-638, 2012.