



# تدوین یک الگوریتم مشارکتی برای طراحی مسیر بهینه اجسام بازگشت پذیر

علیرضا عالمی نائینی<sup>1</sup>، جعفر روشنیان<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه خواجه نصیر، تهران

2- استاد، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه خواجه نصیر، تهران

\* تهران، صندوق پستی 16569-83911، roshanian@kntu.ac.ir

## اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 22 دی 1392  
پذیرش: 02 اردیبهشت 1393  
ارائه در سایت: 16 مهر 1393  
کلید واژگان:

بهینه‌سازی مشارکتی  
روش پرتاب  
بازگشت به جو  
روش شبه طیفی رادو

## چکیده

این مقاله روش جدیدی در طراحی مسیر حرکتی بهینه را معرفی می‌کند. در این روش مشارکتی، ویژگی‌های مطلوب روش‌های مدرن بهینه‌سازی در کنار دقت بالای روش‌های گرادیان پایه در یک ساختار بهینه‌سازی دو لایه به کار گرفته می‌شود. لایه نخست برای برطرف کردن کامل وابستگی به شرایط نخستین، سه الگوریتم مدرن بهینه‌سازی را به کار می‌گیرد. این سه الگوریتم در قالب ساختاری با تبادل متقابل اطلاعات، جستجوی جامعی را در فضای حل به انجام می‌رساند. روش مورد استفاده در خانواده روش‌های پرتاب قرار می‌گیرد و برای افزایش کارایی آن، مدل جامعی برای بیان پروفیل کنترلی به کار گرفته می‌شود. استفاده از الگوی به کار برده شده، نرخ همگرایی را بهبود داده و امکان دستیابی به یک حل اولیه مطلوب در کمینه زمان را فراهم می‌آورد. نتیجه نهایی این لایه، به لایه دوم بهینه‌سازی داده می‌شود. در این لایه با بهره‌گیری از نتایج حاصل از لایه داخلی، یک روش از مجموعه روش‌های برهم‌نشانی مستقیم، موسوم به روش شبه طیفی گاوس-رادو مورد استفاده قرار می‌گیرد. ساختار در نظر گرفته شده، بازدهی روش شبه طیفی در دستیابی به پاسخ نهایی را بهبود بخشیده و دقت و سرعت حل مسئله را ارتقاء می‌دهد. پس از ارزیابی الگوریتم‌های بهینه‌سازی هر دو لایه، مسئله بازگشت به جو یک کپسول فضایی مورد بررسی قرار گرفته و اثر تغییر قیود بر میزان حرارت جذب شده مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد.

## Developing a hybrid algorithm to design the optimal trajectory of reentry vehicles

Alireza Alemi Naeeni<sup>1</sup>, Jafar Roshanian<sup>2\*</sup>

1- Department of Aerospace Engineering, Khaje Nasir University, Tehran, Iran.

2- Department of Aerospace Engineering, Khaje Nasir University, Tehran, Iran.

\* P.O.B. 16569-83911 Tehran, Iran, roshanian@kntu.ac.ir

## ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 12 January 2014  
Accepted 22 April 2014  
Available Online 08 October 2014

Keywords:  
hybrid optimization  
shooting method  
Reentry  
Radau pseudospectral

## ABSTRACT

Optimal trajectory planning is an important task which is required in most of guidance missions. This paper introduces a new method that utilizes the most important characteristics of global optimization methods along with a new gradient-based method in a two layered scheme for the trajectory planning. In the first layer to construct a convenient shooting method based algorithm, some of the most important global methods of optimization are used in an information transform structure. Exchanging the information between selected algorithms helps for increasing the efficiency of problem solving. To do this, a comprehensive model for parameterization of the control history is introduced which allows the method to search for the best profile in a variety of different profiles. Results of this layer are transformed to the second layer that uses one of direct methods of solving the optimal control problems. This gradient based method named Radau pseudospectral method using of the results of global methods, completes the optimization process. Finally, developed algorithm is used to find the optimal trajectory of a reentry capsule and effects of the path constraint values on the total heat absorbed is investigated.

## 1- مقدمه

معادلات، وابستگی بسیار زیاد به حدس نخستین و از جمله پارامترهای غیر-ملموس شبه‌حالت می‌توان اشاره کرد [5,6]، روش‌های مستقیم توسعه‌داده-شده که در آن‌ها تقریب متغیرهای حالت و کنترل، نوعی مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی را حاصل می‌سازد [7,8]. در این مقاله برای حل مسئله طراحی مسیر حرکتی بهینه، یک روش مشارکتی که در خانواده روش‌های مستقیم قرار دارد، معرفی می‌شود. این روش که در دو لایه فرآیند بهینه‌سازی را به انجام می‌رساند، از روش‌های بهینه‌سازی مدرن در غالب متد پرتاب و روش

بسیاری از مسائل هدایت یا طراحی مسیر به نوعی مستلزم حل یک مسئله کنترل بهینه است. روش‌های عددی حل مسائل کنترل بهینه به دو دسته کلی روش‌های مستقیم و روش‌های غیرمستقیم تقسیم می‌شوند [2,1]. در روش‌های غیرمستقیم، استخراج شرایط مرتبه نخست بهینگی، مسئله را به یک مسئله مقدار مرزی همپلتونین تبدیل می‌کند [4,3]. برای غلبه بر مشکلات روش‌های غیرمستقیم که از جمله آن‌ها به دشواری استخراج

Please cite this article using:

A. Alemi Naeeni, J. Roshanian, Developing a hybrid algorithm to design the optimal trajectory of reentry vehicles, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 13, pp. 143-152, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

$$J = \phi(y(t_0), t_0, y(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(y(t), u(t), t) dt \quad (1)$$

به گونه ای که قیدهای دینامیکی رابطه (2) برآورده شود.

$$\dot{y}(t) = f(y(t), u(t), t) \quad (2)$$

شرایط مرزی به صورت رابطه (3) است.

$$\phi(y(t_0), t_0, y(t_f), t_f) = 0 \quad (3)$$

و قیدهای نامساوی مربوط به مسیر نیز باید به صورت رابطه (4) در نظر گرفته شود.

$$C(y(t), u(t), t) \leq 0 \quad (4)$$

### 3- لایه بهینه ساز داخلی

#### 3-1 مقدمه

لایه بهینه ساز داخلی، بر مبنای روش پرتاب پایه گذاری شده است. در روش های پرتاب، با بیان دیباچه کنترلی به شکل پارامتریک و انتگرال گیری از معادلات حاکمه، یک مسئله بهینه سازی تازه تشکیل می شود. برای حل این مسئله از روش های گرادیان پایه و یا روش های مدرن بهینه سازی می توان استفاده کرد. در این مقاله یک روش مشارکتی بر پایه سه الگوریتم بهینه سازی مدرن مورد استفاده قرار می گیرد. الگوریتم های مزبور عبارتند از: الگوریتم ژنتیک، بهینه سازی جمعیت ذرات و الگوریتم توده مورچه ها [25]. با توجه به انبوه مراجع موجود در خصوص الگوریتم های معرفی شده، برای اختصار بحثی در مورد آنها انجام نشده و روش مشارکتی به کار برده شده تشریح می شود. نکته دیگر در ارتباط با روش پرتاب پیاده سازی شده، مشخصه های پروفیل فرمان در نظر گرفته شده است که بر سرعت همگرایی تأثیرگذار است. پروفیل می تواند یک چند جمله ای با درجه بالا در کل بازه زمانی ماموریت و یا ترکیبی از چند جمله ای هایی با درجات متفاوت و در بازه های مختلف باشد. به عبارت دیگر، ورودی هایی که برای توصیف مدل در نظر گرفته شده عبارتند از: بیشینه تعداد زیربازه های در نظر گرفته شده در کل محدوده زمانی و بالاترین درجه چند جمله ای توصیف کننده بر حسب متغیر مستقل که در اینجا انرژی بی بعد شده است. این اطلاعات وارد رشته های کد شده بهینه سازی شده و توسط الگوریتم بهینه سازی، به حل نهایی همگرا می شوند. بنابراین پروفیل فرمان می تواند شامل تعداد متغیری زیربازه با چند جمله ای هایی از درجات متفاوت باشد.

#### 3-2 روش بهینه سازی

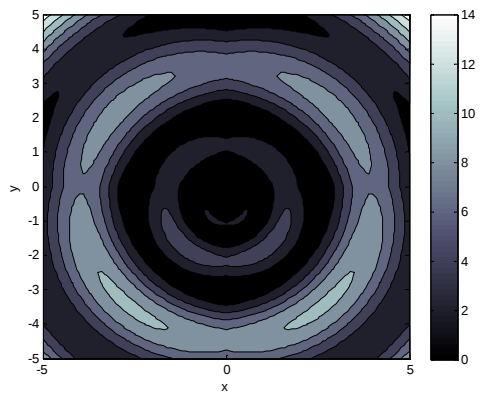
با توجه به این که هدف از الگوریتم توسعه داده شده در لایه داخلی، دستیابی به پاسخی مناسب با کمترین بار محاسباتی است، الگوریتم مشارکتی با تبادل اطلاعات بین سه الگوریتم در حال اجرا و بر پایه تنظیم مداوم شرایط عملکردی سعی در دستیابی به بهترین پاسخ دارد. فرآیند بهینه سازی یاد شده بر اساس یک فرآیند تکرار استوار شده است که در تکرار  $N$ ام آن گام های زیر قرار دارد:

شبه طیفی استفاده می کند. ویژگی روش های بهینه سازی مدرن، جستجوی کامل در حوزه حل مسئله و عدم وابستگی به حدس نخستین است. به ویژه با استفاده از ساختار توسعه داده شده در این بررسی، جواب اولیه قابل قبولی برای استفاده توسط روش شبه طیفی حاصل می شود. روش شبه طیفی، علی رغم وابستگی کمتر به حدس اولیه نسبت به سایر روش ها، در صورت آغاز حل از یک جواب اولیه مناسب، بازده بیشتری داشته و عملکرد مناسب تری را از خود نشان می دهد. لایه اولیه روش توسعه داده شده، به طور مشارکتی از روش های بهینه سازی مدرن الگوریتم ژنتیک [9-11]، بهینه سازی جمعیت ذرات [12] و الگوریتم توده مورچه ها [13] استفاده می کند. مطالعات زیادی در حوزه طراحی مسیر حرکتی و هدایت ورود به جو انجام شده که از آن جمله می توان روش معکوس [14]، بازگشت به مسیر نامی [15] و بهینه سازی عددی [16] را برشمرد. همچنین بررسی های زیادی در حوزه بهینه سازی مشارکتی انجام شده است. در برخی از این روش ها، الگوریتم ژنتیک نقشی محوری دارد [17, 18]. روش های دیگری نیز بر پایه الگوریتم بهینه سازی توده مورچه ها شکل یافته اند [19, 20]. تدوین یک الگوریتم مشارکتی مناسب برای یک مسئله خاص، لازم است با در نظر گرفتن شرایط مربوط به آن مسئله انجام گیرد. روش های بهینه سازی مشارکتی کارایی الگوریتم های بهینه سازی توسعه داده شده را برای دستیابی به یک هدف خاص بهبود می بخشند. ویژگی خاص روش توسعه داده شده در این مقاله دو لایه بودن آن است که در لایه ابتدایی آن نیز بهینه سازی به طور مشارکتی انجام می شود. در این لایه همگرایی به سمت یک شرایط اولیه مطلوب انجام شده و در لایه بعدی بر پایه این مسیر حرکتی طراحی شده، بهینه سازی نهایی مسیر به انجام می رسد. در این لایه، روش شبه طیفی رادو [21] که از روش های جدید توسعه داده شده در این حوزه است، به کار گرفته می شود. استفاده از مجموعه نقاط گاوس - رادو [22]، انتگرال گیری عددی به روش گاوس [23] و میان یابی لاگرانژ [24] از مشخصه های این روش است. روش های بهینه سازی هر دو لایه با حل مسائل نمونه ارزیابی شده و در نهایت الگوریتم توسعه داده شده در بهینه سازی مسیر حرکت یک کپسول فضایی در بازگشت به جو به کار گرفته می شود. بررسی ها نشان می دهد روش توسعه داده شده، بهبود چشمگیری را در بازدهی حل مسئله به نمایش می گذارد. به عبارت بهتر، دقت و سرعت حل مسئله نسبت به هر یک از روش های مجزای مورد استفاده در الگوریتم مشارکتی وضعیت بهتری داشته و احتمال واگرایی در حل مسئله بسیار کمتر خواهد شد. بخش های پسین این مقاله به ترتیب زیر ارائه می شود: بخش 2، فرمول بندی کلی مسائل کنترل بهینه؛ بخش 3، معرفی لایه داخلی روش بهینه سازی توسعه داده شده؛ بخش 4، معرفی روش شبه طیفی رادو که در لایه خارجی بهینه ساز مورد استفاده قرار می گیرد؛ بخش 5، تشریح مسئله بازگشت به جو یک کپسول فضایی؛ و بخش 6 نتایج حاصل از طراحی مسیر حرکتی بهینه برای آن است.

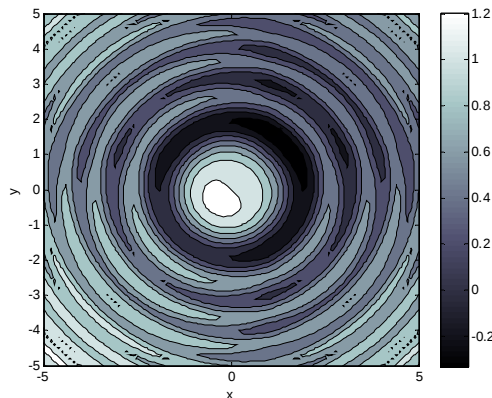
#### 2- فرمول بندی مسئله کنترل بهینه در حالت کلی

هدف از حل یک مسئله کنترل بهینه، دستیابی به دیباچه کنترلی مناسبی است که یک معیار عملکرد را کمینه کرده و در عین حال قیدهای در نظر گرفته شده را نیز ارضا کند. در کلی ترین حالت، مسئله کنترل بهینه به صورت زیر تعریف می شود:

تابع هزینه رابطه (1) را کمینه نمایید.



شکل 1 نمایش تابع کمینه سازی مسئله نمونه 1 به شکل کانتور



شکل 2 نمایش تابع کمینه سازی مسئله نمونه 2 به شکل کانتور

$$f(x, y) = J_0(x^2 + y^2) + 0.1|1 - x| + 0.1|1 - y| \quad (6)$$

$$-\infty < x, y < +\infty$$

حل مسائل نمونه با استفاده از الگوریتم توسعه داده شده تطابق خوبی با جواب دقیق مسئله دارد.

مسئله 1:  $(x, y) = (-1.317e-36, 2.8142e-38)$

مسئله 2:  $(x, y) = (1, 1.6606)$

#### 4- لایه بهینه ساز خارجی

##### 4-1 مقدمه

همان گونه که بیان شد، لایه داخلی استفاده شده در فرآیند بهینه سازی، جواب اولیه مناسبی را محاسبه می کند. با بهره گیری از این جواب اولیه، لایه خارجی سعی در رسیدن به جواب بهینه نهایی را خواهد داشت. برای این منظور از روش شبه طیفی رادو استفاده می شود. این روش از خانواده روش های مستقیم است که در سال های اخیر رشد چشمگیری داشته است. بهره گیری از جواب اولیه، بازدهی حل مسئله را افزایش داده و عملکرد الگوریتم را بهبود می بخشد.

##### 4-2 معرفی روش بهینه سازی

در این بخش الگوریتم شبه طیفی به اختصار معرفی می شود. همان گونه که در آغاز مقاله بیان شد، این روش در خانواده روش های مستقیم حل مسائل

1. تنظیم مقادیر نخستین الگوریتم های توده مورچگان و جمعیت ذرات براساس اطلاعات مربوط به مراحل (5-6) از تکرار  $i-1$

2. اجرای الگوریتم های توده مورچگان و جمعیت ذرات به ترتیب تا  $n_{ACO}$  و  $n_{PSO}$  تکرار

3. شکل دهی به جمعیت اولیه الگوریتم ژنتیک:

$n_{PtoG}$  از بهترین اعضای جمعیت ذرات

$n_{AtOG}$  از بهترین اعضای توده مورچگان

باقی اعضا از نسل پیشین الگوریتم ژنتیک که در تکرار قبل ( $i-1$ ) حاصل شده آورده می شوند

4. اجرای الگوریتم ژنتیک برای  $n_{GA}$  تکرار

5. شکل دهی به جمعیت نخستین الگوریتم توده مورچگان. برای این منظور،  $n_{GtoA}$  عضو از بهترین اعضای الگوریتم ژنتیک گرفته شده و باقی بدون تغییر از اعضای نهایی توده مورچگان در تکرار  $i-1$  جایگزین می شوند.

6. شکل دهی به پارامترهای اولیه الگوریتم جمعیت ذرات. برای این منظور،  $n_{GtoP}$  عضو از بهترین اعضای الگوریتم ژنتیک گرفته شده و باقی بدون تغییر از اعضای نهایی جمعیت ذرات در تکرار  $i-1$  جایگزین می شوند.

به این ترتیب، تکرار  $i$ ام به پایان می رسد. در صورت برآورده شدن شرایط پایانی که مربوط به همگرایی و یا تعداد تکرار است، الگوریتم پایان یافته و در غیر این صورت، تکرار  $i+1$ ام آغاز می شود. شایان یاد است اعضای اولیه تمام الگوریتم ها در آغاز به صورت تصادفی انتخاب می شود.

با استفاده از الگوریتم بالا، اطلاعات حاصل از جستجوی جواب بهینه، در بین تمام الگوریتم ها به اشتراک گذاشته می شود و با توجه به این که در هر مسئله و یا شرایط اولیه خاص، یکی از الگوریتم ها عملکرد مناسب تری را به نمایش خواهد گذارد، همواره نتایج حاصل از بهترین الگوریتم در دسترس بوده و از سوی دیگر روش های متفاوت استفاده شده در سه الگوریتم یاد شده در دستیابی به جواب بهینه مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

با توجه به آن چه بیان شد، الگوریتم معرفی شده، هدف لایه داخلی الگوریتم بهینه سازی را که دسترسی به جواب مناسبی با کمترین تکرار است به انجام خواهد رسانید.

#### 3-3 ارزیابی روش بهینه سازی توسعه داده شده در لایه داخلی

برای ارزیابی و صحت سنجی الگوریتم توسعه داده شده، دو مسئله نمونه مورد بررسی قرار گرفت. حل دقیق هر دو مسئله موجود بوده و به دلیل ساختار نوسانی متشکل از نقاط بیشینه و کمینه متعدد، برای ارزیابی الگوریتم توسعه داده شده مناسب است.

مسئله نمونه 1: یافتن کمینه تابع ارائه شده در رابطه (5) (شکل 1)

$$f(x, y) = (x^2 + y^2)^{0.25} \sin(30((x + 0.5)^2 + y^2)^{0.1}) + |x| + |y| \quad (5)$$

$$-\infty < x, y < +\infty$$

مسئله نمونه 2: یافتن کمینه تابع ارائه شده در رابطه (6) (شکل 2)

$$w_i = \frac{1}{(1-\tau_i)[P_{N-1}(\tau_i)]^2}, \quad 2 \leq i \leq N$$

$$w_1 = \frac{2}{N^2} \quad (14)$$

نشان داده می شود با استفاده از رابطه انتگرال گیری عددی بالا، خطا برای چند جمله ای تا درجه  $2N-2$  صفر خواهد بود [23].

بنابراین مسئله بهینه سازی متناظر با مسئله کنترل بهینه اولیه به صورت رابطه (15) خواهد بود. کمینه تابع هزینه ارائه شده در رابطه 13 را با شرایط ارائه شده در مجموعه روابط (15) بیابید.

$$\sum_{i=1}^{N+1} D_{ki} Y_i - \frac{t_f - t_0}{2} f(Y_k, U_k, \tau) = 0,$$

$$\phi(Y(\tau_1), \tau_1, Y(\tau_{N+1}), \tau_{N+1}) = 0,$$

$$\frac{t_f - t_0}{2} C(Y_k, U_k, \tau) \leq 0,$$

$$k = 1, \dots, N \quad (15)$$

مسئله بالا یک مسئله برنامه ریزی غیرخطی است و مجهولات آن  $(Y_1, \dots, Y_N, U_1, \dots, U_N), t_f$  است که لایه خارجی بهینه سازی مقدار مطلوب آن ها را تعیین می کند.

#### 3-4 ارزیابی روش بهینه سازی توسعه داده شده در لایه خارجی

برای ارزیابی روش توسعه داده شده، مسئله کنترل بهینه شناخته شده ای با عنوان کنترل ماه نشین [26] مورد بررسی قرار می گیرد. هدف کمینه کردن تابع (16) است:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} u dt \quad (16)$$

با در نظر گرفتن معادلات حرکت (17):

$$\dot{h} = v$$

$$\dot{v} = -g + u \quad (17)$$

و شرایط مرزی رابطه (18):

$$h(0) = h_0 = 10, v(0) = v_0 = -2,$$

$$h(0) = h_f = 0, v(0) = v_f = 0 \quad (18)$$

و همچنین قیود کنترلی در طول مسیر به صورت رابطه (19):

$$0 \leq u \leq 3 \quad (19)$$

در رابطه بالا داریم  $g=1.5$  و  $t_f$  آزاد در نظر گرفته می شود.

حل بهینه مسئله بالا به صورت رابطه (20) می شود:

$$h^*(t) = \begin{cases} -\frac{3}{4}t^2 + v_0 t + h_0, & t \leq t_s \\ \frac{3}{4}t^2 + (-3t_s + v_0)t + \frac{3}{2}t_s^2 h_0, & t > t_s \end{cases} \quad (20)$$

کنترل بهینه قرار می گیرد. برای حل مسئله مجموعه نقاطی موسوم به نقاط لژاندر - گاوس - رادو مورد استفاده قرار می گیرد. در واقع با در نظر گرفتن تعریف چند جمله ای های لژاندر مرتبه  $n$  در رابطه (7) مجموعه نقاط لژاندر - گاوس - رادو ریشه های  $P_n(\tau) + P_{n-1}(\tau)$  است.

$$P_n(\tau) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{d\tau^n} [(\tau^2 - 1)^n] \quad (7)$$

توابع مورد استفاده جهت محاسبه تقریبی متغیرهای حالت و کنترل، چند جمله ای های لاگرانژ است. چند جمله ای های لاگرانژ مرتبه  $N$  به صورت رابطه (8) تعریف می شوند:

$$L_i(t) = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+1} \frac{t - t_j}{t_i - t_j}, \quad (i = 1, \dots, n+1) \quad (8)$$

بنابراین متغیرهای حالت به صورت رابطه (9) تقریب زده می شوند:

$$y(\tau) \approx \sum_{i=1}^{N+1} Y_i L_i(\tau) \quad (9)$$

خطای تقریب بالا برای توابعی که در بازه  $[t_0, t_f]$  دارای  $N$  مشتق است براساس رابطه (10) قابل محاسبه خواهد بود [21]:

$$e(t) = \frac{(t - t_1) \dots (t - t_N)}{N!} y^N(\zeta) \quad (10)$$

که  $y^N(\zeta)$  مشتق  $N$ ام تابع  $y(t)$  است و داریم  $\zeta \in [t_0, t_f]$ .

با در نظر گرفتن تقریب در نظر گرفته شده رابطه (11) را خواهیم داشت:

$$\dot{y}(\tau) \approx \sum_{i=1}^{N+1} Y_i \dot{L}_i(\tau) \quad (11)$$

بنابراین با در نظر گرفتن هم زمان معادله بالا و معادله (2)، شرط یا قید دینامیکی در نقاط لژاندر - گاوس - رادو به صورت رابطه (12) خواهد شد:

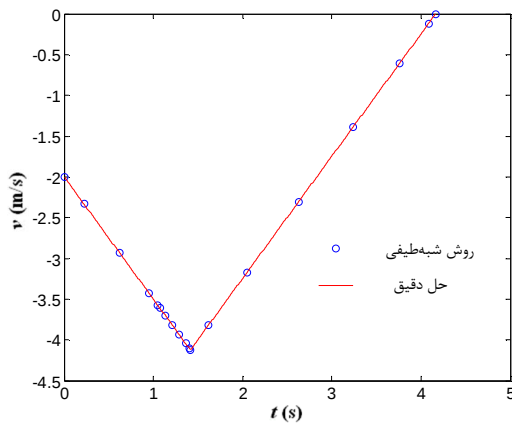
$$\sum_{i=1}^{N+1} Y_i \dot{L}_i(\tau_k) = \frac{t_f - t_0}{2} f(Y_k, U_k, \tau),$$

$$(k = 1, \dots, N) \quad (12)$$

از دیگر مشخصه های روش شبه طیفی، انتگرال گیری عددی بر مبنای مجموعه ضرایب گاوس است که براساس آن رابطه (13) را خواهیم داشت:

$$J = \phi(Y(\tau_1), \tau_1, Y(\tau_{N+1}), \tau_{N+1}) + \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{i=1}^N w_i g(Y_i, U_i, \tau) \quad (13)$$

ضرائب  $w_i$  براساس رابطه (14) محاسبه می شوند [22]:



شکل 5 تاریخچه زمانی تغییرات سرعت

$$\begin{aligned} \dot{r} &= v \sin \gamma, \theta = \frac{v \cos \gamma \cos \psi}{r \cos \phi}, \dot{\phi} = \frac{v \cos \gamma \sin \psi}{r} \\ \dot{v} &= -D - g \sin \gamma + \omega^2 r \cos \phi (\sin \gamma \cos \phi - \cos \gamma \sin \psi \sin \phi) \\ \dot{\gamma} &= \frac{L \cos \sigma}{v} - \left( \frac{g}{v} - \frac{v}{r} \right) \cos \gamma + 2 \omega \cos \psi \cos \phi \\ &\quad + \frac{\omega^2 r}{v} \cos \phi (\cos \gamma \cos \phi + \sin \gamma \sin \psi \sin \phi) \\ \dot{\psi} &= \frac{L \sin \sigma}{v \cos \gamma} - \frac{v}{r} \cos \gamma \cos \psi \tan \phi + 2 \omega (\tan \gamma \sin \psi \cos \phi \\ &\quad - \sin \phi) - \frac{\omega^2 r}{v \cos \gamma} \cos \psi \sin \phi \cos \phi \end{aligned} \quad (23)$$

که  $r$  فاصله از مرکز گرانشی زمین،  $v$  سرعت نسبت به زمین،  $\theta$  طول جغرافیایی،  $\phi$  عرض جغرافیایی،  $\gamma$  زاویه مسیر حرکت با افق،  $\psi$  زاویه سمت و زاویه  $\sigma$  بنک است. زاویه  $\sigma$  زاویه بین بردار برا و صفحه متشکل از بردارهای موقعیت و سرعت است که در این جا متغیر کنترلی محسوب می‌شود. سرانجام  $\omega$  سرعت دوران زمین و  $g = \mu/r^2$  اندازه شتاب گرانش که  $\mu$  پارامتر گرانشی زمین،  $L$  و  $D$  نیز نیروی برا و پسا است.

## 5-2 قیود

در زمان پرواز، قیود نامساوی درخصوص پارامترهای فشار دینامیکی، شتاب و نرخ انتقال حرارت به‌صورت رابطه (24) در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} q &\leq 15000 \text{ N/m}^2 \\ a &\leq 40 \text{ m/s}^2 \\ \dot{Q} &\leq 800 \text{ kW/m}^2 \end{aligned} \quad (24)$$

## 5-3 شرایط مرزی

شرایط اولیه حرکتی کپسول فضایی مربوط به شرایط خروج از مدار اولیه و شرایط نهایی مربوط به نقطه فعال شدن سیستم بازیافت به صورت رابطه (25) در نظر گرفته شده است:

$$\begin{aligned} r(t_f) &= 15 \text{ km} & r(t_0) &= 120 \text{ km}, & \theta(t_0) &= 41.5^\circ, \\ & & \phi(t_0) &= 40.5^\circ, \\ \theta(t_f) &= 59.99^\circ & v(t_0) &= 7500 \text{ m/s}, & \gamma(t_0) &= -2^\circ, \\ & & \psi(t_0) &= -45^\circ, \\ \phi(t_f) &= 22.98^\circ & r(t_f) &= 15 \text{ km}, & \theta(t_f) &= 59.99^\circ, \\ & & \phi(t_f) &= 22.98^\circ \end{aligned} \quad (25)$$

## 5-4 تابع هزینه

هدف اصلی، به کمینه رساندن میزان حرارت جذب شده است. این پارامتر با انتگرال‌گیری از نرخ انتقال حرارت در طول مدت زمان انجام مأموریت به-

$$h^*(t) = \begin{cases} -\frac{3}{2}t + v_0, & t \leq t_s \\ \frac{3}{2}t + (-3t_s + v_0), & t > t_s \end{cases}$$

$$h^*(t) = \begin{cases} 0, & t \leq t_s \\ 3, & t > t_s \end{cases}$$

که در آن رابطه (21) را داریم:

$$t_s^* = \frac{t_f^*}{2} + \frac{v_0}{3} \quad (21)$$

با در نظر گرفتن رابطه (22):

$$t_f^* = \frac{2}{3}v_0 + \frac{4}{3}\sqrt{\frac{1}{2}v_0^2 + \frac{3}{2}h_0} \quad (22)$$

و همچنین شرایط مرزی ارائه شده، خواهیم داشت.

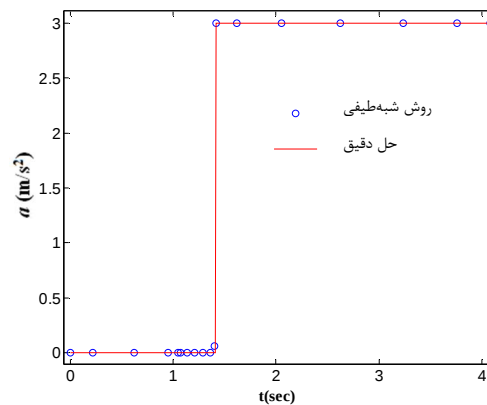
$$(t_s^*, t_f^*) = (1.4154, 4.1641)$$

شکل‌های (3-5) نتایج حاصل از الگوریتم را با حل دقیق مقایسه می‌کند. نتیجه بررسی، حاکی از انطباق نتایج با حل دقیق است.

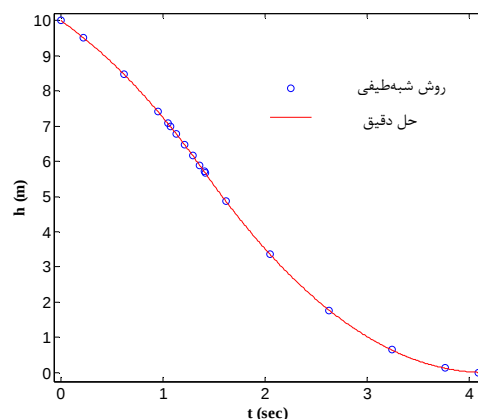
## 5- طراحی مسیر بهینه در بازگشت به جو

### 5-1- معادلات حرکت

دینامیک اجسام بازگشت‌پذیر، پارامترهای تأثیرگذار در این خصوص و مدل‌های مربوطه به‌طور مفصل در مرجع [27] بیان شده است. معادلات حرکت کپسول فضایی در سیستم مختصات کروی به‌صورت رابطه (23) است:



شکل 3 تاریخچه زمانی شتاب کنترل



شکل 4 تاریخچه زمانی تغییرات ارتفاع

صورت رابطه (26) محاسبه می شود:

$$J_Q = 1.294e^{-4} \int_{t_0}^{t_f} v^3 \rho^{0.5} dt \quad (26)$$

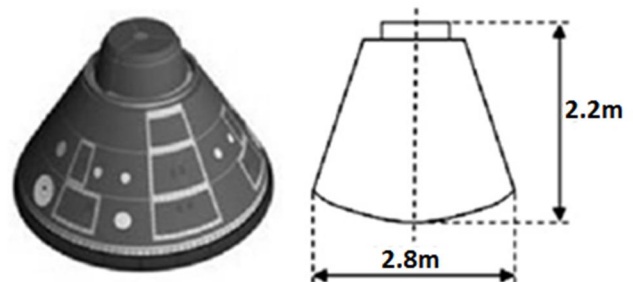
که  $\rho$  دانسیته اتمسفر است. لازم به توضیح است که مبنای رابطه بالا، میزان انتقال حرارت در نقطه سکون که تابعی از هندسه وسیله است.

## 5-5 مدل فیزیکی وسیله

کپسول فضایی مورد استفاده در این بررسی، کپسولی موسوم به «ای آر دی» که مخفف «اثبات کننده فناوری بازگشت به جو» است. (شکل 6). این کپسول توسط آژانس فضایی اروپایی در سال 1998 به طور موفقیت آمیز آزمایش شده است. این کپسول شبیه کپسول آپولو با نسبت 79 درصد است و شکلی کروی- مخروطی دارد. بیشترین قطر آن 2/8 متر، طول آن 2/04 متر و جرم کلی آن 2800 کیلوگرم است.

## 6- نتایج

الگوریتم توسعه داده شده برای طراحی مسیر حرکتی بهینه کپسول فضایی مورد استفاده قرار داده شد. در بخش نخست با در نظر گرفتن سه نوع متفاوت پروفیل کنترلی، طراحی مسیر حرکتی بهینه توسط لایه داخلی بهینه سازی به انجام رسید. برای این بررسی بیشینه تعداد بازه ها و درجه بیشینه پروفیل کنترلی در هر بازه مقادیر متفاوتی در نظر گرفته شد. نتایج حاصل در جدول 1 و شکل های (7-10) نمایش داده شده است. طبیعتاً در نظر گرفتن پروفیل فرمانی متشکل از تعداد بالاتر بازه ها و درجه بالای چند جمله ای ها جواب مطلوب تری خواهد داد، اما نکته در این جا این است که الگوریتم مشارکتی توسعه داده شده در لایه داخلی تنها به یک جواب اولیه قابل قبول نیاز دارد و برای این منظور پروفیل های ساده تر نیز مناسب خواهد بود. در ادامه بررسی، با آغاز حل از پروفیل دوم جدول 1 که نتایج بهتری را به نمایش گذاشته، با در نظر گرفتن ترکیبات متفاوتی از قیدهای مسیر حرکتی، مقدار تابع هزینه که میزان حرارت جذب شده است، مورد مقایسه قرار گرفت. جدول 2 نتیجه این بررسی را به نمایش گذاشته است. این نشان می دهد با ارتقاء قیدها که در اثر دستیابی به فناوری های پیشرفته تر در حوزه های مختلف صورت می پذیرد، تابع هزینه مستقیماً بهبود خواهد یافت. به عبارت دیگر، بهبود وضعیت سازه ای بر میزان حرارت جذب شده نیز مؤثر خواهد بود که لازم است این امر در طراحی سیستمی در نظر گرفته شود. ابزار توسعه داده شده در این بررسی، زمینه انجام پژوهش های آتی در حوزه مورد اشاره را فراهم ساخته است. مشخصه های مربوط به مسیرهای حرکتی بهینه متناظر با مجموعه های مختلف قیود که شامل پروفیل کنترلی، مشخصه های عملکردی و متغیرهای حالت است در شکل های (7-19) نمایش داده شده است.



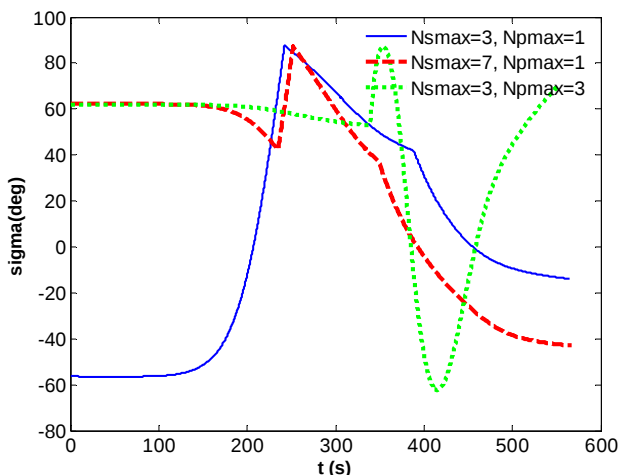
شکل 6 شماتیک کپسول بازگشت پذیر بررسی شده

جدول 1 نتایج حاصل از بهینه سازی با در نظر گرفتن انواع متفاوتی از پروفیل های

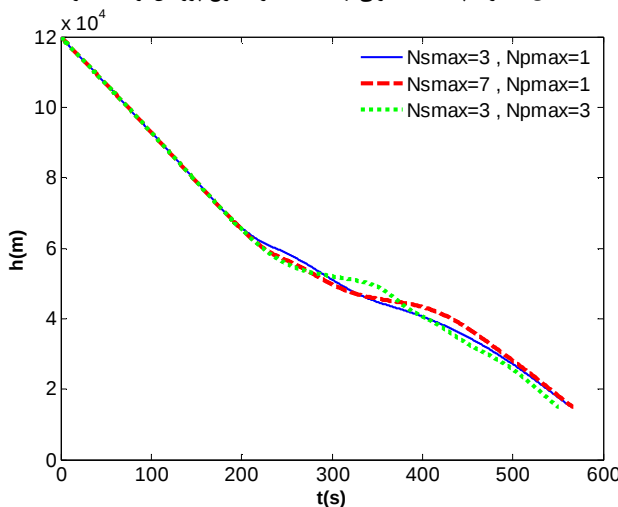
| کنترلی         | بیشینه تعداد بازه ها  | بیشینه درجه پروفیل | حرارت جذب شده |
|----------------|-----------------------|--------------------|---------------|
| ( $N_{smax}$ ) | کنترلی ( $N_{pmax}$ ) | (مگا ژول)          |               |
| 3              | 1                     | 124/3              |               |
| 7              | 1                     | 122/8              |               |
| 3              | 3                     | 124/2              |               |

جدول 2 اثر تغییر قیود مسیر بر میزان حرارت جذب شده

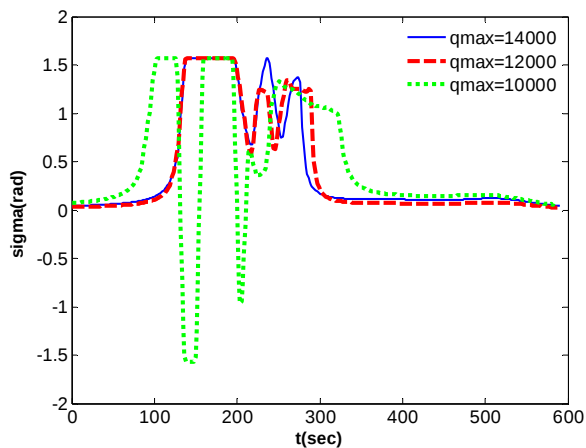
| قید هد دینامیکی | قید ماکزیمم نرخ انتقال | قید ماکزیمم شتاب عمودی | میزان حرارت جذب شده |
|-----------------|------------------------|------------------------|---------------------|
| (kPa)           | حرارت ( $kJ/s$ )       | ( $m/s^2$ )            | (MJ)                |
| 14              | 800                    | 40                     | 121/3               |
| 12              | 800                    | 40                     | 122/1               |
| 10              | 800                    | 40                     | 124/0               |
| 14              | 900                    | 40                     | 120/7               |
| 14              | 700                    | 40                     | 124/2               |
| 14              | 800                    | 35                     | 122/2               |
| 14              | 800                    | 3                      | 123/8               |



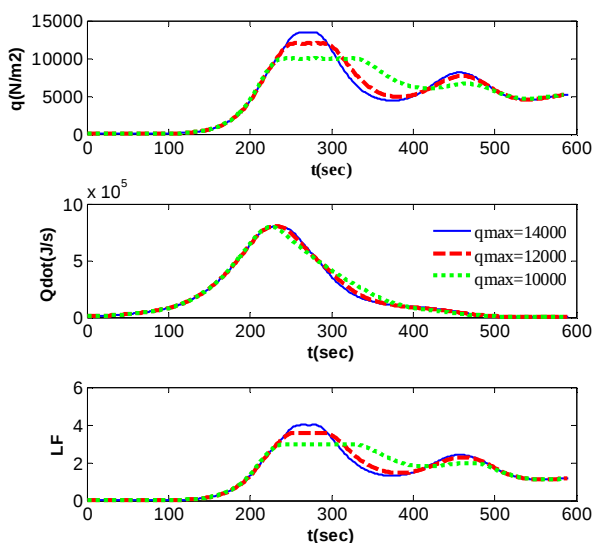
شکل 7 تاریخچه های کنترلی بهینه متناظر با انواع پروفیل اولیه متفاوت



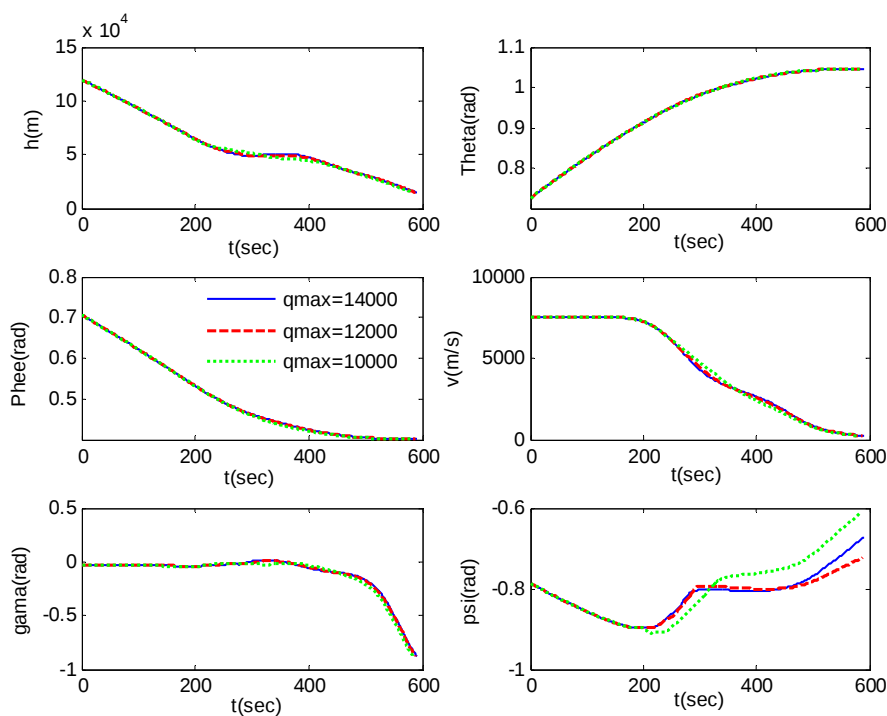
شکل 8 تغییرات ارتفاع متناظر با پروفیل های کنترلی شکل 7



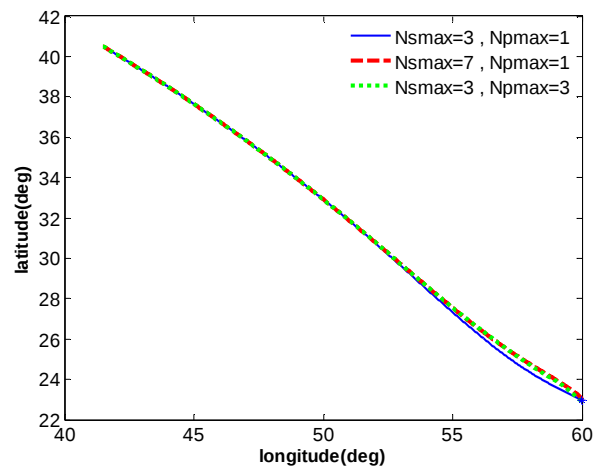
شکل 11 اثر تغییر مقدار قید فشار دینامیکی بر مشخصه های عملکردی



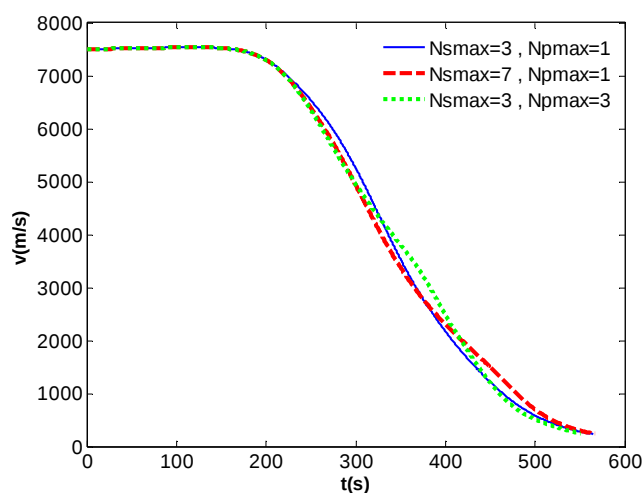
شکل 12 اثر تغییر مقدار قید فشار دینامیکی بر پروفیل فرمان بهینه



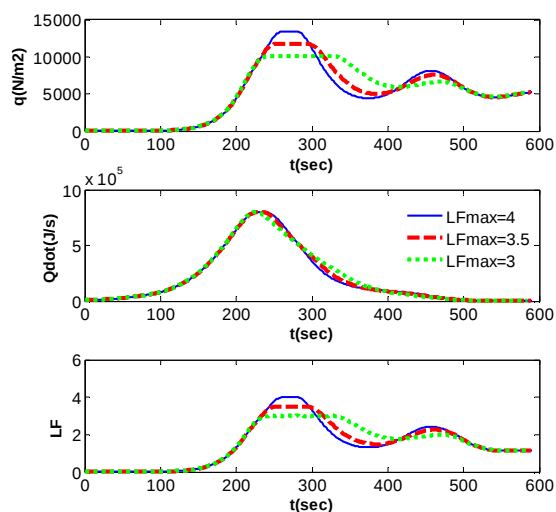
شکل 13 اثر تغییر مقدار قید فشار دینامیکی بر تاریخچه زمانی متغیرهای حالت بهینه



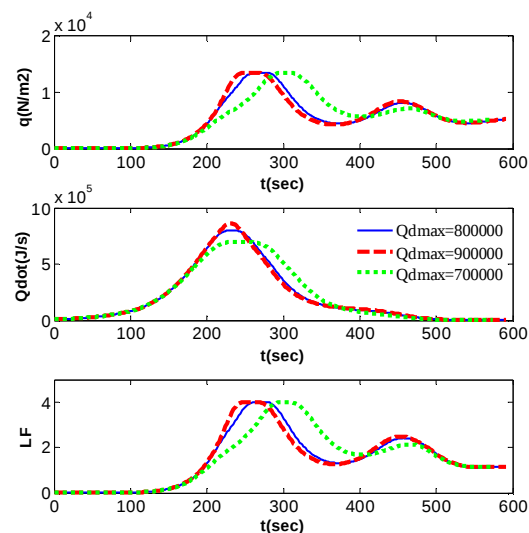
شکل 9 مسیر حرکتی متناظر با پروفیل های کنترلی شکل 7



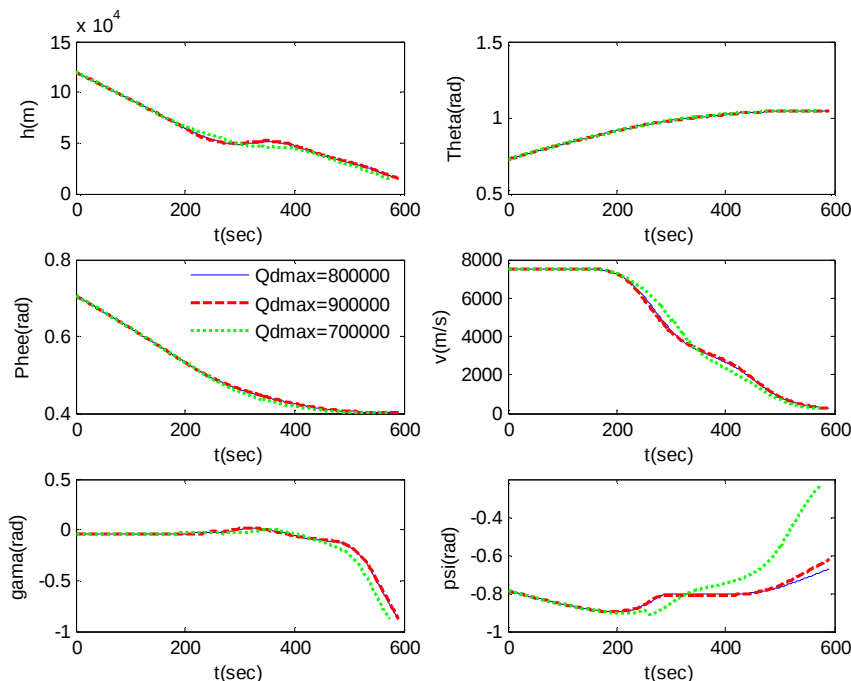
شکل 10 تغییرات سرعت متناظر با پروفیل های کنترلی شکل 7



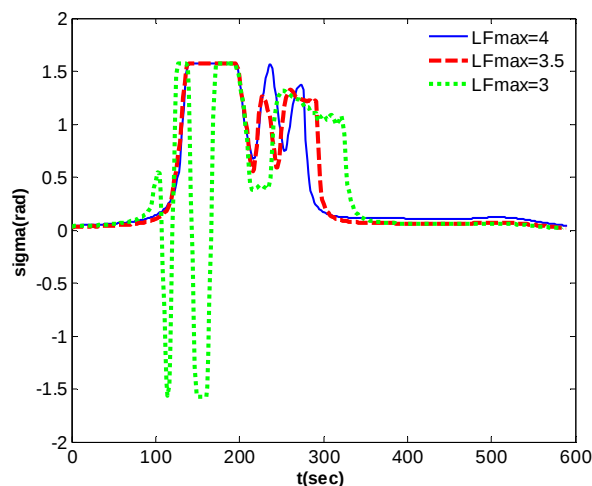
شکل 17 اثر تغییر مقدار قید فرابار بر مشخصه های عملکردی



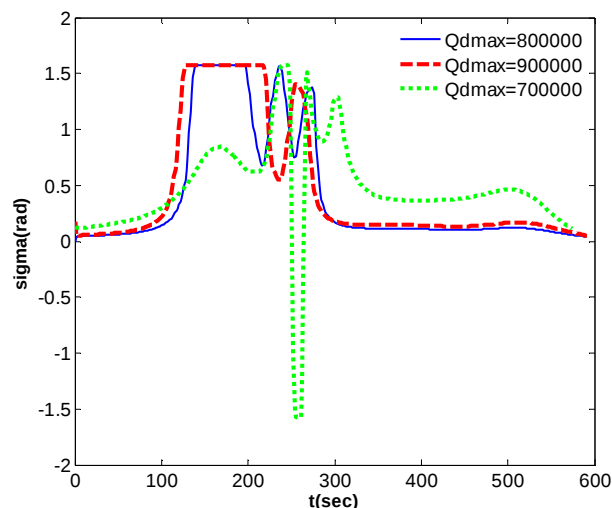
شکل 14 اثر تغییر مقدار قید نرخ انتقال حرارت بر مشخصه های عملکردی



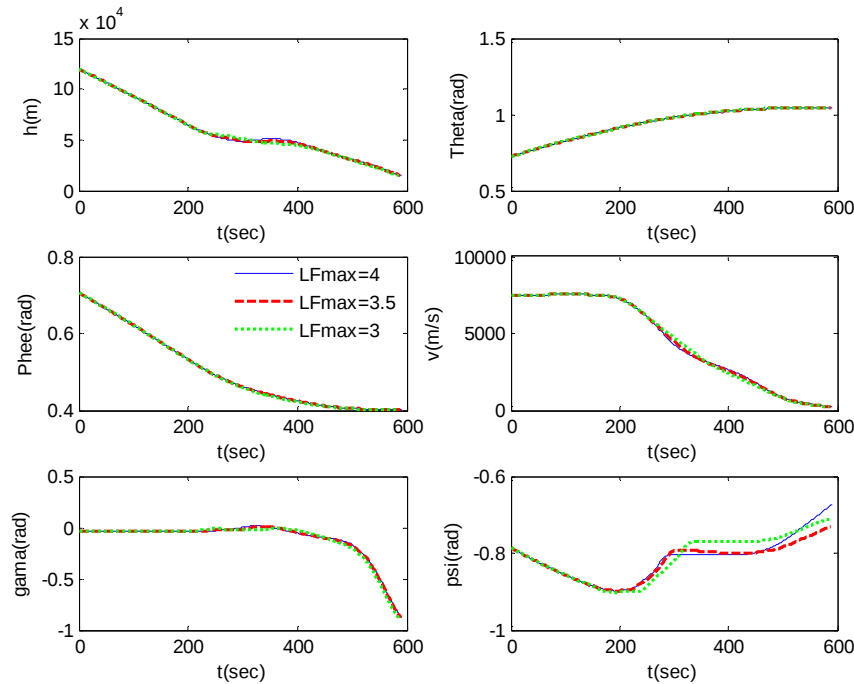
شکل 16 اثر تغییر مقدار قید نرخ انتقال حرارت بر تاریخچه زمانی متغیرهای حالت بهینه



شکل 18 اثر تغییر مقدار قید فرابار بر پروفیل فرمان بهینه



شکل 15 اثر تغییر مقدار قید نرخ انتقال حرارت بر پروفیل فرمان



شکل 19 اثر تغییر مقدار قید فرابار بر تاریخچه زمانی متغیرهای حالت بهینه

#### علائم یونانی

|          |                                             |
|----------|---------------------------------------------|
| $\tau$   | زمان بی بعد شده                             |
| $\theta$ | طول جغرافیایی                               |
| $\phi$   | عرض جغرافیایی                               |
| $\gamma$ | زاویه بردار سرعت با افق                     |
| $\psi$   | زاویه سمت بردار سرعت                        |
| $\sigma$ | زاویه بردار برآ با صفحه حرکت (متغیر کنترلی) |
| $\mu$    | ثابت گرانشی زمین ( $m^3s^{-2}$ )            |
| $\omega$ | سرعت زاویه ای دوران زمین                    |
| $\rho$   | چگالی ( $kgm^{-3}$ )                        |

#### 7- جمع بندی

یک الگوریتم بهینه سازی دو لایه برای حل مسئله طراحی مسیر حرکتی بهینه در بازگشت به جو توسعه داده شد. لایه داخلی در یک ساختاری مشارکتی با بهره گیری از الگوریتم های ژنتیک، جمعیت ذرات و توده مورچه ها جواب اولیه مناسبی را می یابد. لایه خارجی بهینه سازی، با بهره گیری از این جواب اولیه، جستجوی دقیقی را برای جواب بهینه به انجام می رساند. حل مسائل نمونه، صحت الگوریتم بهینه سازی در هر دو لایه را اثبات کرد. الگوریتم توسعه داده شده عملکرد مناسبی داشته و بازدهی محاسباتی بالایی را به نمایش گذاشت. در نهایت، مسئله بازگشت به جو یک کپسول فضایی با محوریت بررسی قیود مسیر حرکت بررسی شد.

#### 9- فهرست مراجع

- [1] J. T. Betts, Survey of Numerical Methods for Trajectory Optimization, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 21, 193, 1998.
- [2] A. V. Rao, A Survey of Numerical Methods for Optimal Control, *AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference*, AAS Paper 09-334, Pittsburgh, PA, August 2009.
- [3] B. Tian, Q. Zong, Optimal guidance for reentry vehicles based on indirect Legendre pseudospectral method, *Acta Astronautica*, Vol. 68, No. 7, pp. 1176–1184, 2011.
- [4] C. Hargraves and S. Paris, Direct trajectory optimization using nonlinear programming and collocation, *Journal of Guidance Control and Dynamics*, Vol. 10, pp. 338–342, 1987.
- [5] G. N. Elnagar and M. Razzaghi, A Collocation-Type Method for Linear Quadratic Optimal Control Problems, *Optimal Control Applications and Methods*, Vol. 18, pp. 227–235, 1997.
- [6] F. Fahroo, and I. M. Ross, A Spectral Patching Method for Direct Trajectory Optimization, *Journal of Astronautical Sciences*, Vol. 48, pp. 269–286, 2000.
- [7] D. A. Benson, *A Gauss Pseudospectral Transcription for Optimal Control*, PhD thesis, MIT, 2004.
- [8] C. Darby, W. Hager and A. V. Rao, An hp-adaptive pseudospectral method for solving optimal control problems, *Optimal Control Applications and Methods*, DOI: 10.1002/oca.957.
- [9] S. Talebi, A. Ariaei, Vibration analysis of rotating tapered cantilever beams and crack detection using genetic algorithm, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 8, pp. 1-13, 2013. (In Persian)

#### 8- علائم، نشانه ها و ارقام

##### فهرست علائم

|      |                                                  |
|------|--------------------------------------------------|
| $a$  | شتاب عمودی ( $ms^{-2}$ )                         |
| $CD$ | ضریب پسا                                         |
| $CL$ | ضریب برآ                                         |
| $E$  | اندازه انرژی لحظه ای بر واحد جرم ( $m^2s^{-2}$ ) |
| $g$  | شتاب گرانش ( $ms^{-2}$ )                         |
| $m$  | جرم (kg)                                         |
| $q$  | فشار دینامیکی ( $kgm^{-1}s^{-2}$ )               |
| $r$  | فاصله از مرکز گرانش (m)                          |
| $S$  | سطح مرجع ( $m^2$ )                               |
| $t$  | زمان (s)                                         |
| $v$  | سرعت ( $ms^{-1}$ )                               |

- [19] X. Zhang, L. Tang, A new hybrid ant colony optimization algorithm for the vehicle routing problem, *Pattern Recognition Letters*, Vol. 30, pp. 848–855, 2009.
- [20] S. Nemati, M. Basiri, N. Ghasem-Aghaee, M. Hosseinzadeh, A novel ACO-GA hybrid algorithm for feature selection in protein function prediction, *Expert Systems with Applications*, Vol. 36, pp. 12086–12094, 2009.
- [21] D. A. Benson, G. T. Huntington, T. P. Thorvaldsen and, A. V. Rao, Direct Trajectory Optimization and Costate Estimation via an Orthogonal Collocation Method, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 29, pp. 1435–1440, 2006.
- [22] D. Garg, M. A. Patterson, C. L. Darby, C. Francolin, G. T. Huntington, W. Hager and A. V. Rao, Direct Trajectory Optimization and Costate Estimation of Finite-Horizon and Infinite-Horizon Optimal Control Problems Using a Radau Pseudospectral Method, *Computational Optimization and Applications*, Vol. 49, pp. 335–358, 2011.
- [23] D. Garg, M. A. Patterson, W. Hager, A. V. Rao, D. A. Benson and G. T. Huntington, A Unified Framework for the Numerical Solution of Optimal Control Problems Using Pseudospectral Methods, *Automatica*, Vol. 46, pp. 1843–1851, 2010.
- [24] D. Garg, W. Hager and A. V. Rao, Pseudospectral Methods for Solving Infinite-Horizon Optimal Control Problems, *Automatica*, Vol. 47, pp. 829–837, 2011.
- [25] S. Rao, *Engineering Optimization Theory and Practice*, 4th edition, JOHN WILEY & SONS, INC., 2009.
- [26] J. Meditch, On the problem of optimal thrust programming for a soft lunar landing, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 9, pp. 477–484, 1964.
- [27] F. J. Regan, and Anandakrishnan, S. M., *Dynamics of Atmospheric Re-Entry*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington, D.C., 1993.
- [10] F. Najafi, M. Karimi, M. Ghayour, Optimal Trajectory Planning and Obstacle Avoidance of a Manipulator in the Presence of Ellipsoidal Obstacles Using Genetic Algorithms, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 10, No. 4, pp. 75–84, 2011. (In Persian)
- [11] M. T. Vakil-Baghmisheh, R. Hassannejad, M. Mirzaei, Application of Genetic Algorithms in Optimal Design of a Passive Suspension System a Vehicle Subjected to Random Excitations of Actual Road, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 10, No. 4, pp. 1–12, 2011. (In Persian)
- [12] C. Li, L. Tang, Y. Wang, and Z. Deng, Design of Trajectory Tracking for Vehicles using PSO Algorithm, *Proceedings of the International Symposium on Intelligent Information Systems and Applications*, Qingdao, P. R. China, Oct. 28–30, pp. 047–050, 2009.
- [13] Q. Zhang C. Liu, B. Yang, Z. Ren, Reentry Trajectory Planning Optimization Based on Ant Colony Algorithm, *Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*, December 15–18, 2007, Sanya, China.
- [14] A. Naghash, R. Esmaelzadeh, M. Mortazavi, Reza Jamilnia, Near optimal guidance law for descent to a point using inverse problem approach, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 12, pp. 241–247, 2008.
- [15] G. Ning, S. Zhang, Z. Fang, Integrated Entry Guidance for Reusable Launch Vehicle, *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 20, pp. 1–8.
- [16] M. Li, R. Zhang, Z. Li, R. Zhang, Footprint Problem with Angle of Attack Optimization for High Lifting Reentry Vehicle, *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 25, pp. 243–251, 2012.
- [17] Y. Kao, E. Zahara, A hybrid genetic algorithm and particle swarm optimization for multimodal functions, *Applied Soft Computing*, Vol. 8, pp. 849–857, 2008.
- [18] K. Dong, A. Ajith, C. Jae, hybrid genetic algorithm and bacterial foraging approach for global optimization, *Information Sciences*, Vol. 177, pp. 3918–3937, 2007.