



تحلیل اثر روانکاری بر پایداری رفتار دینامیکی مکانیزم لنگ - لغزنده با مفصل لولای لقی دار

ساسان رحمانیان¹، محمدرضا قضاوی^{2*}

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

* ghazavim@modares.ac.ir، 14115-111، صندوق پستی تهران

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 21 مرداد 1393

پذیرش: 04 مهر 1393

ارائه در سایت: 04 آبان 1393

کلید واژگان:

لولای لقیدار

مکانیزم لنگ - لغزنده

سیال روانکار

رفتار آشوبناک

چکیده

به طور کلی در تحلیل دینامیکی سیستم های مکانیکی مفاصل را به صورت ایده آل در نظر می گیرند، اما به دلیل خطاهای موجود در ساخت و مونتاژ قطعات، وجود لقی در مفاصل امری اجتنابناپذیر است که این موضوع باعث ایجاد برخوردهای مکرر میان میل محور و یاتاقان شده و رفتار متناوب پایدار سیستم به رفتاری آشوبناک تبدیل می شود. تنزل در عملکرد دینامیکی سیستم، کاهش طول عمر قطعات در اثر خستگی و تولید ارتعاشات نامطلوب همگی از جمله عواملی هستند که در اثر اعمال نیروهای ضربه - تماس ناشی از لقی در مفصل نتیجه می شوند. در ابتدا مدل های مختلف نیروی تماس بین دو سطح معرفی شده و سپس، مدل دینامیکی مفصل لولای لقیدار برای دو حالت تماس خشک و مفصل روانکاری شده ارائه شده است. در این تحقیق، رفتار دینامیکی یک مکانیزم لنگ - لغزنده با لولای لقیدار در مفصل اتصال عضو لغزنده و میله رابط (شاتون)، با استفاده از مدل نیروی تماس لنکرانی و نیکروش بررسی و نسبت به حالت ایده آل مقایسه شده است. با در نظر گرفتن اثر اصطکاک میان محور و یاتاقان معادلات حرکت حاکم بر سیستم برای دو فاز تماسی و غیرتماسی استخراج شده و مشاهده می شود که سیستم مفروض به ازای اندازه لقی مشخص، رفتاری آشوبناک از خود نشان می دهد. به منظور پایداری سازی یک مدار متناوب ناپایدار موجود در جذب کننده آشوبناک سیستم، از یک سیال روانکار در فاصله لقی میان میل محور و یاتاقان استفاده شده است.

Analysis of lubricant effect on stabilizing the dynamic behavior of slider-crank mechanism with revolute joint clearance

Sasan Rahmadian¹, Mohamadreza Ghazavi^{1*}

1- Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

* P.O.B. 14115-111 Tehran, Iran, ghazavim@modares.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 12 August 2014
Accepted 26 September 2014
Available Online 26 October 2014

Keywords:
Joint clearance
slider-crank mechanism
fluid lubricant
chaotic behavior

ABSTRACT

In general, in dynamic analysis of mechanical systems joints are assumed to be ideal. However, due to errors in fabrication and assembly of components, existence of joints clearances is an inevitable problem that causes frequent collisions between the journal, and bearing and stable periodic behavior of the system becomes chaotic. Degradation of the dynamic performance of the system, reduction in fatigue life of components and producing undesirable vibrations are all factors resulting from impact-contact forces due to joint clearance. First, different contact force models for two surfaces have been introduced and dynamical models of revolute joint with clearance for two modes, namely, dry contact model and lubricated joint model are then presented. In this paper, the dynamic behavior of a slider-crank mechanism with a revolute joint clearance between the slider and connecting rod, using the Lankarani-Nikravesh contact force model is studied and compared to the ideal case. Considering the effect of friction between journal and bearing, governing equations of motion of the system for two phase, contact and non-contact modes are extracted and it is shown that system exhibits chaotic behavior under specified size of clearance. A fluid lubricant is used in clearance between journal and bearing for stabilizing an unstable periodic orbit embedded in the chaotic attractor.

1- مقدمه

نظر می گیرند. از طرفی وجود لقی در مفاصل اتصال اجزاء تشکیل دهنده یک مکانیزم به دلیل خطاهای موجود در ساخت و مونتاژ قطعات امری اجتنابناپذیر است. لقی در مفصل لولای موجب ایجاد حرکت نسبی بین میل محور و یاتاقان شده که در نهایت منجر به اعمال بارهای ضربه ای، سایش، ارتعاشات ناخواسته و کاهش طول عمر قطعات در اثر خستگی می شود.

اساساً مدل سازی دقیق سیستم های مکانیکی چند جسمی تأثیر بسزایی در طراحی، کنترل، بهینه سازی و شبیه سازی مکانیزم ها دارد. اغلب به منظور ساده سازی مدل دینامیکی از اثرات لقی، اصطکاک، برخورد و سایر پدیده های متناظر با یک مفصل واقعی صرف نظر می شود و مفاصل را به صورت ایده آل در

Please cite this article using:

S. Rahmadian, M.R. Ghazavi, Analysis of lubricant effect on stabilizing the dynamic behavior of slider-crank mechanism with revolute joint clearance, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 15, pp. 377-387, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

سیستم‌های دینامیکی با اتصالات دارای لقی در حالت کلی رفتاری آشوبناک از خود نشان می‌دهند، چرا که فاصله خلاصی موجود بین محور و یاتاقان باعث رخداد برخوردهای مکرر بین این دو عضو می‌شود، به گونه‌ای که این برخوردهای متوالی موجب می‌شوند تا پاسخ سیستم از حالت تناوب منظم خارج شود. از این جهت چنین سیستم‌هایی را که دارای رفتار تناوبی نامنظم هستند، سیستم‌های آشوبناک می‌نامند. یکی از ویژگی‌های سیستم‌های آشوبناک این است که پاسخ آن نسبت به شرایط اولیه و همچنین اندازه پارامترهای سیستم بسیار حساس است. در این تحقیق با استفاده از شبیه‌سازی عددی معادلات حرکت نشان داده شده است که به ازای مقدار خاصی از اندازه لقی، مدار متناوب¹ سیستم، ناپایدار گشته و فضای فاز متناظر با آن دارای جذب‌کننده عجیب² می‌باشد. در ادامه مشاهده می‌شود که حضور سیال روانکار در فضای لقی میان محور و یاتاقان، مانع از ایجاد تماس فلز با فلز شده، که این امر موجب پایدار شدن رفتار متناوب سیستم می‌شود.

فردنشتین و دوباسکی [1] در سال 1971 اثر لقی در اتصال میان محور و یاتاقان را با استفاده از مدل نیروی تماس کلونین-ویت بیان کرده و به بررسی رفتار دینامیکی آن پرداختند، همچنین نشان دادند که فاصله خلاصی موجود به چه صورت باعث کاهش پایداری دینامیکی حرکت محور درون یاتاقان می‌شود. ارس و وو [2] در سال 1973 با استفاده از معادلات لاگرانژ و مدل لینک بدون جرم، لقی موجود در مفصل لولای یک مکانیزم چهار میله را مدل کرده و به بررسی رفتار دینامیکی مکانیزم پرداختند. این دو در سال‌های 1975 و 1977 به بررسی شرایطی پرداختند که طی آن، امکان قطع‌تماس دائم میان میل محور و یاتاقان پدید می‌آید. ویلسون و فاکت [3] در سال 1974 با فرض وجود لقی در یاتاقان‌های یک مکانیزم لنگ - لغزنده با استفاده از مدل نیروی تماس هانت و کراسلی معادلات حرکت سیستم را به دست آوردند و اثر سرعت توزیع جرم بین اجزای مختلف مکانیزم را روی عملکرد سازوکار لنگ - لغزنده بررسی کردند.

راجر و اندرس [4] در سال 1977 یک مدل ریاضی به منظور بیان لقی در مفصل لولا ارائه دادند که در مدل آن‌ها اثرات الاستیک اتصال و روغن‌کاری نیز در نظر گرفته شده است، که در این مدل، نیروی هیدرودینامیک روانکاری تنها با احتساب حرکت نسبی شعاعی محور و یاتاقان بیان گشته است. دوباسکی و موئینگ [5] در سال 1978 با معرفی عضوهای مکانیزم به صورت انعطاف‌پذیر³، اندازه نیروهای ضربه - تماس⁴ میان محور و یاتاقان را تا حد زیادی کاهش دادند. آن‌ها همچنین مشاهده کردند که نویز و ارتعاشات ناشی از وجود نیروهای ضربه‌ای با معرفی سیستم به صورت انعطاف‌پذیر تا حد قابل‌توجهی کاهش می‌یابد. هاینس [6] در سال 1980 معادلات حرکت حاکم بر سیستم محور - یاتاقان دارای لقی را بدون در نظر گرفتن اثر روانکار استخراج کرد. او همچنین با انجام یک مطالعه تجربی بر رفتار دینامیکی مفصل لولا، به‌ازای مقادیر مختلف لقی، مشاهده کرد که تحت اعمال بار استاتیکی، تغییر شکل ایجادشده متناظر با حالت تماس خشک⁵ به مراتب بیشتر از مقدار پیش‌بینی شده می‌باشد. فرانکی و شاؤ [7] در سال 1994 با بررسی رفتار یک مکانیزم چهارمیله، نشان دادند که در برخی از مقادیر اصطکاک و سرعت ورودی لنگ، رفتار سیستم آشوبناک خواهد بود. ری و آچی [8] در سال 1996 با استفاده از مدل نیروی تماس گسسته⁶ عملکرد یک مکانیزم چهارمیله را با فرض وجود لقی در اتصالات، بررسی کردند.

- 1- Periodic orbit
- 2- Strange attractor
- 3- Flexible linkage
- 4- Impact-contact forces
- 5- Dry contact mode
- 6- Discrete contact force model

در سال 2005 آلشیر [9] به تحلیل رفتار یک مکانیزم لنگ - لغزنده پرداخت و نتایج به‌دست‌آمده را برای دو حالت اصطکاک خشک و یاتاقان روانکاری شده، تنها با احتساب حرکت نسبی شعاعی محور و یاتاقان، باهم مقایسه کرد. ارکایا و اوزمای [10] در سال 2009 اثرات مخرب مفصل لقیدار را در تولید مسیر حرکت یک مکانیزم و همچنین کیفیت انتقال حرکت از یک عضو به عضو دیگر بررسی کردند. آن‌ها مکانیزم‌های چهار میله و لنگ - لغزنده با لولای لقیدار را به عنوان مدل خود در نظر گرفتند و یک روش بهینه برای کاهش میزان انحراف مسیر حرکت مکانیزم و همچنین کاهش میزان انحراف زاویه انتقال از حالت ایده‌آل ارائه کردند.

ژنگ و یانگ [11] در سال 2013 با استفاده از مدل سایش آرچارد، به شبیه‌سازی عددی پدیده سایش در یک مکانیزم چهارمیله با مفصل لولای لقیدار پرداختند. گریگری و کاتیا [12] در سال 2011، یک مدل ریاضی از رفتار دینامیکی مکانیزم لنگ - لغزنده دارای لولای روانکاری شده، ارائه دادند. به منظور تحلیل دقیق‌تر دینامیک سیستم، دو حالت مختلف از حرکت محور داخل یاتاقان در نظر گرفته شد. حالت اول، هنگامی که محور به صورت معلق درون سیال روانکار باقی می‌ماند و نیروهای هیدرودینامیکی بر مجموعه محور و یاتاقان اعمال می‌شود. حالت دوم، زمانی است که محور از ضخامت لایه سیال عبور کرده و در تماس با سطح یاتاقان قرار می‌گیرد. تیان و همکاران [13] در سال 2010، اثر لینک انعطاف‌پذیر و لولای روانکاری شده را به صورت مجزا، با استفاده از یک روش محاسباتی جدید، بر عملکرد همین مکانیزم مورد مطالعه قرار دادند.

کوشی و همکاران [14] در سال 2013 تأثیر سرعت ورودی لنگ و اندازه لقی را بر پاسخ دینامیکی همین مکانیزم موردبررسی قرار دادند و نشان دادند که با افزایش این دو پارامتر حداکثر دامنه شتاب لغزنده نیز افزایش می‌یابد. ویتور و همکاران [15] در سال 2014 با در نظر گرفتن اثر شتاب لایه‌ی روانکار بر حرکت مکانیزم، به یک مدل جدید از نیروهای هیدرودینامیکی دست یافتند و مشاهده کردند که مدل حاصله، برای تمام مدت زمان شبیه‌سازی مناسب نمی‌باشد. لی [16] در سال 2014 با به کارگیری از یک روش عمومی، به تحلیل دینامیک ضربه در سیستم‌های مکانیکی صفحه‌ای دارای یاتاقان ساچمه کروی پرداخت. موونگی و همکاران [17] در سال 2013 با فرض وجو لقی در دو مفصل لولا به صورت هم‌زمان، رفتار دینامیکی مکانیزم را بررسی کرد.

هدف از این پژوهش، تحلیل و شبیه‌سازی عددی رفتار دینامیکی یک مکانیزم لنگ - لغزنده دارای لقی در مفصل اتصال عضو لغزنده و شاتون می‌باشد، به گونه‌ای که در مدل‌سازی نیروی تماس میان محور و یاتاقان، از مدل نیروی تماس لنکرانی و نیک‌روش و به هنگام مدل‌سازی نیروی اصطکاک از رویکرد آمبروزیو استفاده شده است. همچنین به منظور پایداری‌سازی یک مدار متناوب ناپایدار⁷ موجود در جذب‌کننده آشوبناک⁸ سیستم، از اثر سیال روانکار و نیروهای هیدرودینامیکی بهره‌برداری شده است. یک نمونه متداول از کاربرد این مکانیزم در موتورهای دیزلی و بنزینی یافت می‌شود که در آن فشار گاز پشت پیستون به این عضو نیرو وارد می‌کند. از این مکانیزم به عنوان کمپرسور هوا نیز استفاده می‌شود که در این صورت برای حرکت لنگ از یک الکتروموتور یا موتور بنزینی استفاده شده تا پیستون به‌موجب آن توان تراکم هوا را داشته باشد. از دیدگاه تحلیل واکنش‌های احتراقی داخل سیستم سیلندر - پیستون، مشخص بودن رفتار دینامیکی دقیق این مکانیزم از جمله سرعت و شتاب لغزنده (پیستون) بسیار حائز اهمیت است.

7- Unstable periodic orbit
8- Chaotic attractor

منفی و برای سطوح محدب شعاع با علامت مثبت وارد می شود. همان طور که مشاهده شد که مدل نیروی تماس الاستیک خالص مقدار انرژی تلف شده در سیستم های مکانیکی را که مشخصه های از پدیده برخورد می باشد، به حساب نمی آورد. این موضوع باعث شد تا بسیاری از محققان با گسترش مدل هرتز، اتلاف انرژی را در حین فرآیند برخورد به صورت اثر یک دمپر داخلی در نظر بگیرند. هانت و کراسلی [19] به این نتیجه رسیدند که ضرایب میرایی در مورد برخوردهای همراه با لرزش، می بایست متناسب با توان نیروی فنر باشد. بنابراین آنان نیروی تماس الاستیک خالص هرتز را با یک المان ویسکوالاستیک غیرخطی ترکیب کردند که به صورت رابطه (4) بیان می شود.

$$F_N = K\delta^n + \chi\delta^n\dot{\delta} \quad (4)$$

در رابطه فوق $\dot{\delta}$ سرعت نفوذ نسبی و پارامتر χ ضریب میرایی پسماند نامیده شده که به صورت رابطه (5) تعریف می شود.

$$\chi = \frac{3(1-c_r)}{2} \frac{K}{\dot{\delta}^{(-)}} \quad (5)$$

در روابط فوق، سفتی K با استفاده از معادلات (2) و (3) قابل محاسبه است، c_r ضریب استرداد و $\dot{\delta}^{(-)}$ بیان کننده سرعت نسبی نفوذ درست در لحظه شروع برخورد می باشد یا به عبارتی همان سرعت نسبی برخورد اولیه است، توان n نیز به همان صورت قبل تعریف می شود. در نهایت با ادغام روابط (4) و (5) مدل نیروی تماس هانت و کراسلی با رابطه (6) بیان می شود.

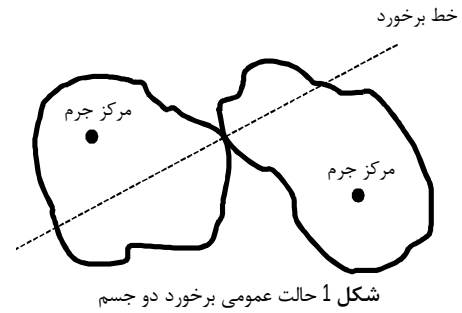
$$F_N = K\delta^n \left[1 + \frac{3(1-c_r)}{2} \frac{\dot{\delta}}{\dot{\delta}^{(-)}} \right] \quad (6)$$

یکی از معروف ترین مدل های نیروی تماس که به صورت مکرر در سیستم های دینامیکی چند جسمی دارای پدیده برخورد مورد استفاده قرار می گیرد، مدل آقای انلنکرانیک روش [20] می باشد. در این مدل آن ها با مساوی هم قرار دادن تغییرات انرژی جنبشی نسبی دو جسم در حال برخورد و مقدار دمپینگ داخلی سیستم در حین فرآیند برخورد، تعریف جدیدی از ضریب دمپینگ پسماند ارائه کردند. با در نظر گرفتن انرژی جنبشی نسبی دو جسم، قبل و بعد از برخورد، مقدار انرژی جنبشی از دست رفته را به صورت تابعی از ضریب بازگشت و سرعت نفوذ اولیه به دست آوردند. مدل نیروی تماس لنکرانی و نیک به صورت رابطه (7) بیان می شود.

$$F_N = K\delta^n \left[1 + \frac{3(1-c_r^2)}{4} \frac{\dot{\delta}}{\dot{\delta}^{(-)}} \right] \quad (7)$$

به طور کلی این مدل برای اغلب تماس های مکانیکی، مطلوب و رضایت بخش می باشد، به ویژه در مواردی که اتلاف انرژی در حین تماس در مقایسه با ماکسیمم انرژی الاستیک جذب شده نسبتاً کم باشد. این بدان معنا است که معادله (7) عمدتاً برای ضرایب بازگشت نزدیک به یک معتبر است. لنکرانی و نیک روش در ادامه تحقیقاتشان مدل نیروی تماس را برای حالت تغییر شکل پلاستیکی دائم که در سرعت های بالای برخورد اتفاق می افتد گسترش دادند. نیروی اصطکاک نیز هنگامی که مؤلفه مماسی سرعت نسبی نقاط برخورد مخالف صفر است، بر سیستم اثر می کند. آمبرزیو [21] مدل اصلاح شده ای از قانون اصطکاک کلمب¹ را به شکل رابطه (8) بیان کرد.

$$\vec{f}_t = -c_t c_d F_n \frac{\vec{V}_t}{|\vec{V}_t|} \quad (8)$$



2- فرآیند تماس

«تماس» واژه ای پیچیده است که اغلب به صورت مکرر به جای واژه برخورد مورد استفاده قرار می گیرد. پدیده تماس ذاتاً به فرآیند پیوسته ای دلالت می کند که در مدت زمان محدود رخ می دهد. برخورد بین دو جسم توسط نیروهای عکس العمل بزرگ به همراه تغییرات در بردار سرعت دو جسم در حال برخورد تعریف می شود. به همین دلیل اجسام در معرض تغییر شکل الاستیک و یا پلاستیک قرار می گیرند و به طرق مختلف مقداری از انرژی مکانیکی خود را از دست می دهند. حالت کلی برخورد بین دو جسم در شکل 1 نشان داده شده است.

به طور کلی دو رویکرد متفاوت برای تحلیل فرآیند تماس و برخورد وجود دارد. در رویکرد اول که با نام مدل نیروی تماس گسسته شناخته می شود فرض بر این است که کنش و واکنش بین دو جسم در حال برخورد در یک آن، اتفاق می افتد به گونه ای که در حین برخورد اجزای مختلف سیستم مکانیکی جابه جایی را تجربه نمی کنند. در رویکرد دوم که همان مدل سازی پیوسته نیروی تماس می باشد، نیروی برخورد به صورت تابعی پیوسته از نفوذ نسبی نقاط برخورد دو جسم، در نظر گرفته می شود که با معرفی دو المان مکانیکی فنر و دمپر در محل برخورد دو عضو معرفی می شود.

3- مدل های مؤلفه عمودی نیروی تماس

هرتز [18] اولین شخصی بود که تنش های تماسی بین دو جسم کاملاً الاستیک را بررسی کرد. در مدل هرتز سطح تماس بین دو جسم به طور کلی، به شکل بیضی تخمین زده شده است، همچنین این قانون منحصر به تماس میان دو کره با سطوح بدون اصطکاک است که توسط رابطه (1) بیان می شود.

$$F_N = K\delta^n \quad (1)$$

که در معادله فوق K سفتی معادل، δ نفوذ نسبی و توان n تابعی از توزیع تنش های تماسی می باشد که به جنس ماده و ویژگی های هندسی ناحیه تماس بستگی دارد و به طور کلی برای مواد فلزی $1/5$ در نظر گرفته می شود و برای اجسام متشکل از مواد دیگر می تواند کمتر یا بیشتر باشد. برای دو کره ایزوتروپیک، سفتی تماس تابعی از شعاع و خواص مکانیکی آن ها می باشد که در رابطه (2) معرفی شده است.

$$K = \frac{4}{3(\sigma_i + \sigma_j)} \sqrt{\left(\frac{R_i R_j}{R_i + R_j} \right)} \quad (2)$$

در رابطه (2) σ_i و σ_j توابعی از خواص مکانیکی مواد می باشند و به شکل رابطه (3) تعریف می شوند.

$$k = i, j, \sigma_k = \frac{1 - \nu_k^2}{E_k} \quad (3)$$

در معادله فوق ν نسبت پواسن و E مدول یانگ است. می بایست به این نکته مهم توجه داشت که در روابط فوق، برای سطوح مقعر شعاع با علامت

1- Coulomb friction law

تماس میان محور و یاتاقان زمانی برقرار خواهد بود که شرط ارایه شده در رابطه (11) صادق باشد.

$$\delta = r - (R_B - R_J) \geq 0 \quad (11)$$

در رابطه فوق r اندازه بردار موقعیت مرکز میلچور نسبت به مرکز یاتاقان را توصیف می کند. باتوجه به شکل 2، $\vec{r}_{P_3}$ و $\vec{r}_{P_4}$ به ترتیب بردارهای مکان نقاط P_3 و P_4 در دستگاه مختصات اینرسی می باشند و به صورت رابطه (12) تعریف می شوند.

$$\vec{r}_{P_3} = \vec{r}_{O_3} + \vec{r}_{P_3/O_3} \quad (12\text{-الف})$$

$$\vec{r}_{P_4} = \vec{r}_{O_4} + \vec{r}_{P_4/O_4} \quad (12\text{-ب})$$

با تفريق معادلات فوق و مشتق گیری نسبت به زمان، بردار سرعت نسبی نقاط برخورد به صورت رابطه (13) محاسبه می شود.

$$\vec{v}_{P_3/P_4} = -\vec{m} + (\omega_3 R_B - \omega_4 R_J - r\dot{\alpha})\vec{t} = \vec{v}_n + \vec{v}_t \quad (13)$$

در رابطه (13) $\vec{v}_n$ و $\vec{v}_t$ به ترتیب بیانگر مؤلفه عمودی و مماسی سرعت نسبی نقاط برخورد می باشند و α جهت گیری بردار r را از امتداد مثبت محور x نشان می دهد. محور و یاتاقان نیز به ترتیب دارای سرعت زاویه ای ω_3 و ω_4 هستند.

نیروی برآیند ناشی از برخورد میان محور و یاتاقان که از طرف عضو 4 (محور) به عضو 3 (یاتاقان) اعمال می شود، به شکل معادله (14) قابل محاسبه خواهد بود.

$$Q_C = K \sqrt{1 + c_f^2 c_d^2} (r - (R_B - R_J))^2 \times \left(1 + \frac{3(1 - c_f^2)}{4} \frac{\dot{r}}{\dot{r}^{(-)}} \right) \quad (14)$$

ψ جهت گیری نیروی Q_C ، از جهت مثبت محور x می باشد که از رابطه (15) به دست می آید.

$$\varphi = \tan^{-1} \left(-c_f c_d \frac{\omega_3 R_B - \omega_4 R_J - r\dot{\alpha}}{\omega_3 R_B - \omega_4 R_J - r\dot{\alpha}} \right) \quad \psi = \alpha + \varphi \quad (15)$$

باتوجه به شکل 3، دو پارامتر r و α به صورت رابطه های (16) و (17) بیان می شوند.

$$r = \left((\bar{x}_4 - L_2 \cos \theta_2 - L_3 \cos \theta_3)^2 + (L_2 \sin \theta_2 + L_3 \sin \theta_3)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{-L_2 \sin(\theta_2) - L_3 \sin(\theta_3)}{\bar{x}_4 - L_2 \cos(\theta_2) - L_3 \cos(\theta_3)} \right) \quad (17)$$

با مشتق گیری از معادلات (16) و (17) نسبت به زمان، $\dot{r}$ و $\dot{\alpha}$ نیز به ترتیب قابل محاسبه می باشند (پیوست الف ملاحظه شود).

به هنگام فرض تماس خشک (بدون روانکار)، نیروی Q_C محاسبه شده در فوق، تنها زمانی که محور و یاتاقان در تماس با یکدیگر می باشند بر آنها اعمال می شود و در فاز غیرتماسی مقدار این نیرو برابر صفر است. بنابراین انتگرال گیری عددی از معادلات دیفرانسیل حاکم بر سیستم، می بایست در دو فاز مختلف تماسی و غیرتماسی انجام پذیرد. از این جهت، به هنگام تحلیل رفتار دینامیکی سیستم های مکانیکی چندجسمی که در آنها فرآیند برخورد اتفاق می افتد، به دلیل وجود پارامتر $\delta^{(-)}$ ، شناسایی لحظه دقیق شروع برخورد بسیار حائز اهمیت است. بر این اساس شبیه سازی عددی معادلات حرکت می بایست با استفاده از الگوریتم گام زمانی متغیر صورت پذیرد [23].

که در رابطه فوق c_d ضریب تصحیح دینامیکی بوده و از رابطه (9) محاسبه می شود.

$$c_d = \begin{cases} 0, & v_t < v_0 \\ \frac{V_1 - V_0}{V_1 - V_0}, & v_0 \leq v_t \leq V_1 \\ 1, & v_t > v_1 \end{cases} \quad (9)$$

در معادله فوق V_0 و V_1 تلورانس های مؤلفه مماسی سرعت نسبی می باشند و باتوجه به حداکثر و حداقل سرعت نسبی مماسی نقاط برخورد در حالت بدون اصطکاک در نظر گرفته می شوند. ضریب تصحیح دینامیکی مانع از تغییر جهت ناگهانی نیروی اصطکاک در محدوده سرعت مماسی صفر می شود.

4- مدل دینامیکی مفصل لولای دارای لقی

4-1- مدل تماس خشک

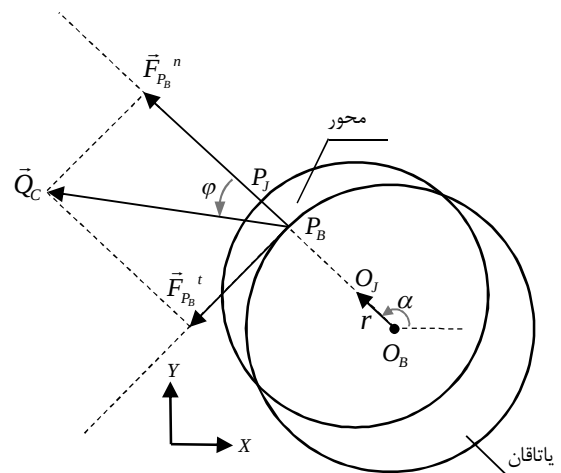
در حالت کلی حرکت محور داخل یاتاقان شامل سه فاز حرکتی می باشد [22,14] فاز اول، ضربه و بازگشت، که این حالت درست در لحظه شروع برخورد و بلافاصله بعد از پایان برخورد می باشد که در هر دو مورد سطح خارجی محور و سطح داخلی یاتاقان در نقطه برخورد، تنها بر یکدیگر مماس می باشند به گونه ای که نفوذ نسبی در این فاز برابر صفر است. فاز دوم، فازی است که در آن دیواره یاتاقان و سطح خارجی میلچور در تماس با هم هستند و در این حالت مقداری نفوذ نسبی بین محور و یاتاقان وجود دارد و فاز سوم که میلچور به صورت آزادانه و معلق در فضای لقی حرکت می کند، در این فاز نفوذ نسبی مقداری منفی می باشد. با توجه به آنچه پیش تر اشاره شد به هنگام استفاده از مدل سازی گسسته جهت محاسبه نیروهای ناشی از برخورد، فاز دوم حرکت محور نسبت به یاتاقان هرگز مشاهده نخواهد شد.

شکل 2 مفصل لولای دارای لقی را نشان می دهد. اختلاف شعاع محور و یاتاقان به عنوان اندازه لقی شعاعی معرفی می شود. هنگامی که لقی در مفصل تعریف شود، دو قید سینماتیکی از سیستم حذف و به جای آن دو درجه آزادی به سیستم اضافه می شود.

در نتیجه دینامیک مفصل از طریق نیروی تماسی میان محور و یاتاقان کنترل می شود به گونه ای که این نیرو در راستای عمود بر سطح تماس دو جسم می باشد. بنابراین لقی به صورت رابطه (10) تعریف می شود.

$$c = R_B - R_J \quad (10)$$

در رابطه فوق R_B و R_J به ترتیب شعاع یاتاقان و محور، و c اندازه لقی می باشد.



شکل 2 مؤلفه های عمودی و مماسی نیروی تماس وارد بر یاتاقان

متناظر با سیستم محور-یاتاقان بی‌هایت بلند⁴ می‌باشد. در بسیاری از موارد کاربردی از رویکرد سیستم محور-یاتاقان بی‌نهایت بلند استفاده می‌شود، به‌گونه‌ای که توزیع فشار سیال در راستای طولی یاتاقان یکنواخت در نظر گرفته می‌شود. این حالت برای نسبت طول به قطر یاتاقان بزرگ‌تر از 2 معتبر است ($L_B/D_B > 2$). بنابراین معادله رینولدز به صورت رابطه (19) می‌شود.

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial X} \right) = 6U \frac{\partial h}{\partial X} + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (19)$$

با انتگرال‌گیری از رابطه (19)، میدان فشار به صورت رابطه (20) محاسبه می‌شود [24].

$$p = 6\mu \left(\frac{R_j}{c} \right)^2 \left\{ \frac{(\omega - 2\dot{\alpha})(2 + \varepsilon \cos \theta) \varepsilon \sin \theta}{(2 + \varepsilon^2)(1 + \varepsilon \cos \theta)^2} + \frac{\varepsilon}{\varepsilon} \left[\frac{1}{(1 + \varepsilon \cos \theta)^2} - \frac{1}{(1 + \varepsilon^2)^2} \right] \right\} \quad (20)$$

که در رابطه فوق θ مختصه زاویه از شروع ناحیه فشار مثبت، ε نسبت خروج از مرکز، $\dot{\alpha}$ نرخ تغییرات نسبت خروج از مرکزی می‌باشد.

معادله (20) به منظور محاسبه توزیع فشار در یک سیستم محور و یاتاقان تحت بار هیدرودینامیکی به صورت تابعی از پارامترهای فیزیکی و هندسی آن مورد استفاده قرار می‌گیرد. مؤلفه‌های نیروی هیدرودینامیکی ناشی از میدان فشار برآیند در دو راستای عمودی و مماسی قابل محاسبه می‌باشند. این مؤلفه‌ها با انتگرال‌گیری از میدان فشار فوق، بر نصف محیط دورتادور میل محور ($0 < \theta < \pi$)، جایی که توزیع فشار مقداری مثبت می‌باشد، صورت می‌پذیرد، چراکه در ناحیه باقی‌مانده سیال دچار پدیده کاویتاسیون⁵ گشته و ناحیه‌ای فشار منفی ایجاد می‌کند. این فرض به عنوان شرایط مرزی گامبل [27] شناخته می‌شود. در نهایت مؤلفه‌های نیروی هیدرودینامیکی در امتداد شعاعی و عمود بر آن به صورت روابط (21) تا (24) محاسبه می‌شود [25, 16]. برای $\varepsilon > 0$:

$$F_r = -\frac{\mu L_B R_j^3}{c^2} \frac{6\varepsilon}{(2 + \varepsilon^2)(1 - \varepsilon^2)^{3/2}} \left(4k\varepsilon^2 + (2 + \varepsilon^2)\pi \frac{k+3}{k+3/2} \right) \quad (21)$$

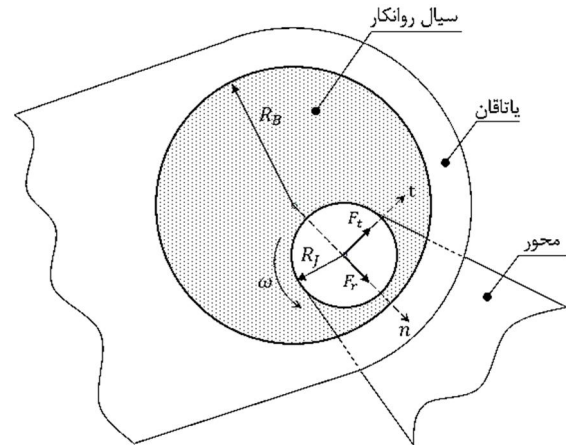
$$F_t = \frac{\mu L_B R_j^3}{c^2} \frac{6\pi\varepsilon(\omega - 2\dot{\alpha})}{(2 + \varepsilon^2)(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \frac{k+3}{k+3/2} \quad (22)$$

و برای $\varepsilon < 0$:

$$F_r = -\frac{\mu L_B R_j^3}{c^2} \frac{6\varepsilon}{(2 + \varepsilon^2)(1 - \varepsilon^2)^{3/2}} \left(4k\varepsilon^2 - (2 + \varepsilon^2)\pi \frac{k}{k+3/2} \right) \quad (23)$$

$$F_t = \frac{\mu L_B R_j^3}{c^2} \frac{6\pi\varepsilon(\omega - 2\dot{\alpha})}{(2 + \varepsilon^2)(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \frac{k}{k+3/2} \quad (24)$$

در معادلات فوق، ω به عنوان سرعت زاویه میل محور نسبت به یاتاقان و سایر پارامترها نیز همانند قبل تعریف می‌شوند.



شکل 3 مؤلفه‌های عمودی و مماسی نیروی هیدرودینامیکی در مفصل لولای لقی دار

2-4- مدل لولای روانکاری شده

مطابق شکل 3 هنگامی که فضای لقی میان محور و یاتاقان از سیال روانکار پر می‌شود، یک نیروی مقاوم هیدرودینامیکی در خلاف جهت حرکت محور، بر آن اعمال می‌شود. این نیروی هیدرودینامیکی، از دو عمل گوه‌ای شدن¹ و فشرده شدن² لایه‌ی نازک سیال میان محور و یاتاقان ناشی می‌شود. عمل فشرده شدن سیال به دلیل وجود حرکت نسبی شعاعی محور و یاتاقان حاصل می‌شود درحالی‌که عمل گوه‌ای شدن روانکار ناشی از حرکت نسبی دورانی میل محور نسبت به یاتاقان و کشیده شدن لایه سیال صورت می‌پذیرد.

مقدار نیروهای هیدرودینامیکی وارد بر محور و یاتاقان به خواص روغن، و حرکت محور نسبت به یاتاقان بستگی دارد. همان‌طور که در شکل 3 نشان داده شده است، این نیرو به دو مؤلفه عمودی (اثر فشرده شدن) و مماسی (گوه‌ای شدن) تقسیم می‌شود. به طریق مشابه، برای تحلیل دینامیکی یک سیستم مکانیکی دارای لولای روانکاری شده، می‌بایست این دو مؤلفه نیروی فوق را به معادلات حرکت حاکم بر سیستم افزود. به منظور محاسبه نیروی هیدرودینامیکی گسترش یافته توسط میدان فشار سیال موجود میان محور و یاتاقان، از معادله رینولدز استفاده می‌شود [24].

برای یک سیال تراکم ناپذیر به عنوان ماده روانکار در یک سیستم محور و یاتاقان، به گونه‌ای که هیچ گونه تغییر شکل الاستیک در آن‌ها رخ ندهد، معادله رینولدز به صورت رابطه (18) نوشته می‌شود [26, 25].

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial Z} \right) = 6U \frac{\partial h}{\partial X} + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (18)$$

که در رابطه فوق h ضخامت فیلم سیال، p میدان فشار، μ ویسکوزیته سیال، U سرعت نسبی مماسی، X و Z به ترتیب بیان‌کننده راستای شعاعی و محوری یاتاقان می‌باشند. دو جمله سمت راست معادله (18) به ترتیب اثر گوه‌ای شدن و فشرده شدن لایه‌ی نازک سیال را نشان می‌دهند.

معادله رینولدز (18)، یک معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی خطی، غیرهمگن و از نوع بیضوی می‌باشد که به دست آوردن حل دقیق آن دشوار است، و به‌طور کلی نیازمند روش‌های حل عددی می‌باشد. اما باین حال حل تحلیلی معادله رینولدز با حذف هریک از جملات سمت چپ معادله امکان‌پذیر می‌باشد، به گونه‌ای که با مساوی صفر قرار دادن جمله اول سمت چپ معادله (18)، پاسخ به دست آمده متناظر با سیستم محور-یاتاقان بی‌نهایت کوتاه³، و با حذف جمله دوم از سمت چپ معادله (18) پاسخ حاصله

1- Wedge effect
2- Squeeze effect
3- Infinity short journal- bearing

4- Infinity long journal- bearing
5- Cavitation phenomenon

ماتریس جرم M ، یک ماتریس قطری 7×7 می باشد که درایه های آن به صورت رابطه (29) تعریف می شود.

$$\begin{aligned} M_{22} &= M_{33} = m_2; \quad M_{55} = M_{66} = m_3 \\ M_{11} &= I_2, M_{44} = I_3, M_{77} = m_4 \end{aligned} \quad (29)$$

بردار نیروهای خارجی F نیز برای دو حالت تماس خشک و مفصل لولای روانکاری شده قابل محاسبه می باشد (پیوست ب ملاحظه شود). خواص هندسی و مقادیر مربوط به جرم و ممان اینرسی اعضای مختلف این مکانیزم در جدول 1 آورده شده است.

طول یاتاقان برابر 45 mm و ویسکوزیته سیال 4 cP می باشد. سایر پارامترهای مورد نیاز برای شبیه سازی دینامیکی مکانیزم لنگ - لغزنده در جدول 2 نوشته شده است.

6- شبیه سازی عددی

شرایط اولیه برای آغاز تحلیل دینامیکی مکانیزم مفروض به شکلی است که در لحظه شروع، لنگ و عضو شماره 3 (شاتون) در امتداد یکدیگر و در جهت مثبت محور X قرار گرفته اند به گونه ای که مرکز میل محور و مرکز یاتاقان برهم منطبق می باشند. لنگ با سرعت زاویه ای ثابت 5000 rpm دوران می کند و اندازه لقی شعاعی برابر 0.2 mm در نظر گرفته شده است.

رفتار دینامیکی مکانیزم لنگ - لغزنده با رسم منحنی های شتاب لغزنده، فضای فاز و همچنین گشتاور ورودی وارد بر لنگ نشان داده شده است. به علاوه مسیر حرکت مرکز محور نسبت به مرکز یاتاقان و نداشت پونکانه² متناظر با فضای فاز سیستم رسم شده است. نتایج حاصله متناظر با شتاب لغزنده و گشتاور ورودی، به ازای دو دوران کامل لنگ و پس از رسیدن سیستم به حالت ماندگار خود می باشد.

شبیه سازی عددی شامل دو حالت مختلف است. اول، مفصل لولای دارای لقی به صورت تماس خشک (بخش 4-1) و با در نظر گرفتن اثر اصطکاک مطابق با معادلات (8) و (9)، مدل سازی شده است و دوم، اینکه لولای لقی دار به صورت مفصل روانکاری شده، با فرض وجود سیال روانکار SAE 40 در فضای لقی میان میل محور و یاتاقان، مدل شده است و در این حالت نیروی هیدرودینامیکی با استفاده از معادلات (21) تا (24) محاسبه می شوند. در هر یک از حالات فوق، پاسخ سیستم نسبت به حالت لولای ایده آل مقایسه گشته و در یک نمودار رسم شده است.

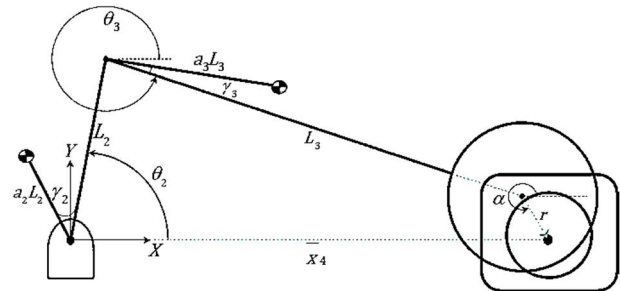
شکل 5، یک فضای فاز از رفتار دینامیکی سیستم لنگ - لغزنده را گزارش می کند. در حالت تماس خشک، مدار تناوبی سیستم ناپایدار می باشد به گونه ای که در هر دوران کامل لنگ، پاسخ سیستم مسیر جدید را طی می کند و رفتار سیستم هیچ دوره تناوب مشخصی ندارد.

جدول 1 خواص هندسی و مقادیر مربوط به جرم و ممان اینرسی اجزاء مختلف مکانیزم لنگ - لغزنده

شماره عضو	$m \text{ (kg)}$	$I \text{ (kg.m}^2\text{)}$	$a \text{ (m)}$	$L \text{ (m)}$	γ
0	0.00001/23		0.05/05		0
0	0.000025/321		0.05/12		0
—	0/414		—	—	—

جدول 2 پارامترهای مورد نیاز جهت شبیه سازی دینامیکی مکانیزم لنگ - لغزنده

$R_b \text{ (mm)}$	$E \text{ (GPa)}$	$\mu \text{ (cP)}$	ν	c_f	c_v
10	207	0.400/3		0.001/9	



شکل 4 دیگرام سینماتیکی مکانیزم لنگ - لغزنده دارای لقی در اتصال بین لغزنده و میله رابط پارامترهای ω ، ε ، ε ، α و α را می توان در هر لحظه از زمان، از تحلیل دینامیکی سیستم مکانیکی به دست آورد. سپس با استفاده از معادلات (21) و (22) مؤلفه های نیروی هیدرودینامیکی محاسبه گشته و به عنوان نیروهای خارجی تعمیم یافته به معادلات حرکت مکانیزم افزوده می شوند.

5- معادلات حرکت مکانیزم لنگ - لغزنده با مفصل لولای لقی دار

در این قسمت با فرض وجود لقی در مفصل اتصال عضو لغزنده و میله رابط، معادلات حرکت مکانیزم لنگ - لغزنده در قالب یک سیستم مقید سه درجه آزادی به دست خواهد آمد. برای یک سیستم چند جسمی مقید، معادلات قیدی توسط مجموعه ای از معادلات جبری هولونومیک¹ به صورت رابطه (25) بیان می شود.

$$\{\varphi(q, t)\}_{R \times 1} = 0 \quad (25)$$

در رابطه فوق $q = [\theta_2; \bar{x}_2; \bar{y}_2; \theta_3; \bar{x}_3; \bar{y}_3; \bar{x}_4]$ بردار مختصات تعمیم یافته و t متغیر مستقل زمان است. معادلات حرکت یک سیستم مقید را در حالت کلی می توان به شکل رابطه (26) نوشت.

$$\begin{pmatrix} M & \varphi_q^T \\ \varphi_q & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{q} \\ \lambda_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \\ Q_d - 2\alpha_b \dot{\varphi} - \beta^2 \varphi \end{pmatrix}; \quad (26)$$

$$Q_d = \varphi_{qq} \dot{q}^2 - 2\varphi_{qt} \dot{q} - \varphi_{tt}$$

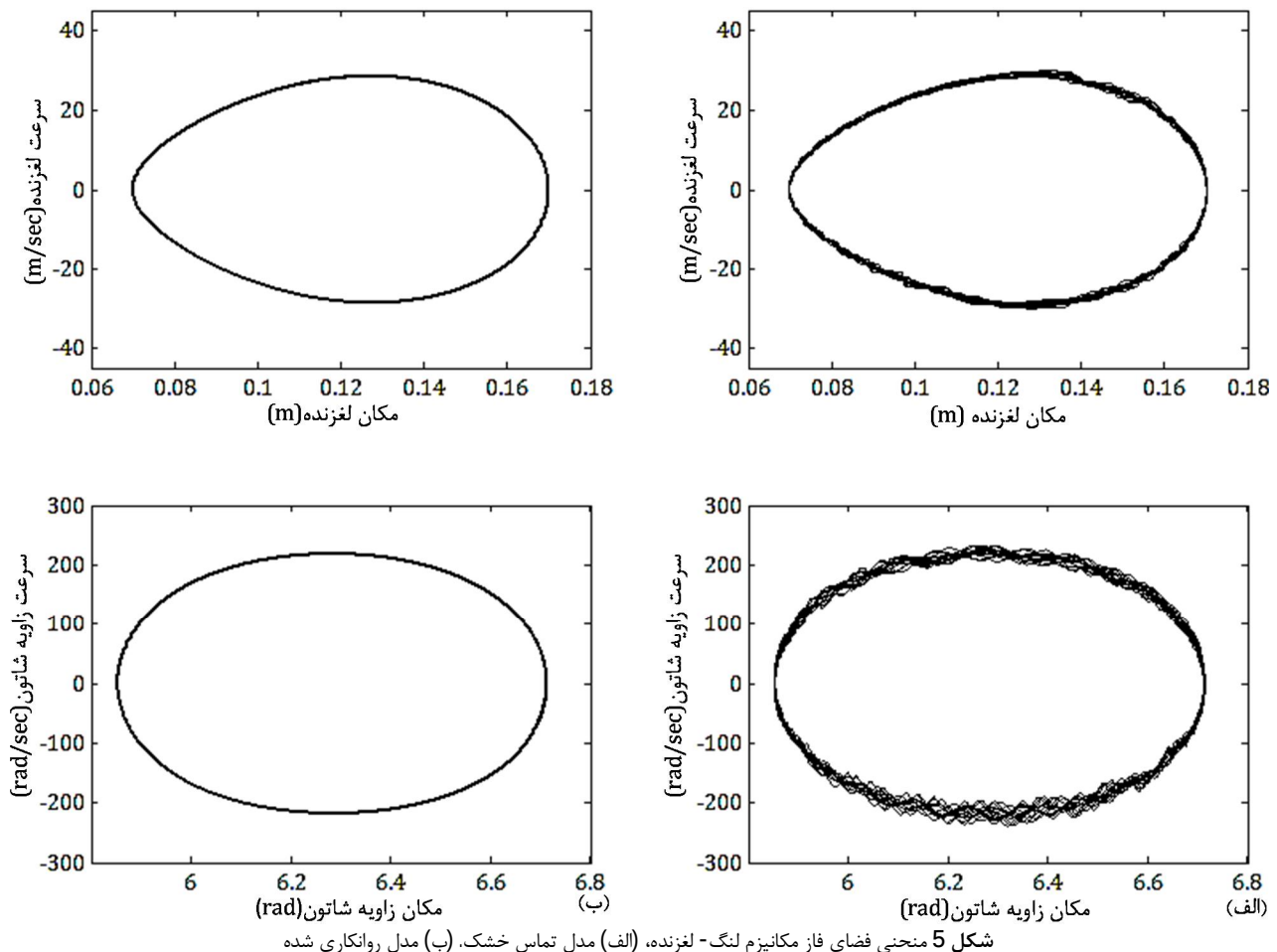
در معادله فوق، M ماتریس جرم، $\ddot{q}$ بردار شتاب سیستم و F بردار نیروهای خارجی سیستم می باشند که با نوشتن معادلات لاگرانژ به دست می آیند. همچنین λ_L بردار متشکل از R ضریب نامعین لاگرانژ، مرتبط با R معادله محدودیت مستقل است. α_b و β به عنوان ضرایب تصحیح بومگارت [28] و مقادیری ثابت می باشند. φ_q نیز به عنوان ماتریس ژاکوبین معادلات قید تعریف می شود و از مرتبه $R \times 1$ است.

در شکل 4 دیگرام سینماتیکی مکانیزم لنگ - لغزنده دارای لقی در اتصال بین لغزنده و میله رابط نشان داده شده است. که در آن، γ_1 و q نشان دهنده مکان مرکز جرم عضو i در مختصات محلی متصل به جسم می باشد. معادلات قید حاکم بر سیستم به شکل رابطه (27) به دست می آیند.

$$\varphi(q, t) = \begin{cases} \bar{x}_2 - a_2 L_2 \cos(\theta_2 + \gamma_2) \\ \bar{y}_2 - a_2 L_2 \sin(\theta_2 + \gamma_2) \\ \bar{x}_3 - L_2 \cos(\theta_2) - a_3 L_3 \cos(\theta_3 + \gamma_3) \\ \bar{y}_3 - L_2 \sin(\theta_2) - a_3 L_3 \sin(\theta_3 + \gamma_3) \end{cases} \quad (27)$$

$\bar{x}_i$ و $\bar{y}_i$ مکان مرکز جرم عضو i در دستگاه مختصات اینرسی XY می باشد. همچنین ماتریس ژاکوبین معادلات قید، رابطه (28)، برابر است با:

$$\varphi_q = \begin{bmatrix} a_2 L_2 \sin(\theta_2 + \gamma_2) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a_2 L_2 \cos(\theta_2 + \gamma_2) & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_2 \sin(\theta_2) & 0 & 0 & a_3 L_3 \cos(\theta_3 + \gamma_3) & 0 & 0 & 0 \\ -L_2 \cos(\theta_2) & 0 & 0 & -a_3 L_3 \sin(\theta_3 + \gamma_3) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$



تشکیل دهنده مکانیزم صلب فرض شده است، نیروهای عکس العمل گسترش یافته میان محور و یاتاقان عیناً به میل لنگ منتقل می شود.

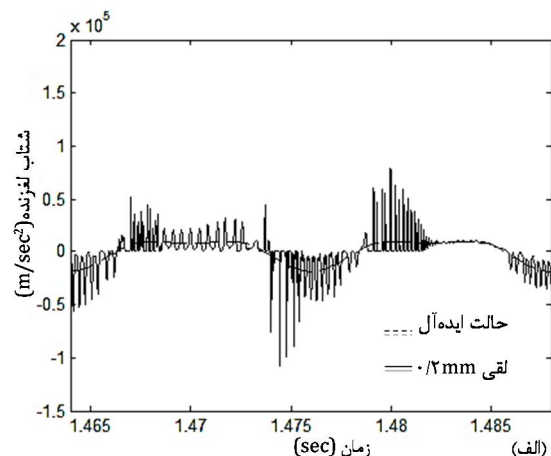
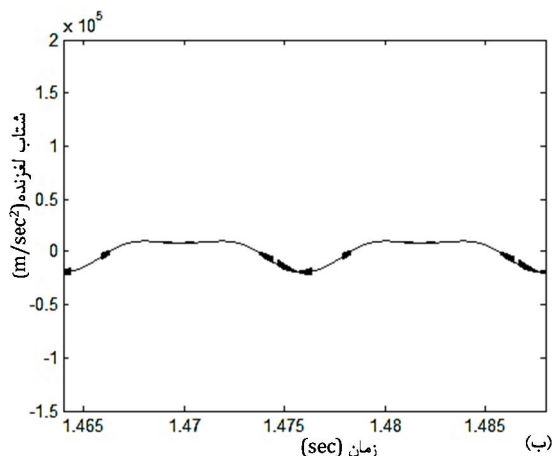
نواحی نوک تیز در نمودار گشتاور ورودی لنگ متناظر با نقاط پیک شتاب لغزنده در حالت تماس خشک می باشد. همان طور که در شکل 7 مشاهده می شود، در حالت روانکاری شده، سیال به عنوان یک جاذب انرژی عمل کرده و در نتیجه آن بخشی از انرژی لغزنده در حین شتاب گیری، به لنگ منتقل نمی شود. دو موقعیت کاملاً متفاوت در مورد مسیر حرکت مرکز محور نسبت به مرکز یاتاقان قابل ملاحظه می باشد. در حالت تماس خشک همراه با اصطکاک، سطح خارجی محور به صورت مکرر با دیواره داخلی یاتاقان برخورد کرده و هر بار به اندازه ای محدود در آن نفوذ می کند. شکل 8 مسیر حرکت مرکز محور نسبت به مرکز یاتاقان، (الف) مدل تماس خشک، (ب) مدل روانکاری شده را نشان می دهد.

شکل (8-الف)، گواهی دیگر بر آشوبناک بودن رفتار سیستم در حضور لقی (بدون روانکار) می باشد. در شکل (9-الف)، نداشت پونکاره سیستم دینامیکی در غیاب سیال روانکار به ازای 35000 نقطه گزارش شده است. مشاهده می شود که در این حالت توده ای از نقاط، حاصل می شود به گونه ای که هیچ نقطه ثابت¹ پایداری در این مقطع وجود ندارد و این موضوع بیان کننده رفتار آشوبناک مکانیزم می باشد. اما در شکل (9-ب)، تمامی نقاط بر یکدیگر منطبق می باشند و متغیرهای وضعیت سیستم جذب مدار تناوبی پایدار می شوند و سیستم با دوره تناوبی برابر $\tau = 2\pi / \omega_{crank}$ به حرکت خود ادامه می دهد.

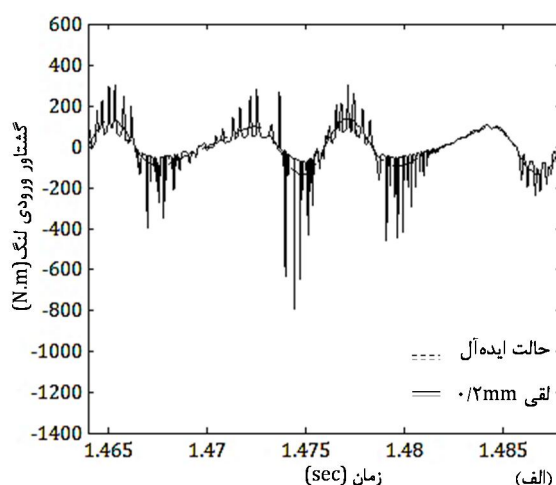
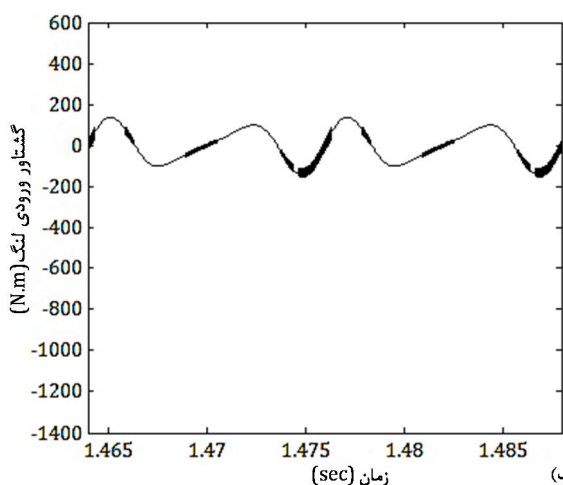
در حالی که در مورد لولای روانکاری شده، پاسخ سیستم پس از رسیدن به حالت ماندگار جذب مدار تناوبی پایدار شده و رفتار آن متناوب می شود. شایان ذکر است که در به هنگام استفاده از سیال روانکار، فضای فاز سیستم تا حد زیادی مشابه حالت مفصل ایده آل می شود. بدین ترتیب می توان آثار نامطلوب لقی را، که ممکن است به دلیل خطاهای موجود در ساخت و مونتاژ قطعات و یا ملاحظات طراحی، در مفاصل تشکیل دهنده یک سیستم مکانیکی ایجاد شود، با استفاده از عمل روانکاری به حداقل رسانید.

شکل 6، شتاب لغزنده را در دو حالت مختلف نشان می دهد. نیروی عکس العمل در مفصل دارای لقی با استفاده از رویکرد نیروی تماس خشک مدل می شود، نقاط پیک منحنی نسبت به حالت ایده آل مقادیر بسیار بزرگتری را اختیار می کند. این نقاط تیز در منحنی شتاب لغزنده در اثر برخوردهای مکرر میان محور و یاتاقان و همچنین اعمال نیروی ضربه - تماسی گسترش یافته میان آن ها ایجاد گشته است. ناهمواری های شدید ایجاد شده در منحنی شتاب لغزنده، گواهی بر غیرمتناوب و آشوبناک بودن رفتار دینامیکی سیستم می باشد. هنگامی که مفصل به صورت روانکاری شده در نظر گرفته می شود، منحنی شتاب لغزنده هموار گشته و سیستم رفتاری متناوب و بسیار نزدیک به حالت ایده آل از خود نشان می دهد. این بدان معنا است که سیال موجود میان میل محور و یاتاقان همانند یک المان فنر - دمپر خطی عمل کرده به گونه ای که مانع از وقوع تماس فلز با فلز می شود. همچنین به منظور ثابت نگه داشتن سرعت زاویه لنگ، گشتاوری از طرف موتور الکتریکی بر آن وارد می شود، و شکل 7 نیز تأثیر وجود لولای لقی دار را بر این گشتاور ورودی لنگ نشان می دهد. از آنجایی که در این تحقیق تمام عضوهای

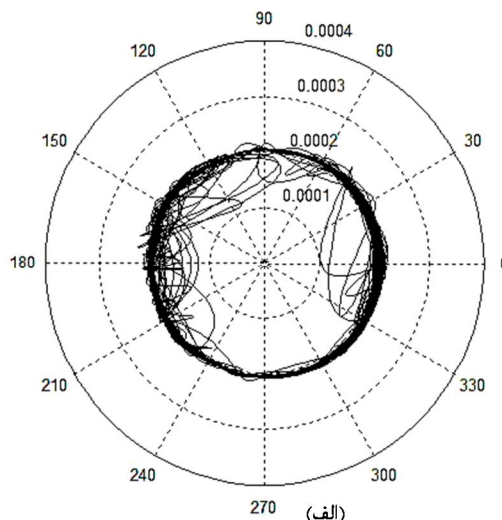
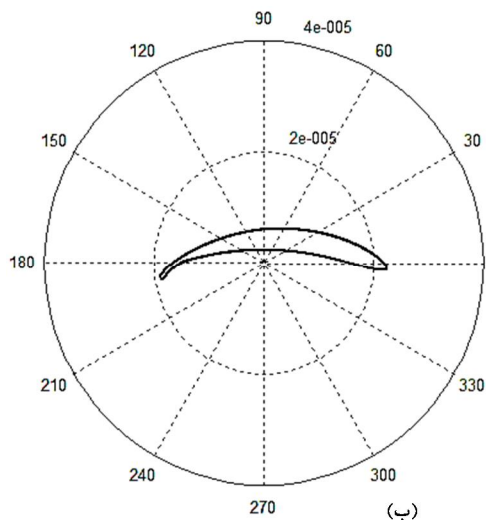
1- Fixed point



شکل 6 شتاب لغزنده به ازای دو دوران کامل لنگ، (الف) مدل تماس خشک، (ب) مدل روانکاری شده



شکل 7 منحنی گشتاور ورودی به ازای دو دوران کامل لنگ، (الف) مدل تماس خشک، (ب) مدل روانکاری شده



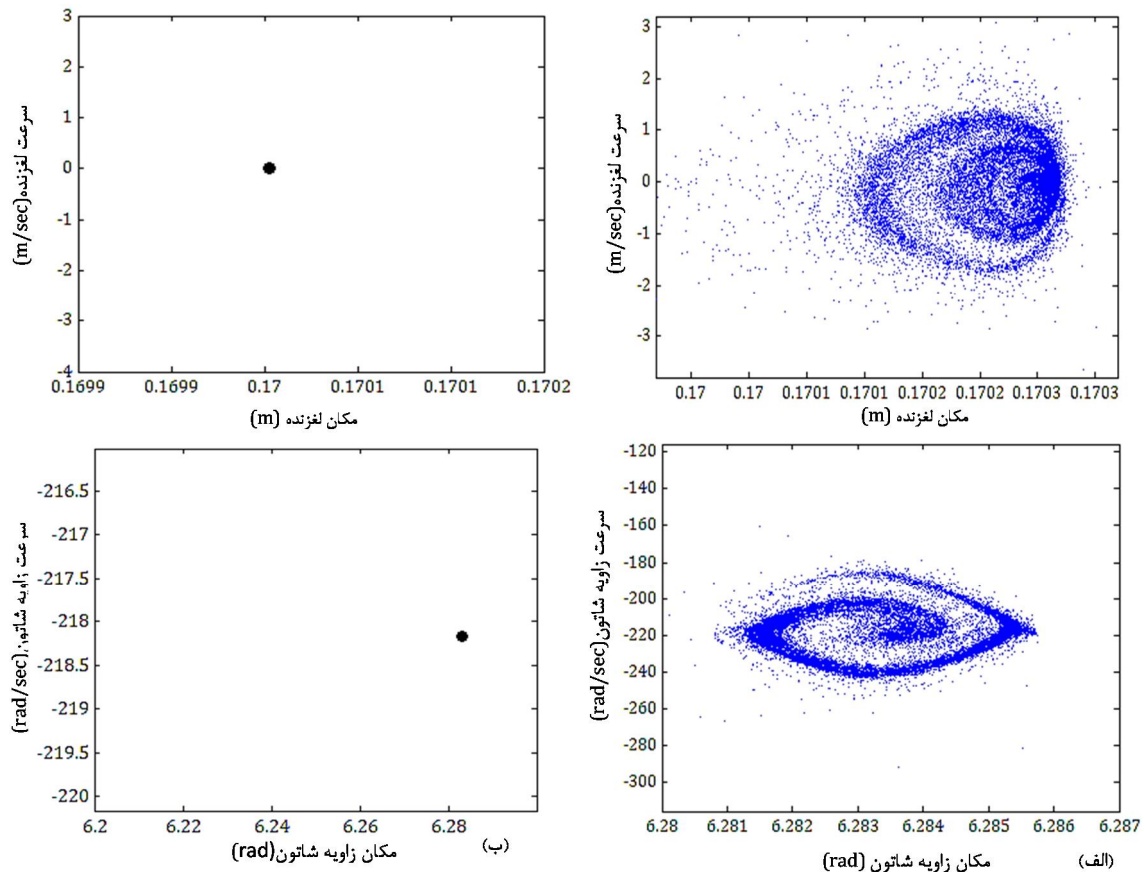
شکل 8 مسیر حرکت مرکز محور نسبت به مرکز یاناقان، (الف) مدل تماس خشک، (ب) مدل روانکاری شده

روانکاری شده، مورد تحلیل قرار گرفت.

نتایج عددی حاصله نشان می‌دهند که حضور لقی در مفصل بدون سیال روانکار، موجب می‌شود تا نقاط پیک منحنی‌های شتاب لغزنده و گشتاور ورودی لنگ تا مقدار زیادی افزایش یابند که این موضوع خود باعث ایجاد ارتعاشات نامطلوب، پدیده سایش در مفصل و کاهش طول عمر اجزاء تشکیل‌دهنده مکانیزم می‌شود.

7- نتیجه گیری

در این پژوهش تأثیر لولای لقی دار بر پاسخ دینامیکی یک مکانیزم لنگ - لغزنده با لولای لقی دار مورد بررسی قرار گرفت. مدل ریاضی از لولای اتصال عضو لغزنده و میله رابط با در نظر گرفتن مشخصه‌های واقعی آن از جمله، لقی، اصطکاک و روانکاری ارائه شد. دو حالت مختلف از مفصل لولای لقی دار به صورت تماس خشک و مدل



شکل 9 نگاشت پونکاره متناظر با فضای فاز سیستم، (الف) مدل تماس خشک، (ب) مدل روانکاری شده

r فاصله مرکز محور نسبت به مرکز یاتاقان (m)
 $\bar{V}_i$ مؤلفه مماسی سرعت نسبی نقاط برخورد، δ (ms^{-1})

علائم یونانی

α جهت گیری مرکز محور نسبت به مرکز یاتاقان از جهت مثبت محور $x(\text{rad})$
 δ عمق نفوذ نسبی (m)
 $\delta^{(-)}$ سرعت اولیه برخورد (ms^{-1})
 μ ویسکوزیته سیال روانکار (cP)
 ν نسبت پواسن
 σ خاصیت مکانیکی مواد تشکیل دهنده محور و یاتاقان (m^2N^{-1})
 φ زاویه بین بردار نیروی تماسی برآیند وارد بر یاتاقان و مؤلفه عمودی نیروی تماس، در تماس خشک (rad)
 χ ضریب میرایی پسماند (N.s.m^{-25})

9- پیوست

1-9- پیوست الف: محاسبه دو پارامتر $\dot{\alpha}$ و $\dot{r}$

با انجام عمل مشتق گیری از دو معادله (16) و (17)، می توان فرم ماتریسی طبق رابطه (الف-1) را برای دو پارامتر $\dot{r}$ و $\dot{\alpha}$ نوشت:

$$\begin{bmatrix} \dot{r} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -r \sin \alpha \\ \sin \alpha & r \cos \alpha \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x}_4 + L_2 \omega_2 \sin(\theta_2) + L_3 \dot{\theta}_3 \sin(\theta_3) \\ -L_2 \omega_2 \cos(\theta_2) - L_3 \dot{\theta}_3 \cos(\theta_3) \end{bmatrix} \quad (\text{الف-1})$$

همچنین در حالت تماس خشک، سطح خارجی محور به صورت مکرر با دیواره داخلی یاتاقان برخورد کرده و هر بار به اندازه ای محدود در آن نفوذ می کند و این امر باعث آشوبناک شدن رفتار سیستم می شود. در طرف مقابل، سیال روانکار به صورت یک المان فنر-دمپر خطی عمل کرده که از ایجاد تماس فلز با فلز و در نتیجه آن، از رخ داد پدیده سایش در سطوح محور و یاتاقان جلوگیری می کند. در واقع عمل روانکاری موجب می شود تا پاسخ سیستم تا حد قابل ملاحظه ای هموار، و مدار تناوبی آن پایدار شود.

8- فهرست علائم

c	اندازه لقی شعاعی (m)
c_d	ضریب تصحیح دینامیکی
c_f	ضریب اصطکاک
c_r	ضریب استرداد
E	مدول الاستیسیته (N.m^{-2})
F_N	مؤلفه عمودی نیروی تماس (N)
F_r	مؤلفه شعاعی نیروی هیدرو دینامیکی (N)
F_t	مؤلفه مماسی نیروی هیدرو دینامیکی (N)
$\bar{f}_t$	نیروی اصطکاک (N)
K	ضریب سختی تماس (N.m^{-15})
L_B	طول یاتاقان (mm)
$\bar{Q}_c$	نیروی تماسی برآیند وارد بر یاتاقان (N)
R_B	شعاع یاتاقان (m)
R_j	شعاع محور (m)

$$\vec{M}_4^* = \vec{r}_{P_1/CG_4} \times \vec{F}_4^* = 0 \quad (ب-14)$$

$$Q_{x_4} = -Q_C \cos \psi \quad (ب-15)$$

در نهایت بردار نیروهای خارجی F ، متناظر با حالت تماس خشک مطابق رابطه (ب-16) برابر است با:

$$F = [T_2; 0; -m_2 g; Q_{\theta_2}; Q_C \cos \psi; Q_C \sin \psi; -m_3 g; -Q_C \cos \psi] \quad (ب-16)$$

به هنگام استفاده از سیال روانکار، نیروهای هیدرودینامیکی وارد بر مرکز محور و یاتاقان به عنوان نیروهای خارجی وارد بر سیستم عمل می‌کنند. برای عضو شماره 2، معادلات (ب-5) و (ب-6) همچنان معتبرند. برای عضو 3 مطابق رابطه (ب-17) تا (ب-21):

$$\vec{F}_3^* = -(\vec{F}_x \vec{i} + \vec{F}_y \vec{j}); \vec{M}_3^* = \vec{r}_{O_B/CG_3} \times \vec{F}_3^* \quad (ب-17)$$

$$\vec{r}_{O_B/CG_3} = (L_3 \cos \theta_3 + L_2 \cos \theta_2 - x_3) \vec{i} + (L_3 \sin \theta_3 + L_2 \sin \theta_2 - y_3) \vec{j} \quad (ب-18)$$

$$Q_{x_3} = -F_x \quad (ب-19)$$

$$Q_{y_3} = -F_y - m_3 g \quad (ب-20)$$

$$Q_{\theta_3} = F_x (L_3 \sin \theta_3 + L_2 \sin \theta_2 - y_3) - F_y (L_3 \cos \theta_3 + L_2 \cos \theta_2 - x_3) \quad (ب-21)$$

و در نهایت نیروی خارجی عمومی وارد بر عضو 4 طبق رابطه (ب-22) برابر است با:

$$Q_{x_4} = F_x \quad (ب-22)$$

در روابط فوق F_x و F_y نیز به صورت روابط (ب-23) و (ب-24) تعریف می‌شوند.

$$F_x = F_r \cos \alpha - F_t \sin \alpha \quad (ب-23)$$

$$F_y = F_r \sin \alpha + F_t \cos \alpha \quad (ب-24)$$

10- مراجع

- [1] S. Dubowsky, F. Freudenstein, Dynamic Analysis of Mechanical Systems With Clearances—Part 1: Formation of Dynamic Model, *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, vol. 93, pp. 305-309, 1971.
- [2] W. S. W. E. Earles, C. L. S. Motion analysis of a rigid link mechanism with clearance at a bearing using Lagrangian mechanics and digital computation, *Mechanisms (Proceedings, Institution of Mechanical Engineers)*, pp. 83-89, 1973.
- [3] R. Wilson and J. Fawcett, Dynamics of the slider-crank mechanism with clearance in the sliding bearing, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 9, pp. 61-80, 1974.
- [4] G. C. A. R. J. Roger, Dynamics simulation of planar mechanical system with lubricated bearing clearances using vector network methods, *Journal of engineering industry*, vol. 99, pp. 131-137, 1977.
- [5] S. Dubowsky, M. F. Moening, An experimental and analytical study of impact forces in elastic mechanical systems with clearances, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 13, pp. 451-465, 1978.
- [6] R. Haines, A theory of contact loss at resolute joints with clearance, *Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 22, pp. 129-136, 1980.
- [7] F. Farahanchi, S. Shaw, Chaotic and periodic dynamics of a slider-crank mechanism with slider clearance, *Journal of sound and vibration*, vol. 177, pp. 307-324, 1994.
- [8] J. Rhee, A. Akay, Dynamic response of a revolute joint with clearance, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 31, pp. 121-134, 1996.
- [9] B. Alshaer, H. Nagarajan, H. Beheshti, H. Lankarani, and S. Shivaswamy, Dynamics of a multibody mechanical system with lubricated long journal bearings, *Journal of Mechanical Design*, vol. 127, pp. 493-498, 2005.
- [10] S. Erkaya, I. Uzmay, Investigation on effect of joint clearance on dynamics of four-bar mechanism, *Nonlinear Dynamics*, vol. 58, pp. 179-198, 2009.

در رابطه فوق ω_2 سرعت زاویه‌ای ورودی لنگ و برابر 5000 rpm می‌باشد.

2-9- پیوست ب: محاسبه بردار نیروهای تعمیم یافته F در سیستم معادلات حرکت (19)

بردار نیروی خارجی F شامل جملات پایستار و غیر پایستار است. به طوری که بخش غیر پایستار ناشی از وجود نیروی‌های تماسی و هیدرودینامیکی می‌باشد. با استفاده از رویکرد لاگرانژی معادلات حرکت سیستم، به صورت روابط (ب-1) تا (ب-24) استخراج می‌شود. انرژی جنبشی مکانیزم از رابطه (ب-1) محاسبه می‌شود:

$$T = \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2 + \dot{y}_2)^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} m_3 (\dot{x}_3 + \dot{y}_3)^2 + \frac{1}{2} I_3 \dot{\theta}_3^2 + \frac{1}{2} m_4 \dot{x}_4^2 \quad (ب-1)$$

انرژی پتانسیل سیستم در اثر اعمال نیروی گرانش، (ب-2)، عبارت است از:

$$U = m_2 g y_2 + m_3 g y_3 \quad (ب-2)$$

معادله لاگرانژ برای سیستم‌های مکانیکی مقید به شکل رابطه (ب-3) بیان می‌شود.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_{nc,i} + \sum_{j=1}^R a_{ij} \lambda_j, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (ب-3)$$

به طور کلی نیروی خارجی تعمیم یافته متناظر با مختصه مکانی q_k از رابطه (ب-4) به دست می‌آید.

$$Q_k = \sum_{i=1}^N \left[\vec{F}_i^* \cdot \frac{\partial \vec{V}_{c,i}}{\partial q_k} + \vec{M}_i^* \cdot \frac{\partial \vec{\omega}_i}{\partial q_k} \right] \quad (ب-4)$$

در معادله (ب-4):

$\vec{F}_i^*$ نیروی برآیند خارجی وارد بر مرکز جرم جسم i ام

$\vec{M}_i^*$ گشتاور برآیند خارجی وارد بر عضو i ام

$V_{c,i}$ سرعت خطی عضو شماره i

$\vec{\omega}_i$ سرعت زاویه عضو i می‌باشند.

برای عضو 2، مطابق رابطه (ب-5) و (ب-6):

$$\vec{F}_2^* = 0, \quad \vec{M}_2^* = T_2 \vec{k} \quad (ب-5)$$

$$Q_{x_2} = 0; \quad Q_{y_2} = -m_2 g; \quad Q_{\theta_2} = T_2 \quad (ب-6)$$

T_2 همان گشتاور ورودی موتور الکتریکی می‌باشد.

برای عضو 3 مطابق رابطه (ب-7) تا (ب-12):

$$\vec{F}_3^* = (Q_C \cos \psi) \vec{i} + (Q_C \sin \psi) \vec{j} \quad (ب-7)$$

$$\vec{M}_3^* = \vec{r}_{P_B/CG_3} \times \vec{F}_3^* \quad (ب-8)$$

$$\vec{r}_{P_B/CG_3} = (L_3 \cos \theta_3 + L_2 \cos \theta_2 - x_3) \vec{i} + (L_3 \sin \theta_3 + L_2 \sin \theta_2 - y_3) \vec{j} + R_B \cos \alpha \vec{i} + R_B \sin \alpha \vec{j} \quad (ب-9)$$

$$Q_{x_3} = Q_C \cos \psi \quad (ب-10)$$

$$Q_{y_3} = Q_C \sin \psi - m_3 g \quad (ب-11)$$

$$Q_{\theta_3} = Q_C L_3 \sin(\psi - \theta_3) + Q_C L_2 \sin(\psi - \theta_2) + R_B Q_C \sin(\psi - \alpha) + Q_C (y_3 \cos \psi - x_3 \sin \psi) \quad (ب-12)$$

برای عضو 4 مطابق رابطه (ب-13) تا (ب-15):

$$\vec{F}_4^* = -(Q_C \cos \psi) \vec{i} - (Q_C \sin \psi) \vec{j} \quad (ب-13)$$

- [20] H. Lankarani, P. Nikravesh, A contact force model with hysteresis damping for impact analysis of multibody systems, *Journal of Mechanical Design*, vol. 112, pp. 369-376, 1990.
- [21] A. J. Rigid, flexible multibody dynamics tools for the simulation of systems subjected to contact and impact conditions, *European Journal of Solids A/Solids*, vol. 19, pp. S23-S44, 2002.
- [22] A. Azimi Olyaei, M. R. Ghazavi, Stabilizing slider-crank mechanism with clearance joints, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 53, pp. 17-29, 2012.
- [23] P. Flores, J. Ambrósio, On the contact detection for contact-impact analysis in multibody systems, *Multibody System Dynamics*, vol. 24, pp. 103-122, 2010.
- [24] P. Flores, J. Ambrósio, J. C. P. Claro, H. Lankarani, C. Koshy, A study on dynamics of mechanical systems including joints with clearance and lubrication, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 41, pp. 247-261, 2006.
- [25] P. Flores, J. Ambrósio, J. P. Claro, Dynamic analysis for planar multibody mechanical systems with lubricated joints, *Multibody System Dynamics*, vol. 12, pp. 47-74, 2004.
- [26] T. Suhara, S. Ato, M. Takiguchi, S. Furuhashi, Friction and lubrication characteristics of piston pin boss bearings of an automotive engine, *SAE Technical Paper* 1997.
- [27] P. Flores, Dynamic analysis of mechanical systems with imperfect kinematic joints, <http://hdl.handle.net/1822/19472>, 2004.
- [28] J. Baumgarte, Stabilization of constraints and integrals of motion in dynamical systems, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol 1, pp. 1-16, 1972.
- [11] Z. F. Bai, Y. Zhao, J. Chen, Dynamics analysis of planar mechanical system considering revolute clearance joint wear, *Tribology International*, vol. 64, pp. 85-95, 2013.
- [12] G. B. Daniel, K. L. Cavalca, Analysis of the dynamics of a slider-crank mechanism with hydrodynamic lubrication in the connecting rod-slider joint clearance, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 46, pp. 1434-1452, 2011.
- [13] Q. Tian, Y. Zhang, L. Chen, J. J. Yang, Simulation of planar flexible multibody systems with clearance and lubricated revolute joints, *Nonlinear Dynamics*, vol. 60, pp. 489-511, 2010.
- [14] C. S. Koshy, P. Flores, H. M. Lankarani, Study of the effect of contact force model on the dynamic response of mechanical systems with dry clearance joints: computational and experimental approaches, *Nonlinear Dynamics*, vol. 73, pp. 325-338, 2013.
- [15] V. L. Reis, G. B. Daniel, K. L. Cavalca, Dynamic analysis of a lubricated planar slider-crank mechanism considering friction and Hertz contact effects, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 74, pp. 257-273, 2014.
- [16] L.-x. Xu, A general method for impact dynamic analysis of a planar multibody system with a rolling ball bearing joint, *Nonlinear Dynamics*, pp. 1-23, 2014.
- [17] O. Muvengei, J. Kihui, and B. Ikua, Dynamic analysis of planar rigid-body mechanical systems with two-clearance revolute joints, *Nonlinear Dynamics*, vol. 73, pp. 259-273, 2013.
- [18] K. Johnson, One hundred years of Hertz contact, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, vol. 196, pp. 363-378, 1982.
- [19] K. Hunt and F. Crossley, Coefficient of restitution interpreted as damping in vibroimpact, *Journal of applied mechanics*, vol. 42, pp. 440-445, 1975.