مجله مهندسی مکانیک مدرس، فوق‌العاده اسفند ۱۳۹۳، دوره ۱۴، شماره ۱۶، ص‌ص ۱۱۲-۱۲۴

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

کنترل گام به عقب استاندارد و مقاوم فضاپیما در حضور عدم قطعیت در ماتریس اینرسی

محمد نوابی[1*]، سینا سلیمانپور[2]

۱- استادیار، دانشکده مهندسی فناوری‌های نوین، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی فناوری‌های نوین، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

*تهران، صندوق پستی ۱۹۸۳۹۶۳۱۱۳، m_navabi@sbu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۱۸ اردیبهشت ۱۳۹۳

پذیرش: ۰۷ تیر ۱۳۹۳

ارائه در سایت: ۱۰ آبان ۱۳۹۳

کلید واژگان:

کنترل غیرخطی

گام به عقب استاندارد

گام به عقب مقاوم

فضاپیما

پارامترهای اصلاح شده رودریگز

چکیده

از آنجا که معادلات سینماتیک و دینامیک وضعیت فضاپیما، معادلاتی غیرخطی هستند، برای کنترل در حالت واقعی‌تر باید از روش‌های کنترل غیرخطی استفاده شود. روش گام به عقب یک تکنیک سیستماتیک بر پایه لیاپانوف برای طراحی کنترل‌های پایدار سیستم‌های دینامیکی غیرخطی است. از آنجایی که در عمل شاهد حضور اغتشاشات و عدم قطعیت‌های مختلف در سیستم هستیم، نیاز است که کنترلر طراحی شده قابلیت مقاومت در برابر این عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات را داشته باشد. بنابراین در این‌گونه موارد، از روش بهبودیافته‌ای به نام گام به عقب مقاوم استفاده می‌شود که در آن یک ترم دمپینگ غیرخطی به کنترلر اضافه می‌شود تا بتواند در برابر اغتشاشات و عدم قطعیت‌های پارامتری سیستم مقاومت کند. در این مقاله،پس از استخراج معادلات سینماتیکی و دینامیکی فضاپیما بر حسب پارامترهای اصلاح شده رودریگز، با استفاده از روش گام به عقب استاندارد یک کنترلر پایدار وضعیت برای سیستم غیرخطی فضاپیما طراحی و پایداری آن توسط تئوری لیاپانوف اثبات می‌شود. سپس به منظور ایجاد مقاومت در سیستم در برابر عدم قطعیت در ماتریس اینرسی فضاپیما، با اضافه نمودن ترم دمپینگ غیرخطی به روش گام به عقب استاندارد، گام به عقب مقاوم بر روی سیستم معادلات فضاپیما پیاده‌سازی می‌شود. نتایج شبیه‌سازی، دقت تعقیب وضعیت و همچنین موفقیت‌آمیز بودن روش گام به عقب مقاوم برای مقاومت در برابر عدم قطعیت‌های پارامتری را نشان می‌دهند.

Standard and Robust Backstepping Control of a Spacecraft with Inertial Uncertainty

Mohammad Navabi[1*], Sina Soleymanpour[2]

1- New Technologies Engineering Faculty, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran.
2- New Technologies Engineering Faculty, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran.
*P.O.B. 198396313, Tehran, Iran, m_navabi@sbu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 08 May 2014
Accepted 28 June 2014
Available Online 01 November 2014

Keywords:
Nonlinear Control
Standard Backstepping
Robust Backstepping
Spacecraft
Modified Rodrigues Parameters

ABSTRACT

Since the kinematics and dynamics equations of spacecraft are nonlinear equations, nonlinear control methods should be used for more practical control. The backstepping is a Lyapunov based systematic method for designing stable controls for nonlinear dynamic systems. Since in practice there are uncertainties and disturbances in systems, the designed controller should have robustness against these disturbances and uncertainties. So in such cases, a modified backstepping method named robust backstepping is used, in which a nonlinear damping term is added to have robustness against disturbances and parametric uncertainties. In this paper, after deriving spacecraft equations in terms of Modified Rodrigues Parameters, we design a stable attitude controller for spacecraft using standard backstepping method and proof the stability using Lyapunov theory. Then, to create system robustness against uncertainty in spacecraft inertial matrix, a nonlinear damping term is added to standard backstepping method and the robust backstepping method is implemented on spacecraft equations. Simulation results show attitude tracking accuracy and success of robust backstepping method in having robustness against parametric uncertainties.

۱- مقدمه

نیاز به روش‌ها و تکنیک‌های جدید برای کنترل سیستم‌های غیرخطی در سال‌های اخیر بیشتر احساس می‌شود. یکی از مهم‌ترین نتایج این نیاز و مطالعات آن، روش گام به عقب است که ابزاری قدرتمند برای طراحی به وجود می‌آورد. انعطاف روش گام به عقب به آن اجازه می‌دهد که تعداد زیادی از مسائل طراحی را تحت شرایطی گسترده‌تر از آن چیزی که در روش‌های دیگر با آن روبرو می‌شدیم حل کند. این روش به طور موفقیت‌آمیزی برای طیف گسترده‌ای از مسائل غیرخطی بکار برده شده است[۱-۳].

روش کنترل گام به عقب ، یک روش طراحی کنترل سیستماتیک بر پایه تئوری لیاپانوف است که برای سیستم‌های غیرخطی بکار می‌رود. ایده این

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

M. Navabi, S. Soleymanpour, Standard and Robust Backstepping Control of a Spacecraft with Inertial Uncertainty (revision), *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 16, pp. 112-124, 2015 (In Persian)

روش گسترش تابع لیاپانوف از یک سیستم ساده به سیستم‌هایی شامل متغیرهای حالت اضافه و به طور همزمان طراحی کنترل پسخورد برای تضمین پایداری است. دلیل نام‌گذاری گام به عقب برای این روش به خاصیت بازگشتی آن در طراحی کنترل بازمی‌گردد، جایی که یک قانون کنترل برای تضمین پایداری سیستم ساخته می‌شود.

روش گام به عقب یک الگوریتم پله‌ای را دنبال می‌کند و برای دسته‌ای از سیستم‌ها به نام سیستم‌های پسخورد صریح کاربرد دارد. در واقع زمانی که فرآیندهای کنترل شده جزء دسته‌ای از سیستم‌های قابل تبدیل به فرم پسخورد صریح باشند، این روش مشخصات تعقیب و تنظیم محلی یا کلی را تضمین می‌کند. یکی از مهم‌ترین مزایای روش گام به عقب این است که قابلیت جلوگیری از حذف المان‌های غیرخطی کاربردی را دارد. این تکنیک به طور کلی به چند روش مختلف تقسیم‌بندی می‌شود که گام به عقب استاندارد و گام به عقب مقاوم جزئی از آنها می‌باشند. گام به عقب استاندارد در واقع اصلی‌ترین روش گام به عقب است که در این روش، از عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات صرف‌نظر می‌شود. اما همان طور که می‌دانیم در عمل نمی‌توان از اغتشاشات و یا عدم قطعیت‌ها چشم‌پوشی کرد، بنابراین نیاز است که روش گام به عقب بکار رفته قابلیت مقاومت در برابر اغتشاشات را داشته باشد. بنابراین با اضافه نمودن ترمی به نام ترم دمپینگ غیرخطی، می‌توان این خاصیت را در روش گام به عقب به وجود آورد. این نوع گام به عقب را گام به عقب مقاوم می‌نامند.

درمرجع [۴] با استفاده از روش گام به عقب تطبیقی به طراحی کنترلر وضعیت یک فضاپیما و سپس به پایدارسازی معادلات خطای کواترنین وضعیت فضاپیما پرداخته شده است. در مرجع [۵] نیز مسئله کنترل مقاوم مانورهای وضعیت فضاپیمای صلب در حضور عدم قطعیت ماتریس اینرسی و اغتشاشات خارجی بررسی می‌شود. در این مقاله یک طراحی کنترل مد لغزشی بر پایه گام به عقب به عنوان جواب بررسی‌شده که نیازی به کران بالایی عدم قطعیت پارامتریک و اغتشاش ندارد. این روش در مقایسه با کنترل مد لغزشی تطبیقی رایج دو مزیت مهم دارد. از لحاظ تئوری، پایداری مجانبی متغیرهای وضعیت در روش ذکرشده تضمین می‌شوند و از لحاظ عملی، مشکل تطبیق بیش از حد در این روش برطرف شده و عملکرد بهبود یافته است.

در تحقیقات و پژوهش‌های داخل کشور نیز روش گام به عقب به عنوان تکنیکی جدید در کنترل در چند سال اخیر مورد توجه قرار گرفته است. به دلیل نوظهور بودن این روش، مقالات و تحقیقات داخلی کمی در این مورد به چاپ رسیده است. از جمله این مقالات و پژوهش‌های انجام شده، می‌توان به مرجع [۶] اشاره کرد. در مرجع [۶]، یک کنترلر غیرخطی به روش گام به عقب برای کنترل حرکت طولی هواپیما استفاده‌شده که در آن پایدارسازی کلیه متغیرهای حالت بر اساس روش لیاپانوف به طور هم زمان انجام می‌شود. هدف از طراحی کنترلر ردیابی زاویه مسیر پرواز بوده است که برای تنظیم آن از دو سیگنال زاویه حمله و سرعت زاویه‌ای گام استفاده شد. همچنین در مرجع [۷] به کنترل پرواز تطبیقی هواپیما با استفاده از روش‌های گام به عقب و شبکه عصبی پرداخته شده است. اما در زمینه کنترل وضعیت فضاپیما با استفاده از روش گام به عقب، مقاله چاپ‌شده در داخل کشور مشاهده نشد. بنابراین در مقاله حاضر سعی می‌شود با جزئیات بیشتر به این موضوع پرداخته شود.

در قسمت بعد، پس از استخراج معادلات سینماتیک و دینامیک فضاپیما، به تشریح روش‌های گام به عقب استاندارد و مقاوم پرداخته می‌شود. سپس این روش‌ها بر روی معادلات فضاپیما پیاده‌سازی می‌شوند و در نهایت نیز نتایج شبیه‌سازی تعقیب وضعیت فضاپیما با استفاده از روش‌های گام به عقب استاندارد و مقاوم ارائه می‌شوند.

۲- معادلات فضاپیما

در این بخش به استخراج معادلات سینماتیک و دینامیک فضاپیما بر حسب پارامترهای اصلاح شده رودریگز پرداخته می‌شود.

۲-۱- معادلات سینماتیک

سینماتیک، حرکت جسم را با توجه به سرعت آن تشریح می‌کند. در اینجا تنها حرکت دورانی فضاپیما در نظر گرفته می‌شود. معادله سینماتیکی فضاپیما بصورت رابطه (۱) نوشته می‌شود:

$$\dot{\alpha} = N(\alpha)\omega^{BO} \tag{۱}$$

ω^{BO} سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنی نسبت به دستگاه دورانی و $N(\alpha)$ ماتریس سینماتیکی بر حسب α است.

با فرض اینکه دستگاه مختصات دورانی با نرخ n دوران می‌کند، رابطه (۲) بین بردارهای سرعت زاویه‌ای برقرار است:

$$\omega^{BO} = \omega^{BI} + nc_2(\alpha) \tag{۲}$$

ω^{BI} سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنی نسبت به دستگاه اینرسی و $c_2(\alpha)$ ستون دوم ماتریس کسینوس‌های هادی انتقال بردار از دستگاه دورانی به دستگاه بدنی است. محورهای دستگاه‌های بدنی و دورانی در شکل ۱ به خوبی نشان داده‌شده‌اند. معادله (۱) را می‌توان بصورت معادله (۳) نوشت :

$$\dot{\alpha} = N(\alpha)(\omega^{BI} + nc_2(\alpha)) \tag{۳}$$

رابطه (۳) فرم اصلی معادله سینماتیک فضاپیما است.

برای استخراج ماتریس $N(\alpha)$، بردار v در دستگاه بدنی در نظر گرفته می‌شود. برای بدست آوردن مشتق زمانی این بردار نسبت به دستگاه دورانی، ابتدا بردار را به دستگاه دورانی انتقال داده، مشتق زمانی آن را محاسبه کرده و سپس به دستگاه بدنی انتقال داده می‌شود. با روش گفته‌شده و با توجه به رابطه (۴):

$$\frac{dv}{dt}^{O} = \frac{dv}{dt}^{B} + \omega^{BO} \times v \tag{۴}$$

رابطه (۵) نتیجه خواهد شد:

$$C\dot{C}^T = S_{\omega^{BO}} \tag{۵}$$

که C همان ماتریس کسینوس‌های هادی انتقال بردار از دستگاه دورانی به دستگاه بدنی و $S_{\omega^{BO}}$ ماتریس پادمتقارن[1] ω^{BO} است که طبق رابطه (۶) برابر است با:

$$S_{\omega^{BO}} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3^{BO} & \omega_2^{BO} \\ \omega_3^{BO} & 0 & -\omega_1^{BO} \\ -\omega_2^{BO} & \omega_1^{BO} & 0 \end{pmatrix} \tag{۶}$$

معادله (۵) را می‌توان بصورت معادله (۷) بازنویسی کرد:

$$(C\dot{C}^T)^T = (S_{\omega^{BO}})^T \Rightarrow \dot{C}C^T = -S_{\omega^{BO}}C \tag{۷}$$

و از این معادله دیفرانسیل می‌توان ماتریس $N(\alpha)$ را بدست آورد.

1- Skew Symmetric

۲-۱-۱- پارامترهای اصلاح شده رودریگز

پارامترهای اصلاح شده رودریگز یک نمایش زاویه‌ای سه مؤلفه‌ای بدست آمده از پارامترهای کواترنین هستند[۸،۹]. در مقاله حاضر، بجای استفاده از بیان‌های متداول در استخراج معادلات سینماتیکی و دینامیکی فضاپیما از جمله کواترنین‌ها و زوایای اولر، از پارامترهای اصلاح شده رودریگز استفاده می‌شود. دلیل این استفاده، مزیت این روش نسبت به روش کلاسیک پارامترهای رودریگز است که در این روش سینگولاریتی‌ها در زوایای ۳۶۰ درجه اتفاق می‌افتند که بسیار کاربردی‌تر از زمانی است که در ۱۸۰ درجه این اتفاق می‌افتد. همچنین این روش عملکرد بسیار نزدیکی به پارامترهای کواترنین دارد با این مزیت که تنها از سه مؤلفه استفاده می‌کند. بردار پارامترهای اصلاح شده رودریگز بصورت رابطه (۸) نوشته می‌شود:

$$\bar{\sigma}=\frac{\bar{q}}{1+q_4} \tag{۸}$$

که $\bar{q}$ برداری شامل سه پارامتر ابتدایی کواترنین و q_4 نیز مؤلفه چهارم آن است. رابطه بین پارامترهای کواترنین و زاویه اولر به شکل رابطه (۹) است:

$$q=\begin{bmatrix}\bar{q}\\ q_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\bar{k}\sin(\frac{\theta}{2})\\ \cos(\frac{\theta}{2})\end{bmatrix} \tag{۹}$$

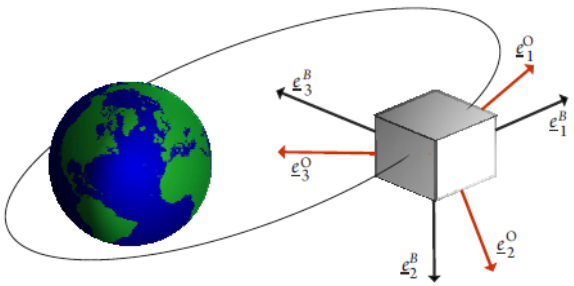
با استفاده از روابط ذکرشده و ارتباط پارامترهای کواترنین با پارامترهای اصلاح شده رودریگز، ماتریس کسینوس‌های هادی انتقال از دستگاه دورانی به دستگاه بدنی به شکل رابطه (۱۰) نوشته می‌شود[۱۰-۱۲]:

$$C(\sigma)=I-\frac{4(1-|\bar{\sigma}|^2)}{(1+|\bar{\sigma}|^2)^2}S_\sigma+\frac{8}{(1+|\bar{\sigma}|^2)^2}S_\sigma{}^2 \tag{۱۰}$$

که S_σ ماتریس پادمتقارن σ است و طبق رابطه (۱۱) برابر است با:

$$S_\sigma=\begin{pmatrix}0 & -\sigma_3 & \sigma_2\\ \sigma_3 & 0 & -\sigma_1\\ -\sigma_2 & \sigma_1 & 0\end{pmatrix} \tag{۱۱}$$

همچنین در روابط پیش رو، از $c_2(\sigma)$ و $c_3(\sigma)$ به ترتیب برای نشان دادن ستون‌های دوم و سوم ماتریس فوق استفاده خواهد شد. بنابراین، معادله سینماتیکی فضاپیما بر حسب پارامترهای اصلاح شده رودریگز به راحتی بدست می‌آید. طبق رابطه (۱۲) داریم:



شکل ۱ دستگاه‌های مختصات بدنی و دورانی

$$\dot{\bar{\sigma}}=N(\sigma)\omega^{BO}=N(\sigma)\left(\omega^{BI}+nc_2(\sigma)\right)$$
$$N(\sigma)=\frac{1}{4}\left[(1-|\bar{\sigma}|^2)I+2S_\sigma+2\bar{\sigma}\bar{\sigma}^T\right] \tag{۱۲}$$

در بخش بعدی، معادلات دینامیکی فضاپیما به همراه گشتاور گرادیان جاذبه بر حسب پارامترهای اصلاح شده رودریگز استخراج می‌شوند.

۲-۲- دینامیک فضاپیما

در یک جسم صلب، مجموع مومنتوم‌های واردشده برابر است با مشتق زمانی مومنتوم زاویه‌ای حول مرکز جرم نسبت به دستگاه اینرسی. طبق رابطه (۱۳) داریم:

$$\frac{d\bar{H}^I}{dt}=\bar{M} \tag{۱۳}$$

که مومنتوم زاویه‌ای $\bar{H}$ طبق رابطه (۱۴) محاسبه می‌شود:

$$\bar{H}=J\omega^{BI} \tag{۱۴}$$

به دلیل اینکه در معادلات دینامیک و سینماتیک فضاپیما تنها از ω^{BI} استفاده می‌شود، در ادامه برای نشان دادن آن از $\bar{\omega}$ استفاده می‌کنیم. ماتریس اینرسی فضاپیما به شکل رابطه (۱۵) است:

$$J=\begin{pmatrix}J_1 & 0 & 0\\ 0 & J_2 & 0\\ 0 & 0 & J_3\end{pmatrix} \tag{۱۵}$$

بنابراین برای مشتق زمانی مومنتوم زاویه‌ای کل معادله (۱۶) برقرار خواهد بود:

$$\bar{M}=\frac{d\bar{H}^I}{dt}=\frac{d\bar{H}^B}{dt}+\bar{\omega}\times\bar{H}=$$
$$\frac{d}{dt}^B\left(J\bar{\omega}\right)+\bar{\omega}\times J\bar{\omega}=J\dot{\omega}+S_\omega J\bar{\omega} \tag{۱۶}$$

که S_ω ماتریس پادمتقارن $\bar{\omega}$ است. مومنتوم کل را می‌توان به سه مومنتوم اصلی تجزیه کرد. طبق رابطه (۱۷) داریم:

$$M=T_g+T_c+T_d \tag{۱۷}$$

که T_g گشتاور گرادیان جاذبه، T_c گشتاور کنترل و T_d گشتاور اغتشاشی است بنابراین معادله دینامیک نهایی فضاپیما طبق رابطه (۱۸) برابر است با:

$$J\dot{\omega}=-S_\omega J\bar{\omega}+T_g+T_c+T_d \tag{۱۸}$$

۲-۲-۱- گشتاور گرادیان جاذبه

گشتاور گرادیان جاذبه از رابطه (۱۹) بدست می‌آید[۱۳]:

$$T_g=3\frac{GM}{|\bar{R}|^5}\bar{R}\times J\bar{R} \tag{۱۹}$$

که در این رابطه:

$$n=\sqrt{\frac{GM}{|\bar{R}|^3}}\quad,\quad \bar{R}=-|\bar{R}|c_3 \tag{۲۰}$$

و c_3 برابر است با ستون سوم ماتریس کسینوس‌های هادی.

در بخش‌های بعدی، روش گام به عقب استاندارد و گام به عقب مقاوم برای سیستم‌هایی با درجات دلخواه توضیح داده می‌شود.

۳- گام به عقب استاندارد

در این بخش به تشریح روش گام به عقب استاندارد در سیستم‌های با درجه دلخواه پرداخته می‌شود[۱۴]. روش گام به عقب برای اولین بار در سال ۱۹۹۰ به عنوان یک روش لیاپانوفی بازگشتی معرفی شد. دلیل نام‌گذاری گام به عقب برای این روش از این حقیقت سرچشمه می‌گیرد که در طول روند طراحی، طراح از معادله اسکالری که دورترین نسبت به ورودی کنترل است (از لحاظ تعداد انتگرال‌گیری) یک گام به عقب به سمت این ورودی کنترل بازمی‌گردد و این موضوع بصورت یک روند بازگشتی تکرار می‌شود. این روش بصورت موفقیت‌آمیزی در مسئله کنترل وضعیت فضاپیما در ترم‌های کواترنین بکار گرفته شده است که در این مقاله به عنوان ابزاری برای طراحی کنترلر پایدار وضعیت فضاپیما در ترم‌های پارامترهای اصلاح شده رودریگز از آن استفاده خواهد شد. اکنون با ذکر یک مثال به تشریح این روش کنترلی پرداخته می‌شود.

سیستم درجه n زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2$$

.

.

.

$$\dot{x}_n = f_n(x_1, x_2, ..., x_{n-1}, x_n) + g_n(x_1, x_2, ..., x_{n-1}, x_n)u \qquad (۲۱)$$

که در این سیستم $(x_1,\ldots,x_n,u)\in R^{n+1}$ و به ازای $\forall i\in\{1,2,\ldots,n\}$ داریم: $g_i \neq 0$.

هدف این است که x_1 بتواند x_r را بصورت مجانبی تعقیب کند. روند کار با تعریف مختصات خطای تعقیب آغاز می‌شود. طبق رابطه (۲۲) داریم:

$$z_i = x_i - \alpha_{i-1}, \quad i\in\{1,2,\ldots,n\} \qquad (۲۲)$$

و $\alpha_0 \doteq x_r$. با تغییر مختصات معادله (۲۲) می‌توان تابع کنترل لیاپانوف را برای هر مرحله از طراحی بصورت رابطه (۲۳) ساخت:

$$V_i(z_1,z_2,\ldots,z_{i-1},z_i) = V_{i-1}(z_1,z_2,\ldots,z_{i-1}) + \frac{1}{2}z_i^2 \qquad (۲۳)$$

مشتق تابع لیاپانوف (۲۳) طبق رابطه (۲۴) برابر است با :

$$\dot{V}_i(z_1,z_2,\ldots,z_{i-1},z_i) = \dot{V}_{i-1}(z_1,z_2,\ldots,z_{i-1}) + z_i\dot{z}_i \qquad (۲۴)$$

و دینامیک مختصات خطا طبق رابطه (۲۵) عبارت است از :

$$\dot{z}_i = \dot{x}_i - \dot{\alpha}_{i-1} = f_i + g_i z_{i+1} + g_i\alpha_i - \dot{\alpha}_{i-1} \qquad (۲۵)$$

و $x_{n+1} = u$. کنترل‌های مجازی پایدار ساز α_i و کنترل ورودی u را می‌توان به صورت رابطه (۲۶) محاسبه کرد:

$$\alpha_1 = \frac{1}{g_1}\left(-c_1 z_1 - f_1 + \dot{x}_r\right)$$

$$\alpha_j = \frac{1}{g_j}\left(-c_j z_j - f_j - g_{j-1}z_{j-1} + \dot{\alpha}_{j-1}\right)$$

$$u = \frac{1}{g_n}\left(-c_n z_n - f_n - g_{n-1}z_{n-1} + \dot{\alpha}_{n-1}\right)$$

$$j\in\{2,3,\ldots,n-1\},\ c_n > 0 \qquad (۲۶)$$

اگر در سیستم (۲۱) از سیگنال‌های کنترلی (۲۶) برای پسخورد استفاده شود، آنگاه x_1 می‌تواند x_r را بصورت مجانبی تعقیب کند. اثبات این موضوع، با جایگذاری (۲۶) در (۲۴) و محاسبه مشتق زمانی مرتبه اول nامین تابع لیاپانوف انجام می‌شود. طبق رابطه (۲۷) داریم:

$$\dot{V}_n = -\sum_{i=1}^{n} c_i z_i^2 \qquad (۲۷)$$

همان طور که مشاهده می‌شود، رابطه (۲۷) در $z_i \neq 0$ منفی معین است که با توجه به تئوری لاسال، پایداری مجانبی کلی را نتیجه می‌دهد[۱۵].

۴- گام به عقب مقاوم

در طراحی گام به عقب استاندارد فرض شد که مدل کامل سیستم معلوم است. اما باید دید که اگر یک عدم قطعیت در مدل سیستم و یا اغتشاش وجود داشته باشد چه اتفاقی می‌افتد. راه مقاوم‌سازی قانون کنترل در مقابل اغتشاشات و عدم قطعیت‌های مدل اضافه کردن ترم‌های دمپینگ غیرخطی به کنترلر است[۱۶].

۴-۱- دمپینگ غیرخطی

برای توضیح مفهوم دمپینگ غیرخطی، سیستم مغشوش غیرخطی اسکالر طبق رابطه (۲۸) در نظر گرفته می‌شود:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + \varphi(x)\Delta(t) \qquad (۲۸)$$

در این سیستم $\Delta(t)\in R$ یک تابع کراندار متغیر با زمان است و تابع $\Delta(t)$ در حقیقت نقش گشتاورهای اغتشاشی واردشده به سیستم را ایفا می‌کند که در مورد فضاپیما برابر است با گشتاور اغتشاشی T_d. هدف کنترل، تنظیم متغیر x است.

تابع کنترل لیاپانوف زیر برای طراحی گام به عقب در نظر گرفته می‌شود. طبق رابطه (۲۹) داریم:

$$V = \frac{1}{2}x^2 \qquad (۲۹)$$

که مشتق زمانی آن طبق رابطه (۳۰) برابر است با:

$$\dot{V} = x\dot{x} = x\left[f(x) + g(x)u + \varphi(x)\Delta(t)\right] \qquad (۳۰)$$

اگر از وجود $\Delta(t)$ صرف‌نظر و مانند گذشته کنترلر طراحی شود، برای معادله (۳۰)، معادله (۳۱) را خواهیم داشت:

$$u = -\frac{1}{g(x)}\left[f(x) + c(x)\right], \quad c > 0 \quad \Rightarrow$$

$$\dot{V} = -cx^2 + x\varphi(x)\Delta(t) \le x\varphi(x)\Delta(t) \qquad (۳۱)$$

که با توجه به مقادیر ممکن برای $\varphi(x)$ و $\Delta(t)$ ، احتمال ناپایدار شدن مبدا بسیار زیاد است.

با معرفی یک ترم $-xs(x)$ در پسخورد (۳۱)، این معادله برابر است با معادله (۳۲):

$$u = -\frac{1}{g(x)}\left[f(x) + c(x) + xs(x)\right] \quad \Rightarrow$$

$$\dot{V} = -cx^2 + x\varphi(x)\Delta(t) - x^2 s(x) \qquad (۳۲)$$

هدف ترم $xs(x)$ ، تضمین کرانداری پاسخ (۲۸) توسط منفی معین کردن مشتق تابع لیاپانوف خارج از یک ناحیه متراکم کوچک است. این امر با انتخاب $s(x)$ بصورت رابطه (۳۳) اتفاق می‌افتد:

$$s(x)=\kappa\varphi^2(x),\quad \kappa>0 \tag{۳۳}$$

که $\varphi(x)$ یک بردار از توابع غیرخطی معلوم و هموارمی‌باشد.

با جایگذاری در (۳۲) معادله (۳۴) را خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\dot V &= -cx^2+x\varphi(x)\Delta(t)-\kappa x^2\varphi^2(x)\\ &= -cx^2-\kappa\left[x\varphi(x)-\frac{\Delta(t)}{2\kappa}\right]^2+\frac{\Delta^2(t)}{4\kappa}\le\\ &\quad -cx^2+\frac{\Delta_\infty^2}{4\kappa}\end{aligned} \tag{۳۴}$$

از معادله (۳۴) واضح است که انتخاب (۳۳) برای تکمیل مربعات بود. برای اینکه $\dot V$ در (۳۴) منفی معین باشد، باید شرط رابطه (۳۵) برقرار باشد :

$$-cx^2+\frac{\|\Delta\|_\infty^2}{4\kappa}<0 \quad\Rightarrow\quad |x(t)|>\frac{\|\Delta\|_\infty^2}{2\sqrt{c\kappa}} \tag{۳۵}$$

رابطه (۳۵) به این معنی است که جواب‌های خارج از محدوده بصورت مجانبی به درونش همگرا می‌شوند و بنابراین جواب‌های سیستم (۲۸) کراندار مجانبی کلی هستند. به دلیل اینکه فرض شد $\Delta(t)$ کراندار است، S می‌تواند با افزایش c و κ به اندازه دلخواه کوچک شود. علاوه بر این، ترم غیرخطی دمپینگ تنها نیازمند اطلاعاتی از $\varphi(x)$است و نیازی به دانستن کران $\Delta(t)$ندارد.

۴-۲- گام به عقب مقاوم برای سیستم‌هایی با درجات بالاتر

همانند کاری که قبلاً برای طراحی گام به عقب استاندارد سیستم‌های درجه بالا انجام شد، طراحی بر پایه دمپینگ غیرخطی نیز قابل‌گسترش به سیستم‌هایی با درجات دلخواه در فرم پسخورد مستقیم است. برای تشریح طراحی گام به عقب مقاوم، سیستم نامعلوم زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned}\dot x_1 &= f_1(x_1)+g_1(x_1)x_2+\underline{\varphi_1}(x_1)^T\underline{\Delta}(x,u,t)\\ &\ \ \vdots\\ \dot x_n &= f_n(x_1,\dots,x_n)+g_n(x_1,\dots,x_n)u+\\ &\qquad \underline{\varphi_n}(x_1,\dots,x_n)^T\underline{\Delta}(x,u,t)\end{aligned} \tag{۳۶}$$

که در این سیستم به ازای $(x_1,\dots,x_n,u)\in R^{n+1}$، $u\in R$ و $g_i(x_1,\dots,x_i)\neq 0$.همچنین $\varphi_i(x_1,\dots,x_i)$ یک بردار $(p\times 1)$از توابع معلوم غیرخطی و هموار، و $\underline{\Delta}(x,u,t)$ یک بردار $(p\times 1)$از غیرخطی‌های مجهول و کراندار با کران‌های نامعلوم است.

هدف کنترل این است که x_1 بتواند سیگنال مرجع y_r را تعقیب کند. طراحی گام به عقب مقاوم مانند روندهای گام به عقب قبلی، با تعریف مختصات خطای $z_i=x_i-\alpha_{i-1}$ آغاز می‌شود که دینامیک آن بصورت رابطه (۳۷) است:

$$\begin{aligned}\dot z_i &= \dot x_i-\dot\alpha_{i-1}\left(x_1,\dots,x_{i-1},y_r,\dot y_r,\dots,y_r^{(i-1)}\right)\\ &= f_i+g_ix_{i+1}+\underline{\varphi_i}^T\underline{\Delta}-\sum_{k=1}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_k}(f_k+g_kx_{k+1}+\underline{\varphi_k}^T\underline{\Delta})\\ &\quad -\sum_{k=1}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial y_r^{(k-1)}}y_r^{(k)}\\ &= f_i+g_iz_{i+1}+g_i\alpha_i-\sum_{k=1}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_k}(f_k+g_kx_{k+1})\\ &\quad +\left(\underline{\varphi_i}^T-\sum_{k=1}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_k}\underline{\varphi_k}^T\right)-\sum_{k=1}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial y_r^{(k-1)}}y_r^{(k)}\end{aligned} \tag{۳۷}$$

درسیستم بالا $i\in\{1,2,\dots,n\}$ ، $\alpha_0\doteq y_r$ و $x_{n+1}=\alpha_n\doteq u$.

دوباره می‌توان یک تابع کنترل لیاپانوف برای هر مرحله بصورت بازگشتی به شکل رابطه (۳۸) تعریف کرد:

$$V_i=V_{i-1}+\frac{1}{2}z_i^2 \tag{۳۸}$$

مشتق زمانی این تابع لیاپانوف طبق رابطه (۳۹) برابر است با:

$$\dot V_i(z_1,\dots,z_i)=\dot V_{i-1}(z_1,\dots,z_{i-1})+z_i\dot z_i \tag{۳۹}$$

با جایگذاری (۳۸) در (۳۹) و محاسبه $\dot V_n=\sum_{i=1}^n z_i\dot z_i$، مشتق زمانی تابع لیاپانوف nام طبق رابطه (۴۰) برابر است با:

$$\begin{aligned}\dot V_n &= \sum_{i=1}^n z_i[f_i+g_i(z_{i+1}+\alpha_i)-\sum_{k=1}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_k}(f_k+g_kx_{k+1})\\ &\quad +\left(\underline{\varphi_i}^T-\sum_{k=1}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_k}\underline{\varphi_k}^T\right)\underline{\Delta}-\sum_{k=1}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial y_r^{(k-1)}}y_r^{(k)}]\end{aligned} \tag{۴۰}$$

استفاده از مفهوم دمپینگ غیرخطی در طراحی ورودی‌های مجازی α_i به شکل رابطه (۴۱):

$$\begin{aligned}\alpha_i &= \frac{1}{g_i}(-c_iz_i-f_i-g_{i-1}z_{i-1}+\sum_{k=1}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_k}(f_k+g_kx_{k+1})\\ &\quad -\kappa_iz_i\left|\underline{\varphi_i}-\sum_{k=1}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_k}\underline{\varphi_k}\right|^2+\sum_{k=1}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial y_r^{(k-1)}}y_r^{(k)})\end{aligned} \tag{۴۱}$$

که $c_i,\kappa_i>0$ و جایگذاری معادله (۴۰) در (۳۹)، به معادله (۴۲) منجر می‌شود:

$$\begin{aligned}\dot V_n &= -\sum_{i=1}^n c_iz_i^2-\sum_{i=1}^n\kappa_i\left|z_i\left(\underline{\varphi_i}-\sum_{k=1}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_k}\underline{\varphi_k}-\frac{\underline{\Delta}}{2\kappa_i}\right)\right|^2\\ &\quad +\sum_{i=1}^n\frac{\underline{\Delta}^2}{4\kappa_i}\le-\sum_{i=1}^n c_iz_i^2+\sum_{i=1}^n\frac{\|\Delta\|_\infty^2}{4\kappa_i}\end{aligned} \tag{۴۲}$$

که به معنی کرانداری یکنواخت کلی z_i و در نتیجه کرانداری یکنواخت کلی متغیر حالت x_i است، یعنی پاسخ‌های خارج از ناحیه زیر به سمت داخل آن همگرا می‌شوند:

$$S=\left\{x\in R^n \middle| \sum_{i=1}^{n} c_i z_i^{\,2} \le \sum_{i=1}^{n} \frac{\|\Delta\|_\infty^2}{4\kappa_i}\right\} \qquad (۴۳)$$

که البته ناحیه همگرایی محدود معرفی‌شده می‌تواند با افزایش κ_i به اندازه دلخواه کوچک شود.

۵- طراحی کنترلر وضعیت فضاپیما با استفاده از روش گام به عقب

۵-۱- گام به عقب استاندارد

با داشتن معادلات سینماتیکی و دینامیکی فضاپیما، یک سیستم مرتبه شش به شکل رابطه (۴۴) بدست می‌آید:

$$\begin{aligned}&\dot{\sigma}=nN(\sigma)c_2(\sigma)+N(\sigma)\omega\\&\dot{\omega}=J^{-1}\left(-S_\omega J\bar{\omega}+3n^2S_{c_3}(\sigma)Jc_3(\sigma)\right)+J^{-1}\bar{T}_c+J^{-1}T_d\end{aligned} \qquad (۴۴)$$

با مقایسه این سیستم با یک مدل نامی از فضاپیما به فرم رابطه (۴۵):

$$\begin{aligned}&\dot{x}_1=f_1(\bar{x}_1)+g_1(\bar{x}_1)\bar{x}_2\\&\dot{x}_2=f_2(\bar{x}_1,\bar{x}_2)+g_2(\bar{x}_1,\bar{x}_2)\mathrm{u}+g_2(\bar{x}_1,\bar{x}_2)\mathrm{d}\end{aligned} \qquad (۴۵)$$

روابط (۴۶) بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned}&x_1=\bar{\sigma},x_2=\bar{\omega},u=T_c,d=T_d\\&f_1(\bar{x}_1)=f_1=nN(\sigma)c_2(\sigma)\\&f_2(\bar{x}_1,\bar{x}_2)=f_2=J^{-1}\left(-S_\omega J\bar{\omega}+3n^2S_{c_3}(\sigma)Jc_3(\sigma)\right)\\&g_1(\bar{x}_1)=g_1=N(\sigma)\\&g_2(\bar{x}_1,\bar{x}_2)=g_2=J^{-1}\end{aligned} \qquad (۴۶)$$

همان طور که قبلاً توضیح داده شد، در روند طراحی گام به عقب استاندارد اغتشاشات هیچ نقشی ندارند، بنابراین از ترمی که شامل گشتاور اغتشاشی است چشم‌پوشی می‌شود. روند طراحی با تعریف مختصات خطا آغاز می‌شود. طبق روابط (۴۸،۴۷) داریم:

$$\bar{z}_1=\bar{\sigma}_e \qquad (۴۷)$$

$$\bar{z}_2=\bar{\omega}-\bar{x}_{2,c} \qquad (۴۸)$$

که در رابطه (۴۷)، $\bar{\sigma}_e$ برابر است با خطای زاویه‌ای بر حسب پارامترهای اصلاح شده رودریگز که بصورت رابطه (۴۹) بیان می‌شود:

$$\bar{\sigma}_e=\frac{(1-|\underline{\sigma}|^2)\underline{\sigma}_r-(1-|\underline{\sigma}_r|^2)\underline{\sigma}-2S_\sigma\underline{\sigma}_r}{1+|\underline{\sigma}|^2|\underline{\sigma}_r|^2+2\underline{\sigma}^T\underline{\sigma}_r} \qquad (۴۹)$$

مختصات خطای (۴۷) و (۴۸) دارای دینامیک‌های زیر است:

$$\dot{\bar{z}}_1=\dot{\bar{\sigma}}_e=\frac{\partial\bar{\sigma}_e}{\partial\bar{\sigma}}\dot{\bar{\sigma}}+\frac{\partial\bar{\sigma}_e}{\partial\bar{\sigma}_r}\dot{\bar{\sigma}}_r=\frac{\partial\bar{\sigma}_e}{\partial\bar{\sigma}}N\left(\bar{\omega}+n\bar{c}_2\right)+\frac{\partial\bar{\sigma}_e}{\partial\bar{\sigma}_r}\dot{\bar{\sigma}}_r \qquad (۵۰)$$

$$\begin{aligned}\dot{\bar{z}}_2=\dot{\bar{\omega}}-\dot{\bar{x}}_{2,c}=&J_0^{-1}\left(-S_{\bar{\omega}}J_0\bar{\omega}+3n^2S_{\bar{c}_3}J_0\bar{c}_3\right)\\&+J_0^{-1}\bar{T}_c-\dot{\bar{x}}_{2,c}\end{aligned} \qquad (۵۱)$$

سیگنال $\bar{x}_{2,c}$ و مشتق زمانی آن از فیلترینگ فرمان $\bar{x}_{2,c}^0$ بدست می‌آیند [۱۷،۱۸]. سیگنال ورودی فیلتر $\bar{x}_{2,c}^0$ نیز توسط رابطه (۵۲) بدست می‌آید:

$$\bar{x}_{2,c}^0=\bar{\alpha}_1-\bar{\chi}_2 \qquad (۵۲)$$

مختصات خطای اصلاح شده بصورت روابط (۵۴،۵۳) است:

$$\underline{\bar{z}}_1=\bar{z}_1-\bar{\chi}_1 \qquad (۵۳)$$

$$\underline{\bar{z}}_2=\bar{z}_2-\bar{\chi}_2 \qquad (۵۴)$$

تأثیر فیلترها بر روی خطاها توسط معادلات (۵۶،۵۵) مشخص می‌شود:

$$\dot{\bar{\chi}}_1=-c_1\bar{\chi}_1+\frac{\partial\bar{\sigma}_e}{\partial\bar{\sigma}}N\left(\bar{x}_{2,c}-\bar{x}_{2,c}^0\right) \qquad (۵۵)$$

$$\dot{\bar{\chi}}_2=-c_2\bar{\chi}_2+J_0^{-1}\left(\bar{T}_c-\bar{T}_c^0\right) \qquad (۵۶)$$

با انتخاب قوانین کنترل بصورت روابط (۵۸،۵۷):

$$\bar{\alpha}_1=\frac{1}{g_1}\left(-c_1\bar{z}_1+\dot{\bar{x}}_{1,c}-f_1\right) \qquad (۵۷)$$

$$\bar{T}_c=\frac{1}{g_2}\left(-c_2\bar{z}_2+\dot{\bar{x}}_{2,c}-f_2-g_1\underline{\bar{z}}_1\right) \qquad (۵۸)$$

و با انتخاب ماتریس‌های بهره بزرگتر از صفر و دانستن اینکه $\dot{\bar{x}}_{1,c}=\dot{\bar{x}}_r$ است، دینامیک خطاهای اصلاح شده طبق روابط (۶۰،۵۹) برابرند با:

$$\dot{\underline{\bar{z}}}_1=-c_1\underline{\bar{z}}_1+\frac{\partial\bar{\sigma}_e}{\partial\bar{\sigma}}N\underline{\bar{z}}_2 \qquad (۵۹)$$

$$\dot{\underline{\bar{z}}}_2=-c_2\underline{\bar{z}}_2+N^T\left(\frac{\partial\bar{\sigma}_e}{\partial\bar{\sigma}}\right)^T\underline{\bar{z}}_1 \qquad (۶۰)$$

با انتخاب یک تابع لیاپانوف بصورت $V=\frac{1}{2}\left(\underline{\bar{z}}_1^{\,T}\underline{\bar{z}}_1+\underline{\bar{z}}_2^{\,T}\underline{\bar{z}}_2\right)$، مشتق زمانی تابع لیاپانوف طبق رابطه (۶۱) برابر است با:

$$\begin{aligned}\dot{V}=&\underline{\bar{z}}_2^{\,T}\left(-c_2\underline{\bar{z}}_2+N^T\left(\frac{\partial\bar{\sigma}_e}{\partial\bar{\sigma}}\right)^T\underline{\bar{z}}_1\right)\\&+\underline{\bar{z}}_1^{\,T}\left(-c_1\underline{\bar{z}}_1+\frac{\partial\bar{\sigma}_e}{\partial\bar{\sigma}}N\underline{\bar{z}}_2\right)\\=&-\underline{\bar{z}}_1^{\,T}c_1\underline{\bar{z}}_1^{\,T}-\underline{\bar{z}}_2^{\,T}c_2\underline{\bar{z}}_2^{\,T}<0\,,\qquad \underline{\bar{z}}_1,\underline{\bar{z}}_2\neq 0\end{aligned} \qquad (۶۱)$$

معادله (۶۱) بیان‌کننده پایداری مجانبی کلی مبدأ مختصات خطای اصلاح شده برای حالت بدون اغتشاش است.

بنابراین کنترلر پایدار فضاپیما توسط روش گام به عقب استاندارد طراحی گردید و پایداری آن نیز توسط تئوری پایداری لیاپانوف اثبات شد. در قسمت بعد، با استفاده از روش گام به عقب مقاوم در حضور عدم قطعیت و اغتشاشات به طراحی کنترلر وضعیت فضاپیما پرداخته می‌شود.

۵-۲- گام به عقب مقاوم

گام به عقب مقاوم، همان طور که قبلاً نیز توضیح داده شد، دارای ترم‌های دمپینگ برای مقابله با عدم قطعیت‌های سیستم است. در اینجا، ترم شامل رگرسور عدم قطعیت طبق رابطه (۶۲) برابر است با:

$$\varphi^T\Delta=J_0^{-1}T_d \qquad (۶۲)$$

که در واقع رگرسور برابر است با ماتریس ثابت J_0^{-1}.

روند طراحی دوباره با معرفی مختصات خطا آغاز می‌شود. طبق روابط (۶۴،۶۳) داریم:

$$\bar{z}_1 = \bar{\sigma}_e \tag{۶۳}$$

$$\bar{z}_2 = \bar{\omega} - \bar{x}_{2,c} \tag{۶۴}$$

با در نظر گرفتن ترم اغتشاشی، دینامیک‌های مختصات خطای ذکرشده طبق روابط (۶۶،۶۵) برابرند با:

$$\dot{\bar{z}}_1 = \frac{\partial \bar{\sigma}_e}{\partial \bar{\sigma}} N\left(\bar{\omega} + n\bar{c}_2\right) + \frac{\partial \bar{\sigma}_e}{\partial \bar{\sigma}_r}\dot{\bar{\sigma}}_r \tag{۶۵}$$

$$\dot{\bar{z}}_2 = J_0^{-1}\left(-S_{\bar{\omega}} J_0 \bar{\omega} + 3n^2 S_{\bar{c}_3} J_0 \bar{c}_3\right) + J_0^{-1}\bar{T}_c + J_0^{-1}\bar{T}_d - \dot{\bar{x}}_{2,c} \tag{۶۶}$$

با معرفی $\underline{\bar{z}}_i$ و $\bar{\chi}_i$ با همان روشی که در بخش قبل گفته شد، قوانین کنترلی بصورت روابط (۶۸،۶۷) نوشته می‌شوند:

$$\bar{\alpha}_1 = \frac{1}{g_1}\left(-c_1\bar{z}_1 + \dot{\bar{x}}_{1,c} - f_1 - s_1\underline{\bar{z}}_1\right) \tag{۶۷}$$

$$\bar{T}_c = \frac{1}{g_2}\left(-c_2\bar{z}_2 + \dot{\bar{x}}_{2,c} - f_2 - g_1\underline{\bar{z}}_1 - s_2\underline{\bar{z}}_2\right) \tag{۶۸}$$

که s_1, s_2 ترم‌های دمپینگ غیرخطی هستند و از رابطه (۶۹) بدست می‌آیند:

$$s = \varphi\kappa\varphi^T \quad , \quad \kappa = \kappa^T > 0 \tag{۶۹}$$

بنابراین، خطای اصلاح شده دارای دینامیک‌های زیر است:

$$\dot{\underline{\bar{z}}}_1 = -c_1\underline{\bar{z}}_1 + \frac{\partial \bar{\sigma}_e}{\partial \bar{\sigma}} N\underline{\bar{z}}_2 \tag{۷۰}$$

$$\dot{\underline{\bar{z}}}_2 = -c_2\underline{\bar{z}}_2 - J_0^{-1}\kappa J_0^{-1}\underline{\bar{z}}_2 + J_0^{-1}T_d - N^T\left(\frac{\partial \bar{\sigma}_e}{\partial \bar{\sigma}}\right)^T \underline{\bar{z}}_1 \tag{۷۱}$$

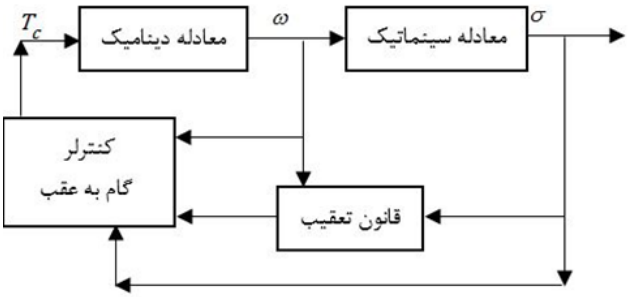
با تعریف یک تابع کاندید لیاپانوف بصورت $V = \frac{1}{2}\left(\underline{\bar{z}}_1^T\underline{\bar{z}}_1 + \underline{\bar{z}}_2^T\underline{\bar{z}}_2\right)$، مشتق زمانی آن طبق رابطه (۷۲) برابر خواهد بود با:

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= \underline{\bar{z}}_2^T\left(-c_2\underline{\bar{z}}_2 - J_0^{-1}\kappa J_0^{-1}\underline{\bar{z}}_2 + J_0^{-1}\bar{T}_d - N^T\left(\frac{\partial \bar{\sigma}_e}{\partial \bar{\sigma}}\right)^T \underline{\bar{z}}_1\right) \\
&\quad + \underline{\bar{z}}_1^T\left(-c_1\underline{\bar{z}}_1 + \frac{\partial \bar{\sigma}_e}{\partial \bar{\sigma}} N\underline{\bar{z}}_2\right) \\
&= -\underline{\bar{z}}_1^T c_1 \underline{\bar{z}}_1^T - \underline{\bar{z}}_2^T c_2 \underline{\bar{z}}_2^T + \frac{\bar{T}_d^T\kappa^{-1}\bar{T}_d}{4} \\
&\quad - \left(J_0^{-1}\underline{\bar{z}}_2 - \frac{\kappa^{-1}\bar{T}_d}{2}\right)^T \kappa \left(J_0^{-1}\underline{\bar{z}}_2 - \frac{\kappa^{-1}\bar{T}_d}{2}\right) \\
&\le -\underline{\bar{z}}_1^T c_1 \underline{\bar{z}}_1^T - \underline{\bar{z}}_2^T c_2 \underline{\bar{z}}_2^T + \frac{\bar{T}_d^T\kappa^{-1}\bar{T}_d}{4}
\end{aligned} \tag{۷۲}$$

با توجه به این رابطه می‌توان نتیجه گرفت که $\underline{\bar{z}}_i$ پایدار ورودی به حالت است. به طور کلی نمودار بلوکی طراحی کنترلر گام به عقب را می‌توان در شکل ۲ نشان داد.

۵-۳- انتخاب بهره‌ها

به منظور مقایسه درست روش‌های ذکرشده، بهره‌های پسخورد خطای c_1, c_2 برای هر دو روش ذکرشده یکسان در نظر گرفته می‌شود. در روند



شکل ۲ نمودار بلوکی طراحی کنترل گام به عقب

طراحی کنترلر گام به عقب به منظور پایدارسازی مدل نامی، بهره‌های انتخابی باید مثبت باشند. علاوه بر این در عمل معمولاً اندازه بهره‌های حلقه درونی بزرگتر از بهره‌های حلقه بیرونی در نظر گرفته می‌شوند. بنابراین، مقادیر در نظر گرفته‌شده برای این بهره‌ها طبق رابطه (۷۳) برابر است با:

$$c_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix} \quad , \quad c_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{۷۳}$$

در طراحی گام به عقب مقاوم، با توجه به رابطه (۷۱) انتخاب یک مقدار مثبت برای بهره κ همانند افزایش بهره c_2 عمل می‌کند، بدین ترتیب مقدار این بهره هم مرتبه با اندازه بهره پسخورد حلقه داخلی انتخاب می‌شود و طبق رابطه (۷۴) برابر است با:

$$\kappa = J_0 K J_0 \quad , \quad K = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{۷۴}$$

۵-۴- عدم قطعیت در ماتریس ممان‌های اینرسی فضاپیما

تخمین مشخصات اینرسی یک جسم صلب پیچیده با دقت بالا کار دشواری است. علاوه بر این، خطای سنسورها و عملگرها نیز باعث اشتباه در اندازه‌گیری‌ها و در نتیجه به وجود آمدن گشتاورهای اغتشاشی می‌شود. این اثرات در برخی از موارد می‌تواند بصورت عدم قطعیت در ماتریس ممان‌های اینرسی فضاپیما نمایان شود. در این موارد، ماتریس ممان اینرسی مدل شده J_0 با ماتریس ممان اینرسی واقعی فضاپیما یعنی J متفاوت است. این تفاوت بصورت یک گشتاور اغتشاشی دیده می‌شود. این گشتاور اغتشاشی به وجود آمده را می‌توان به روش زیر بدست آورد. طبق رابطه (۷۵) داریم:

$$J = J_0 + \Delta J \tag{۷۵}$$

که ΔJ قسمت مدل نشده ماتریس ممان اینرسی است. با معکوس کردن طرفین تساوی در معادله (۷۵) رابطه (۷۶) بدست می‌آید:

$$J^{-1} = J_0^{-1} + \Delta J^* \tag{۷۶}$$

بنابراین معادله دینامیکی فضاپیما طبق رابطه (۷۷) برابر می‌شود با:

$$\dot{\omega} = -\left(J_0^{-1} + \Delta J^*\right) S_{\bar{\omega}}\left(J_0 + \Delta J\right)\bar{\omega} + \left(J_0^{-1} + \Delta J^*\right)\bar{T}$$

$$+3n^2\left(J_0^{-1}+\Delta J^*\right)S_{\bar{c}_3}\left(J_0+\Delta J\right)\bar{c}_3 \qquad (۷۷)$$

اگر در معادله (۷۷) ترم‌های اغتشاشی از معادله دینامیکی نامی فضاپیما جدا شود، این معادله به رابطه (۷۸) تبدیل می‌شود:

$$\dot{\omega}=-J_0^{-1}S_{\bar{\omega}}J_0\bar{\omega}+3n^2J_0^{-1}S_{\bar{c}_3}J\bar{c}_3+J_0^{-1}\bar{T}_c+J_0^{-1}\bar{T}_d \qquad (۷۸)$$

$$\bar{T}_d=-J_0\left(\Delta J^*S_{\bar{\omega}}J+J_0^{-1}S_{\bar{\omega}}\Delta J\right)\bar{\omega}+J_0\Delta J^*\bar{T}_c$$
$$+3n^2J_0\left(\Delta J^*S_{c_3}J+J_0^{-1}S_{\bar{c}_3}\Delta J\right)\bar{c}_3 \qquad (۷۹)$$

۶- نتایج و شبیه‌سازی

در این بخش، روش کنترل غیرخطی گام به عقب استاندارد و گام به عقب مقاوم که در قسمت‌های قبل ارائه شد، بر روی فضاپیمایی با ارتفاع ۶۵۰ کیلومتر و ممان‌های اینرسی $J_1=3$ kg-m^2، $J_2=3$ و $J_3=2$ پیاده‌سازی می‌شود. فرکانس طبیعی و ضریب دمپینگ در فیلتر فرمان بکار رفته در هر دو حالت سیگنال مرجع ثابت و سیگنال مرجع سینوسی به ترتیب برابر با ۲ و ۰/۵ در نظر گرفته شدند. همچنین در یکی از حالات شبیه‌سازی، عدم قطعیت در ماتریس اینرسی فضاپیما در نظر گرفته شده است. در این حالت از شبیه‌سازی همان طور که در بخش قبل توضیح داده شد، ماتریس ممان اینرسی مدل شده با ماتریس ممان اینرسی واقعی فضاپیما متفاوت است. این ماتریس اینرسی مدل شده در رابطه (۸۰) آمده است که بیانگر ۵۰ درصد خطا در ممان‌های اینرسی اول و دوم و ۶۰ درصد خطا در ممان اینرسی سوم است. نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های (۳) تا (۳۸) ارائه‌شده‌اند.

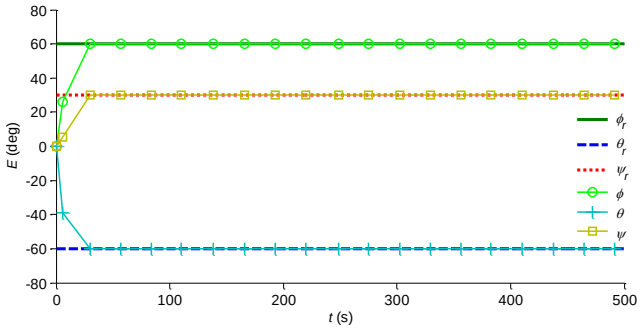
$$J_0=\begin{bmatrix}1.5 & 0.8 & 1.2\\ 0.8 & 1.5 & -0.8\\ 1.2 & -0.8 & 3.2\end{bmatrix} \qquad (۸۰)$$

این شبیه‌سازی با دو نوع سیگنال مرجع متفاوت انجام شده است. سیگنال مرجع اول ثابت و سیگنال مرجع دوم یک سیگنال سینوسی است. شبیه‌سازی‌ها برای هر کدام از این سیگنال‌های مرجع در دو حالت انجام گرفته است. در حالت اول از اغتشاشات صرف‌نظر شده و در حالت دوم عدم قطعیت در ماتریس اینرسی در نظر گرفته شده است. همچنین شبیه‌سازی مربوط به هر دو سیگنال مرجع در ۵۰۰ ثانیه انجام گرفته است. ابتدا به بررسی نتایج مربوط به تعقیب سیگنال مرجع ثابت پرداخته می‌شود.

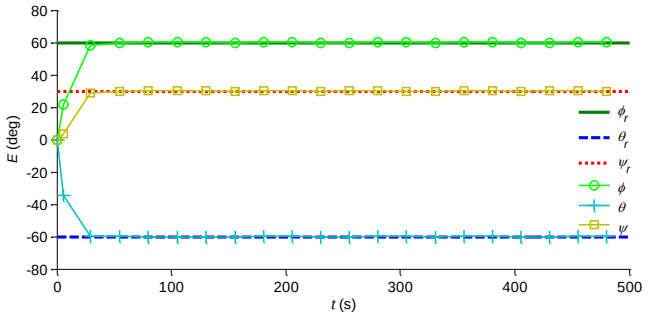
همانطور که از شکل ۳ پیداست، فضاپیما با استفاده از کنترلری که از روش گام به عقب استاندارد بدست آمده است قادر به تعقیب سیگنال مرجع است.همچنین این اتفاق در حالت گام به عقب مقاوم نیز صورت می‌گیرد و همانطور که از شکل ۴مشاهده می‌شود کنترلری که با روش گام به عقب مقاوم طراحی گردید باعث تعقیب وضعیت فضاپیما می‌شود. محورهای عمودی این دو نمودار که با حرف E نشان داده شده‌اند، نشان‌دهنده زوایای اولر می‌باشند.

در شکل‌های ۵تا ۸ به ترتیب شاهد سرعت‌های زاویه‌ای در دو حالت گام به عقب استاندارد و گام به عقب مقاوم و گشتاور کنترلی در این دو حالت هستیم. همانطور که مشاهده می‌شود، در هر دو حالت گام به عقب استاندارد و مقاوم پس از حدود ۴۰ ثانیه سرعت‌های زاویه‌ای بر سیگنال‌های فیلتر شده‌شان کاملاً منطبق می‌شوند. در نمودار تلاش کنترلی در شکل‌های ۷ و ۸ شاهد هستیم که گشتاور کنترلی در هر دو حالت گام به عقب استاندارد و گام به عقب مقاوم بسیار کم و نزدیک به صفر است. اما در ثانیه‌های ابتدایی این گشتاور کنترلی نسبتاً زیاد است که این امر به این دلیل است که شرایط اولیه برای بردارهای وضعیت فضاپیما صفر در نظر گرفته شده است درحالی‌که سیگنال مرجع از صفر شروع نمی‌شود. بنابراین در لحظات اولیه برای اینکه بردارهای وضعیت فضاپیما سریعاً به سیگنال‌های مرجع برسند کنترلر تلاش نسبتاً زیادی انجام می‌دهد. به منظور نمایش این میزان گشتاور کنترلی در مقیاسی بهتر، نمودار گشتاورهای کنترلی در حالت‌های گام به عقب استاندارد و مقاوم در ۵۰ ثانیه ابتدایی شبیه‌سازی به ترتیب در شکل‌های ۹ و ۱۰ رسم شده‌اند.

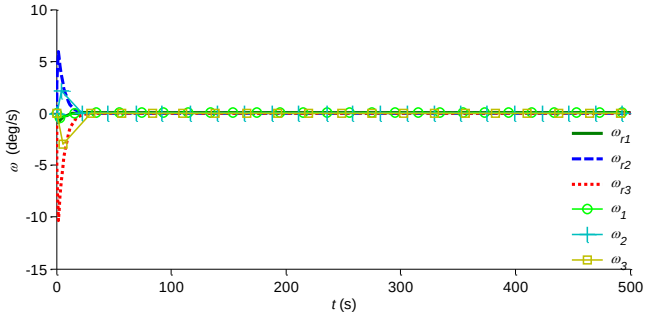
شکل‌های ۱۱ و ۱۲ خطای تعقیب وضعیت فضاپیما را نشان می‌دهند. عبارت E_e که نشان‌دهنده محور عمودی این نمودارهاست، بیانگر خطای تعقیب بر حسب زوایای اولر است. همانطور که از این دو شکل پیداست، در هر دو حالت گام به عقب استاندارد و گام به عقب مقاوم تعقیب به خوبی صورت می‌گیرد و خطای تعقیب در هر دوی این روش‌ها نزدیک به صفر است.



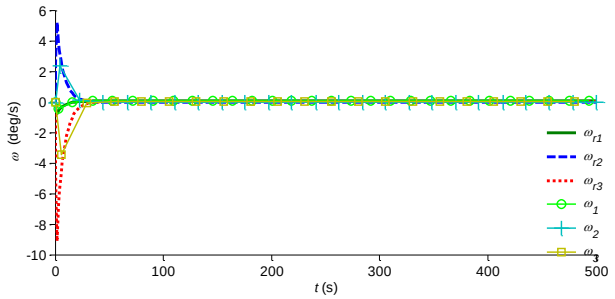
شکل ۳ تعقیب سیگنال مرجع ثابت در حالت نامی با استفاده از گام به عقب استاندارد



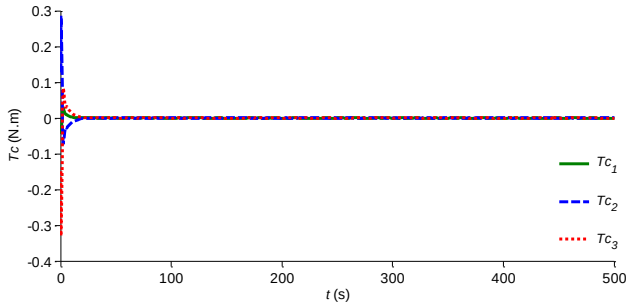
شکل ۴ تعقیب سیگنال مرجع ثابت در حالت نامی با استفاده از گام به عقب مقاوم



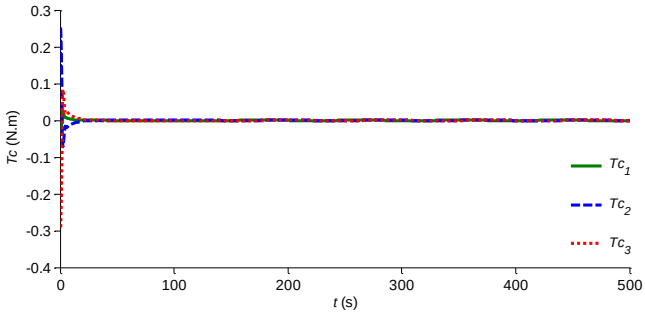
شکل ۵ سرعت‌های زاویه‌ای فضاپیما در حالت نامی با استفاده از گام به عقب استاندارد



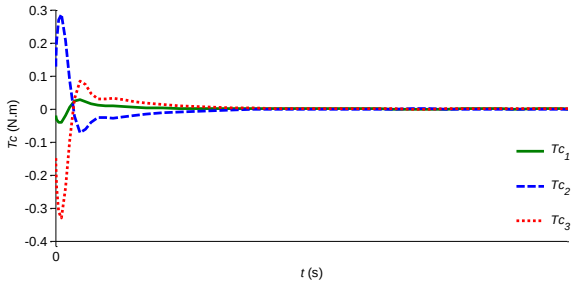
شکل ۶ سرعت‌های زاویه‌ای فضاپیما در حالت نامی با استفاده از گام به عقب مقاوم



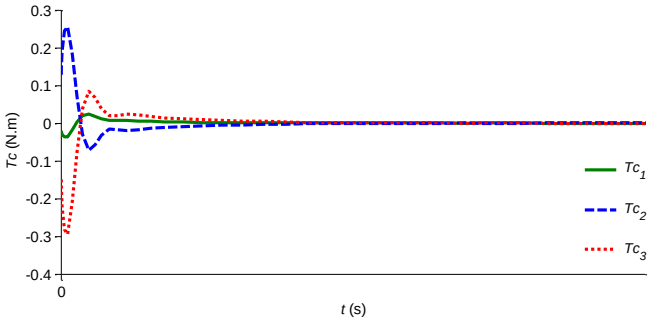
شکل ۷ گشتاور کنترلی فضاپیما در حالت نامی با استفاده از گام به عقب استاندارد



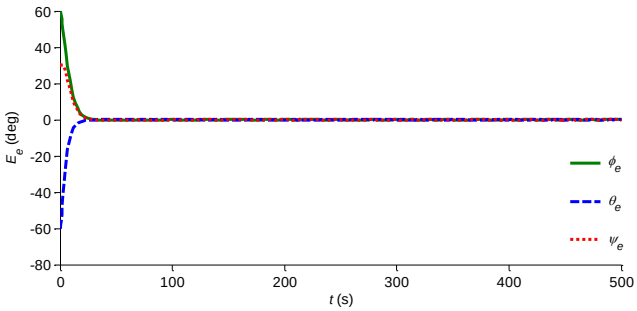
شکل ۸ گشتاور کنترلی فضاپیما در حالت نامی با استفاده از گام به عقب مقاوم



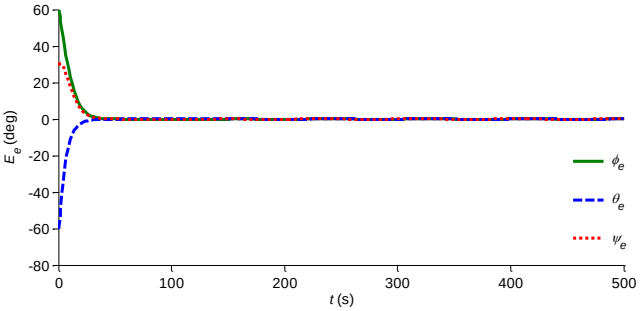
شکل ۹ گشتاور کنترلی فضاپیما در حالت نامی با استفاده از گام به عقب استاندارد در ۵۰ ثانیه اول شبیه‌سازی



شکل ۱۰ گشتاور کنترلی فضاپیما در حالت نامی با استفاده از گام به عقب مقاوم در ۵۰ ثانیه اول شبیه‌سازی



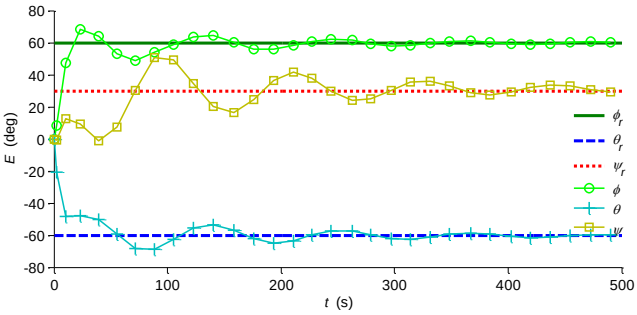
شکل ۱۱ خطای تعقیب وضعیت فضاپیما در حالت نامی با استفاده از گام به عقب استاندارد



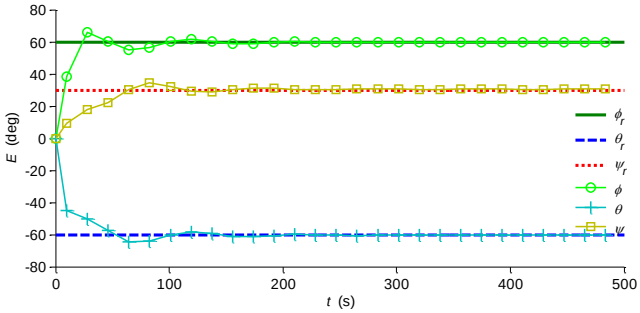
شکل ۱۲ خطای تعقیب وضعیت فضاپیما در حالت نامی با استفاده از گام به عقب مقاوم

اکنون عدم قطعیت در ماتریس ممان‌های اینرسی فضاپیما نیز در نظر گرفته می‌شود. همانطور که از شکل‌های ۱۳ و ۱۴ پیداست، تعقیب در حالت گام به عقب مقاوم بهتر از حالت گام به عقب استاندارد عمل می‌کند.

شکل‌های ۱۵ تا ۱۸ نیز به ترتیب سرعت‌های زاویه‌ای و گشتاور کنترلی را نمایش می‌دهند. همچنین به منظور نمایش میزان گشتاور کنترلی در مقیاسی بهتر، نمودار گشتاورهای کنترلی در حالت‌های گام به عقب استاندارد

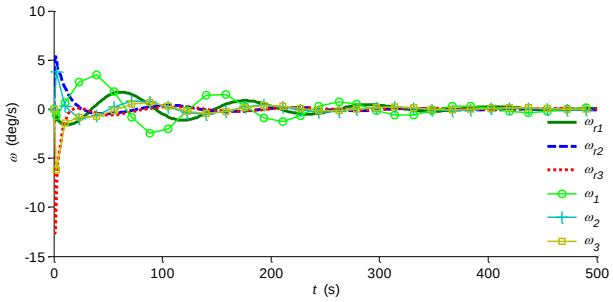


شکل ۱۳ تعقیب سیگنال مرجع ثابت در حضور عدم قطعیت در ماتریس اینرسی با استفاده از گام به عقب استاندارد

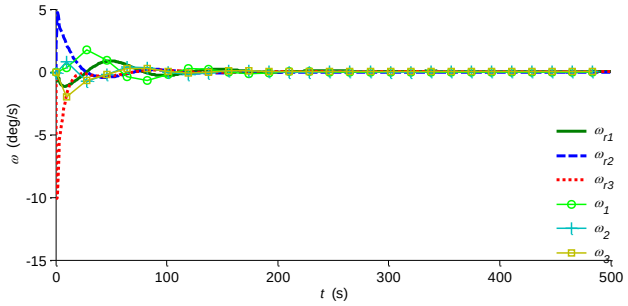


شکل ۱۴ تعقیب سیگنال مرجع ثابت در حضور عدم قطعیت در ماتریس اینرسی با استفاده از گام به عقب مقاوم

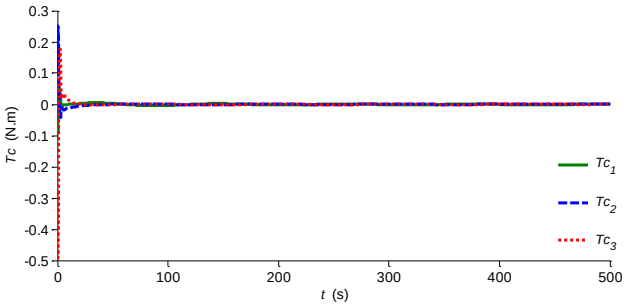
و مقاوم در ۵۰ ثانیه ابتدایی شبیه‌سازی به ترتیب در شکل‌های ۱۹ و ۲۰ رسم شده‌اند.در شکل‌های۲۱ و ۲۲ خطاهای تعقیب وضعیت در دو حالت گام به عقب استاندارد و گام به عقب مقاوم مشاهده می‌شوند. با توجه به این دو نمودار کاملاً مشخص است که کنترلر طراحی شده توسط روش گام به عقب مقاوم خطای کمتری را نسبت به کنترل طراحی شده توسط روش گام به عقب استاندارد نتیجه می‌دهد. این تفاوت به دلیل اضافه شدن ترم دمپینگ غیرخطی در روش گام به عقب مقاوم و بالا بردن خاصیت مقاومت آن در برابر عدم قطعیت‌ها است.



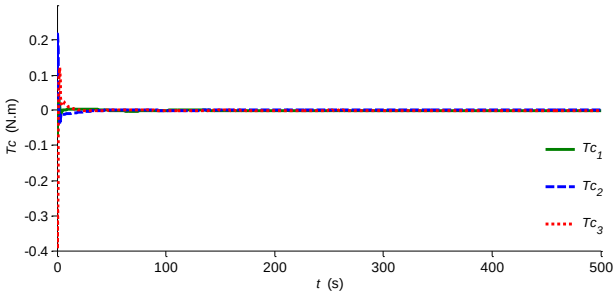
شکل ۱۵ سرعت‌های زاویه‌ای فضاپیما در حضور عدم قطعیت در ماتریس اینرسی با استفاده از گام به عقب استاندارد



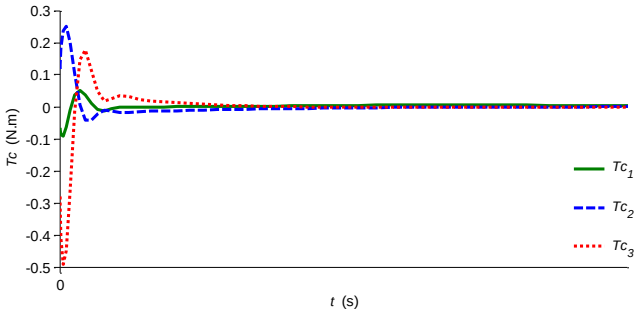
شکل ۱۶ سرعت‌های زاویه‌ای فضاپیما در حضور عدم قطعیت در ماتریس اینرسی با استفاده از گام به عقب مقاوم



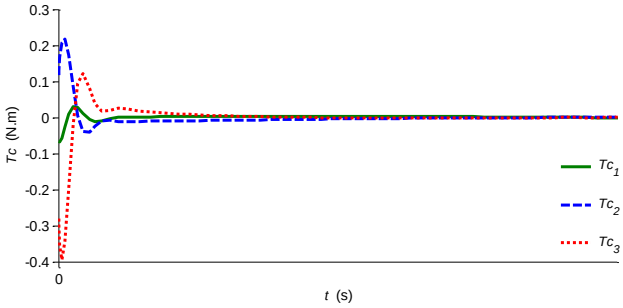
شکل ۱۷ گشتاور کنترلی فضاپیما در حضور عدم قطعیت در ماتریس اینرسی با استفاده از گام به عقب استاندارد



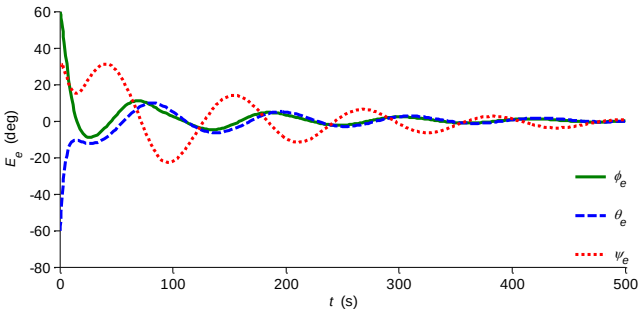
شکل۱۸ گشتاور کنترلی فضاپیما در حضور عدم قطعیت در ماتریس اینرسی با استفاده از گام به عقب مقاوم



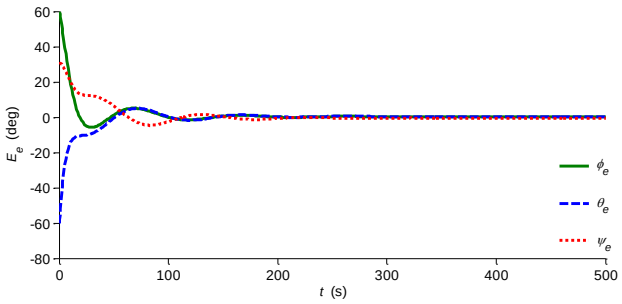
شکل ۱۹ گشتاور کنترلی فضاپیما در حضور عدم قطعیت در ماتریس اینرسی با استفاده از گام به عقب استاندارد در ۵۰ ثانیه اول شبیه‌سازی



شکل ۲۰ گشتاور کنترلی فضاپیما در حضور عدم قطعیت در ماتریس اینرسی با استفاده از گام به عقب مقاوم در ۵۰ ثانیه اول شبیه‌سازی



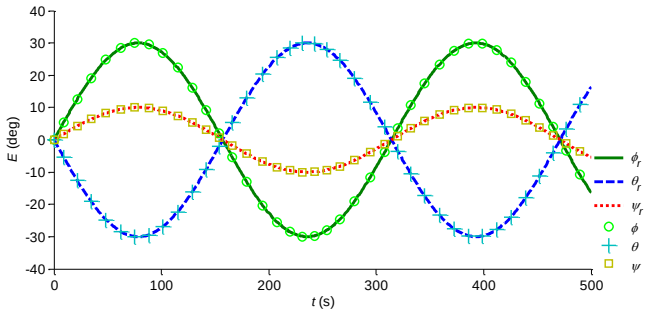
شکل ۲۱ خطای تعقیب وضعیت فضاپیما در حضور عدم قطعیت در ماتریس اینرسی با استفاده از گام به عقب استاندارد



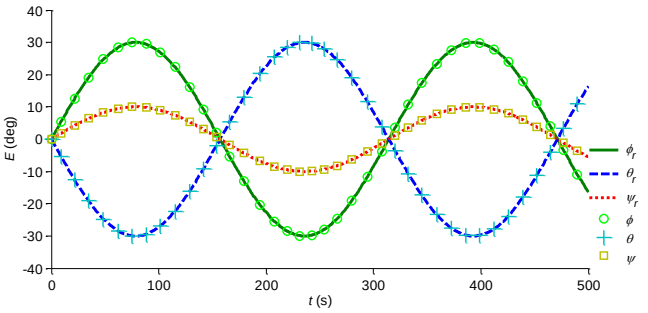
شکل ۲۲ خطای تعقیب وضعیت فضاپیما در حضور عدم قطعیت در ماتریس اینرسی با استفاده از گام به عقب مقاوم

اکنون به بررسی تعقیب سیگنال مرجع سینوسی در دو روش گام به عقب استاندارد و مقاوم و در دو حالت حضور و عدم حضور عدم قطعیت در ماتریس اینرسی فضاپیما پرداخته می‌شود. شکل‌های ۲۳ و ۲۴ تعقیب وضعیت در حالت نامی را نشان می‌دهند. همانطور که مشاهده می‌شود، در هر

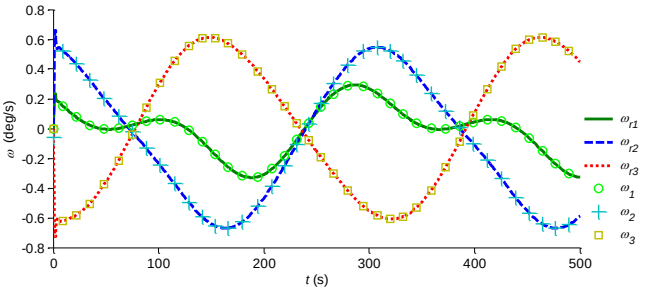
دو روش گام به عقب استاندارد و گام به عقب مقاوم، تعقیب سیگنال مرجع به خوبی صورت گرفته است. شکل‌های ۲۵ تا ۲۸ به ترتیب نشان‌دهنده سرعت‌های زاویه‌ای و گشتاور کنترلی فضاپیما در حالت‌های گام به عقب استاندارد و گام به عقب مقاوم می‌باشند. همانطور که مشاهده می‌شود، مقادیر گشتاورهای کنترلی در دو حالت استاندارد و مقاوم از روش گام به عقب تقریباً به یک اندازه است.



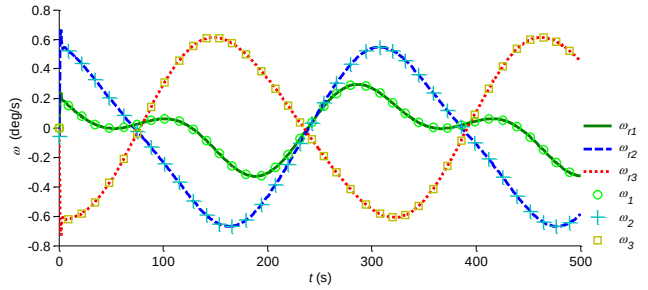
شکل ۲۳ تعقیب سیگنال مرجع سینوسی در حالت نامی با استفاده از گام به عقب استاندارد



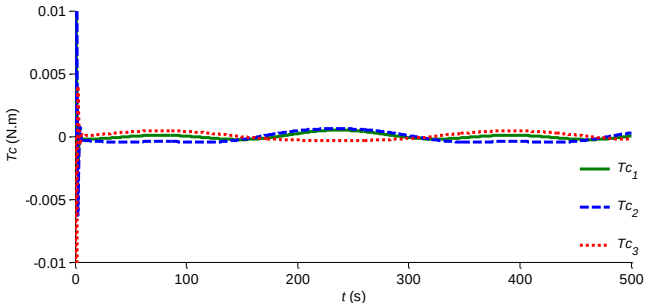
شکل ۲۴ تعقیب سیگنال مرجع سینوسی در حالت نامی با استفاده از گام به عقب مقاوم



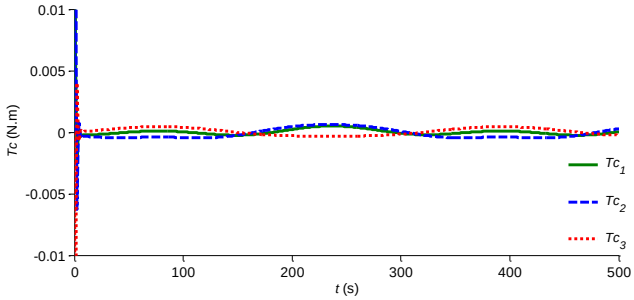
شکل ۲۵ سرعت‌های زاویه‌ای فضاپیما در حالت نامی با استفاده از گام به عقب استاندارد



شکل ۲۶ سرعت‌های زاویه‌ای فضاپیما در حالت نامی با استفاده از گام به عقب مقاوم



شکل ۲۷ گشتاور کنترلی فضاپیما در حالت نامی با استفاده از گام به عقب استاندارد

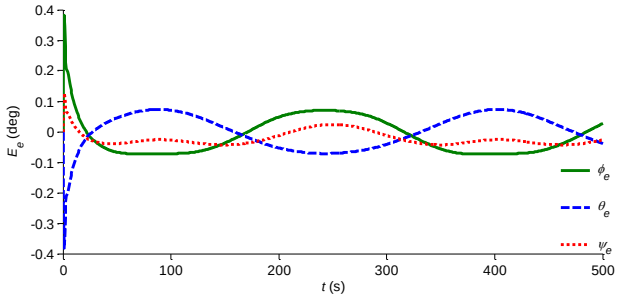


شکل ۲۸ گشتاور کنترلی فضاپیما در حالت نامی با استفاده از گام به عقب مقاوم

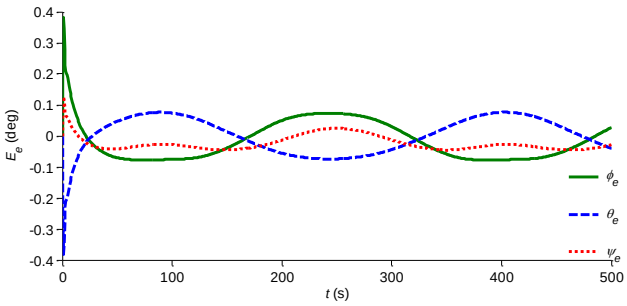
شکل‌های ۲۹ و۳۰نشان‌دهنده میزان خطای تعقیب در حالت نامی می‌باشند. با توجه به این دو شکل مشاهده می‌شود که در هر دوی این روش‌ها، میزان خطا کمتر از ۰/۱ درجه است. در دو شکل ۳۱ و ۳۲ نمودار تعقیب وضعیت فضاپیما با عدم قطعیت در ماتریس اینرسی نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که هر دو روش گام به عقب استاندارد و گام به عقب مقاوم توانسته‌اند کنترلری طراحی کنند که فضاپیما بتواند سیگنال مرجع سینوسی را در حضور عدم قطعیت در ماتریس ممان‌های اینرسی‌اش تعقیب کند. شکل‌های ۳۳ تا ۳۶ نیز به ترتیب نشان‌دهنده سرعت‌های زاویه‌ای و گشتاور کنترلی فضاپیما هستند. میزان گشتاور کنترلی در هر دو روش گام به عقب استاندارد و مقاوم تقریباً به یک اندازه است. میزان خطای تعقیب در شکل‌های۳۷ و ۳۸ آمده است. مشاهده می‌شود که در روش گام به عقب مقاوم کنترلر طراحی شده به دلیل خاصیت مقاومت در برابر عدم قطعیت‌ها عملکرد بهتری دارد و خطای تعقیب در حالت گام به عقب مقاوم کمتر از ۰/۵ درجه است درحالی‌که این عدد در حالت گام به عقب استاندارد حدود ۱ درجه است.

۷- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

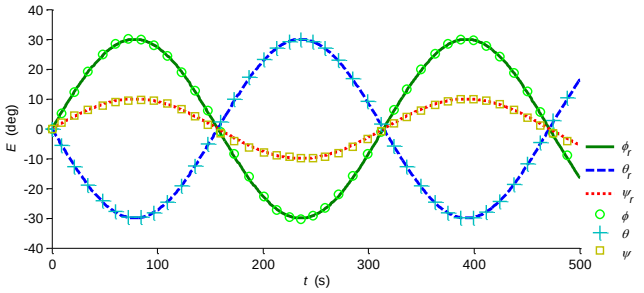
با مشاهده نتایج شبیه‌سازی‌های انجام شده می‌توان به دقت بالای روش



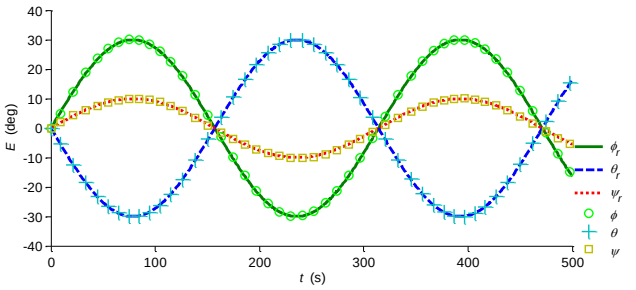
شکل ۲۹ خطای تعقیب وضعیت فضاپیما در حالت نامی با استفاده از گام به عقب استاندارد



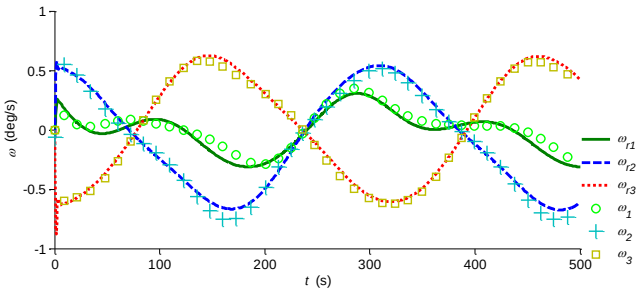
شکل ۳۰ خطای تعقیب وضعیت فضاپیما در حالت نامی با استفاده از گام به عقب مقاوم



شکل ۳۱ تعقیب سیگنال مرجع سینوسی در حضور عدم قطعیت در ماتریس اینرسی با استفاده از گام به عقب استاندارد

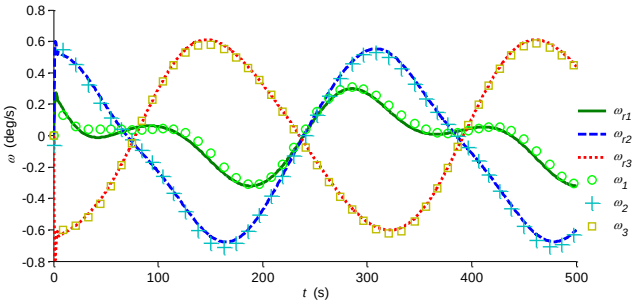


شکل ۳۲ تعقیب سیگنال مرجع سینوسی در حضور عدم قطعیت در ماتریس اینرسی با استفاده از گام به عقب مقاوم

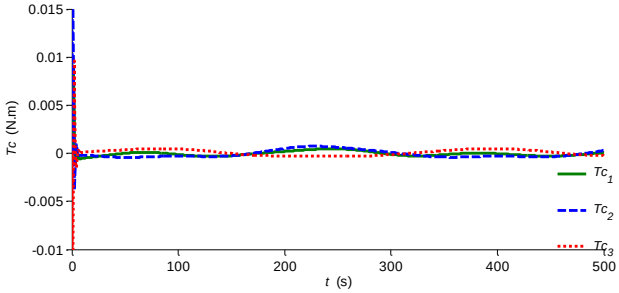


شکل ۳۳ سرعت‌های زاویه‌ای فضاپیما در حضور عدم قطعیت در ماتریس اینرسی با استفاده از گام به عقب استاندارد

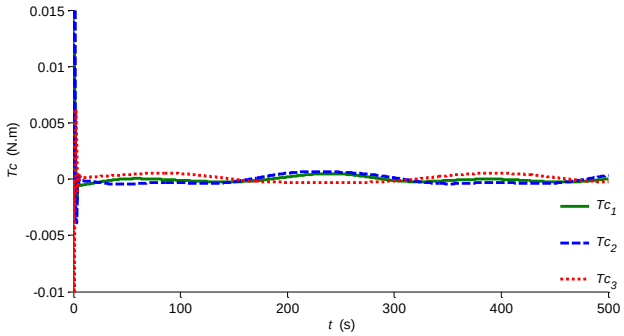
کنترل غیرخطی گام به عقب پی برد. با توجه به نمودارهای ارائه‌شده مشاهده می‌شود که هر دو کنترلر طراحی شده توسط روش‌های گام به عقب استاندارد و مقاوم، تعقیب سیگنال‌های مرجع ثابت و سینوسی توسط فضاپیما را با دقت بالایی نتیجه دادند. کنترلرهای طراحی شده توسط این دو روش در حضور عدم قطعیت در ماتریس اینرسی نیز عملکرد خوبی را از خود نشان دادند. از آنجایی که در روش گام به عقب مقاوم یک ترم دمپینگ غیرخطی به منظور بالا بردن مقاومت کنترلر در برابر اغتشاشات و عدم قطعیت‌ها در طراحی کنترلر اضافه شد، شاهد خطای کمتر و تعقیب بهتر در این روش نسبت به روش گام به عقب استاندارد در حالت حضور عدم قطعیت در ماتریس اینرسی



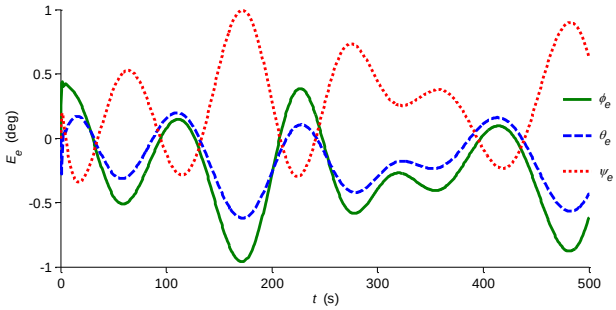
شکل ۳۴سرعت‌های زاویه‌ای فضاپیما در حضور عدم قطعیت در ماتریس اینرسی با استفاده از گام به عقب مقاوم



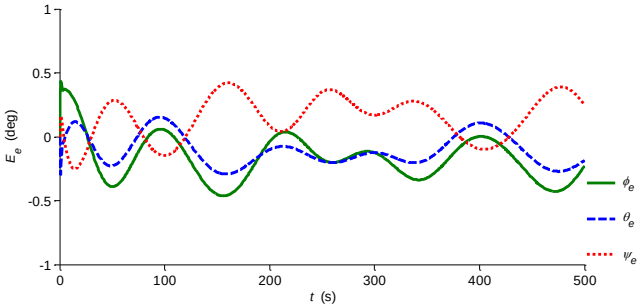
شکل ۳۵ گشتاور کنترلی فضاپیما در حضور عدم قطعیت در ماتریس اینرسی با استفاده از گام به عقب استاندارد



شکل ۳۶ گشتاور کنترلی فضاپیما در حضور عدم قطعیت در ماتریس اینرسی با استفاده از گام به عقب مقاوم



شکل ۳۷ خطای تعقیب وضعیت فضاپیما در حضور عدم قطعیت در ماتریس اینرسی با استفاده از گام به عقب استاندارد



شکل ۳۸ خطای تعقیب وضعیت فضاپیما در حضور عدم قطعیت در ماتریس اینرسی با استفاده از گام به عقب مقاوم

بودیم. علاوه بر این، مشاهده شد که هیچ‌گونه ناپایداری در نتایج شبیه‌سازی وجود ندارد و همچنین برخلاف روش کنترلی مد لغزشی، پدیده چترینگ در نمودارها مشاهده نمی‌شود که این مورد یکی از مزایای کنترل گام به عقب نسبت به کنترل مد لغزشی است. بنابراین با توجه به نتایج شبیه‌سازی می‌توان نتیجه گرفت که روش کنترل گام به عقب مقاوم برای سیستم‌های غیرخطی‌ای که به فرم پسخوردصریح هستند، حتی در حضور عدم قطعیت نیز دارای دقت بسیار خوبی است. همچنین روش گام به عقب قابلیت تطبیقی نیز دارد، به این معنی که می‌توان قانون تطبیق و تخمین پارامتر را به آن اضافه کرد و به عنوان مثال گشتاور اغتشاشی ناشی از عدم قطعیت ذکرشده در ماتریس اینرسی را با استفاده از قانون تطبیق اضافه‌شده تخمین زد.

۸- مراجع

[1] J.Zhou, C.Wen, *Adaptive Backstepping Control of Uncertain Systems*. Springer, 2008.

[2] M.Krstić, I. Kanellakopoulos, P. Kokotović, *Nonlinear and adaptive control design*. Wiley, 1995.

[3] K. J. Astrom, B.Wittenmark, *Adaptive Control*, Addison-Wesley Publishing Company, 1995.

[4] M. Liu, S.Xu, C. Han,'' Backstepping Adaptive Attitude Tracking Control of Flexible Spacecraft,*Electrical and Control Engineering (ICECE)*, pp. 2034-2037, IEEE, 2011.

[5] B. Cong, Xi. Liu and Z. Chen, Backstepping based adaptive sliding mode control for spacecraft attitude maneuvers. *UKACC International Conference on Control*, Beijing, China,2012.

[6] A. Ghaffari, A. A. Esmaili, M. Nikkhah-Bahrami, Flight Control, Using A Modified Backstepping Approach and a Non-Linear Observer, *EmamHossein Aerospace Mechanics Journal*, Volume. 2, No. 1, pp. 55-67, 2006. (In Persian)

[7] S. H. Sadati, M.B. Menhaj, M. Sabzeparvar, Nonlinear Adaptive Flight Control By Using Backstepping and Neural Network, *Sharif Mechanical Engineering Journal*, No. 38, pp. 51-58, 2007. (In Persian)

[8] M. D. Shuster, A Survey of Attitude Representations, *The Journal of The Astronautical Sciences*, Vol. 41, No. 4, pp. 439-517, 1993.

[9] K.Groÿekatthöfer, Z. Yoon, *Introduction into quaternions for spacecraft attitude representation*, 2012.

[10] C.Bruccoleri, D. J. Lee, D.Mortari, Single-Point Optimal Attitude Determination Using Modified Rodrigues Parameters,*Paper AAS 05-459 of the "Malcolm D. Shuster" Astrodynamics Symposium, Grand Island*, June 13–15, 2005.

[11] C.Bruccoleri, D.Mortari, MRAD: Modified rodrigues vector Attitude determination,*The Journal of the Astronautical Sciences*, Volume 54, Issue 3-4, pp. 383-390, 2006.

[12] J. L. Crassidis, F. L. Markley, *Attitude Estimation Using Modified Rodrigues Parameters*,

[13] M. J. Sidi, Spacecraft Dynamics and Control, *Cambridge University Press*, 1997.

[14] J. E. Slotine, W. Li., *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall, 1991.

[15] H. k. khalil, *Nonlinear Systems*, Prentice Hall, 3rd Edition, 2002.

[16] K. S. Kim, Y. Kim, Robust backstepping control for slew maneuver using nonlinear tracking function, *Control Systems Technology*, *IEEE Transaction on*, Volume 11, Issue 6, pp. 822-829, 2004.

[17] J. A. Farell, M. Polycarpou, M. Sharma, W. Dong, Command Filtered Backstepping, *American Control Conference*,Seattle, Washington, USA, 2008.

[18] J.A.Farell,M.Polycarpou, M.Sharma, W. Dong, Command Filtered Backstepping, *Automatic Control, IEEE Transaction on*, Volume 54, Issue 6, pp. 1391-1395, 2009.