مجله مهندسی مکانیک مدرس، فوق‌العاده اسفند 1393، دوره 14، شماره 16، ص‌ص 190-200

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

بهینه‌سازی سازه‌های پوسته‌ای با شکل دلخواه، تحت قید تنش و با به کارگیری توابع بی - اسپلاین

فروغ عباسی پریزد[1]، بهروز حسنی [2*]،حسین قاسم نژاد مقری[3]

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران
2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران
3- دانشجوی دکتری، مهندسی عمران، دانشگاه شاهرود
*مشهد، صندوق پستی 91775-1111، b_hassani@um.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 12 خرداد 1393
پذیرش: 17 شهریور 1393
ارائه در سایت: 17 آبان 1393

کلید واژگان:
بهینه‌سازی شکل
پوسته‌های با شکل دلخواه
المان پوسته ویلسون
اجزای محدود
توابع بی- اسپلاین

چکیده

بهینه‌سازی شکل سازه‌های پوسته‌ای با توابع هدف و قیود مختلف از جمله قید تنش موضوع این مقاله است. برای مدل‌سازی شکل از توابع بی- اسپلاین استفاده شده است که امکان تولید هندسه هموار با هر شکل دلخواه را به کمک تعداد کمی از پارامترها فراهم ساخته و متغیرهای طراحی مسئله بهینه‌سازی را تشکیل می‌دهند. برای تحلیل سازه از روش اجزای محدود با المان پوسته چهار گرهی ویلسون استفاده شده است. برای یافتن شکل بهینه، در هر گام از مسئله بهینه‌سازی مراحل تولید شبکه اجزای محدود، تحلیل سازه، تحلیل حساسیت و به هنگام کردن مدل هندسی، به طور متوالی تا حصول همگرایی انجام می‌شود. بیشینه کردن سختی سازه با قید حجم مصالح و نیز کمینه‌سازی وزن سازه با در نظر گرفتن تنش فون میزس به عنوان قید از جمله مسائل طرح شده در این مقاله هستند. در هر دو نوع مسائل مختصه قائم نقاط کنترلی توابع بی اسپلاین به عنوان متغیر طراحی در نظر گرفته شده است و از روش برنامه‌ریزی ترتیبی درجه دوم (SQP) برای حل مسئله بهینه‌سازی استفاده شده است. از آنجا که استفاده از این روش مستلزم مشخص بودن مقادیر مشتقات توابع هدف و قید در مسئله بهینه‌سازی است، در هر گام، تحلیل حساسیت به روش تفاضل‌های محدود انجام شده است. شکل‌های هموار حاصل از بهینه‌سازی و نیز نمودارهای همگرایی تابع هدف مثال های ارائه شده، نشان‌دهنده کارایی روش پیشنهادی در بهینه‌سازی شکل سازه‌های پوسته‌ای می‌باشد.

Optimization of free form shells under stress constraint and using B-Spline functions

Frough Abbasi Parizad[1], Behrooz Hassani[2*], Hossein GhasemnejadMoghari[3]

1- Department of Aerospace Engineering, Ferdowsi University, Mashhad, Iran
2- Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University, Mashhad, Iran
3- Department of Civil Engineering , Shahrood University, Shahrood, Iran
*P.O.B. 91775-1111, Mashhad, b_hassani@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 02 June 2014
Accepted 08 September 2014
Available Online 08 November 2014

Keywords:
Shape optimization
Free form shell
Wilson element
Finite element method
B-Spline

ABSTRACT

Shape optimization of free form shell structures with different objective and constraint functions including the stress constraint is the subject of this article. To construct the geometry B-Splines are employed that allow generating smooth free form geometries with a small number of parameters which are considered as the design variables of the optimization problem. For analysis, the finite element method, by using the Wilson's quad shell element is employed. For shape optimization, in each step of the optimization process the mesh generation, finite element analysis, sensitivity analysis and geometry update steps are repeated until convergence. Maximization of the stiffness of structure with volume constraint and the minimization of the weight of structure with the von Misses stress constraint are the problems addressed in this article. In both kinds of problems applicates of the control points is considered as the design variables of the shape optimization problem and the sequential quadratic programming (SQP) is employed to solve the optimization problem. Since in this approach the derivatives of the objective and constraint functions are required, the sensitivity analysis is carried out in each step by the finite difference method. The quality and smoothness of the obtained results together with the convergence graphs of the presented examples are indicative of the usefulness and efficiency of the proposed approach for shape optimization of shell structures.

1- مقدمه

بهینه‌سازی علمی است که در شاخه‌های مختلف علوم مورد استفاده قرار می‌گیرد. یکی از کاربردهای بهینه‌سازی، بهینه‌سازی شکل سازه است. دراین نوع مسائل، هدف پیدا کردن توزیع بهینه ماده بر اساس مطالبات مورد نظر از سازه می‌باشد.مروری بر اولین کارهای صورت گرفته در بهینه‌سازی شکل را می‌توان در آثار هافتکا و گرندهی [1]، دینگ[2]،اولهوف و روزوانی [3] یافت.

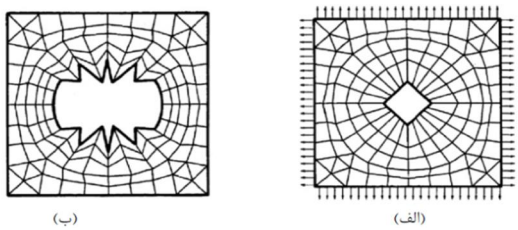
برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:
F. Abbasi Parizad, B. Hassani, H. GhasemnejadMoghari, Optimization of free form shells under stress constraint and using B-Spline functions, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 16, pp. 190-200, 2015 (In Persian)

در بهینه‌سازی شکل، توپولوژی سازه ثابت باقی می‌ماند، در حالی که مختصات متغیرهای طراحی برای رسیدن به شکل بهینه تغییر می‌کنند. نحوه انتخاب متغیرهای طراحی مسئله بهینه‌سازی تأثیر مستقیمی بر کیفیت شکل بهینه دارد. در اولین تحقیقات انجام شده توسطزینکویچ و کمپبل[4]، مختصات گره‌های اجزای محدود که بر روی مرزها قرار داشتند، به عنوان متغیرهای طراحی مسئله بهینه‌سازی در نظر گرفته می‌شدند. با وجودی که نتایج اولیه برای این روش مناسب بود، اما دو اشکال اصلی در این روش وجود داشت؛ تعداد زیاد متغیرهای طراحی و زبری شدید مرزهای بهینه شده. بدین ترتیب این روش برای مسائلی که دارای تعداد المان‌های زیاد و یا مرزهای پیچیده‌ای بودند به سرعت کارایی خود را از دست داد؛ چرا که حل مسئله بهینه‌سازی به این روش مستلزم استفاده از کامپیوترهای قوی‌تر و الگوریتم‌های پیچیده‌تری بود. به عنوان مثال در شکل 1 مشکلات این روش در بهینه کردن وزن یک صفحه با حفره میانی نشان داده شده است. در این مسئله محدودیت تنش‌ها به عنوان قید در نظر گرفته شده است. جواب مسئله به صورت شکل سمت چپ می‌باشد که غیرواقعی است. این مشکل به دلیل جابه‌جایی مستقل گره‌ها در مرز سازه به وجود می‌آید که در نهایت باعث به وجود آمدن مرزهای زیگزاگی شده است. به علاوه استفاده از گره‌های مرزی به عنوان متغیرهای طراحی، بهینه‌سازی را به شدت به نحوه شبکه‌بندی وابسته می‌سازد و در نهایت منجر به افزایش تعداد متغیرهای طراحی می‌شود. برای رفع این مشکل می‌توان از یک سری محدودیت‌ها بین گره‌ها استفاده نمود. البته این کار پیچیدگی مسئله بهینه‌سازی را بیشتر می‌سازد.

به منظور برطرف کردن این مشکل، اوزاکا در سال 1993 از چندجمله‌ای‌های جبری استفاده نمود[5]. بدین ترتیب که ضرایب چندجمله‌ای به عنوان متغیرهای طراحی مسئله در نظر گرفته می‌شد. در نتیجه تعداد متغیرهای طراحی کاهش می‌یافت. اما استفاده از چندجمله‌ای‌های با درجات بالاتر امکان بروز ناپایداری عددی و نوسان در شکل سازه را به همراه داشت. بدین ترتیب محققین با توجه به پیشرفت‌های علم هندسه، روش‌های جدیدتری را برگزیدند. بریبنت و فلوری نشان دادند که به منظور بهینه‌سازی شکل، استفاده از منحنی‌های بزیر و بی‌اسپلاین بسیار مناسب است [6]. در این روش مرزهای سازه با استفاده از اسپلاین‌ها مدل‌سازی می‌شود. استفاده از اسپلاین‌ها سبب می‌شود تا بتوان با تعداد کمی از متغیرهای طراحی، شکل‌های پیوسته ایجاد نمود. طبیعت پارامتریک مدل طراحی امکان کنترل شکل سازه را از طریق بهبود محل قرارگیری نقاط کنترلی ایجاد می‌کند. استفاده از اسپلاین‌ها در بهینه‌سازی شکل سازه های پوسته‌ای را می‌توان در کارهای لین و چائو [7]، موته و رم [8]، آنسولا و همکاران [9]، حسنی و همکاران [10]،کای و همکاران [11]و ماک [12] مرور کرد.

در بسیاری از مسائل طراحی بهینه شکل سازه‌های پوسته‌ای از انرژی کرنشی به عنوان تابع هدف استفاده شده است [۱۳-۱۷]. در این مسائل با



شکل 1 (الف) طرح اولیه (ب) طرح نهایی [6]

استفاده از مقدار مشخصی از مصالح، شکل بهینه سخت‌ترین سازه به دست می‌آید؛ در حالی که هیچ کنترلی بر مقادیر تنش که یکی از معیارهای مهم طراحی است انجام نمی‌شود. در تحقیق حاضر این موضوع مورد بررسی قرار گرفته است و مسائل بهینه‌سازی از هر دو نوع مورد بررسی قرار گرفته‌اند. به این منظور دسته‌ای از مسائل با قید تنش و کمینه‌سازی وزن مورد بررسی قرار گرفته است. در این مسائل معیار تنش فون میزس به عنوان قید طراحی در مسئله بهینه سازی در نظر گرفته شده و وزن حداقل سازه با در نظر گیری این قیود به دست آمده است.

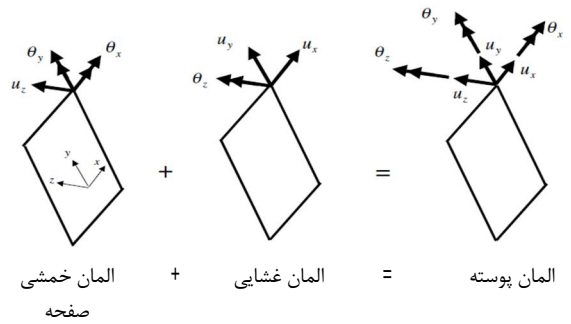
به منظور تولید هندسه سازه‌های پوسته‌ای با فرم دلخواه از توابع بی- اسپلاین استفاده شده است و مختصه قائم نقاط کنترلی سطوح بی- اسپلاین به عنوان متغیرهای طراحی مسئله بهینه‌سازی در نظر گرفته شده‌اند.

در اولین مرحله از گام‌های بهینه‌سازی، شکل سازه پوسته‌ای به کمک توابع بی-اسپلاین تولید می‌شود. در مرحله بعد، شبکه مورد نظر با استفاده از الگوریتم‌های خاص در ساخت شبکه‌بندی اجزای محدود، تولید می‌شود. در نهایت مسئله به روش اجزای محدود تحلیل شده و در مرحله نهایی بهینه‌سازی انجام می‌شود. این روند آن قدر تکرار می‌شود تا تابع هدف مورد نظر تحت توابع قید اعمال شده به آن، اکسترمم شود.

به منظور تحلیل اجزای محدود سازه‌های پوسته‌ای با شکل دلخواه، از المان پوسته ویلسون استفاده شده است. المان ویلسون یک المان مسطح پوسته است و از برهم نهی المان خمشی صفحه کریشهف و المان غشایی با در نظر گرفتن درجه آزادی چرخشی θ_z تشکیل شده است (شکل2). این المان چهار گره دارد و هر گره آن دارای شش درجه آزادی می‌باشد[18]؛ سه درجه آزادی مربوط به حرکت خطی در سه راستا و سه درجه آزادی چرخشی حول سه محور، که به دلیل در نظر گرفتن درجه آزادی چرخشی حول محور z قادر به مدل‌سازی دقیق رفتار پوسته می‌باشد.

در تحقیق حاضر از روش برنامه ریزی ترتیبی درجه دو به منظور بهینه‌سازی شکل سازه‌های پوسته‌ای استفاده شده است. فرمول‌بندی این روش دقت و سرعت بهینه‌سازی را افزایش می‌دهد.

در بخش 2 این مقاله توابع بی اسپلاین تشریح شده است.بخش 3 به تحلیل اجزای محدود المان پوسته ویلسون اختصاص داده شده است.در بخش 4 تحلیل حساسیت ارائه شده است. در بخش 5 الگوریتم بهینه‌سازی توضیح داده شده است ودر بخش 6 به تعریف مسئله بهینه‌سازی پرداخته شده است. در این بخش توابع هدف و قید به همراه متغیرهای طراحی مسئله تعریف شده‌اند و توضیحاتی در موردروش برنامه‌ریزی ترتیبی درجه دوم ارائه شده است. در نهایت در بخش 7 مثال‌هایی مورد بررسی قرار گرفته‌اند و نتایج تشریح شده است.



شکل 2 شکل‌گیری المان مسطح پوسته [18]

2- توابع بی - اسپلاین

اسپلاین‌ها در واقع ابزاری ریاضی هستند که می‌توان به کمک آن‌ها با استفاده از اطلاعات اندکی منحنی‌ها و سطوح پیچیده را به صورت عددی مدل نمود. روش‌های متنوعی جهت تعریف توابع بی-اسپلاین‌ها وجود دارد[3].در این پژوهش از یکی از معمول‌ترین و پرکاربردترین توابع پایه جهت تعریف منحنی‌ها و سطوح پیچیده استفاده شده است.

فرض کنید که مجموعه $U = \{u_0, u_1, u_2, \dots, u_m\}$ دارای اعضایی باشد که در آن‌ها شرط $u_i \le u_{i+1}$, $i = 0,1,2,\dots m$ برقرار باشد. بردار U را بردار گره[1] و u_iها را گره[2]می‌نامند. در این صورت i امین تابع پایه بی-اسپلاین از درجهpبا$N_{i,p}(u)$ نشان داده می‌شود و به صورت رابطه(1) و (2) تعریف می‌گردد [19]:

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & \text{اگر } u_i \le u < u_{i+1} \\ 0 & \text{درغیراینصورت} \end{cases} \tag{1}$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i-p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p-1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \tag{2}$$

توجه شود که:

- در صورتی که در رابطه (2) تقسیم$\frac{0}{0}$ به وجود آید، برابر با صفر لحاظ می‌شود.
- بازه $[u_i, u_{i+1}]$یک دهانه گرهی نامیده می‌شود و می‌تواند دارای طول صفر باشد، زیرا گره‌ها لزوماً دارای مقادیر متمایز نمی‌باشند و استفاده از گره‌های تکراری در بردار گره‌ای مجاز می‌باشد.

برخی از خواص توابع پایه بی-اسپلاین، با فرض داشتن بردار گره $U = \{u_0, u_1, u_2, \dots, u_m\}$ و درجه p، به شرح زیر است. این خواص، تأثیرات زیادی در مشخصات منحنی‌ها و سطوح بی-اسپلاین خواهند داشت.

- محاسبه یک مجموعه از توابع پایه مستلزم داشتن یک بردار گره U و درجهp می‌باشد.
- تابع$N_{i,0}(u)$تابعی پله‌ای بوده و جز در بازه نیمه باز $u \in [u_i, u_{i+1})$ مقدار آن صفر می‌باشد.
- به ازای کلیه، تابع پایه$N_{i,p}(u)$ ترکیب خطی از دو تابع پایه با درجه$p-1$ می‌باشد .
- اگرu_iخارج از بازه$[u_i, u_{i+1})$ باشد، آنگاه مقدار$N_{i,p}(u) = 0$ خواهد بود. (این نکته باعث وجود ویژگی کنترل محلی می‌شود که در بهینه سازی شکل از اهمیت زیادی برخوردار است.)
- به ازای کلیه مقادیر iو p و u ، همواره$N_{i,p}(u) \ge 0$است.
- برای هر بازه دلخواه $[u_i, u_{i+1})$ و کلیه u های متعلق به این بازه$\sum_{j=i-p}^{i} N_{j,p}(u) = 1$خواهد بود.
- به جز در$p = 0$، در سایر درجات، توابع پایه $N_{i,p}(u)$ دقیقا به یک مقدار ماکزیمم می‌رسند.
- برای هر بازه دلخواه $[u_i, u_{i+1})$ کلیه مشتقات توابع پایه$N_{i,p}(u)$ وجود دارند.
- اگر تعداد گره $m + 1$ باشد، آنگاه $n + 1$ تابع پایه وجود دارد و رابطه$n = m - p - 1$ برقرار خواهد بود.

به منظور مدل‌سازی سازه‌های پوسته‌ای از سطوح بی-اسپلاین استفاده شده است. این سطوح با استفاده از یک شبکه از نقاط کنترلی و دو بردار گره، طبق رابطه (3) تعریف می‌شوند:

$$s(u,v) = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{m} N_{i,p}(u) N_{j,p}(v)\, p_{i,j} \tag{3}$$

بردارهای گره نیز به صورت روابط (4)و (5)خواهند بود که بردار U دارای $r + 1$ گره و بردار V دارای $s + 1$ گره می‌باشند. p و q نیز درجات توابع پایه بی- اسپلاین در نظر گرفته شده در دو جهت می‌باشند.

$$U = \{0, \dots, 0, u_{p+1}, \dots, u_{r-p-1}, 1, \dots, 1\} \tag{4}$$

$$V = \{0, \dots, 0, v_{q+1}, \dots, v_{s-q-1}, 1, \dots, 1\} \tag{5}$$

3- تحلیل اجزای محدود

همان‌طور که اشاره شد برای تحلیل اجزای محدود سازه‌های پوسته‌ای با شکل دلخواه، از برنامه نوشته شده بر اساس المان پوسته چهار گرهی ویلسون استفاده شده است. این المان از ترکیب المان تنش صفحه‌ای و المان خمشی با در نظر گرفتن درجه آزادی چرخشی θ_z به دست می‌آید (شکل2)، به نحوی که المان ترکیبی، شامل رفتار خمشی و غشایی می‌باشد. المان غشایی، دارای دو درجه آزادی جابه‌جایی خطی در هر گره است. المان خمشی صفحه نیز دارای دو دوران درون صفحه‌ای و یک جابه‌جایی عرضی در جهت عمود بر صفحه المان می‌باشد. بدین ترتیب با ترکیب دو المان فوق می‌توان تغییرمکان‌ها و نیروهای گرهی المان پوسته را برای گره‌ابه صورت روابط (6) و (7) نوشت:

$$\{q_i\} = \{u_i \quad v_i \quad w_i \quad \theta_{xi} \quad \theta_{yi} \quad \theta_{zi}\}^{\mathrm{T}} \tag{6}$$

$$\{f_i\} = \{F_{xi} \quad F_{yi} \quad F_{zi} \quad M_{xi} \quad M_{yi} \quad M_{zi}\}^{\mathrm{T}} \tag{7}$$

در روابط (6) و (7)، u وv به ترتیب جابه‌جایی‌های درون صفحه‌ای در راستای دو محورxو yمی‌باشند. همچنین متغیر w، معرف جابه‌جایی عمود بر صفحه المان پوسته است. متغیرهای θ_x،θ_yو θ_z نیز به ترتیب دوران‌های ساعتگرد حول محورهایx،y وz می‌باشند. F_{xi} و F_{yi}و F_{zi} نیز به ترتیب نیروهای خطی در راستای محورهایx، y وzدر گره iمی‌باشند. M_{xi} وM_{yi} نیروهای خمشی حول محورهایx وy می‌باشند و M_{zi} معرف نیروی پیچشی حول محور zاست. با مینیمم کردن انرژی پتانسیل کل، رابطه بین تغییرمکان‌های $\{q^s\}$ و نیروهای گرهای $\{f^s\}$ المان پوسته به صورت رابطه(8) به دست می‌آید:

$$\{f^s\} = [k^s]\{q^s\} \tag{8}$$

در رابطه (8)، $[k^s]$ ماتریس سختی المان پوسته است که از ترکیب ماتریس‌های سختی المان غشایی $[k^m]$، المان صفحه خمشی $[k^b]$ و k'_{θ_z} که معرف سختی مربوط به درجه آزادی چرخشی θ_z است به صورت رابطه (9) به دست می‌آید:

$$[k^s] = \begin{bmatrix} [k^m]_{2\times2} & \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} & & \\ & [k^b]_{3\times3} & \\ & & \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \end{matrix} \quad k'_{\theta_z} \end{bmatrix} \tag{9}$$

ماتریس‌های سختی المان‌های صفحه و غشایی به ترتیب در روابط (10)و (11) تعریف شده‌اند. در این روابط،A^e سطح المان است.

1- Knot vector
2- Knot

$$[k^b] = \int_{A^e} [B]_b^{\mathrm{T}} [D_b][B]_b dx\, dy \tag{10}$$

$$[k^m] = \int_{A^e} [B]_m^{\mathrm{T}} [D_m][B]_m dx\, dy \tag{11}$$

در روابط (10)و (11)، D_m و D_b به ترتیب ماتریس‌های خواص ماده مربوط به المان غشایی و المان صفحه خمشی می‌باشند و به صورت رابطه(12) و (13) تعریف می‌شوند در این روابط ν و Eبه ترتیب ضریب پواسون و مدول یانگ هستند و t معرف ضخامت پوسته می‌باشد.

$$D_m = \frac{Et}{(1-\nu^2)}\begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (\frac{1-\nu}{2}) \end{bmatrix} \tag{12}$$

$$D_b = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}\begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (\frac{1-\nu}{2}) \end{bmatrix} \tag{13}$$

همچنین $[B]_m$ و$[B]_b$ به ترتیب ماتریس‌های مشتق توابع شکل[1] مربوط به المان غشایی و المان صفحه خمشی هستند.با ترکیب ماتریس‌های سختی المان‌های صفحه و غشایی، ماتریس سختی المان پوسته به دست می‌آید. بنابراین می‌توان رابطه (8) را به صورت زیر بازنویسی کرد. لازم به توضیح است که سطر و ستون مربوط به این درجه آزادی قبل از بر هم نهی ماتریس سختی کل سازه حذف[2] می‌شوند.برای توضیحات بیشتر می‌توان به مرجع [18] مراجعه نمود(رابطه(14)).

$$\begin{Bmatrix} F_{xi} \\ F_{yi} \\ F_{zi} \\ M_{xi} \\ M_{yi} \\ M_{zi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [k^m]_{2\times 2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & & & 0 \\ 0 & 0 & & [k^b]_{3\times 3} & 0 \\ 0 & 0 & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k'_{\theta_z} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \\ \theta_{zi} \end{Bmatrix} \tag{14}$$

4- تحلیل حساسیت

حل مسئله بهینه‌سازی با روش‌های برنامه‌ریزی ریاضی نیازمند مقادیر گرادیان‌های توابع هدف و قید است. از این رو در استفاده از این روش‌ها موضوع پیدا کردن مقادیر مشتقات این توابع همواره مطرح است. در حالت کلی این روش‌ها را به سه دسته کلی تحلیلی، عددی و نیمه تحلیلی می‌توان تقسیم نمود. در روش‌های تحلیلی مقادیر مشتقات با توابع صریح به دست می‌آیند. در روش‌های عددی مشتقات توابع هدف و قید را با روش‌های مختلف عددی در هر گام بهینه‌سازی محاسبه می‌نمایند. روش‌های نیمه تحلیلی بخشی از عملیات یافتن مشتقات به صورت تحلیلی و بخشی از روش-های عددی انجام می‌شود. برای مرور روش‌های تحلیل حساسیت می‌توان به مرجع [20] مراجعه نمود.

در این مقاله از روش عددی تفاضلات محدود برای تحلیل حساسیت استفاده شده است. به این منظور هر یک از متغیرهای طراحی به میزان کوچکی تغییر داده می‌شوند و مقدار جدید تابع از تحلیل به دست می‌آید. مقدار مشتق تابع با استفاده از تفاضلات محدود طبق رابطه (15) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial F}{\partial x_i} = \frac{F(x_i + \Delta x_i) - F(x_i)}{\Delta x_i} \tag{15}$$

که F می‌تواند تابع هدف یا هر یک از توابع قید باشد. بنابراین با استفاده از این روش در هر گام بهینه‌سازی باید به تعداد مشتقات مورد نیاز تحلیل انجام شود. برای مسئله بهینه‌سازی مقاله حاضر با توجه به مدل‌سازی هندسی با اسپلاین‌ها و کم بودن تعداد متغیرهای طراحی روش تفاضلات محدود هزینه محاسباتی زیادی ایجاد نمی‌کند.

5- الگوریتم بهینه‌سازی

در حالت کلی یک مسئله بهینه‌سازی را می‌توان به شکل (16) بیان نمود:

$$\begin{aligned} &\text{کمینه یا بیشینه} && F(x) \\ &\text{به شرط اینکه} && g_j(x) \le 0, \quad j = 1,2,\dots,n_g \\ &\text{و همچنین} && x_i^l \le x_i \le x_i^u,\ i = 1,2,\dots,n_i \end{aligned} \tag{16}$$

در این رابطه $F(x)$ تابع هدف حاکم بر مسئله است و در روند بهینه‌سازی،اکسترمم شدن آن مد نظر قرار دارد،xبردار متغیرهای طراحی است و x_i^l و x_i^u به ترتیب حدود پایین و بالای متغیرهای طراحی x_i می‌باشند.$g(x)$ نیز قیود نامساوی مسئله بهینه‌سازی است. در رابطه(7)، تعداد متغیرهای طراحی و قیود مسئله بهینه‌سازی به ترتیب با i و j نشان داده شده‌اند. در بهینه‌سازی شکل سازه‌ها، هدف یافتن بهترین هندسه از دامنه مرزهای طراحی بدون تغییر در توپولوژی سازه است. به گونه‌ای که تابع هدف تحت قیدهای اعمال شده به مسئله، اکسترمم شود. در حالت کلی همان‌طور که در شکل 3 نشان داده شده است، الگوریتم حل مسئله شامل مراحل زیر می‌باشد که تا رسیدن به شکل بهینه سازه تکرار می‌شوند.

- مدل‌سازی
- تولید شبکه مش‌بندی و آنالیز اجزای محدود
- تعریف پارامترهای مسئله بهینه‌سازی
- تحلیل حساسیت
- به هنگام کردن مدل

در طول فرآیند بهینه‌سازی شکل، با استفاده از یک الگوریتم مناسب و به کاربردن روش‌های بهینه‌سازی، سعی در رسیدن به مقدار اکسترمم تابع هدف می‌شود. بدین منظور مقادیر جدیدی برای متغیرهای طراحی تعریف می‌شود که سبب ایجاد تغییراتی در شکل سازه خواهد شد. این تغییرات می‌بایست به گونه‌ای صورت گیرد که قیود مسئله را نقض نکند و منجر به بهبود مقدار تابع هدف و تسریع روند بهینه‌سازی شود.

6- تعریف مسئله بهینه سازی

به منظور تعریف یک مسئله بهینه‌سازی، ابتدا بایستی ارکان اصلی مسئله بهینه‌سازی تعیین شود. این ارکان شامل متغیرهای طراحی، تابع هدف و قیود حاکم بر مسئله بهینه‌سازی می‌باشد. سپس روند کلی الگوریتم بهینه‌سازی شکل سازه‌ها (شکل3)، آنقدر تکرار می‌شود تا شکل بهینه سازه به دست آید[7].

6-1- متغیرهای طراحی

نحوه انتخاب متغیرهای طراحی مسئله بهینه‌سازی تأثیر قابل توجهی در حل بدست آمده و سرعت فرآیند بهینه‌سازی دارد. بدیهی است هر چه متغیرهای طراحی مسئله بهینه‌سازی کمتر باشد، تعداد حلقه‌های تکرارشونده تا رسیدن به جواب نهایی کاهش می‌یابد. استفاده از توابع بی-اسپلاین، امکان تولید و کنترل شکل سازه را با تعداد کمی از متغیرها فراهم می‌سازد. همچنین استفاده از نقاط کنترلی به عنوان متغیرهای طراحی، کنترل محلی در روند بهینه‌سازی را امکان‌پذیر می‌سازد، بدین معنی که تغییر در مقدار یک متغیر طراحی، کل شکل را تغییر خواهد داد. بدین صورت در هر حلقه، برنامه

1- Shape Functions
2- Condensed out

بهینه‌سازی با تغییر دادن مختصات نقاط کنترلی، هندسه جدیدی از سازه را به وجود می‌آورد و با استفاده از هندسه جدید در هر حلقه، قیود مسئله مورد بررسی قرار می‌گیرند. این روند تا اکسترمم شدن تابع هدف مورد نظر تحت توابع قید و رسیدن به شکل بهینه نهایی مسئله ادامه پیدا می‌کند.

6-2-توابع قید و هدف

معمولاً مسائل بهینه‌سازی دارای قیدهای رفتاری و هندسی می‌باشند. از آن جمله می‌توان به محدودیت تنش‌ها، تغییرمکان‌ها و محدودیت‌های هندسی در نقاط خاص از دامنه اشاره کرد. وزن، حجم، انرژی کرنشی ذخیره شده از جمله توابع هدفی هستند که در مسائل بهینه‌سازی شکل مورد استفاده قرار می‌گیرند. در مثال‌های بهینه‌سازی شکل ارائه شده در این مقاله، وزن سازه و تنش فون میزس به عنوان قیدهای حاکم بر مسئله بهینه‌سازی شکل در نظر گرفته شده‌اند.

قید وزن به صورت روابط (17) و (18) قابل تعریف می‌باشند. در این روابط W^l و W^u حدود پایین و بالا وزن مواد تشکیل دهنده سازه می‌باشند.

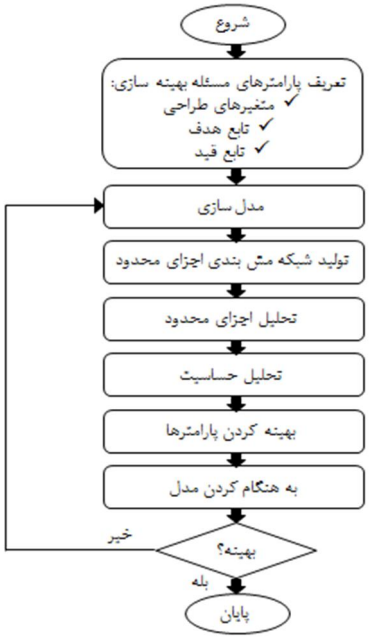
$$g_W^l = \frac{W^l - W}{W^l} \leq 0 \tag{17}$$

$$g_W^u = \frac{W - W^u}{W^u} \leq 0 \tag{18}$$

تنش فون میزس نیز یکی دیگر از قیود رایج در مسائل بهینه‌سازی به شمار می‌آید و طبق رابطه (19) قابل تعریف است. در این رابطه σ_0 مقدار تنش فون میزس مجاز در نظر گرفته شده برای مسئله بهینه‌سازی است.به نحوی که شرط نامساوی می‌بایست همواره در روند بهینه‌سازی برقرار باشد و تنش فون میزس سازه از σ_0تجاوز نکند.

$$\sigma_{V.M} = \left(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - \left(\sigma_x\sigma_y + \sigma_x\sigma_z + \sigma_y\sigma_z\right) + 3\left(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2\right)\right)^{1/2} \leq \sigma_0 \tag{19}$$

در مثال‌های ارائه شده از دو تابع انرژی کرنشی و حجم سازه به عنوان توابع هدف مسئله بهینه‌سازی استفاده شده است. انرژی کرنشی سازه را می‌توان با استفاده از رابطه (20)به دست آورد.



شکل 3 الگوریتم بهینه‌سازی شکل سازه

$$F_\omega = \int_\Omega \sigma^T D^{-1} \sigma d\Omega \tag{20}$$

در رابطه (20)، Ω حجم سازه است. D نیز ماتریس الاستیسیته است که با توجه به ثابت بودن آن، می‌توان مشتق تابع انرژی کرنشی نسبت به متغیرهای طراحی را به صورت رابطه(21) محاسبه کرد.

$$\frac{\partial F_\omega}{\partial x_i} = \int_\Omega \left(\left(\frac{\partial \sigma}{\partial x_i}\right)^T D^{-1}\sigma + \sigma^T D^{-1}\left(\frac{\partial \sigma}{\partial x_i}\right)\right) d\Omega \tag{21}$$

6-3- روش برنامه ریزی ترتیبی درجه دو

در تحقیق حاضر از روش برنامه ریزی ترتیبی درجه دو به منظور بهینه‌سازی شکل سازه‌های پوسته‌ای استفاده شده است. این روش بر مبنای حدس اولیه، دنباله‌ای را می‌سازد که این دنباله به یک جواب مسئله همگرا می‌شود. به طور کلی تفاوت روش‌های عددی نیز در نحوه ایجاد همین دنباله است. روش عددی مناسب‌تر است که دنباله آن با سرعت بیشتری به جواب مسئله همگرا شود. در فرمول‌بندی روش برنامه‌ریزی ترتیبی درجه دو علاوه بر جملات درجه اول از جملات درجه دوم بسط تیلور تابع هدف نیز استفاده شده است که دقت و سرعت بهینه‌سازی را افزایش می‌دهد.

روند بهینه‌سازی معمولاً با متغیر پیشنهادی طراحی x_i^0 شروع می‌شود، که به صورت ورودی به برنامه معرفی شده است. سپس طراحی به کمک تغییر در متغیر طراحی x_i به هنگام می‌شود(رابطه(22)):

$$x_i^q = x_i^{q-1} + \alpha r^q \tag{22}$$

در رابطه (22)، q شمارنده تکرارها، rنشان دهنده بردار جهت‌یابی‌ها و کمیت α پارامتر جابه‌جایی برای جهت r است. جهت r عموماً جهتی امکان پذیر است که به سمت کمینه یا بیشینه کردن تابع هدف $F(x)$ می‌باشد [21].

الگوریتم برنامه‌ریزی ترتیبی درجه دو یک روش تکرار پذیر بسیار مناسب و مفید برای حل عددی مسائل بهینه‌سازی است. در آن مسئله بهینه‌سازی غیرخطی به وسیله زیر مسئله‌های درجه دو، در یک نقطه تقریب زده می‌شود. یک روال ترتیبی برای حل زیر مسئله‌های درجه دو وجود دارد. در الگوریتم این روش توابع هدف این زیر مسئله‌ها همان ضرایب قسمت خطی گرادیان تابع هدف مسئله بهینه‌سازی اصلی در نظر گرفته می‌شوند؛ در حالی که برای قسمت درجه دو از تقریب زنی هسین[1]، برای ضرایب لاگرانژ تابع هدف اصلی، استفاده می‌شود. ابتدا بسط تقریبی سری تیلور توابع هدف و قیدی محاسبه می‌شود. بنابراین طبق رابطه(23)، با در نظر گرفتن بسط درجه دو سری تیلور برای تابع $F(x)$حول نقطه x^0 داریم:

$$F(x) = F(x^0) + \nabla F(x^0)^T \delta x + \frac{1}{2}\delta x^T H(x^0)\delta x \tag{23}$$

که در آن $\delta x = x - x^0$ و $\nabla F(x^0)$ بردار گرادیان تابع F در نقطه x^0 می‌باشد. $H(x^0)$ نیز ماتریس هسین نام دارد و به صورت رابطه (24)تعریف می‌شود:

$$H_{ij} = \frac{\partial^2 F}{\partial x_i \partial x_j} \tag{24}$$

این چنین فرض می‌شود که در رابطه (24)، بردار گرادیان و ماتریس هسین، تقریب خوبی برای تابع $F(x)$دارند، به ویژه زمانی که x^0 نزدیک به نقطه بهینه باشد. در این روش قیود زیر مسئله‌ها، تقریبی خطی از مسئله اصلی می‌باشد. می‌توان نشان داد که بردار r به دست آمده از حل زیر مسئله ها، که درxتعریف می‌شود (رابطه (22))، برداری است که جهت آن به صورت تقریبی به سمت نقطه کمینه یا بیشینه محلی برای تابع هدف، می‌باشد؛

1- Hessian

مخصوصاً زمانی که x^0 نزدیک به نقطه بیشینه باشد. با مشخص شدن جهت r، یک مسئله جهت‌یابی یک بعدی برای به هنگام کردن متغیرها حل می‌شود.از یک تابع پنالتی[1]خارجی برای نگه داشتن جهت r در محدوده مجاز استفاده می‌شود. توضیحات بیشتر در مورد این روش را می‌توان در مراجع [22، 23] یافت.

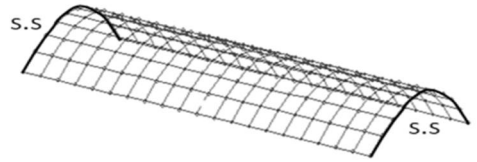
7- مثال‌های بهینه سازی شکل

به منظور تبیین قابلیت برنامه بهینه‌سازی شکل سازه‌های پوسته‌ای، چهار مسئله بهینه‌سازی ارائه شده است. در مثال‌های1و2 انرژی کرنشی به عنوان تابع هدف و وزن سازه به عنوان قید مسئله بهینه‌سازی در نظر گرفته شده‌اند. در مثال 3 سازه پوسته‌ای مثال2با هدف کمینه کردن انرژی کرنشی تحت قید تنش فون میزس مورد بررسی قرار گرفته است.در مثال 4،حجم سازه تحت قید تنش فون میزس کمینه شده است و شکل‌های سازه بهینه به همراه نمودارهای روند بهینه‌سازی ارائه شده‌اند.

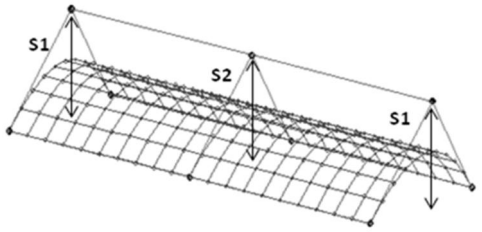
7-1- مثال 1

در این مثال سازه‌ای استوانه‌ای شکل تحت بارگستردهیکنواخت= F_z -200kN/m^2 ، با شرایط تکیه‌گاهی ساده[2] در دو انتهای منحنی شکل سازه در نظر گرفته شده است (شکل4). ضخامت پوسته 0/01m در نظر گرفته شده است. مدول الاستیسیته و ضریب پواسونبه ترتیب برابر با E = 200 GPa و ν = 0/3 می‌باشند. هدف کمینه کردن انرژی کرنشی با قید ثابت ماندن وزن سازه است. به منظور مدل‌سازی هندسه این سازه از 6 نقطه کنترلی استفاده شده است. اما در روند بهینه‌سازی همان‌طور که در شکل 5 قابل ملاحظه است، صرفا مختصات z دو نقطه کنترلی میانی و انتهایی یعنی S1 و S2 به عنوان متغیر طراحی در نظر شده‌اند. مقادیرS1وS2قبل از بهینه‌سازی برابر 0/25m می‌باشند.

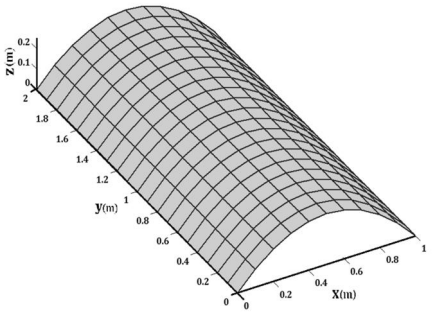
بردارهای گره در دو جهت به صورت یکسان و برابربه صورت $u = v =$ $\{0,0,0,1,1,1\}$ در نظر گرفته شده‌اند. مدل اجزای محدود شامل 200 المان پوسته ویلسون و 231 گره می‌باشد (شکل6). شکل و شبکه کنترلی سازه بهینه به دست آمده، به ترتیب در شکل‌های 7 و 8 نشان داده شده است.



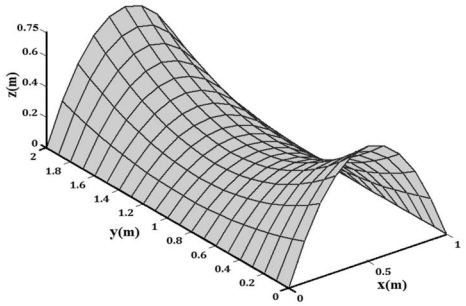
شکل 4 شرایط مرزی و شکل اولیه پوسته



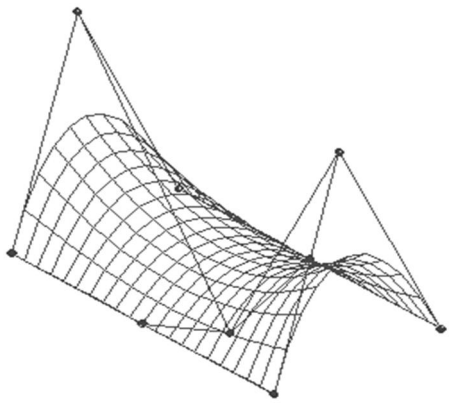
شکل 5 شبکه نقاط کنترلی و متغیرهای طراحی S1و S2



شکل 6 شبکه اجزای محدود مدل اولیه



شکل 7 شکل بهینه سازه



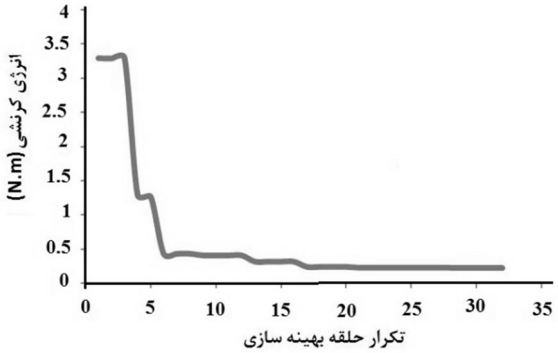
شکل 8 شبکه نقاط کنترلی شکل بهینه

در نمودارهای روند بهینه‌سازی، محور افقی بیانگر تعداد دفعاتی است که سابروتین بهینه‌سازی فراخوانی شده است و محور قائم نیز بیانگر مقدار تابع هدف می‌باشد.روند کاهش تابع هدف بعد از 32 بار فراخوانی برنامه بهینه‌سازی در شکل9 نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در روند بهینه‌سازی انرژی کرنشی سازه از مقدار 3/25 N.m به 0/22 N.m کاهش یافته است.

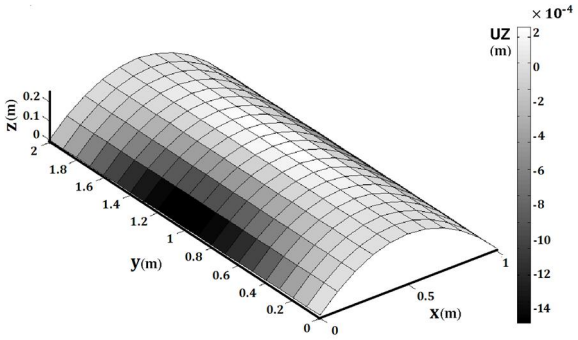
کاهش انرژی کرنشی سازه منجر به کاهش تغییرمکان‌های سازه بهینه در مقایسه با سازه اولیه می‌شود. بنابراین سازه بهینه نسبت به سازه اولیه تغییر شکل کمتری دارد. این مطلب در شکل‌های 10 و 11 قابل مشاهده است.

همان‌طور که مشاهده شد متغیرهای طراحی کمی در این مسئله بهینه‌سازی در نظر گرفته شده است و با در نظر گرفتن مختصات دو نقطه کنترلی به عنوان یک متغیر طراحی تعداد متغیرهای طراحی باز هم کاهش داده شده است، که این امر در مسائلی که تعداد نقاط کنترلی زیادی دارند می تواند قابل اهمیت باشد.

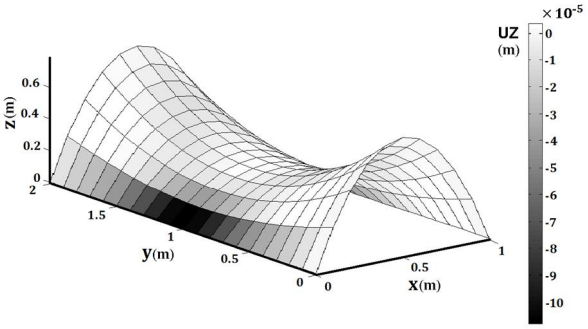
1- Penalty function
2- Simple support



شکل 9 تغییرات تابع هدف در روند بهینه‌سازی



شکل 10 کانتور تغییرشکل عمودی سازه قبل از بهینه‌سازی

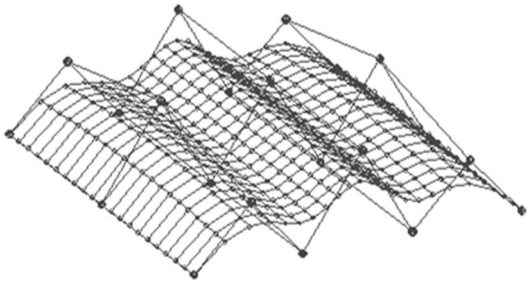


شکل 11 کانتور تغییرشکل عمودی سازه بهینه شده

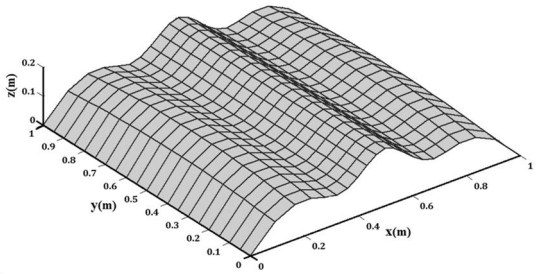
7-2- مثال 2

در این مثال سازه‌ای پوسته‌ای به ابعاد $1m^2$ و ضخامت $0/01m$، تحت بار جانبی گسترده یکنواخت $F_z = -100kN/m^2$ در نظر گرفته شده است.سازه در چهار گوشه دارای شرایط تکیه‌گاهی ساده می‌باشد. مدول الاستیسیته و ضریب پواسونبه ترتیب برابر با $E = 12GPa$ و $\nu = 0/3$ می‌باشند .بردارهای گره در دو جهت برابر $v = \{0,0,0,1,1,1\}$ و $u = \{0,0,0,0,0/25,0/5,0/75,1,1,1,1\}$ در نظر گرفته شده‌اند و همان‌طور که در شکل12 نشان داده شده است به منظور مدل‌سازی این سازه پوسته‌ای از 21 نقطه کنترلی استفاده شده است. مدل اجزای محدود شامل 400 المان پوسته ویلسون و 442 گره می‌باشد(شکل13).

برنامه بهینه‌سازی شکل تدوین شده محدودیتی در تعداد متغیرهای طراحی و همچنین شکل اولیه سازه ندارد؛ لذا در این مثال سازه پوسته‌ای با شکل دلخواه و نسبتاً پیچیده با تعداد متغیرهای طراحی بیشتری مد نظر قرار گرفته است.هدف کمینه کردن انرژی کرنشی است در حالی که قید ثابت



شکل 12 شبکه نقاط کنترلی سازه اولیه

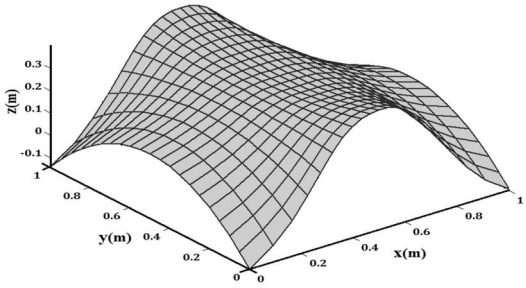


شکل 13

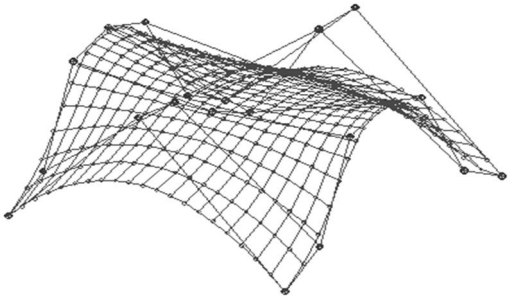
شبکه اجزای محدود شکل اولیه پوسته

ماندن وزن سازه اعمال شده است. شکل و شبکه نقاط کنترلی سازه بهینه به دست آمده به ترتیب در شکل‌های 14 و 15 نشان داده شده است. روند کاهش تابع هدف نیز در شکل 16 قابل مشاهده است. در روند بهینه‌سازی انرژی کرنشی سازه از مقدار 905/733 N.m به 24/377 N.m کاهش یافته است.

با کمینه شدن انرژی کرنشی سازه، سختی[1] سازه افزایش می‌یابد.



شکل 14 شکل بهینه سازه



شکل 15 شبکه نقاط کنترلی شکل بهینه

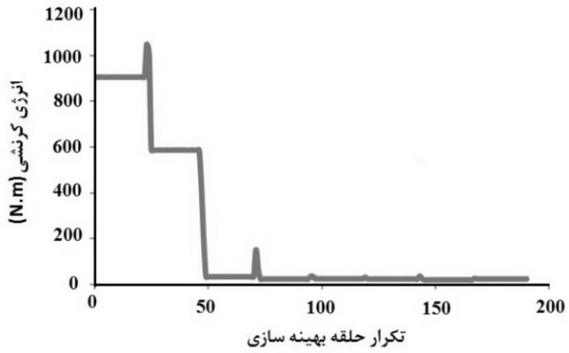
1- stiffness

بنابراین تغییرشکل‌های سازه بهینه شده نسبت به مدل اولیه کاهش یافته است. این موضوع در شکل‌های 17 و 18 قابل مشاهده است. بدین ترتیب در روند بهینه‌سازی شکل، سازه‌ای با وزن ثابت اما سختی بیشتر به دست آمده است که در اثر اعمال بارگذاری مشابه تغییرشکل‌های کمتری خواهد داشت.

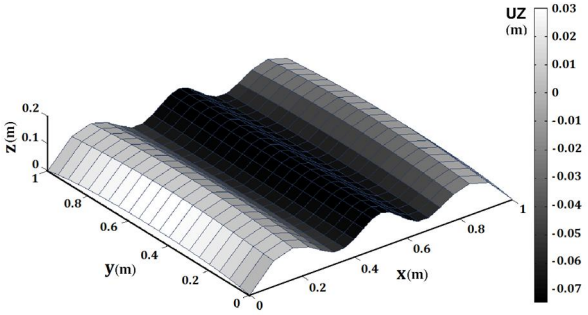
7-3- مثال 3

در این مثال سازه‌ی پوسته‌ای مثال2، با همان شرایط بارگذاری و خواص مواد در نظر گرفته شده است(شکل13). هدف همچنان کمینه کردن انرژی کرنشی سازه است. با این تفاوت که تنش فون میزس به عنوان قید مسئله مد نظر قرار گرفته است. چرا که از نقطه نظر مهندسی بهینه‌سازی سازه تحت این قید کارایی بیشتری دارد. حد مجاز تنش فون میزس سازه کمتر از تنش میزز به دست آمده در مدل اولیه و برابر 21/5MPa در نظر گرفته شده است.

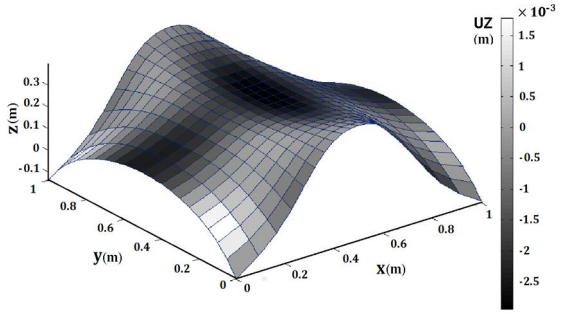
شکل و شبکه نقاط کنترلی سازه بهینه به دست آمده به ترتیب در شکل‌های 19 و 20 نشان داده شده است. روند کاهش تابع هدف نیز در شکل



شکل 16 تغییرات تابع هدف در روند بهینه‌سازی



شکل 17 کانتور تغییرشکل عمود یسازه قبل از بهینه‌سازی



شکل 18 کانتورتغییرشکل عمودی سازه بهینه شده

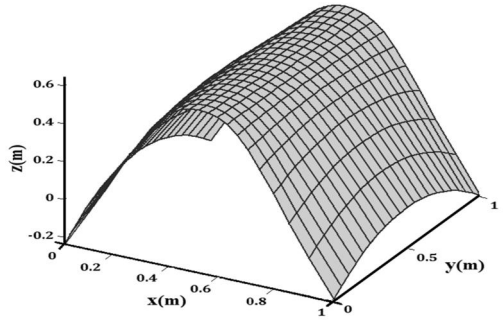
21 قابل مشاهده است.همانطور که مشاهده می‌شود شکل بهینه پس از 94 بار فراخوانی سابرتین‌هایبهینه‌سازیبه دست آمده است.

در روند بهینه‌سازیانرژی کرنشی سازه از مقدار 905/733 N. m به 14/22 N. m کاهش یافته است.کاهش انرژی کرنشی منجر به کاهش نرمی[1]سازه شده است. در نتیجه تغییرشکل‌های شکل بهینه نسبت به سازه اولیه کمتر می‌باشد. این موضوع در شکل‌های 22و23 قابل مشاهده است.

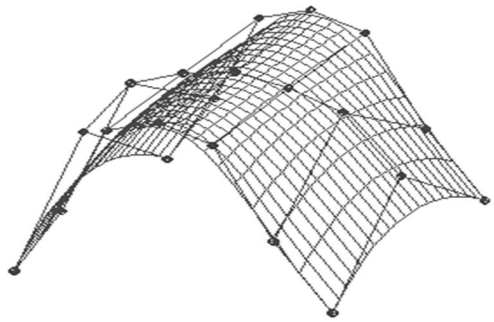
در شکل‌های 24و 25 کانتورهای تنش سازه قبل و بعد از بهینه‌سازی نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود که تنش فون میزس شکل بهینه، همان‌طور که قید مسئله برای آن ایجاب می‌کند کمتر از تنش فون میزس شکل اولیه به دست آمده است.

7-4- مثال 4

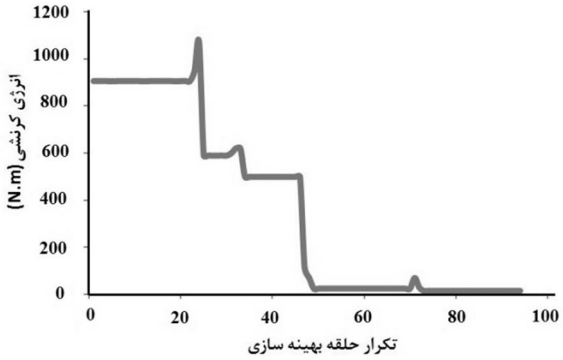
در این مثال سازه‌ای‌پوسته‌ایمطابق شکل26تحت بار گسترده یکنواخت



شکل 19 شکل بهینه سازه

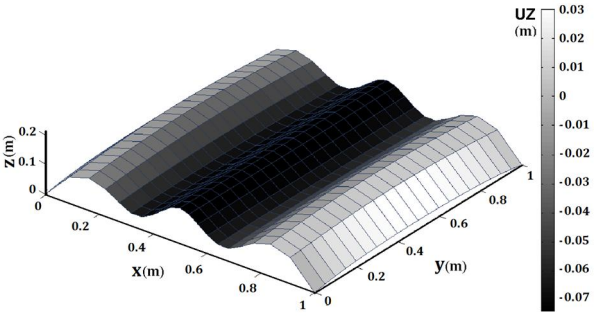


شکل 20 شبکه نقاط کنترلی شکل بهینه

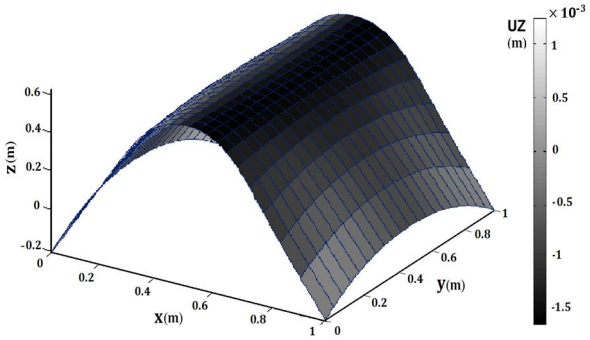


شکل 21 تغییرات تابع هدف در روند بهینه‌سازی

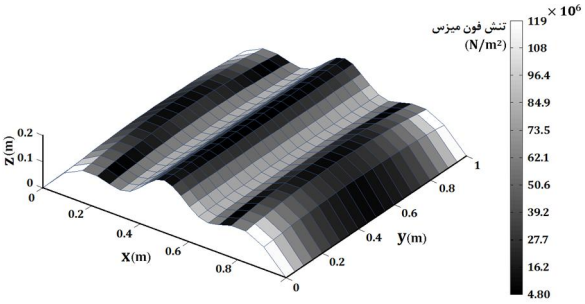
1- compliance



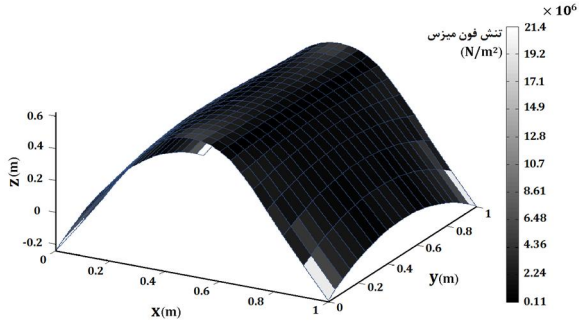
شکل 22 کانتور تغییرشکل عمودی سازه قبل از بهینه‌سازی



شکل 23 کانتور تغییرشکل عمودی سازه بهینه شده



شکل 24 کانتورتنش فون میزس قبل از بهینه‌سازی



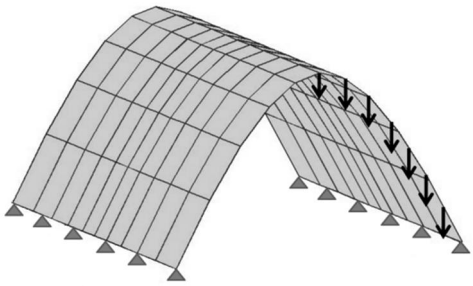
شکل 25 کانتورتنش فون میزس بعد از بهینه‌سازی

$73/6 \times 10^{-3}$ kN/mm قرار دارد و در راستای طول استوانه شرایط تکیه‌گاهی ساده برقرار است. ضخامت سازه 30mm و مدول الاستیسیته و ضریب پواسون به ترتیب $E = 210\text{kN/mm}^2$ و $\nu = 0/3$ می‌باشند. همان طور که در شکل 27 قابل ملاحظه استبه منظور مدل سازی سازه مورد نظر از 16 نقطه کنترلی استفاده شده است و بردارهای گره در دو جهت $u = v = \{0,0,0,0/5,1,1,1,1\}$ به صورت یکسان در نظر گرفته شده‌اند.همان‌طور که در شکل 28 نشان داده شده است مدل اجزای محدود شامل 200 المان پوسته ویلسون و 231 گره می‌باشد.

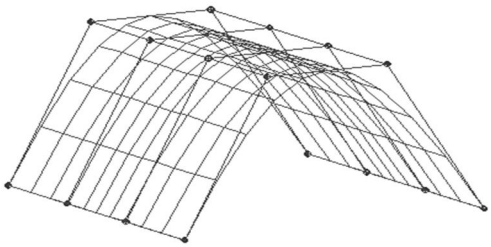
هدف کمینه کردن حجم سازه با اعمال قید تنش فون میزس می‌باشد و حداکثر تنش مجاز 290MPa در نظر گرفته شده است. سه نما از شکل بهینه به دست آمده در شکل 29 قابل مشاهده است.

همچنین شکل بهینه به دست آمده در مرجع [24] به منظور مقایسه در شکل 30 نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود شکل بهینه به دست آمده نسبت به شکل بهینه مرجع مورد نظر، از مرزهای هموارتر و یکنواخت‌تری برخوردار است. این امر به دلیل استفاده از نقاط کنترلی به عنوان متغیر طراحی است. در حالی که در مرجع مورد نظر از مختصات یک سری از گره‌های شبکه اجزای محدود به عنوان متغیر طراحی استفاده شده است.

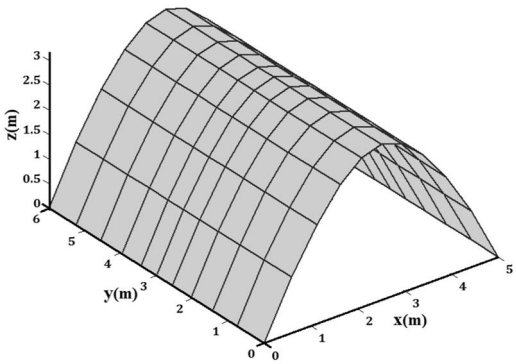
روند تغییرات تابع هدف در مراحل بهینه‌سازی در شکل 31 نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود پس از 77 حلقه تکرار، حجم سازه



شکل 26 بارگذاری وشرایط مرزی مدل اولیه



شکل 27 شبکه نقاط کنترلی سازه اولیه



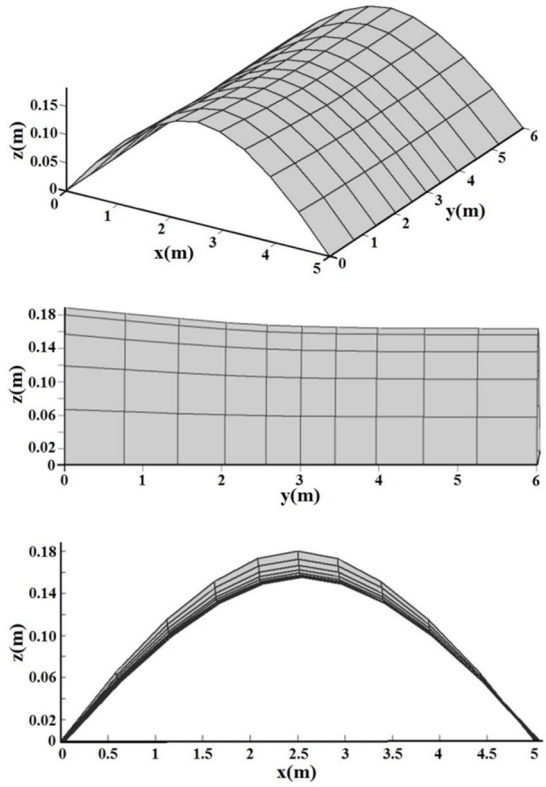
شکل 28 شبکه اجزای محدود شکل اولیه پوسته

از $149/66 \times 10^7 mm^3$ به مقدار $90/4 \times 10^7 mm^3$ کاهش یافته است. در مرجع [24] حجم سازه بهینه شده پس از بهینه‌سازی به مقدار $90/5 \times 10^7 mm^3$ کاهش یافته است. که نشان دهنده تطابق بسیار خوبی با نتایج این مقاله می‌باشد.

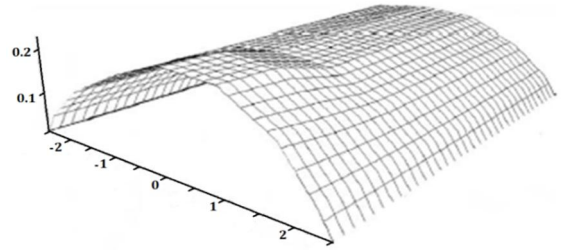
همان‌طور که اشاره شد حد مجاز تنش فون میزس سازه بیشتر از تنش فون میزس مدل اولیه و 290MPa در نظر گرفته شده است. در زیر کانتورهای تنش سازه قبل و بعد از بهینه‌سازی قابل مشاهده است. همان‌طور که در شکل‌های 32 و 33 مشاهده می‌شود تنش فون میزس در سازه بهینه بیشتر از تنش فون میزس مدل اولیه و کمتر از تنش مجاز 290MPa می‌باشد.

8- جمع بندی

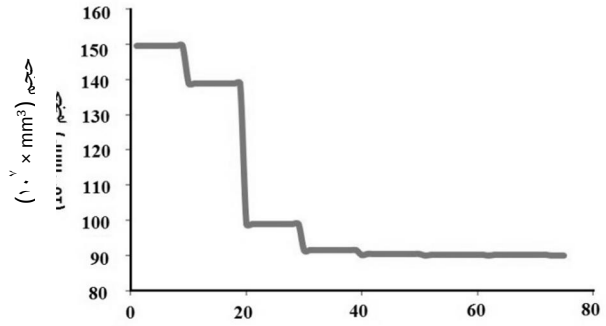
در این مقاله بهینه‌سازی شکل پوسته‌های با شکل دلخواه، با در نظر گرفتن توابع هدف انرژی کرنشی و وزن و قیدهای تنش فون میزس و وزن سازه مورد بررسی قرار گرفت. نتایج مثال‌های ارائه شده نشان می‌دهد که استفاده از توابع بی-اسپلاین به منظور مدل‌سازی شکل رویه‌ها و در نظر گرفتن نقاط



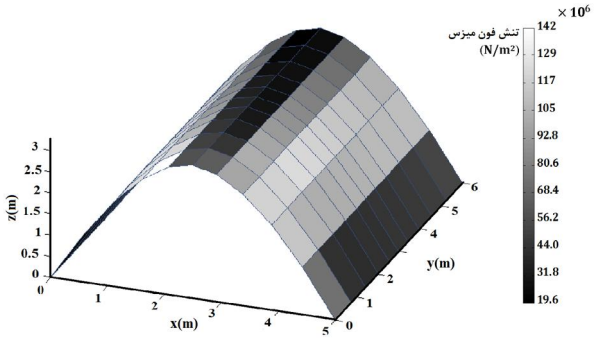
شکل 29 سه نما از شکل بهینه سازه



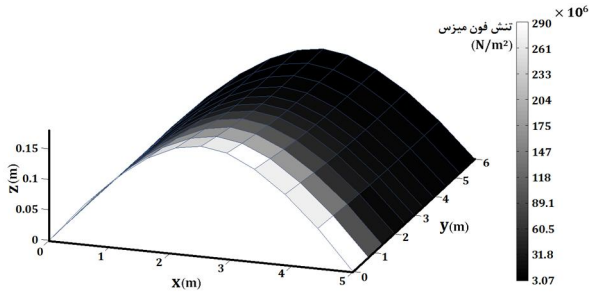
شکل 30 شکل بهینه سازه[17]



شکل 31 تغییرات تابع هدف در روند بهینه‌سازی



شکل 32 کانتورتنش فون میزس قبل از بهینه‌سازی



شکل 33 کانتورتنش فون میزس بعد از بهینه‌سازی

کنترلی به عنوان متغیرهای طراحی مساله بهینه‌سازی، منجر به کاهش تعداد متغیرهای طراحی و همچنین تولید پوسته‌های بهینه با شکل هموار و پیوسته شده است. این موضوع یکی از نقاط قوت روش بهینه‌سازی ارائه شده در این مقاله به شمار می‌آید.

روش ارائه شده در این مقاله به خوبی قابلیت بهینه‌سازی شکل پوسته‌ها با اعمال قید تنش را نیز دارا می‌باشد، که در بیشتر مسائل بهینه‌سازی دارای اهمیت عملی می‌باشد. به علاوه، همان‌گونه که از مثال‌های ارائه شده برمی‌آید، روش دنبال شده این امکان را فراهم می‌سازد تا با تعداد کمی از متغیرهای طراحی بتوان به پوسته‌هایی بهینه و با شکل هموار دست یافت.

9- مراجع

[1] R. T. Haftka, R. V. Grandhi,Structural shape optimization—a survey.*Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering,* Vol. 30, pp. 263–84,1982.
[2] Y. Ding, Shape optimization of structures: a literature survey. *Comput Struct,* Vol. 24, pp. *985*–1004, 1986.
[3] N.Olhoff, G. Rozvany, *Structural and multidisciplinary optimization Pergam on Press,* Oxford, 1995.

[4] O. C. Zienkiewicz, J. S. Campbell, *Shape optimization and sequential linear programming.* New York: John Wiley, 1973.
[5] M. Ozakca, *Analysis and optimal design of structures with adaptivity,* Ph.D Thesis. Civil Engineering University of Swansea, UK, 1993.
[6] V. Braibant, C. Fleury, Shape Optimal Design Using B-Splines, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering,* Vol. 44, Aug., pp. 247-267, 1984.
[7] C. Y. Lin, L. S. Chao, Automated image interpretation for integrated topology and shape optimization. *Struct Optim,* Vol. 20, pp. 125–137, 2000.
[8] K. Maute, E. Ramm, Adaptive topology optimization of shell structures. *AIAA J,* Vol.35, pp. 1767–1773, 1997.
[9] R. Ansola, J. Canales, J. A. Tarrago, J. Rasmussen, simultaneous shape and material layout optimization of shell structures. *Struct Optim,* Vol. 24, pp. 175–184, 2002.
[10] B. Hassani, S. M. Tavakkoli, H. Ghasemnejad, Simultaneous shape and topology optimization of shell structures. *Structural and Multidisciplinary Optimization,* Vol. 48(1), pp. 221-233, 2013.
[11] S. Cai, W. Zhang. J. Zhu, T. Gao, Stress constrained shape and topology optimization with fixed mesh: A B-Spline finite cell method combined with level set function, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering,* Vol. 278, pp. 361-387, 2014.
[12] A. Muc, M. M. Wierzgoń, An evolution strategy in structuraloptimization problems for plates and shells, *Composite Structures,* Vol.4, pp. 1461-1470, 2012.
[13] S. J. Lee, E. Hinton,Dangers inherited in shells optimized with linearassumptions,*Computers and Structures,*Vol. 78, pp. 473–486, 2000.
[14] M. Kegl, B. Brank, Shape optimization of truss-stiffend shellstructureswith variable thickness, *Computer methods in appliedmechanics and engineering,* Vol. 195, pp. 2611–2634, 2006.
[15] T. Tysmans, S. Adriaenssens, J. Wastiels,Shape optimization of smallspan textile reinforced cementitious composite shells,*in Proceedingsof the International Association for of Shell & Spatial StructuresSymposium,*Valencia, Spain, 2009.
[16] B.Hassani, S. M. Tavakkoli, H. Ghasemnejad, shell shape optimizationby NURBS technique, *National Congress on Civil Engineering,* Semnan,2011. (In Persian)
[17] M. Liua, M. Xinga, Q. Yangb,X. Yangb, Computational morphogenesisof free form shell structures byoptimization, *International Conference on Advances in Computational Modeling and Simulation,*Vol31, pp. 608-612, 2012.
[18] E. L. Wilson, Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures, *Computers and Structures,* California, 2002.
[19] L. A. Piegl, W. Tiller, *The NURBS Book (Monographs in Visual Communication,* Springer-Verlag, 1997.
[20] F. VanKeulen, R. T. Haftka, N. H. Kim, Review of options for structural design sensitivity analysis. Part 1: *Linear systems. Computer methods in applied mechanics and engineering,* Vol. 194(30), pp. 3213-3243, 2005.
[21] M. Ozaka, *Analysis and optimal design of structures with adaptivity,* Ph.D Thesis, Department of Civil Engineering, University of Wales, Swansea, UK, 1993.
[22] S.M.B. Afonso, *Shape optimization of shells under static and free vibrationconditions,* PhD thesis, Department of civil Engineering, University of Wales,Swansea, UK, 1995.
[23] B.Hassani, E. Hinton, *Homogenization and Structural Topology Optimization, Theory, Practice and Software,* Springer-Verlag, 1999.
[24] U. Uzman, R. Gul, H. Uysal, Optimum shape design of shell structures, *Journal of Engineering Structures,* Vol. 29, pp. 80-87, 2007.