



مدلسازی اصطکاک لغزشی در حضور نوسانات آلتراسونیک

داود شاهقلیان قهفرخی^۱، محمود سلیمی^{۲*}

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

۲- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

*salimi@cc.iut.ac.ir، ۸۴۱۵۶۸۳۱۱۱، اصفهان، کدپستی

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۱۰ اردیبهشت ۱۳۹۳

پذیرش: ۱۳ تیر ۱۳۹۳

ارائه در سایت: ۲۴ آبان ۱۳۹۳

کلید واژگان:

مدلسازی

اصطکاک

آلتراسونیک

زبری

چکیده

زمانی که دو جسم روی سطح مشترکی لغزش می کنند زبری های آن ها با یکدیگر درگیر شده و تغییر شکل می یابند و اصطکاک دینامیکی را به وجود می آورند با اعمال نوسانات آلتراسونیک به یکی از این دو جسم، نیروی اصطکاک بین دو جسم کاهش می یابد. آزمایشات نشان می دهد که نیروی اصطکاک بین دو جسم برای مواد مختلف می تواند تا ۶۰ درصد کاهش یابد که این خاصیت در فرآیندهای شکل دهی و فرآیندهای ماشینکاری کاربرد بسیار زیادی دارد. بنابراین این نوسانات را می توان به عنوان یک روانکار با بازدهی بالاتر و آلودگی کمتر به جای روانکارهای شیمیایی استفاده کرد. در این تحقیق یک مدل الاستیک-پلاستیک از تماس سطوح ارائه شده است که قابلیت پیش بینی نیروی اصطکاک بین دو جسم در حضور نوسانات آلتراسونیک را داراست. نتایج مدل ارائه شده با نتایج تجربی مقایسه شده است و اختلاف آنها کمتر از ۱۰ درصد می باشد. همچنین مدل ارائه شده با مدل دانگ نیز مقایسه شده است که نتایج، دقت بهتر در پیش بینی نیروی اصطکاک نسبت به مدل دانگ را نشان می دهند.

Modeling of sliding friction with superimposed ultrasonic oscillation

Davoud Shahgholian Ghahfarokhi¹, Mahmoud Salimi^{1*}

1- Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

* P.O.B. *8415683111, Isfahan, salimi@cc.iut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 30 April 2014

Accepted 04 July 2014

Available Online 15 November 2014

Keywords:

Modeling

Sliding Friction

Ultrasonic Oscillation

Asperity

Surface Contact

ABSTRACT

When two bodies slide on each other the asperities are engaged and deformed causing the dynamic friction. By superposing ultrasonic oscillation to one of the bodies, the friction force is reduced. The experiments show that the friction force may be reduced by about 60 percent depending on material properties and the kinetics of the two bodies. This phenomenon is widely used in metal forming and metal cutting and may be used as a replacement of lubricants in such processes due to its higher efficiency and less pollution effects. In this research an elastic-plastic model for the surface contact is given that is capable of predicting the friction force when ultrasonic vibrations are superimposed to macroscopic motion. The result of this model is compared with that of the experimental values. The differences between these values are shown to be less than 10 percent. The result of the model is also compared with that of the Dong model. The comparison shows that the present model has better accuracy of the Dong model.

۱- مقدمه

به امواجی که فرکانس نوساناتش بیشتر از ۲۰ کیلو هرتز باشد امواج آلتراسونیک می گویند این امواج دارای دامنه کم و فرکانس نوسانات بالایی می باشند که دارای کاربردهای گوناگونی در فرآیندهای شکل دهی و ماشین کاری می باشد.

زمانی که سطوح بر روی یکدیگر حرکت می کنند بین آن ها اصطکاک دینامیکی به وجود می آید اگر به سطوح در حال تماس به صورت میکرو نگریسته شود دیده می شود که سطوح دارای زبری^۱ هستند و در واقع این زبری ها هستند که با یکدیگر درگیر شده و اصطکاک را به وجود می آورند زمانی که این زبری ها با یکدیگر درگیر شده، تغییر شکل می دهند که این

تغییر شکل می تواند الاستیک، الاستوپلاستیک و یا پلاستیک کامل باشد.

مطالعات اولیه در زمینه تغییر شکل زبری ها توسط گرینوود و همکارانش [۱] انجام شد. ایشان تماس بین دو سطح را به صورت تماس بین یک سطح زبر و یک سطح صیقلی مدل کرد و یک مدل الاستیک برای تغییر شکل زبری ها درگیر بین دو جسم بیان کرد. چانگ و همکارانش [۲] با توسعه مدل گرینوود توانستند یک مدل الاستیک-پلاستیک برای تغییر شکل زبری ها بیان کنند. کاگت و همکارانش [۳] نیز با استفاده از شبیه سازی اجزای محدود و برازش منحنی مدلی برای محاسبه مساحت تماس بین دو زبری ارائه کردند. ژائو و همکارانش [۴] با استفاده از آنالیز استاتیکی بین دو کره مدلی برای پیش بینی نیروی عمودی بین دو زبری و مساحت تماس بین آن دو ارائه کرد. کوهن و همکارانش [۵] نیز یک مدل تماسی برای محاسبه ضریب اصطکاک بین دو جسم ارائه کردند پلی کارپو واتزن [۶] یک مدل

1- Asperity

Please cite this article using:

D. Shahgholian Ghahfarokhi, M. Salimi, Modeling of sliding friction with superimposed ultrasonic oscillation, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 16, pp. 302-310, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

۲- مدل سازی

در این تحقیق یک مدل الاستیک-پلاستیک جدید از زبری های سطوح توأم با نوسانات آلتراسونیک ارائه شده است که قادر است نیروی اصطکاک بین دوجسم در حضور نوسانات آلتراسونیک را پیش بینی کند این مدل در چهار قسمت زیر تشریح شده است.

۲-۱- هندسه مدل

شکل ۲ یک شکل شماتیک از زبری سطوح می باشد. در این شکل d فاصله بین دو سطح، h فاصله بین مینیمم ارتفاع دو جسم، z فاصله بین قله زبری تا میانگین ماکزیمم ارتفاع زبری ها و y_s فاصله بین میانگین ارتفاع ماکزیمم و مینیمم زبری ها می باشد. در مدل ارائه شده در این تحقیق برای نزدیکی به واقعیت همانگونه که در شکل ۳ دیده می شود زبری ها به صورت یک تیر یکسرگیردار با مقطع متغیر دایروی شکل در نظر گرفته شده اند.

۲-۲- پارامترهای تماسی مدل

برای محاسبه فرورفتگی زبری ها در یکدیگر از مدل کوهن [۵] استفاده شده است. کوهن با استفاده از فرض گرینوود [۱] تماس بین دو سطح را به صورت تماس یک سطح زبر با یک سطح صیقلی در نظر می گیرد و بیان کرد. که اگر $\omega_c \geq \omega$ باشد تغییر شکل زبری الاستیک و اگر $\omega_c < \omega$ باشد تغییر شکل زبری پلاستیک است که ω مقدار فرورفتگی زبری ها در یکدیگر می باشد که از رابطه (۱) به دست می آید و ω_c مقدار بحرانی فرورفتگی زبری ها است که از رابطه (۲) به دست می آید:

$$\omega = z - d \quad (1)$$

z فاصله بین نوک زبری تا میانگین ارتفاع زبری ها و d فاصله بین دو سطح درگیر می باشد که در شکل ۲ مشخص است.

$$\omega_c = \left(\frac{\pi C_v (1 - \nu^2) Y}{2E} \right)^2 R \quad (2)$$

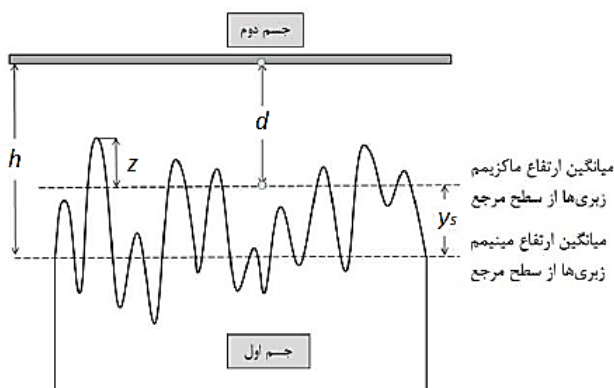
در رابطه (۲) ν ضریب پواسن ماده نرم تر، R شعاع نوک زبری، Y استحکام شکست ماده نرم تر، E مدول یانگ ترکیبی دو جسم که از رابطه (۳) به دست می آید و C_v تابعی از ν است که از رابطه (۴) به دست می آید.

$$\frac{1}{E} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (3)$$

$$C_v = 1.234 + 1.256\nu \quad (4)$$

E_1 و ν_1 مدول یانگ و ضریب پواسن جسم ۱ و E_2 و ν_2 مدول یانگ و ضریب پواسن جسم ۲ می باشند.

همانگونه که در شکل ۲ مشاهده می گردد هر سطح دارای زبری های



شکل ۲ شکل شماتیک زبری سطوح و مشخصات زبری

الاستیک- پلاستیک تغییر شکل زبری ها ارائه کردند که در این مقاله از این مدل برای محاسبه سطح تماس زبری و نیروی عمودی بین دو زبری استفاده شده است.

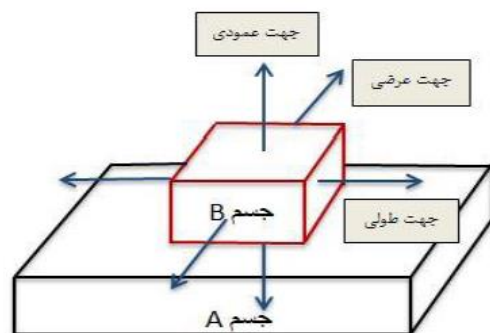
اگر به یکی از دو جسمی که بر روی یکدیگر حرکت می کنند نوسانات آلتراسونیک دهیم تحقیقات نشان می دهد که باعث کاهش نیروی اصطکاک می گردد. همانگونه که در شکل ۱ دیده می شود می توان در سه جهت طولی، عرضی و عمودی به یک جسم نوسان وارد کرد.

لیتمن و همکارانش به صورت تئوری و تجربی [۷، ۸] تأثیر نوسانات آلتراسونیک را بر روی ضریب اصطکاک در جهت طولی و جهت عرضی بررسی کردند و رابطه بین سرعت نسبی دو جسم و ضریب اصطکاک به دست آوردند. کومار و هوچینگ [۹] نیز به صورت تجربی تأثیر نوسانات را در جهت طولی و عرضی بررسی کرد و بیان کرد که نوسانات طولی تأثیر بیشتری در کاهش نیروی اصطکاک نسبت به نوسانات عرضی دارد. پوپوف و همکارانش [۱۰] نیز به صورت تجربی تأثیر نوسانات را برای گستره ای از مواد بررسی کرد و بیان کرد که این نوسانات تأثیر کمتری بر روی مواد نرم نسبت به مواد ترد داراست. دانگ و داپینیو [۱۱] یک مدل الاستیک-پلاستیک از تغییر شکل زبری ها در حضور نوسانات آلتراسونیک در جهت طولی و عرضی ارائه کردند.

نوسانات آلتراسونیک بین دو جسم همانند یک روانکار جامد عمل می کند و باعث کاهش نیروی مورد نیاز برای شکل دهی می شود به همین دلیل کاربردهای بسیاری در فرآیندهای شکل دهی داراست که در این زمینه تحقیقات فراوانی انجام گرفته است.

موروکاو و جین [۱۲] به بررسی کاهش نیروی مورد نیاز در فرآیند کشش سیم پرداختند. هانگ و همکاران [۱۳] یک تحلیل عددی برای فرآیند کله زنی با امواج آلتراسونیک ارائه کردند. اکبری موسوی و همکارانش [۱۴] کاهش ۳۰ درصدی در نیروی اصطکاک در فرآیند اکستروژن توأم با آلتراسونیک را نشان دادند. رایدل و همکارانش [۱۵] کاهش ۳۷ درصدی در نیروی شکل دهی در فرآیند کشش عمیق در حضور نوسانات آلتراسونیک را نشان دادند. ژائو و همکارانش [۱۶] به تأثیر نوسانات بر روی فرآیند فشار در ابعاد میکرو پرداختند. افتخار شهری و همکارانش [۱۷] به بررسی تحلیلی و عددی برای فرآیند هیدروفرمینگ لوله در حضور ارتعاشات آلتراسونیک پرداختند.

در این تحقیق زبری ها به صورت یک تیر یکسرگیردار با مقطع متغیر دایروی شکل در نظر گرفته شدند و پارامترهای تماسی به ابعاد تیر وابسته شدند. همچنین توزیع ارتفاع زبری ها به صورت گوسی شکل در نظر گرفته شد که این دو نوآوری باعث بهبود نتایج و دقت بیشتر نسبت به مدل های موجود شده است.



شکل ۳ سه جهت اعمال نوسانات آلتراسونیک به جسم

پلاستیک شود را به صورت رابطه (۱۰) بیان کرد:

$$F_n^*(d^*) = \eta R \sigma \left[\frac{4}{3} \cdot \left(\frac{\sigma}{R} \right)^{0.5} \cdot \int_{d^*}^{d^* + \omega_c^*} (z^* - d^*)^{\frac{3}{2}} \Phi(z^*) dz^* + \frac{\pi C_v (1 - \nu^2) Y}{E} \int_{d^* + \omega_c^*}^{\infty} [2(z^* - d^*) - \omega_c^*] \Phi(z^*) dz^* \right] \quad (10)$$

که $F_n^*(d^*) = \frac{F_n}{A_n E}$ می‌باشد. همانگونه که در بخش ۲-۱ گفته شد در مدل ارائه شده زبری‌ها را به صورت یک تیر یکسرگیردار در نظر می‌گیریم زمانی که نیروی اصطکاک به زبری وارد می‌شود همانند آنچه در شکل ۴ دیده می‌شود زبری دچار خمش شده و به اندازه δ تغییر مکان می‌دهد تا در نهایت گسیخته شده و یک زبری جدید به وجود می‌آید این فرآیند تا مادامی که دو جسم درگیر هستند ادامه می‌یابد بنابراین نیروی اصطکاک از رابطه (۱۱) به دست می‌آید:

$$F_T = K_t \cdot \delta \quad (11)$$

در رابطه (۱۱) F_T نیروی اصطکاک بین دو جسم، K_t ثابت خمشی زبری‌ها و δ تغییر مکان زبری‌ها پس از اعمال نیرو می‌باشد.
 δ برای یک مقطع متغیر از رابطه (۱۲) به دست می‌آید [۱۸]:

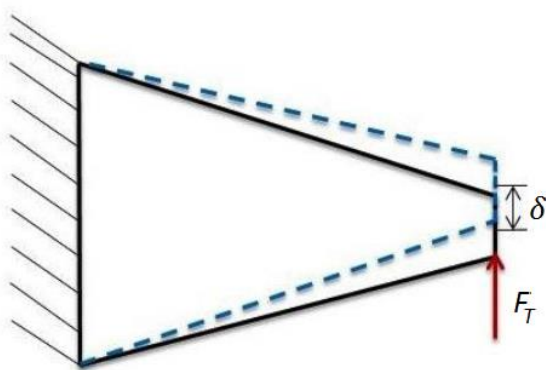
$$\delta = \int_0^d \frac{F_T x^2 dx}{E(x) I(x)} \quad (12)$$

در رابطه (۱۲) F_T نیروی مماسی وارد شده به تیر می‌باشد و x با توجه به شکل ۵ فاصله بین المان مورد نظر تا ابتدای تیر می‌باشد $E(x)$ مدول یانگ تیر و $I(x)$ ممان اینرسی تیر می‌باشد.
 با توجه به شکل ۵ و پارمترهای در نظر گرفته شده برای زبری دایروی شکل با مقطع متغیر، مقدار δ از رابطه (۱۳) به دست می‌آید:

$$\delta = \frac{64 F_T d^3}{3 \pi E K b^4} \quad (13)$$

با توجه به رابطه (۱۱) مقدار K_t از رابطه (۱۴) به دست می‌آید:

$$K_t = \frac{3 K b^4 \pi E}{64 d^3} = \frac{3 K E A_{total}^2}{4 \pi d^3} \quad (14)$$



شکل ۴ تغییر مکان زبری تحت اثر نیرو

زیادی می‌باشد که هر کدام از این زبری‌ها دارای ارتفاع خاصی می‌باشد گرینوود فرض کرد که نوک زبری‌ها دارای شعاع یکسان R باشد و ارتفاع زبری‌ها از توزیع نرمال گوس پیروی کند که در رابطه (۵) آمده است.

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \exp\left(-0.5 \left(\frac{z}{\sigma}\right)^2\right) \quad (5)$$

σ انحراف استاندارد ارتفاع زبری‌ها می‌باشد.

همچنین گرینوود بیان کرد اگر سطحی دارای N زبری باشد تعداد زبری‌های درگیر از رابطه (۶) به دست می‌آید:

$$n = N \int_{d^*}^{\infty} \Phi(z^*) dz^* \quad (6)$$

در رابطه (۶) n تعداد زبری‌های درگیر می‌باشد.

برای محاسبه مساحت سطح تماس بین دو زبری از مدل پلی‌کارپو [۶] استفاده شد پلی‌کارپو بیان داشت که اگر تغییر شکل زبری الاستیک باشد مقدار مساحت سطح تماس از رابطه (۷) و اگر الاستیک-پلاستیک باشد از رابطه (۸) به دست می‌آید:

$$A_e^* = \pi \eta R \sigma \int_{d^*}^{d^* + \omega_c^*} (z^* - d^*) \Phi(z^*) dz^* \quad (7)$$

$$A_p^* = \pi \eta R \sigma \int_{d^* + \omega_c^*}^{\infty} [2(z^* - d^*) - \omega_c^*] \Phi(z^*) dz^* \quad (8)$$

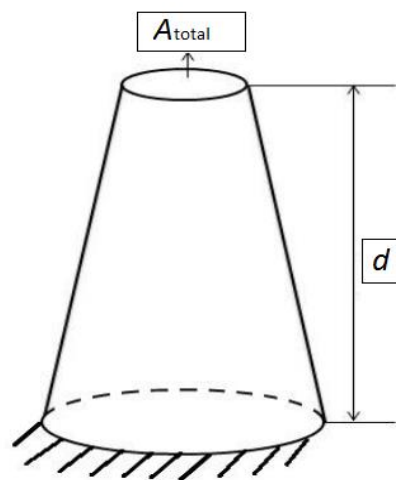
η چگالی زبری‌ها در واحد سطح می‌باشد و برابر است با $\eta = \frac{N}{A_n}$ همچنین $d^* = \frac{d}{\sigma}$ ، $z^* = \frac{z}{\sigma}$ ، $A_e^* = \frac{A_e}{A_n}$ و $A_p^* = \frac{A_p}{A_n}$ می‌باشند. A_n مساحت اسمی تماس است و مساحت کل سطح تماس دو زبری که تغییر شکل الاستیک-پلاستیک دارند از رابطه (۹) به دست می‌آید.

$$A_{total} = A_e + A_p \quad (9)$$

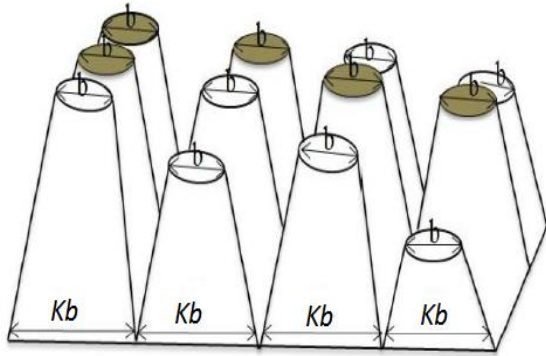
تماس واقعی بین دو سطح شامل تماس زبری‌ها می‌شود که این مقدار بسیار کوچکتر از مقدار مساحت اسمی تماس می‌باشد.

۲-۳- محاسبه نیروی اصطکاک مدل

نیروی عمودی بین دو جسم، توسط زبری‌ها تحمل می‌گردد که باعث تغییر شکل زبری‌ها نیز می‌شود پلی‌کارپو ارتباط بین نیروی عمودی دو جسم و پارمترهای تماسی و خواص سطح را که نیرو منجر به تغییر شکل الاستیک-



شکل ۳ مدل زبری‌های درگیر شده



شکل ۶ مشخصات زبری‌های یک سطح درگیر فرضی

تغییر مکان جدید از رابطه (۱۹)، فاصله جدید بین دو سطح از رابطه (۲۰) و قطر جدید مساحت تماس از رابطه (۲۱) به دست می‌آید:

$$\delta_{\text{new}} = \delta + U_1 \quad (19)$$

$$d_{\text{new}} = d + U_2 \quad (20)$$

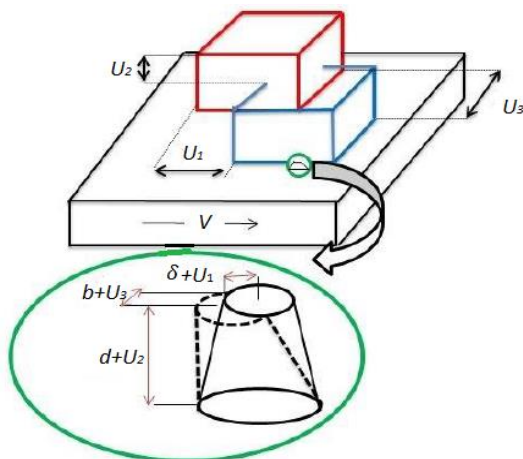
$$b_{\text{new}} = b + U_3 \quad (21)$$

در رابطه (۱۹)، U_1 جابجایی امواج آلتراسونیک در جهت طولی و در رابطه (۲۰)، U_2 جابجایی امواج آلتراسونیک در جهت عمودی (عمود بر دو جسم) و در رابطه (۲۱)، U_3 جابجایی امواج آلتراسونیک در جهت عرضی را نشان می‌دهد.

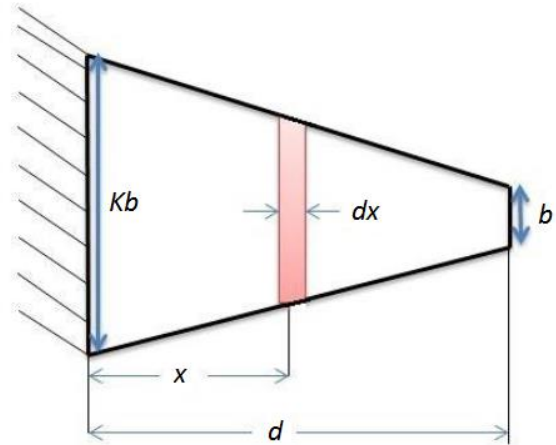
U_1 ، U_2 و U_3 زمانی که هم‌جهت با لغزش بین دو جسم باشند مثبت در نظر گرفته می‌شوند و زمانی که مخالف لغزش بین دو جسم باشند منفی در نظر گرفته می‌شوند. امواج آلتراسونیک در نصف دوره تناوب اول یعنی در بازه $[0, T/2]$ هم‌جهت با جهت لغزش بین دو جسم می‌باشد و در نصف دوره تناوب دوم در بازه $[T/2, T]$ خلاف جهت لغزش بین دو جسم می‌باشد بنابراین چون U_1 ، U_2 و U_3 در روابط (۱۹)، (۲۰) و (۲۱) مثبت در نظر گرفته شدند، باید بازه‌ی زمانی آن‌ها در $[0, T/2]$ در نظر گرفته شود.

بنابراین چون مشخصات زبری‌ها در حضور نوسانات آلتراسونیک تغییر کردند بنابراین ثابت خمشی مدل نیز تغییر می‌کند و از رابطه (۲۲) به دست می‌آید:

$$K_{t_{\text{new}}} = \frac{3KEA_{\text{total}_{\text{new}}}^2}{4\pi d_{\text{new}}^3} \quad (22)$$



شکل ۷ تغییرات در هندسه مدل در اثر اضافه شدن امواج آلتراسونیک



شکل ۵ مشخصات هندسی مدل

همانگونه که از شکل ۵ مشخص است Kb قطر ریشه تیر می‌باشد که در آن یک ضریب ثابت می‌باشد و برای به دست آوردن آن مطابق شکل ۶ به طور مثال فرض شد که سطح نشان داده شده در شکل ۶، دارای ۹ زبری باشد که ۵ عدد از آن‌ها با زبری‌های سطح دیگر درگیر می‌باشند مطابق شکل ۶ نسبت زیر برقرار می‌باشد:

$$\frac{\text{سطح تماس زبری‌ها (قسمت رنگی)}}{\text{مساحت کل جسم}} = \frac{A_{\text{total}}}{A_n} = \frac{\sum_{i=1}^5 \pi b_i^2}{\sum_{i=1}^9 \pi (Kb_i)^2} = \frac{5}{9K^2} \quad (15)$$

حال اگر سطحی N عدد زبری داشته باشد که n عدد آن درگیر باشد رابطه (۱۵) به رابطه (۱۶) تبدیل می‌گردد:

$$\frac{A_{\text{total}}}{A_n} = \frac{\sum_{i=1}^n \pi b_i^2}{\sum_{i=1}^N \pi (Kb_i)^2} = \frac{n}{NK^2} \quad (16)$$

بنابراین مقدار ضریب K از رابطه (۱۷) به دست می‌آید:

$$K = \left(\frac{nA_n}{NA_{\text{total}}} \right)^{0.5} \quad (17)$$

زمانی که دو سطح با سرعت قابل توجهی از روی یکدیگر حرکت کنند δ را می‌توان از رابطه داهل [۱۹] به صورت رابطه (۱۸) محاسبه کرد.

$$\frac{d\delta}{dt} = V_{\text{rel}} \left[1 - \frac{K_t \delta}{F_{t0}} \text{sgn}(V_{\text{rel}}) \right] \quad (18)$$

در رابطه (۱۸) V_{rel} سرعت نسبی بین دو جسم و F_{t0} نیروی اصطکاک استاتیکی اندازه‌گیری شده از آزمایش می‌باشد.

۲-۴- محاسبه نیروی اصطکاک کاهشی مدل

امواج التراسونیک را می‌توان به سه مولفه طولی، عرضی و عمودی تجزیه کرد که هر کدام از این مولفه‌ها تابعی از زمان و مختصات مکانی می‌باشند زمانی که امواج آلتراسونیک را به یکی از دو جسم درگیر وارد می‌کنیم، اندازه زبری‌ها مطابق آنچه در شکل ۷ نشان داده شده است تغییر می‌کند بنابراین

(۲۵) و (۲۶) در پیوست الف آمده است.

A و B دامنه امواج آلتراسونیک می باشند که مقادیر آن‌ها از آزمایش مشخص می‌گردد و در جدول ۲ آمده‌اند و f فرکانس امواج آلتراسونیک می‌باشد همچنین رنج تغییرات $-6 < x < 6$ می‌باشد [۱۱].

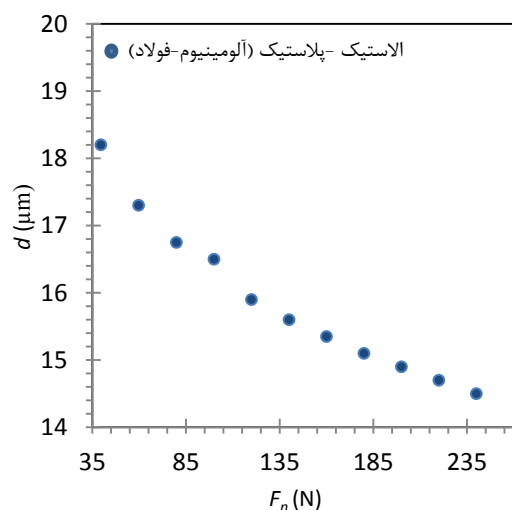
۴- نتایج و بحث

در شکل ۸ نمودار فاصله بین دو سطح (ارتفاع مدل ارائه شده) بر حسب نیروی عمودی بین دو سطح رسم شده است دیده شد که هرچه نیروی عمودی زیادتر گردد، فاصله بین دو سطح کمتر می‌گردد زمانی که نیرو از ۳۸ نیوتن تا ۲۴۰ نیوتن افزایش می‌یابد دو سطح حدود ۴ میکرومتر به هم نزدیکتر می‌گردند.

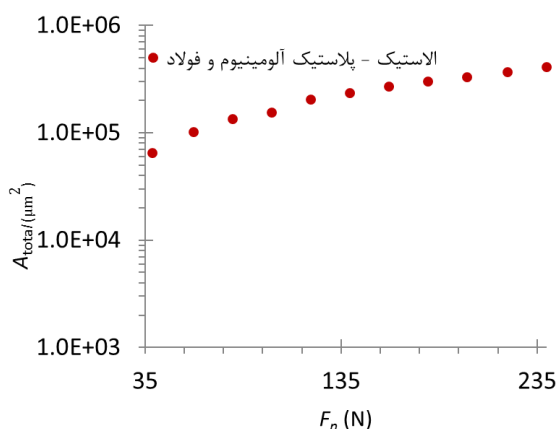
در شکل ۹ نمودار لگاریتمی مساحت واقعی تماس بر حسب نیروی عمودی رسم شده است دیده می‌شود که هرچه نیروی عمودی زیادتر می‌گردد مساحت تماس بین زبری‌ها نیز زیادتر می‌شود زمانی که نیرو از ۳۸ نیوتن تا ۲۴۰ افزایش می‌یابد سطح تماس حدود ۰/۴۳ میکرومتر مربع

جدول ۲: مشخصات امواج آلتراسونیک [۱۱]

نماد	پارامتر (واحد)	مقدار
A	دامنه مولفه طولی موج (میکرومتر)	۱۱/۴۶
B	دامنه مولفه عمودی موج (میکرومتر)	۱/۱
L	طول جسم ارتعاش کننده (میلی متر)	۱۲۷



شکل ۸ نمودار فاصله بین دو سطح بر حسب نیروی عمودی



شکل ۹ نمودار مساحت واقعی تماس بر حسب نیروی عمودی

در رابطه (۲۲) K یک ضریب ثابت می‌باشد که از رابطه (۱۷) به دست می‌آید E مدول یانگ جسم می‌باشد d_{new} فاصله جدید بین دو سطح می‌باشد که از رابطه (۲۰) به دست می‌آید و A_{total_new} مساحت سطح تماس جدید می‌باشد که تابع زمان و مکان می‌باشد و رابطه آن به صورت رابطه (۲۳) می‌باشد:

$$A_{total_new} = \pi \eta R \sigma \cdot \int_{d^*+U_2}^{d^*+U_2+\omega_c^*} (z^* - d^* + U_2) \Phi(z^*) dz^* + \pi \eta R \sigma \int_{d^*+U_2+\omega_c^*}^{\infty} [2(z^* - d^* + U_2) - \omega_c^*] \Phi(z^*) dz^* \quad (23)$$

بنابراین با تغییر ثابت خمشی و تغییر مکان زبری‌ها نیروی اصطکاک نیز تغییر می‌کند و از رابطه (۲۴) به دست می‌آید:

$$F_{T_new} = \frac{2}{T} \int_0^T K_{t_new} \cdot \delta_{new} dt \quad (24)$$

در رابطه (۲۴) T دوره تناوب امواج آلتراسونیک می‌باشد. رابطه (۲۴) تابعی از زمان و مکان می‌باشد و چون در این تحقیق توزیع ارتفاع زبری‌ها به صورت گوسی شکل در نظر گرفته شد رابطه (۲۴) حل بسته^۱ ندارد و به صورت عددی و از روش نیوتن-کوتر^۲ حل گردید.

۳- اعتبارسنجی

در این قسمت باید پیش بینی‌های مدل با نتایج تجربی و سایر مدل‌ها مقایسه شود بدین منظور نیروی اصطکاک پیش بینی شده مدل با نتایج تجربی [۱۱] و مدل دانگ [۱۱] مقایسه شده است. شرایط عملکردی مربوط به این مقایسه در جدول ۱ آورده شده است. همچنین در مرجع [۱۱] جابجایی امواج آلتراسونیک به صورت روابط (۲۵)، (۲۶) و (۲۷) در نظر گرفته شده اند:

$$U_1(x, t) = A \cos(2\pi ft) \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \quad (25)$$

$$U_2(x, t) = B \cos(2\pi ft) \cos\left(\frac{\pi x}{l}\right) \quad (26)$$

$$U_3(x, t) = 0 \quad (27)$$

ترانسدیوسر استفاده شده در مرجع [۱۱] یک ترانسدیوسر دو جهته می‌باشد که فقط در جهت طولی و عمودی نوسان می‌کند به همین دلیل است که جابجایی امواج آلتراسونیک در جهت عرضی صفر می‌باشد. جزئیات روابط

جدول ۱ شرایط عملکردی برای اعتبار سنجی [۱۱]

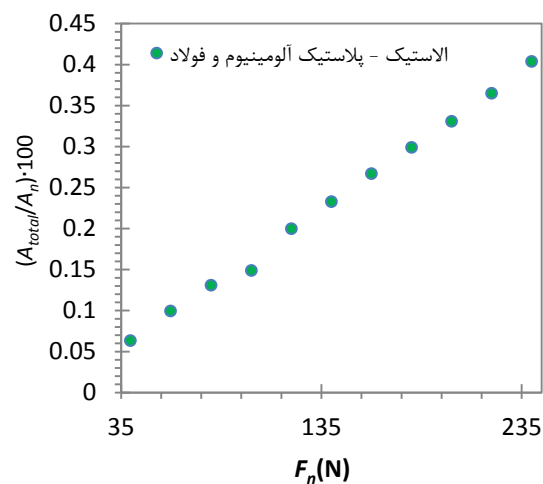
نماد	پارامتر (واحد)	مقدار
σ	انحراف استاندارد ارتفاع زبری (میکرومتر)	۶
R	شعاع نوک زبری (میکرومتر)	۱/۷
A_n	مساحت اسمی تماس (متر مربع)	10^{-4}
$\square$	چگالی سطحی زبری ها (در واحد سطح)	$470 \cdot 10^9$
E_1	مدول یانگ آلومینیوم (گیگا پاسکال)	۷۳
ν_1	ضریب پواسن آلومینیوم	۰/۳۳
E_2	مدول یانگ فولاد (گیگا پاسکال)	۲۰۰
ν_2	ضریب پواسن فولاد	۰/۲۹
Y	استحکام شکست (مگا پاسکال)	۴۱۰

1- Close Form
2- Newton Cotes

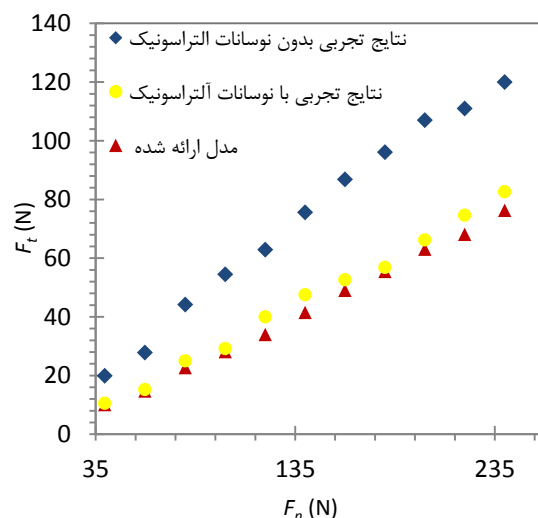
افزایش می یابد.

همانگونه که در قسمت ۲-۲ گفته شد مساحت واقعی تماس، مساحت زبری های تماس است که این مقدار بسیار کمتر از مساحت اسمی تماس می باشد در شکل ۱۰، درصد نسبت مساحت واقعی تماس به مساحت اسمی تماس بر حسب نیروی عمودی رسم شده است دیده می شود با افزایش نیروی عمودی این نسبت افزایش می یابد این بدین دلیل است زمانی که دو جسم به هم فشرده می شوند فرورفتگی زبری ها در یکدیگر افزایش یافته و در نتیجه مساحت واقعی تماس زیادتر می گردد این در حالی است که مساحت اسمی تماس ثابت است بنابراین نسبت این دو افزایش می یابد همچنین ماکزیمم این نسبت در نیروی ۲۴۰ نیوتنی است که مقدار مساحت واقعی تماس ۰/۴۲ درصد مساحت واقعی است که مقدار بسیار کمی می باشد.

مقایسه نتایج مدل ارائه شده با نتایج تجربی در شکل ۱۱-۱ نشان داده شده است شکل ۱۱-۱ دارای سه نمودار است که دوعده آن از نتایج تجربی به دست آمده است [۱۱] و دیگری مدل ارائه شده در این مقاله می باشد زمانی که به یکی از دو جسم درگیر نوسانات آلتراسونیک داده می شود همانگونه که در شکل دیده می شود باعث کاهش نیروی اصطکاک می شود.



شکل ۱۰ نمودار نسبت مساحت واقعی به مساحت اسمی تماس بر حسب نیروی عمودی



شکل ۱۱-۱ نمودار نیروی اصطکاک بر حسب نیروی عمودی

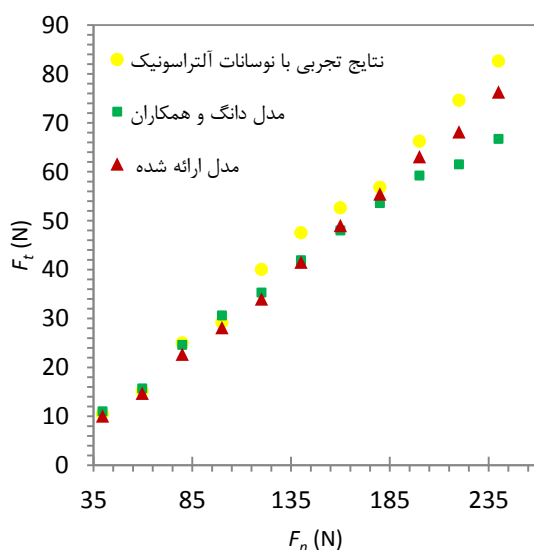
این درصد کاهش بین نتایج تجربی با آلتراسونیک و نتایج تجربی بدون آلتراسونیک حدود ۳۰٪ تا ۵۰٪ می باشد [۱۱].

همچنان که در شکل ۱۱-۱ دیده می شود مدل ارائه شده با نتایج تجربی همخوانی خوبی داشته است. در نیروهای عمودی کمتر از ۱۰۰ نیوتن اختلاف بین مدل با نتایج تجربی کمتر از ۳٪ می باشد و در نیروهای عمودی بیشتر از ۱۰۰ نیوتن اختلاف بین مدل و نتایج، کمتر از ۱۰٪ می باشد.

در شکل ۱۱-۲ مدل ارائه شده با مدل دانگ و همکاران [۱۱] مقایسه شده است در این شکل نیز سه نمودار دیده می شود که یکی از آن ها نتایج تجربی و دوعده آن ها مدل های ارائه شده است اختلاف بین مدل دانگ و همکاران، با نتایج تجربی در نیروهای عمودی کمتر از ۱۰۰ نیوتن حدود ۸٪ می باشد و در نیروهای عمودی بالاتر از ۱۰۰ نیوتن حدود ۲۰٪ می باشد این در حالی است که اختلاف مدل ارائه شده در این تحقیق با نتایج تجربی در نیروهای عمودی کمتر از ۱۰۰ حدود ۳٪ و در نیروهای عمودی بیشتر از ۱۰۰ نیوتن حدود ۱۰٪ می باشد. بنابراین مدل ارائه شده در این جا پیش بینی بهتری از نیروی اصطکاک نسبت به مدل دانگ و همکاران انجام می دهد.

همچنین در مدل دانگ و همکاران، همانطور که در شکل ۱۱-۲ نیز دیده می شود در نیروی عمودی ۱۰۰ نیوتن مقدار به دست آمده از مدل از مقدار به دست آمده از نتایج تجربی بیشتر است این در حالی است که در نیروی عمودی ۱۲۰ نیوتن مقدار به دست آمده از نتایج تجربی، از مقدار به دست آمده از مدل بیشتر می باشد. بنابراین این مدل پیش بینی پایداری ندارد و در بعضی موارد مقدار بیشتری و در بعضی از موارد مقدار کمتری را پیش بینی می کند در صورتی که مدل ارائه شده در این تحقیق این گونه نیست و پایداری بهتری نسبت به مدل دانگ داراست. برای مقایسه بهتر نتایج تجربی بدون آلتراسونیک و نتایج تجربی با آلتراسونیک با مدل دانگ و همکاران و مدل ارائه شده در این تحقیق، هر چهار نمودار در شکل ۱۱-۳ آمده است.

از تقسیم نیروی اصطکاک بر نیروی عمودی ضریب اصطکاک به دست می آید. در شکل ۱۲ ضریب اصطکاک به دست آمده از نتایج تجربی با ضریب اصطکاک مدل ارائه شده مقایسه شده است همانطور که در شکل دیده می شود ضریب اصطکاک تقریباً به صورت یک خط مستقیم به دست آمده است. میانگین ضریب اصطکاک به دست آمده از نتایج تجربی بدون آلتراسونیک



شکل ۱۱-۲ نمودار نیروی اصطکاک بر حسب نیروی عمودی

نتایج زیر به دست آمد:

۱- مساحت واقعی تماس از مساحت اسمی تماس بسیار کمتر است که ماکزیمم نسبت مساحت واقعی تماس به مساحت اسمی تماس ۰/۴۲ درصد می باشد.

۲- با اعمال نوسانات آلتراسونیک نیروی اصطکاک بین آلومینیوم و فولاد تا ۵۰٪ کاهش یافت.

۳- مدل ارائه شده در نیروهای کم (کمتر از ۱۰۰ نیوتن) همخوانی بسیار خوبی با نتایج تجربی داشته است و ماکزیمم اختلاف بین مدل و نتایج تجربی در نیروهای سبک حدود ۳٪ می باشد.

۴- ماکزیمم اختلاف بین مدل ارائه شده در این تحقیق و نتایج تجربی حدود ۱۰٪ می باشد.

۵- مدل ارائه شده در این تحقیق دارای دقت بالاتری از مدل دانگ و همکاران می باشد.

۶- مدل ارائه شده در این تحقیق دارای پایداری بهتری نسبت به مدل دانگ و همکاران می باشد.

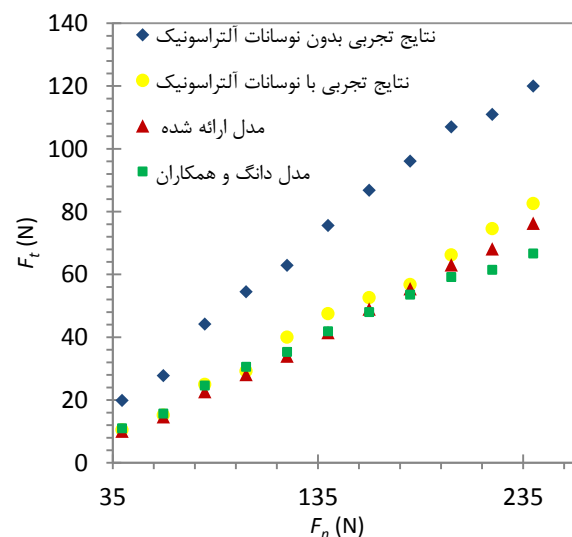
۶- فهرست علائم

z	فاصله بین نوک زبری تا میانگین ارتفاع زبری ها (μm)
d	فاصله بین دو سطح (μm)
C_v	ضریب ثابت
Y	استحکام شکست (MPa)
E	مدول یانگ (MPa)
R	شعاع نوک زبری (μm)
E_1	مدول یانگ جسم اول (MPa)
E_2	مدول یانگ جسم دوم (MPa)
A_e	مساحت سطح تماس الاستیک زبری ها (m^2)
A_p	مساحت سطح تماس پلاستیک زبری ها (m^2)
A_n	مساحت اسمی تماس (m^2)
A_{total}	مساحت کل تماس (m^2)
F_n	نیروی عمودی بین زبری ها (N)
F_T	نیروی اصطکاک (N)
K_t	ثابت خمشی تیر (N m^{-1})
I	ممان اینرسی (m^4)
b	قطر کوچک زبری (μm)
K	ضریب قطر بزرگ زبری
V_{rel}	سرعت نسبی بین دو جسم (ms^{-1})
F_{t0}	نیروی اصطکاک استاتیکی بین دو جسم (N)
sgn	تابع علامت
U_1	مولفه طولی امواج آلتراسونیک (μm)
U_2	مولفه عمودی امواج آلتراسونیک (μm)
U_3	مولفه عرضی امواج آلتراسونیک (μm)
T	دوره تناوب امواج آلتراسونیک (s)
A	دامنه طولی امواج آلتراسونیک (μm)
B	دامنه عرضی امواج آلتراسونیک (μm)
f	فرکانس نوسانات امواج آلتراسونیک (s^{-1})
L	طول جسم ارتعاش کننده (m)

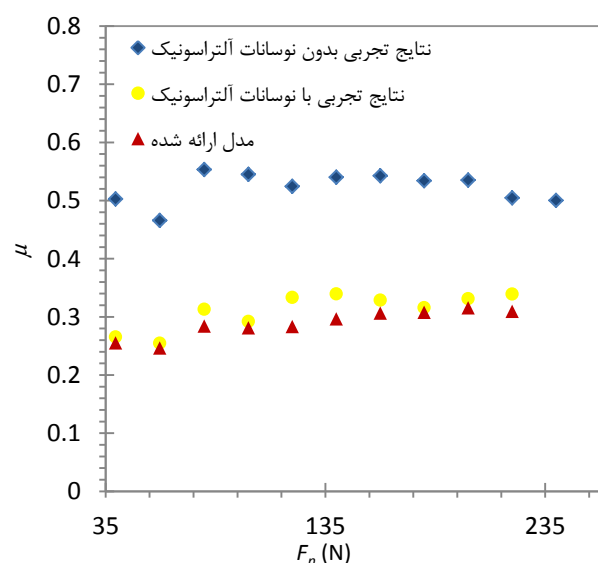
۰/۵۳ می باشد زمانی که نوسانات آلتراسونیک به جسم وارد می کنیم ضریب اصطکاک کاهش می یابد که میانگین مقدار آن برای نتایج تجربی با آلتراسونیک ۰/۳۲ می باشد. میانگین ضریب اصطکاک برای مدل ارائه شده در این تحقیق ۰/۲۹ می باشد. بنابراین همخوانی خوبی با نتایج تجربی دارد و خطای مدل ارائه شده برای پیش بینی ضریب اصطکاک حدود ۹٪ می باشد.

۵- جمع بندی

در این مقاله یک مدل الاستیک-پلاستیک از زبری های سطوح برای پیش بینی نیروی اصطکاک بین دو جسم در حضور نوسانات آلتراسونیک ارائه شد زبری ها به صورت یک تیر یکسرگیردار در نظر گرفته شدند پارامترهای تماسی به ابعاد تیر وابسته شدند. توزیع ارتفاع زبری ها به صورت گوسی شکل در نظر گرفته شد و معادلات مربوط به مساحت سطح تماس و نیروهای عمودی و افقی به روش عددی حل گردیدند. برای اعتبارسنجی نتایج به دست آمده از مدل، با نتایج تجربی و با مدل دانگ و همکاران مقایسه شد که



شکل ۱۱- نمودار نیروی اصطکاک بر حسب نیروی عمودی



شکل ۱۲- نمودار ضریب اصطکاک در نیروهای عمودی مختلف

علائم یونانی

ω	فرورفتگی بین دو زبری (μm)
ω_c	فرورفتگی بحرانی بین دو زبری (μm)
v	ضریب پواسن
v_1	ضریب پواسن جسم اول
v_2	ضریب پواسن جسم دوم
$\Phi(z)$	تابع توزیع ارتفاع زبری ها
σ	انحراف استاندارد ارتفاع زبری ها (μm)
η	چگالی زبری در سطح (μm^{-2})
δ	تغییر مکان (μm)

زیر نویس

new مقدار جدید

۷- پیوست الف

در این قسمت نحوه به دست آمدن روابط (۲۵) و (۲۶) تشریح می‌گردد. هورن وسیله‌ای است که ارتعاشات تولید شده توسط ترانسدیوسر را منتقل می‌کند هورن استفاده شده در مرجع [۱۱] به صورت یک هورن استوانه‌ای است که در دو جهت طولی و عرضی نوسان می‌کند معادله هورن بر حسب جابجایی ذره U ، عبارت است از [۲۰]:

$$\frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - \frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial X} \frac{\partial U}{\partial X} - \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = 0 \quad \text{الف ۱}$$

که X فاصله از یک طرف هورن نسبت به موقعیت مرجع بر حسب متر، S سطح مقطع هورن در فاصله X بر حسب متر مربع، ω بسامد زاویه‌ای ($2\pi f$)، f بسامد بر حسب هرتز و C سرعت صوت در هورن بر حسب متر بر ثانیه می‌باشد با حل معادله الف ۱ برای هورن استوانه‌ای:

$$U = \left[a \sin \frac{\omega X}{C} + b \cos \frac{\omega X}{C} \right] \cos(\omega t) \quad \text{الف ۲}$$

و با توجه به معادله موج [۲۰]:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\omega^2 U}{C^2} = 0 \quad \text{الف ۳}$$

نتیجه می‌دهد که $b = 0$ و با توجه به شرایط مرزی الف ۴ و الف ۵ داریم:

$$\frac{\partial U(X = -\frac{L}{2}, t)}{\partial X} = 0 \quad \text{الف ۴}$$

$$\frac{\partial U(X = \frac{L}{2}, t)}{\partial X} = 0 \quad \text{الف ۵}$$

روابط الف ۴ و الف ۵ رابطه الف ۶ را نتیجه می‌دهد:

$$\omega = \frac{\pi n C}{L} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad \text{الف ۶}$$

در نتیجه:

$$U_1 = a \sin \frac{\omega X}{C} \cos(\omega t) \quad \text{الف ۷}$$

و برای جابه‌جایی امواج آلتراسونیک در راستای عمودی با توجه به رابطه الف ۸ تا الف ۱۰ داریم:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial U(X, t)}{\partial X} = \frac{a\pi}{L} \cos(2\pi f t) \cos\left(\frac{\pi X}{L}\right) \quad \text{الف ۸}$$

$$\varepsilon_y = v \varepsilon_x = \frac{a\pi v}{L} \cos(2\pi f t) \cos\left(\frac{\pi X}{L}\right) \quad \text{الف ۹}$$

$$U_2 = \frac{D a \pi v}{L} \cos(2\pi f t) \cos\left(\frac{\pi X}{L}\right) = B \cos(2\pi f t) \cos\left(\frac{\pi X}{L}\right) \quad \text{الف ۱۰}$$

که D ضخامت آن می‌باشد. بنابراین U_1 و U_2 به صورت روابط الف ۱۱ و الف ۱۲ می‌گردند:

$$U_1 = a \sin \frac{\omega X}{C} \cos(\omega t) = A \sin \frac{\omega X}{C} \cos(\omega t) \quad \text{الف ۱۱}$$

$$U_2 = \frac{D a \pi v}{L} \cos(2\pi f t) \cos\left(\frac{\pi X}{L}\right) = B \cos(2\pi f t) \cos\left(\frac{\pi X}{L}\right) \quad \text{الف ۱۲}$$

۸- مراجع

- [1] J. Greenwood, J. Williamson, Contact of nominally flat surfaces, Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, Vol. 295, No. 1442, pp. 300-319, 1966.
- [2] W. Chang, I. Etsion, D. B. Bogy, An elastic-plastic model for the contact of rough surfaces, Journal of tribology, Vol. 109, No. 2, pp. 257-263, 1987.
- [3] L. Kogut, I. Etsion, Elastic-plastic contact analysis of a sphere and a rigid flat, Journal of Applied Mechanics, Vol. 69, No. 5, pp. 657-662, 2002.
- [4] Y. Zhao, D. M. Maietta, L. Chang, An asperity microcontact model incorporating the transition from elastic deformation to fully plastic flow, Journal of Tribology, Vol. 122, No. 1, pp. 86-93, 2000.
- [5] D. Cohen, Y. Kligerman, I. Etsion, A model for contact and static friction of nominally flat rough surfaces under full stick contact condition, Journal of Tribology, Vol. 130, No. 3, pp. 031401, 2008.
- [6] A. A. Polycarpou, I. Etsion, Analytical approximations in modeling contacting rough surfaces, Journal of tribology, Vol. 121, No. 2, pp. 234-239, 1999.
- [7] W. Littmann, H. Storck, J. Wallaschek, Sliding friction in the presence of ultrasonic oscillations: superposition of longitudinal oscillations, Archive of Applied Mechanics, Vol. 71, No. 8, pp. 54, 9- 554, 2001.
- [8] H. Storck, W. Littmann, J. Wallaschek, M. Mracek, The effect of friction reduction in presence of ultrasonic vibrations and its relevance to travelling wave ultrasonic motors, Ultrasonics, Vol. 40, No. 1, pp. 379-383, 2002.
- [9] V. Kumar, I. Hutchings, Reduction of the sliding friction of metals by the application of longitudinal or transverse ultrasonic vibration, Tribology International, Vol. 37, No. 10, pp. 833-840, 2004.
- [10] V. L. Popov, J. Starcevic, A. E. Filippov, Influence of ultrasonic in-plane oscillations on static and sliding friction and intrinsic length scale of dry friction processes, Tribology letters, Vol. 39, No. 1, pp. 25-30, 2010.
- [11] S. Dong, M. J. Dapino, Elastic-plastic cube model for ultrasonic friction reduction via Poisson's effect, Ultrasonics, Vol. 54, No. 1, pp. 343-350, 2014.
- [12] M. Murakawa, M. Jin, The utility of radially and ultrasonically vibrated dies in the wire drawing process, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 113, No. 1, pp. 81-86, 2001.
- [13] Z. Huang, M. Lucas, M. J. Adams, Influence of ultrasonics on upsetting of a model paste, Ultrasonics, Vol. 40, No. 1, pp. 43-48, 2002.
- [14] S. Mousavi, H. Feizi, R. Madoliat, Investigations on the effects of ultrasonic vibrations in the extrusion process, Journal of materials processing technology, Vol. 187, pp. 657-661, 2007.
- [15] A. Riedl, Stretch Forming Process for Sheet Metal, German patent, 1942.

- [18] R. C. Craig, Mechanics of Materials, John Wiley & Sons, New York 2000 .
- [19] P. Dahl, A solid friction model, DTIC Document, pp. 1968 .
- [20] K. F. Graff, Wave Motion in Elastic Solids, Clarendon Press, Oxford, 1975 .
- [16] Z. Yao, G.-Y. Kim, L. Faidley, Q. Zou, D. Mei, Z. Chen, Effects of superimposed high-frequency vibration on deformation of aluminum in micro/meso-scale upsetting, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 212, No. 3, pp. 640-646, 2012 .
- [17] S. Y. A. B. S.Eftekhari Shahri , K.khalili ,B.S.Kong, Ultrasonic tube hydroforming, a numerical and analytical study, Modares Mechanical Engineering, 2013. In Persian