



بررسی اثرات پارامترهای هندسی و فیزیکی مهم بر ارتعاشات آزاد و نیروی ضربه برای ورق ساندویچی با هسته انعطاف پذیر هوشمند

غلامحسن پایگانه^{1*}، کرامت ملکزاده فرد²، فهیمه راشد سقاواز³

1- دانشیار مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران

2- دانشیار مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

3- مربی مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران

* تهران، صندوق پستی 163-16785، g.payganeh@srutu.edu

چکیده

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 24 مرداد 1393

پذیرش: 13 مهر 1393

ارائه در سایت: 01 آذر 1393

کلید واژگان:

سازه‌های هوشمند

ماده با قابلیت تحریک مغناطیسی

پارامترهای هندسی و فیزیکی

ارتعاشات آزاد

ضربه

در مقاله حاضر، اثر پارامترهای هندسی و فیزیکی بر پاسخ ارتعاشات آزاد و ضربه یک ورق ساندویچی سه لایه با هسته انعطاف‌پذیر با خاصیت تحریک مغناطیسی تحقیق شده است. فرکانس‌ها و ضرایب استهلاک سازه‌ای برای چهار مود اول ارتعاشی برای ورق با ضخامت‌های هسته، شدت‌های میدان مغناطیسی و ضرایب منطری متفاوت بدست آمده است. ماده هوشمند با قابلیت تحریک مغناطیسی در شدت میدان‌های مغناطیسی مختلف، خواص متفاوتی از خود نشان می‌دهد. معادلات حرکت ورق مستطیلی ساندویچی به کمک اصل هامیلتون استخراج شده و نتایج حل معادلات با استفاده از روش حل تحلیلی سیستماتیک بدست آمده است. تابع نیروی ضربه به کمک مدل جرم و فنر دو درجه آزادی به صورت تحلیلی بدست آمده است. فرکانس طبیعی پایه بدست آمده در حل مقدار ویژه، در محاسبه جرم معادل ورق در مدل جرم و فنر استفاده شده است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که با تغییر سیستماتیک شدت میدان مغناطیسی هسته میانی، با افزایش نسبت ضخامت هسته به ضخامت ورق و با افزایش نسبت طول به ضخامت ورق می‌توان به ترتیب مقدار سفتی، ضریب استهلاک سازه‌ای و ماکزیمم نیروی برخورد را تغییر داده و کنترل کرد.

Effects of important geometrical and physical parameters on free vibration and impact force for sandwich plates with smart flexible cores

Gholamhasan Payganeh^{1*}, Keramat Malekzade Fard², Fahimeh Rashed Saghavaz¹

1- Mechanical Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran

2- Mechanical Engineering, Malek Ashtar University, Tehran, Iran

*P.O.B. 16785-163 Tehran, Iran, g.payganeh@srutu.edu

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 15 July 2014
Accepted 05 October 2014
Available Online 22 November 2014

Keywords:
Smart Structures
Magneto Rheological Fluid
Geometrical and Physical Parameters
Free Vibration
Impact

ABSTRACT

In this article, the effects of important physical and geometrical parameters on free vibration and impact response of a three-layer sandwich plate with magneto rheological smart core were investigated. The natural frequencies and structural loss factors for the first four mode shapes and different core thicknesses, magnetic fields and aspect ratios, were obtained. The magneto rheological (MR) material shows different properties when it was subjected to different magnetic fields. The governing equations of motion were obtained using Hamilton's principle. The results were obtained by the systematic analytical solution. Using the two degrees of freedom mass-spring model, the contact force function can be obtained analytically. The obtained natural frequency from Eigen value problem was used for calculating of equivalent mass of the plate in spring mass model. The results show that with systematic variation of magnetic field and with increasing the ratio of core thickness to the plate thickness and also with increasing the ratio of length to the plate thickness, the stiffness, structural loss factor coefficient and maximum contact force can be changed and controlled, respectively.

1- مقدمه

تحمل می‌کنند.

کنترل فعال سیستم یکی از مهمترین روش‌ها برای اصلاح اثرات ناشی از ارتعاشات تشدید شده و ناخواسته سیستم است. تصحیح رفتار سیستم با تغییر تحریک اعمال شده از ویژگی‌های سیستم‌های سازگار با کنترل فعال، نیمه فعال، غیرفعال و ترکیبی می‌باشد [3,2]. در سال‌های اخیر استفاده از مایعاتی با خواص رفتاری قابل کنترل مانند مایعات مگنتورئولوژیکال (MR) در

سازه‌های ساندویچی نقش مهمی را در بین سازه‌ها به دلیل نسبت سختی خمشی به وزن نسبتاً استثنایی خود ایفا می‌کنند. در نتیجه این ویژگی، این سازه‌ها تغییر شکل کمتر، مقاومت به کماتش بیشتر و فرکانس‌های طبیعی بالاتری را خواهند داشت [1]. این سازه‌ها از دو رویه و یک هسته تشکیل می‌شوند. در بیشتر موارد رویه‌ها بارهای خمشی و هسته بارهای برشی را

سیستم‌های نیمه فعال توسعه یافته است. این روش در کاربردهای مختلف مانند سیستم تعلیق خودروها و سازه‌های بزرگ به طور چشم‌گیری افزایش یافته است. از کاربرد دیگر این سیال‌ها در سیستم مکانیکی مانند سیستم‌های آب‌بندی فاقد اصطکاک [4] است. در این سیستم‌ها سیال مغناطیسی با قابلیت آب‌بندی بسیار خوب در بین دو جداره قرار گرفته و اعمال میدان مغناطیسی موجب ثبات آن در محل می‌شود. در این حالت نیازی به استفاده از روغن و روان‌کننده در محور شفت نیست. در عین حال اصطکاک نیز تا حد نزدیک به صفر کاهش خواهد یافت.

این مایعات، تحت تأثیر میدان مغناطیسی، تغییرات مشخص و سریعی در خواص سختی و میرایی از خود نشان می‌دهند. تنش تسلیم مایع MR در حدود 2-3 کیلو پاسکال در غیاب میدان مغناطیسی است. این مقدار در حضور میدان مغناطیسی تا 80 کیلو پاسکال افزایش می‌یابد. همچنین مایعات مگنتورئولوژیکال (MR) برای کنترل ارتعاشات با دامنه‌های بسیار بزرگ کاملاً مناسب هستند [5].

در دهه‌های اخیر مطالعات زیادی بر روی مدل‌سازی و کنترل رفتار دینامیکی تیرها و ورق‌های ساندویچی کامپوزیتی و ایزوتروپیک هوشمند صورت گرفته است. از جمله این مطالعات می‌توان به، یالسنیتاس و دابی [6] اشاره کرد. آن‌ها در مطالعات خود به جستجوی حل دقیق برای ارتعاشات آزاد تیرهای ساندویچی با تکیه‌گاه لولایی و سیال MR در لایه میانی پرداختند. پرانوتو و همکاران [7] پاسخ دینامیکی یک تیر پر شده با مایع MR را به صورت تحلیلی محاسبه و با نتایج آزمایشی مقایسه نمودند.

وانگ و ژوو [8] با هدف بررسی خواص دینامیکی مانند سختی ظاهری (k_{ap}) مدول برشی مختلف ماده MR و برخی خواص دینامیکی دیگر، به بررسی تیر ساندویچی با رویه‌های مقیدکننده رسانا و هسته انعطاف‌پذیر پرداختند. هسته ورق ساندویچی مورد مطالعه آن‌ها، شامل دو قسمت غیر مگنتورئولوژیکال در اطراف لایه هسته و مگنتورئولوژیکال در مرکز هسته است. دویودی [9] با روش کلرکین به بررسی ارتعاشات آزاد تیر با هسته الاستومر MR پرداخت.

چن [10] به بررسی ارتعاشات یک تیر ساندویچی با هسته متشکل از سیال MR در حوزه زمان پرداخت. نایاک و همکاران [11] به مطالعه مقایسه تحلیلی ارتعاشات آزاد یک تیر ساندویچی با هسته MR و رویه‌های کامپوزیتی با استفاده از تئوری مرتبه بالای برشی، تئوری کلاسیک و روش اجزای محدود پرداختند. آن‌ها [12] با جاسازی مایع MR در وسط لایه هسته از جنس ماده ویسکو الاستیک در یک تیر ساندویچی، به بررسی فرکانس طبیعی با روش اجزای محدود و تست آزمایشگاهی پرداختند.

یینگ [13] در بررسی ارتعاشات آزاد تیرهای ساندویچی از ماده الاستومر MR در لایه وسط تیر استفاده کرد.

سوهانی و همکار [14] به بررسی ارتعاشات آزاد و کماتش تیر با خیز نسبتاً زیاد به کمک تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول پرداختند. آن‌ها با انجام مطالعات پارامتری خود، اثر خواص مکانیکی و هندسی و همچنین تأثیر کرنش نرمال عرضی و بار محوری بر فرکانس طبیعی را مورد بررسی قرار دادند.

مانوهاران و همکاران [15] با استفاده از روش المان محدود رفتار دینامیکی ورق ساندویچی با رویه‌های کامپوزیت لایه‌ای و هسته سیال MR را بررسی کردند. علاوه بر این آن‌ها به بررسی تأثیر نحوه چیدمان لایه‌های کامپوزیتی رویه‌ها، بر روی فرکانس طبیعی و ضریب استهلاک پرداختند.

حسینی هاشمی و همکاران [16] تحلیل دقیق پاسخ ارتعاشات آزاد ورق‌های نسبتاً ضخیم مستطیلی ساخته شده از مواد هدفمند با لایه پیزوالکتریک را در دستور کار خود قرار دادند. آن‌ها در کار خود از تئوری میندین بهره بردند. زانگ و وانگ [17] با استفاده از نرم‌افزار انسیس به تحلیل دینامیکی ورق ساندویچی مستطیلی با هسته MR پرداختند. آن‌ها در مطالعات خود چندین روش برای شبیه‌سازی ورق ساندویچی مستطیلی ارائه کردند و با مقایسه نتایج تئوری و نتایج شبیه‌سازی، بهترین روش شبیه‌سازی ورق ساندویچی مستطیلی را ارائه کردند.

اله وردی‌زاده و همکاران [18] به بررسی رفتار ارتعاشاتی تیر ساندویچی با به کارگیری موادی با خواص تابعی (FGM) در رویه‌ها و هسته هوشمند ER پرداختند. مواد هدفمند تأثیر بسیاری در بهبود ویژگی‌های ترمومکانیکی مواد دارد. نی [19] به بررسی ارتعاشات آزاد تیرهای ساندویچی با مایع MR در لایه وسط پرداخت. ملک‌زاده و خلیلی [20] با در نظر گرفتن انعطاف‌پذیری عرضی و میرایی سازه‌ای به بررسی پاسخ دینامیکی ورق ساندویچی پرداختند. آن‌ها برای محاسبه فاکتور استهلاک معادل ورق ساندویچی، از مدل جرم-فنر-دمپر-داشپات با سه درجه آزادی استفاده کردند.

فتاحی و همکار [21] به بررسی ارتعاشات صفحه کامپوزیتی پر شده با مواد اثرپذیر مغناطیسی پرداختند. آن‌ها با استفاده از مثال‌های عددی، دقت و کارایی اثر افزودن مواد MR بر ارتعاشات یک صفحه کامپوزیت را نشان دادند. لی و زانگ [22] به تحلیل ارتعاشات آزاد ورق مگنتوالکتروالاستیک بر اساس تئوری میندین روی بستر الاستیک پاسترناک پرداختند.

هدف از انجام این پژوهش با توجه به خلاء نتایج مطالعات پیشین در زمینه ارتعاشات اجباری روی سازه‌های هوشمند، ارائه حل ضربه با سرعت پایین روی ورق ساندویچی با هسته میانی روغن هوشمند MR و نیز بدست آوردن نیروی برخورد است. در این پژوهش به بررسی اثر تغییرات شدت میدان مغناطیسی روی فرکانس طبیعی، ضریب استهلاک پرداخته شده است. همچنین اثر تغییرات نسبت طول به ضخامت ورق، اثر تغییرات ضرایب منطری و اثر تغییرات ضخامت هسته (مایع MR) روی بیشینه نیرو، بیشینه خیز ضربه‌زننده و بیشینه خیز ورق در شدت میدان مغناطیسی مختلف نیز مورد بررسی قرار گرفته است.

از روش‌های کاهش ارتعاشات در سازه، افزایش ضریب استهلاک مودال است. با استفاده از مواد ویسکوالاتیک (مواد MR) در سازه، می‌توان ضریب استهلاک مودال را افزایش داد و از ارتعاشات نامطلوب که یکی از دلایل خستگی و خرابی سازه‌ها می‌باشد، کاست. پژوهش حاضر این موضوع را نیز دربر می‌گیرد و دارای ارزش کاربردی برای مهندسان کنترل ارتعاشات در زمینه بهینه‌سازی عملی و تئوری است.

2- روابط تحلیلی

2-1- ارائه مدل سیال مایع MR

مایع تغییر شکل دهنده مغناطیسی یا مگنتورئولوژیکال (MR) نوعی از مایعات هوشمند است که تعلیقی از ذرات مغناطیسی میکرومتری در یک مایع که معمولاً نوعی روغن است می‌باشد. به هنگام اعمال میدان مغناطیسی، ویسکوزیته مایع تا حدی بالا می‌رود که به شکل یک جامد ویسکوالاتیک درمی‌آید. نکته قابل توجه این است که تنش تسلیم مایع وقتی در حالت فعال خود قرار دارد به طور بسیار دقیقی با اعمال تغییر در شدت میدان مغناطیسی قابل کنترل است در نتیجه می‌توان قابلیت سیال در انتقال نیرو را با آن‌ها برای

الکتریکی کنترل کرد.

برای فهم و پیش‌بینی رفتار یک مایع MR باید بتوان سیال را به‌طور ریاضی مدل کرد. این کار به واسطه تغییرات خواص ماده (مثل تنش تسلیم) کار نسبتاً مشکلی است. همان‌طور که اشاره شد مایعات هوشمند در غیاب اعمال میدان مغناطیسی ویسکوزیته پایینی دارند اما در نتیجه اعمال میدان مغناطیسی به حالت شبه جامد تبدیل می‌شوند. در مورد مایعات MR و ER (الکترورنولوژیکال) فرض می‌شود که مایع در حالت فعال¹ خود یعنی در حالت اعمال میدان مغناطیسی، خواصی قابل مقایسه با یک جامد تا یک نقطه تسلیم پیدا می‌کند (تنش برشی که بالاتر از آن برش اتفاق می‌افتد).

تنش تسلیم به میدان مغناطیسی که به مایع اعمال می‌شود بستگی دارد، اما به نقطه‌ای می‌رسد که بعد از آن افزایش شدت میدان مغناطیسی تأثیر بیشتری ندارد و مایع در این نقطه از نظر مغناطیسی به حالت اشباع² می‌رسد. بنابراین رفتار مایع مگنتورنولوژیکال (MR) می‌تواند مانند مدل پلاستیک بینگهام³ فرض شود مدلی که در حال تحقیق بیشتر است. هر چند که یک مایع مگنتورنولوژیکال دقیقاً از ویژگی‌های پلاستیک بینگهام پیروی نمی‌کند. برای مثال زیر تنش تسلیم (در حالت فعال) مایع مثل یک ماده ویسکوالاستیک با یک مدول برشی مختلط که تابعی از شدت میدان مغناطیسی است رفتار می‌کند (شکل 1).

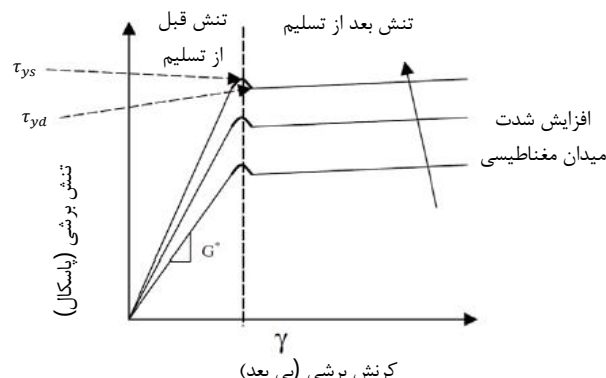
از آنجا که ماده MR در ناحیه قبل از تسلیم خاصیت مواد ویسکوالاستیک خطی را دارد، لذا مدول برشی شکل مختلط داشته و وابسته به شدت میدان مغناطیسی است. در این مساله از رابطه‌ای که راجاموچان و همکاران [23] برای ارتباط بین مدول برشی مختلط مایع MR و شدت میدان مغناطیسی پیشنهاد داده‌اند استفاده شده است. مدول برشی مختلط برای مواد ویسکوالاستیک به صورت رابطه (1) و (2) است.

در رابطه (1)، تنش برشی، γ کرنش برشی است و G^* ضریب برش مختلط (مرکب) است.

$$\tau = G^* \gamma \quad (1)$$

$$G^* = G' + iG'' = G' \left(1 + i \frac{G''}{G'}\right) \quad (2)$$

در رابطه (2) قسمت حقیقی G' ، مدول برشی ذخیره شده (حقیقی) نامیده می‌شود و توانایی مواد برای ذخیره الاستیکی انرژی کرنش را، اندازه‌گیری می‌کند. در حالی که قسمت موهومی G'' ، مدول برشی هدر رفته نامیده می‌شود و با اتلاف انرژی در طول مدت تغییر شکل همراه است. G''/G' همان



شکل 1 نمودار تنش-کرنش برای مایع MR [24]

ضریب استهلاک برشی سازه (η) است. ضریب برش مختلط برای ماده MR به‌صورت یک تابع چند جمله‌ای از میدان مغناطیسی B (برحسب گاوس) به صورت رابطه (3) تعریف می‌شوند [23].

$$G' = -3/3691B^2 + 4/9975 \times 10^3 B + 0/873 \times 10^6$$

$$G'' = 0/9B^2 + 0/8124 \times 10^3 B + 0/1855 \times 10^6 \quad (3)$$

2-2- مدل ریاضی و روابط پایه‌ای

در شکل 2، ورق مستطیلی ساندویچی که از یک ورق پایه با ضخامت h_3 ، یک لایه مقیدکننده هسته MR با ضخامت h_1 ، و هسته MR به ضخامت h_2 تشکیل شده است مشاهده می‌شود.

در مدل ارائه شده فرضیات زیر در نظر گرفته شده است:

- 1- ورق پایه و لایه‌ی مقید کننده الاستیک بوده و می‌توانند ایزوتروپیک یا از جنس مواد کامپوزیتی باشند.
- 2- فرض می‌شود هیچگونه لغزشی بین لایه‌های الاستیک و لایه MR وجود ندارد.

- 3- جابجایی عرضی W برای تمام نقاط روی یک سطح مقطع فرضی از ورق ساندویچی یکسان فرض می‌شوند.

- 4- فرض می‌شود در لایه MR تنش نرمال وجود ندارد، همچنین از کرنش‌های برشی عرضی در لایه‌های الاستیک هم صرف نظر می‌شود.

- 5- ماده‌ی MR در شرایط قبل از تسلیم و به صورت ماده ویسکوالاستیک خطی مدل می‌شود.

از شرایط سینماتیکی فرض شده در بالا، روابط جابجایی در لایه‌های الاستیک به‌صورت زیر می‌باشد.

$$u^{(i)}(x, y, z, t) = u_i(x, y, t) - z_i \frac{\partial w}{\partial x} \quad (4)$$

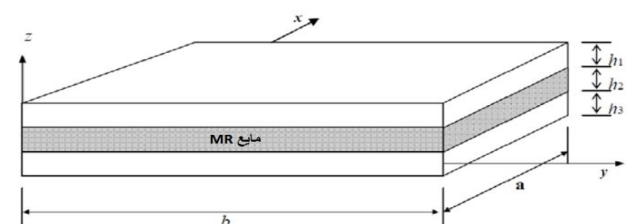
$$v^{(i)}(x, y, z, t) = v_i(x, y, t) - z_i \frac{\partial w}{\partial y} \quad (5)$$

$$w^{(i)}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (6)$$

در این روابط z_i ، که i می‌تواند مقادیر 1 و 3 را اختیار کند مختصات عرضی در سیستم مختصات محلی لایه‌های بالا و پایینی است که در صفحات میانی این لایه‌ها قرار گرفته است. $u_i(x, y, t)$ و $v_i(x, y, t)$ به ترتیب تغییر مکان‌های صفحه میانی در راستای x و y هستند. با فرض خطی بودن رابطه‌ی بین کرنش‌ها و جابجایی‌ها، مؤلفه‌های کرنش در لایه‌های الاستیک کامپوزیتی را می‌توان به صورت روابط (7-9) بیان کرد.

$$\varepsilon_{xx}^{(i)} = \frac{\partial u_i}{\partial x} - z_i \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (7)$$

$$\varepsilon_{yy}^{(i)} = \frac{\partial v_i}{\partial y} - z_i \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (8)$$



شکل 2 هندسه مساله ورق ساندویچی با هسته‌ی MR [24]

1- Active State
2- Magnetically saturated
3- Bingham plastic

مربوط به لایه مایع MR است.

$$\sigma_{xz}^{(2)} = G_2 \gamma_{xz}^{(2)} \quad \sigma_{yz}^{(2)} = G_2 \gamma_{yz}^{(2)} \quad (15)$$

2-3- معادلات حرکت و محاسبه فرکانسهای طبیعی ورق هوشمند

از روابط همیلتون برای استخراج معادلات حاکم بر حرکت برای ورق مستطیلی ساندویچی استفاده شده است.

$$\delta I = \delta \int_{t_1}^{t_2} L dt = \delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U + W) = 0 \quad (16)$$

L ، U و T به ترتیب برای نشان دهنده لاگرانژین، انرژی کرنشی کل و انرژی جنبشی کل ورق ساندویچی است.

تغییرات انرژی کرنشی کل ورق را با توجه به در نظر گرفتن حالت تنش صفحه‌ای در لایه‌های بالا و پایین و در نظر نگرفتن تنش‌های نرمال در لایه MR می‌توان به صورت رابطه (17) بیان کرد.

$$\begin{aligned} \delta u = & \sum_{i=1,3} \int_{v_i} (\sigma_{xx}^{(i)} \delta \epsilon_{xx}^{(i)} + \sigma_{yy}^{(i)} \delta \epsilon_{yy}^{(i)} + \sigma_{xy}^{(i)} \delta \gamma_{xy}^{(i)}) dv_i + \\ & \int_{v_2} (\sigma_{xz}^{(2)} \delta \gamma_{xz}^{(2)} + \sigma_{yz}^{(2)} \delta \gamma_{yz}^{(2)}) dv_2 \\ = & \sum_{i=1,3} \int_{\Omega} (N_{xx}^{(i)} \delta \epsilon_{xx}^{(i)} + N_{yy}^{(i)} \delta \epsilon_{yy}^{(i)} + N_{xy}^{(i)} \delta \gamma_{xy}^{(i)}) d\Omega \\ & + \int_{\Omega} (Q_{xx}^{(2)} \delta \gamma_{xz}^{(2)} + Q_{yy}^{(2)} \delta \gamma_{yz}^{(2)}) d\Omega \end{aligned} \quad (17)$$

انرژی جنبشی ورق ساندویچی با صرف نظر کردن از اینرسی دورانی در لایه‌های الاستیک و مؤلفه‌های صفحه‌ای انرژی جنبشی در هسته به‌دست می‌آید (رابطه 18).

$$\begin{aligned} \delta T = & \sum_{i=1,3} \delta \int_{\Omega} 1/2 \rho_i h_i (\dot{u}_i^2 + \dot{v}_i^2 + \dot{w}_i^2) d\Omega + \\ & \delta \int_{\Omega} 1/2 \{ \rho_2 h_2 \dot{w}_i^2 + I_2 [(\dot{\gamma}_{xz}^{(2)})^2 + (\dot{\gamma}_{yz}^{(2)})^2] \} d\Omega \end{aligned} \quad (18)$$

در رابطه (18)، p_i ($i = 1, 2, 3$) نشان دهنده چگالی جرمی در لایه i ام، $I_2 = p_2 h_2^3 / 12$ و ممان اینرسی جرمی لایه MR است. با جایگزین کردن این روابط در رابطه (16) و استفاده از قاعده گرین و اصل اساسی حساب تغییرات، فرم کلی معادله حرکت برای ارتعاشات آزاد ورق ساندویچی با هسته بدست خواهد آمد. حال می‌توان با جایگزین کردن روابط (7-11) در روابط (14) و (15)، منته‌های تنش و ممان را بر حسب جایجایی‌ها بدست آورد. ثابت‌های سختی ظاهر شده در روابط به صورت رابطه (19) تعریف می‌شوند.

$$(A_{jk}^{(i)}, B_{jk}^{(i)}, D_{jk}^{(i)}) = \int_{-h_1/2}^{h_1/2} (1, z_1, z_1^2) \bar{Q}_{jk} dz_i \quad (19)$$

اندیس‌های j و k می‌توانند مقادیر 1، 2 و یا 6 را اختیار کنند. بنابراین در نهایت معادلات حرکت براساس جایجایی‌ها به‌صورت روابط (20-22) در خواهد آمد.

$$\gamma_{xy}^{(i)} = \frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} - 2z_i \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (9)$$

در روابط (9-7) i می‌تواند مقادیر 1 و 3 را اختیار کند.

با توجه به شکل 3، مؤلفه‌های کرنش عرضی در لایه MR برابر خواهد بود با:

$$\gamma_{xz}^{(2)} = \frac{I_x}{h_2} = \frac{d}{h_2} \frac{\partial w}{\partial x} + 2 \frac{(u_1 - u_3)}{h_2} \quad (10)$$

$$\gamma_{yz}^{(2)} = \frac{I_y}{h_2} = \frac{d}{h_2} \frac{\partial w}{\partial y} + 2 \frac{(v_1 - v_3)}{h_2} \quad (11)$$

برای I_x و I_y می‌توان روابط (12.13) را نوشت.

$$I_x = d \theta_x + (u_1 - u_3) \quad (12)$$

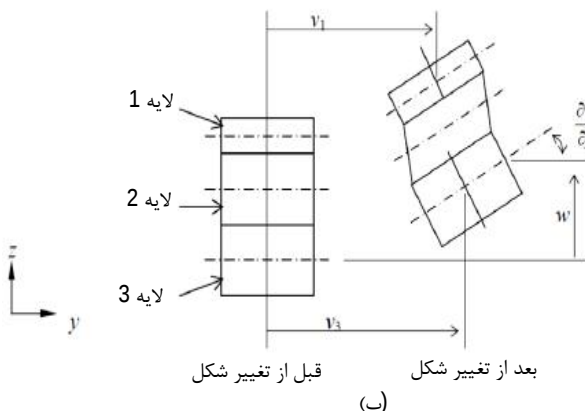
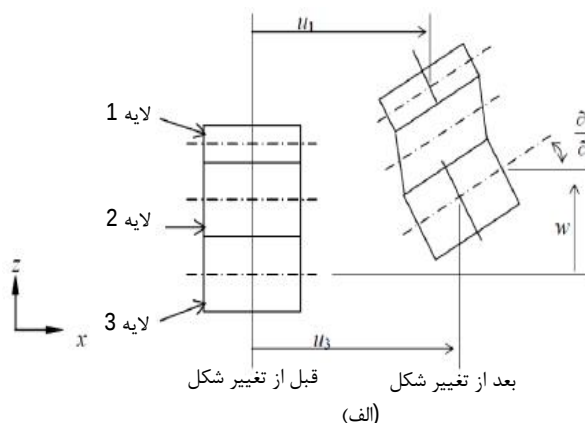
$$I_y = d \theta_y + (v_1 - v_3) \quad (13)$$

با فرض تنش صفحه‌ای در لایه‌های بالا و پایین، مؤلفه‌های تنش k امین زیر لایه در هر یک از لایه‌ها با استفاده از رابطه‌ی هوک حاصل می‌شود (رابطه 14).

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx}^{(i)} \\ \sigma_{yy}^{(i)} \\ \sigma_{xy}^{(i)} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11}^{(i)} & \bar{Q}_{12}^{(i)} & 0 \\ \bar{Q}_{12}^{(i)} & \bar{Q}_{22}^{(i)} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{66}^{(i)} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^{(i)} \\ \epsilon_{yy}^{(i)} \\ \epsilon_{xy}^{(i)} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

$\bar{Q}_{\alpha\beta}^{(i)}$ ($i = 1, 3$) نشان دهنده ثابت‌های الاستیک انتقال یافته کاهش یافته در هر زیرلایه در میان لایه‌های 1 و 3 است.

رابطه نهایی بین تنش‌ها و کرنش‌های عرضی در لایه MR به صورت رابطه (15) درخواهد آمد که G_2 نشان دهنده مدول برشی ویسکوالاستیک



شکل 3 مقطع ورق ساندویچی قبل و بعد از تغییر شکل در (الف) xz و (ب) yz [24]

$$\begin{aligned} u_i(x, y, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} U_{mn}^{(i)} \cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) e^{i\omega t} \\ v_i(x, y, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} v_{mn}^{(i)} \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y) e^{i\omega t} \\ w(x, y, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} w_{mn} \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (25)$$

در این روابط $U_{mn}^{(i)}$ ، $v_{mn}^{(i)}$ و w_{mn} ضرایب جابجایی مجهول و $\alpha_m = m\pi/a$ و $\beta_n = n\pi/b$ است.

در نهایت دستگاه معادلات خطی با جایگزین کردن روابط (25) در روابط (22-20) به صورت روابط (26-28) بدست خواهد آمد.

$$\begin{aligned} &(-\alpha_m^2 A_{11}^{(i)} - \beta_n^2 A_{66}^{(i)} + p_i h_i w^2) U_{mn}^{(i)} + \delta_i \left(\frac{G_2}{h_2} \right) \\ &+ \frac{I_2 w^2}{h_2^2} (U_{mn}^{(1)} - U_{mn}^{(3)}) - \alpha_m \beta_n (A_{12}^{(i)} \pm A_{66}^{(i)}) \\ &+ V_{mn}^{(i)} + \left[\alpha_m^3 B_{11}^{(i)} + \alpha_m \delta_i \left(\frac{I_2 w^2 d}{h_2^2} - \frac{G_2 d}{h_2} \right) \right] \\ &+ \alpha_m B_n^2 (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) W_{mn} = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} &-\alpha_m \beta_n (A_{12}^{(i)} \pm A_{66}^{(i)}) U_{mn}^{(i)} + (-\alpha_m^2 A_{66}^{(i)} - \beta_n^2 A_{22}^{(i)} \\ &+ p_i h_i w^2) V_{mn}^{(i)} + \delta_i (-G_2/h_2) + \frac{I_2 w^2}{h_2^2} (V_{mn}^{(1)} \\ &- V_{mn}^{(3)}) + \left[\beta_n^3 B_{22}^{(i)} + \beta_n \delta_i \left(\frac{I_2 w^2 d}{h_2^2} - \frac{G_2 d}{h_2} \right) \right] \\ &W_{mn} = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \delta w &= \sum_{i=1,3} [B_{11}^{(i)} \frac{\partial^3 u_i}{\partial x^3} + (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) \frac{\partial^3 u_i}{\partial y^2 \partial x}] \\ &+ \left(\frac{dI_2}{h_2^2} \right) \frac{\partial}{\partial x} (\ddot{u}_1 - \ddot{u}_3) + \left(\frac{G_2 d}{h_2} \right) \frac{\partial}{\partial x} (u_1 - u_3) \\ &+ \sum_{i=1,3} [B_{22}^{(i)} \frac{\partial^3 v_i}{\partial y^3} + (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) \frac{\partial^3 v_i}{\partial x^2 \partial y}] + \\ &\left(\frac{dI_2}{h_2^2} \right) \frac{\partial}{\partial y} (\ddot{v}_1 - \ddot{v}_3) + \left(\frac{G_2 d}{h_2} \right) \frac{\partial}{\partial y} (v_1 - v_3) \\ &+ \sum_{i=1,3} [D_{11}^{(i)} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_{12}^{(i)} + 2D_{66}^{(i)}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \\ &D_{22}^{(i)} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + I_2 \left(\frac{d}{h_2} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial y^2} \right) \left(\frac{G_2 d^2}{h_2} \right) \\ &\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - (p_1 h_1 + p_2 h_2 + p_3 h_3) \ddot{w}] \end{aligned} \quad (28)$$

معادلات نهایی را می‌توان به شکل ماتریسی (29) نوشت.

$$Z_{mn} \xi_{mn} = 0 \quad (29)$$

با قرار دادن درمیانان ماتریس ضرایب برابر صفر، ویژگی‌های ارتعاشات آزاد ورق ساندویچی بدست می‌آیند. رابطه (30) بیانگر فرکانس‌های طبیعی (w) و ضرایب استهلاک مودال (η_v) بدست آمده است.

$$w^* = \sqrt{\text{Re}(\tilde{w}^2)} \quad , \quad \eta_v = \frac{\text{Im}(\tilde{w}^2)}{\text{Re}(\tilde{w}^2)} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \delta u_i &= A_{11}^{(i)} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} + A_{66}^{(i)} \frac{\partial^2 u_i}{\partial y^2} - p_i h_i \ddot{u}_i - \left(\frac{\delta_i G_2}{h_2} \right) \\ &(u_1 - u_3) - \left(\frac{\delta_i I_2}{h_2^2} \right) (\ddot{u}_1 - \ddot{u}_3) + (A_{12}^{(i)} + A_{66}^{(i)}) \\ &\frac{\partial^2 v_i}{\partial x \partial y} - B_{11}^{(i)} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - \left(\frac{\delta_i I_2 d}{h_2^2} \right) \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} - \left(\frac{\delta_i G_2 d}{h_2^2} \right) \frac{\partial w}{\partial x} \\ &- (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} = 0 \quad (i = 1, 3) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \delta v_i &= (A_{12}^{(i)} + A_{66}^{(i)}) \frac{\partial^2 u_i}{\partial x \partial y} + A_{66}^{(i)} \frac{\partial^2 v_i}{\partial x^2} + A_{22}^{(i)} \frac{\partial^2 v_i}{\partial y^2} \\ &- p_i h_i \ddot{v}_i - \left(\frac{\delta_i G_2}{h_2} \right) (v_1 - v_3) - \left(\frac{\delta_i I_2}{h_2^2} \right) (\ddot{v}_1 - \ddot{v}_3) \\ &- (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} - B_{22}^{(i)} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} \\ &- \left(\frac{\delta_i I_2 d}{h_2^2} \right) \frac{\partial \ddot{w}}{\partial y} - \left(\frac{\delta_i G_2 d}{h_2^2} \right) \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (i = 1, 3) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \delta w &= \sum_{i=1,3} [B_{11}^{(i)} \frac{\partial^3 u_i}{\partial x^3} + (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) \frac{\partial^3 u_i}{\partial y^2 \partial x}] \\ &+ \left(\frac{\delta_i I_2}{h_2^2} \right) \frac{\partial}{\partial x} (\ddot{u}_1 - \ddot{u}_3) + \left(\frac{G_2 d}{h_2} \right) \frac{\partial}{\partial x} (u_1 - u_3) \\ &+ \sum_{i=1,3} [B_{22}^{(i)} \frac{\partial^3 v_i}{\partial y^3} + (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) \frac{\partial^3 v_i}{\partial x^2 \partial y}] + \\ &\left(\frac{dI_2}{h_2^2} \right) \frac{\partial}{\partial y} (\ddot{v}_1 - \ddot{v}_3) + \left(\frac{G_2 d}{h_2} \right) \frac{\partial}{\partial y} (v_1 - v_3) \\ &+ \sum_{i=1,3} [D_{11}^{(i)} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_{12}^{(i)} + 2D_{66}^{(i)}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \\ &D_{22}^{(i)} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + I_2 \left(\frac{d}{h_2} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial y^2} \right) \left(\frac{G_2 d^2}{h_2} \right) \\ &\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - (p_1 h_1 + p_2 h_2 + p_3 h_3) \ddot{w}] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (22)$$

حل معادلات دیفرانسیل با استفاده از روش ناویر [25] انجام شده است. استفاده از روش ناویر منجر به ایجاد یک دستگاه معادلات خطی خواهد شد. در نهایت با فرض ارتعاشات هارمونیک به یک مساله مقدار ویژه و مقادیر ویژه مختلط خواهیم رسید که از آن فرکانس‌های طبیعی و ضرایب استهلاک سیستم برای مدهای مختلف ارتعاشی استخراج خواهند شد. شرایط مرزی هندسی به صورت رابطه (23) است.

$$\begin{cases} u_i(x, 0, t) = u_i(x, b, t) = v_i(0, y, t) = u_i(a, y, t) = 0 \\ w(x, 0, t) = w(x, b, t) = w(0, y, t) = w(a, y, t) = 0 \\ \partial w(x, 0, t)/\partial x = \partial w(x, b, t)/\partial x = \partial w(0, y, t)/\partial y = 0 \\ \partial w(0, y, t)/\partial y = 0 \end{cases} \quad (23)$$

شرایط مرزی طبیعی را نیز می‌توان به صورت رابطه (24) نوشت.

$$\begin{cases} N_{xx}^{(i)}(0, y, t) = N_{xx}^{(i)}(a, y, t) = N_{yy}^{(i)}(x, 0, t) = N_{yy}^{(i)}(x, b, t) = 0 \\ M_{xx}^{(1)}(0, y, t) + M_{xx}^{(3)}(0, y, t) = M_{xx}^{(1)}(a, y, t) + M_{xx}^{(3)}(a, y, t) = 0 \\ M_{yy}^{(1)}(x, 0, t) + M_{yy}^{(3)}(x, 0, t) = M_{yy}^{(1)}(x, b, t) + M_{yy}^{(3)}(x, b, t) = 0 \end{cases} \quad (24)$$

مؤلفه‌های جابجایی u_i ، v_i و w تمام شرایط مرزی هندسی و طبیعی ذکر شده در روابط (23, 24) را برآورده می‌کنند. بسط فرم سری فوری دوتایی این مؤلفه‌ها به صورت رابطه (25) می‌باشد.

2-3-1- اعتبارسنجی معادلات و نتایج عددی

در این بخش به بررسی اثر به کارگیری روغن مگنتورئولوژیکال در تغییر مشخصه های ارتعاشی ورق ساندویچی پرداخته می شود. در مساله ای مورد نظر به بررسی ارتعاشات آزاد پل ساندویچی با رویه های آلومینیومی و هسته MR پرداخته می شود. مشخصات مواد به کار رفته در جدول 1 و مشخصات هندسی به کار رفته در جدول 2 آورده شده است.

همان طور که بیان شد از آنجایی که ماده MR در ناحیه قبل از تسلیم خاصیت مواد ویسکوالاستیک خطی را دارد لذا مدول برشی شکل مختلط داشته و وابسته به شدت میدان مغناطیسی است. در این مساله از رابطه ای که راجاموحن و همکاران برای ارتباط بین مدول برشی مختلط مایع MR و شدت میدان مغناطیسی پیشنهاد داده اند، استفاده شده است (روابط (1-3)).

همان طور که از شکل 2 مشخص است، با میل دادن ضخامت لایه MR به سمت صفر فرکانس طبیعی پل باید به فرکانس طبیعی ورق با ضخامت $h_1 + h_3$ همگرا شود. فرکانس طبیعی ورق ایزوتروپیک بر مبنای تئوری کلاسیک ورق ها در مرجع [26] آورده شده است که برای ورق آلومینیومی با مشخصات هندسی ذکر شده در جدول 2 و ضخامت 1 میلی متر این مقدار برابر 30/2542 هرتز است. در جدول 3 همگرایی فرکانس طبیعی اول پل با کاهش ضخامت لایه MR بررسی شده است.

اثرات تغییر شدت میدان مغناطیسی، ضریب منطری و ضخامت هسته بر فرکانس طبیعی و ضریب استهلاک مودال پل در جدول 4 آورده شده است. مهمترین نتایجی که می توان از این جدول به دست آورد به شرح زیر است:

1- فرکانس طبیعی با افزایش شدت میدان مغناطیسی و افزایش ضریب منطری افزایش پیدا می کند، این امر به دلیل افزایش سفتی ورق در اثر تغییر ماهیت روغن به یک ماده نیمه جامد است.

2- اثر افزایش شدت میدان مغناطیسی در فرکانس های طبیعی مرتبط با مدهای بالاتر واضح تر است.

جدول 1 خصوصیات مکانیکی ورق ساندویچی [26]

خواص / ماده	مدول برشی (GPa)	چگالی (kg/m^3)	مدول الاستیسیته (GPa)
آلومینیوم	26/9	70000	2/7
مایع MR	معادله 3	3500	-

جدول 2 مشخصات هندسی ورق ساندویچی [26]

پارامترهای ورق ساندویچی	ابعاد (mm)
a	400
b	400
h_1	0/5
h_2	0/5
h_3	0/5

جدول 3 همگرایی فرکانس طبیعی اول به فرکانس طبیعی اول ورق ایزوتروپ با کاهش ضخامت لایه MR

ضخامت (mm)	فرکانس طبیعی (Hz)
0/5	28/9175
0/05	30/0277
0/005	30/2299
0/0005	30/2516
0/00005	30/2538
0/00001	30/2542

3- افزایش شدت میدان مغناطیسی برای ضرایب منطری متفاوت پل تأثیر متفاوتی در ضریب استهلاک مودال دارد. برای ضرایب منطری پایین ($a/b = 1$) در شدت میدان های مغناطیسی پایین ابتدا افزایش پیدا کرده و در شدت میدان های مغناطیسی متوسط به مقدار بیشینه خود می رسد و با افزایش بیشتر شدت میدان مغناطیسی کاهش می یابد. برای ضرایب منطری متوسط و بالا ($a/b = 2,4$) با افزایش شدت میدان افزایش پیوسته ضریب استهلاک مودال مشاهده می شود و مقدار ماکزیمم ضریب استهلاک مودال به سمت مقادیر بالاتر شدت میدان مغناطیسی در خارج از ناحیه قبل از تسلیم جابجا می شود.

4- فرکانس طبیعی با افزایش ضخامت لایه MR کاهش و ضریب استهلاک مودال افزایش پیدا می کند. افزایش ماده MR سبب افزایش نرمی و انعطاف پذیری ورق می شود. تمام نتایج به طور کامل در جدول 4 آورده شده است.

2-4- ارائه مدل ضربه و بدست آوردن نیروی ضربه

در این پژوهش از روش جرم و فنر دو درجه آزادی برای مدل کردن ضربه استفاده شده است. برای محاسبه جرم معادل در روش نامبرده از فرکانس طبیعی پایه بدست آمده در بخش قبلی استفاده خواهد شد. مدل جرم و فنر در سال 1985 توسط شیواکومار و همکارانش [27] ارائه شده است.

این روش برای تمامی مسائل ضربه سرعت پایین، که بتوان آن ها را با مدل جرم و فنر دو درجه یا سه درجه آزادی مدل کرد کاربرد دارد. در این روش با استفاده از قانون تماس خطی شده، معادله حرکت حاکم بر سیستم جرم و فنر نوشته می شود و نیروی برخورد حاصل از ضربه بر حسب پارامترهای مسئله از جمله سختی مؤثر تماسی که مجهول است نوشته خواهد شد. نیروی تماسی از رابطه هرتز به فرم زیر بدست می آید.

$$F_c(t) = k\delta^n \quad n = 1/5 \quad (31)$$

سپس با استفاده از بسط دو جمله ای تیلور $\sin$ و $\cos$ ، سختی تماسی خطی شده نوشته خواهد شد. سختی تماسی خطی شده وابسته به جرم های هدف و ضربه زننده، سرعت برخورد و سختی غیرخطی تماسی است. در نهایت نیروی برخورد، مدت زمان برخورد و فرورفتگی بدست می آید. از ویژگی های برجسته این روش عدم وجود هرگونه قید فیزیکی از جمله محدودیت نسبت جرم ضربه زننده به هدف، سادگی حل و عدم استفاده از حلقه های تکرار عددی می باشد. مدل سازی جرم و فنر معادل ضربه در شکل 4 نشان داده شده است. K_c^* سختی خطی شده تماسی و K_g سختی معادل ورق است که روابطشان در انتهای بخش آورده شده است. m_2 جرم ضربه زننده و m_1 جرم مؤثر هدف می باشد.

نیروی تماس از معادلات حرکت سیستم جرم و فنر، بدست می آید. و معادلات حرکت از رابطه (32) حاصل می شود (شکل 4).

$$\begin{cases} M_2 \ddot{x}_1 + K_c^*(x_2 - x_1) = 0 \\ M_1 \ddot{x}_1 + K_g x_1 + K_c^*(x_1 - x_2) = 0 \end{cases} \quad (32)$$

شرط اولیه رابطه (32) به صورت رابطه (33) است:

$$\begin{aligned} x_1(t=0) &= 0, & x_2(t=0) &= 0 \\ \dot{x}_2(t=0) &= 0, & \dot{x}_1(t=0) &= v \end{aligned} \quad (33)$$

پس از حل معادلات (32) و جایگزین کردن $x_1(t)$ و $x_2(t)$ در آن، فرکانس های طبیعی مطابق رابطه (34) حاصل می شود.

جدول 4 فرکانس طبیعی اول و ضریب استهلاک مودال متناظر برای چهار مود اول ارتعاشی برای ضخامت هسته، شدت میدان و ضرایب منظری متفاوت

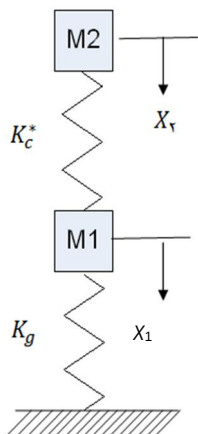
B=500		B=300		B=150		B=0		a/b	h ₂ /h ₁	شماره مود
W(Hz)	η_v	W(Hz)	η_v	W(Hz)	η_v	W(Hz)	η_v			
35/6804	0/0416	34/6134	0/0547	32/8664	0/0713	28/9175	0/1062	1	1	(۱.۱)
75/1618	0/0669	71/6426	0/0834	66/4109	0/0999	56/3828	0/1243	2	1	(۱.۱)
184/331	0/0827	174/101	0/0949	160/564	0/1004	138/885	0/0978	4	1	(۱.۱)
41/4398	0/0921	38/7985	0/1138	34/9994	0/1354	28/0081	0/1718	1	4	(۱.۱)
74/83	0/01124	69/1519	0/1334	61/5057	0/1502	48/6992	0/1717	2	4	(۱.۱)
157/203	0/1125	145/531	0/1274	130/665	0/1336	107/803	0/131	4	4	(۱.۱)
75/1618	0/0669	71/6426	0/0834	66/4109	0/0999	56/3828	0/1243	1	1	(۲.۱)
106/999	0/0771	101/322	0/0931	93/2831	0/1064	79/0159	0/1204	2	1	(۲.۱)
207/148	0/0818	195/827	0/0928	181/034	0/967	157/788	0/912	4	1	(۲.۱)
74/83	0/1124	69/1519	0/1334	61/5057	0/1502	48/6992	0/1717	1	4	(۲.۱)
99/5627	0/1163	91/8248	0/1356	81/6548	0/1487	65/2157	0/161	2	4	(۲.۱)
173/872	0/1101	161/27	0/1238	145/318	0/1285	121/039	0/123	4	4	(۲.۱)
75/1618	0/0669	71/6426	0/0834	66/4109	0/0999	56/3828	0/1243	1	1	(۱.۲)
184/331	0/0827	174/101	0/0949	160/564	0/1004	138/885	0/0978	2	1	(۱.۲)
503/642	0/0582	484/661	0/061	461/599	0/0569	429/021	0/044	4	1	(۱.۲)
74/83	0/1124	69/1519	0/1334	61/5057	0/1502	48/6992	0/1717	1	4	(۱.۲)
157/203	0/1125	145/531	0/1274	130/665	0/1336	107/803	0/131	2	4	(۱.۲)
383/898	0/0787	364/366	0/0834	340/701	0/0792	307/218	0/0635	4	4	(۱.۲)
106/999	0/0771	101/322	0/0931	93/2831	0/1064	79/0159	0/1204	1	1	(۲.۲)
207/148	0/0818	195/827	0/0928	181/034	0/0967	157/788	0/0912	2	1	(۲.۲)
522/241	0/569	503/006	0/0595	479/685	0/0553	446/842	0/0425	4	1	(۲.۲)
99/5627	0/1163	91/8248	0/1356	81/6548	0/1487	65/2157	0/0161	1	4	(۲.۲)
173/872	0/1101	161/27	0/1238	145/318	0/1285	121/039	0/123	2	4	(۲.۲)
396/825	0/0771	377/044	0/0816	353/116	0/0772	319/346	0/0615	4	4	(۲.۲)

$$\varphi_1 = \varphi_2 = 0$$

$$C_1 = -C_2 \frac{\omega_2}{\omega_1} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = \frac{V}{\omega_1(\phi_2 - \phi_1)} \\ C_2 = \frac{V}{\omega_2(\phi_2 - \phi_1)} \end{cases} \quad (37)$$

نیروی تماسی ایجاد شده بین دو جرم ضربه‌زننده و هدف بصورت رابطه (38) است.

$$F_c^* = K_c^*(x_2(t) - x_1(t)) \quad (38)$$



شکل 4 مدل سیستم جرم و فنر دو درجه آزادی معادل ضربه

$$\begin{cases} \omega_1^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{(N+1)K_c^* + k_g}{NM_2} - \sqrt{\left(\frac{(N+1)K_c^* + k_g}{NM_2} \right)^2 - 4 \frac{K_c^* K_g}{NM_2^2}} \right) \\ \omega_2^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{(N+1)K_c^* + k_g}{NM_2} + \sqrt{\left(\frac{(N+1)K_c^* + k_g}{NM_2} \right)^2 - 4 \frac{K_c^* K_g}{NM_2^2}} \right) \end{cases} \quad (34)$$

از رابطه (35) شکل مودها بدست می‌آید.

$$\left(\frac{A}{B} \right)_{\omega_1} = \phi^1 = \frac{K_c^*}{K_c^* - M_2 \omega_1^2} = \phi_1 = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (35-الف)$$

$$\left(\frac{A}{B} \right)_{\omega_2} = \phi^2 = \frac{K_c^*}{K_c^* - M_2 \omega_2^2} = \phi_2 = \begin{pmatrix} \phi_2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (35-ب)$$

رابطه (36) بیان کننده شکل کلی معادلات حرکت سیستم است.

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} \phi_1 \\ 1 \end{pmatrix} \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + C_2 \begin{pmatrix} \phi_2 \\ 1 \end{pmatrix} \sin(\omega_2 t + \varphi_2) \quad (36)$$

با اعمال شرایط مرزی ضرایب C_1 ، C_2 ، φ_1 و φ_2 بصورت رابطه (37) بدست می‌آیند.

سازه‌های کامپوزیتی به‌صورت رابطه (45) ارائه داد. در رابطه (45)، w_{11} کوچکترین فرکانس طبیعی سازه است که از حل ارتعاشات آزاد بدست آمده است

بنابراین در رابطه (43)، N به‌صورت $M_p/M_s = 1/4$ تعریف می‌شود. در نهایت تاریخچه نیروی تماس به‌صورت رابطه (44) بدست می‌آید.

$$F_c^* = 0.978 \left(\frac{N}{N+1} \right)^{0.2} (V)^{1/4} (K_c)^{0.8} (M_i)^{0.2} \frac{1}{\phi_2 - \phi_1} \left[\frac{1 - \phi_2}{w_2} \sin(w_2 t) - \frac{1 - \phi_1}{w_1} \sin(w_1 t) \right] \quad (44)$$

در مدل شیواکومار سفتی کل جسم هدف به صورت رابطه (45) حاصل می‌شود.

$$K_1 = K_m + \frac{K_b K_s}{K_b + K_s} \quad (45)$$

در رابطه (45)، K_m سفتی غشایی، K_b سفتی خمشی و K_s سفتی معادل برشی ورق ساندویچی در محل برخورد هستند.

k_g در رابطه (34) سختی معادل ورق است و بر طبق نظریه سوانسون [30] برابر با رابطه (46) است.

$$k_g = \omega_{11}^2 M_1 \quad (46)$$

و از طرفی k_g سختی معادل ورق، در زیر نقطه ضربه‌زننده است که با توجه به شکل 4 به‌صورت رابطه (47) معرفی می‌شود.

$$k_g = \frac{1}{\delta_l}, \quad \delta_l = w(x, y) \quad (47)$$

در رابطه (47)، δ_l همان خیز به‌دست آمده از تحلیل استاتیکی در نقطه زیرین مرکز اعمال بار در اثر نیروی واحد در محل اصابت ضربه‌زننده است. با توجه به اینکه ضربه‌زننده‌ها می‌توانند در نقاط مختلفی به سازه برخورد کنند، رابطه حاضر توانایی محاسبه سفتی سازه را در هر نقطه‌ای دارد.

2-4-1- اعتبارسنجی معادلات و نتایج عددی

برای بدست آوردن ماتریس‌های سختی، جرم و نیروی تماس کدهای مورد نیاز در نرم‌افزار متلب نوشته شده است و به دلیل لایه‌لایه بودن مسأله مورد بررسی و وجود مایع مگنتورئولوژیکال، مشخصات هر لایه به‌صورت مجزا در نظر گرفته و کدنویسی می‌شود. یکی از مهمترین عوامل تأثیرگذار در روند حل مسأله ضربه مقدار فرکانس طبیعی پایه ورق ساندویچی می‌باشد. در رابطه (45)، w_{11} کوچکترین فرکانس طبیعی سازه است که از حل ارتعاشات آزاد بدست آمده است (رابطه 30). بر روی ورق ساندویچی مورد مطالعه در بخش قبل ضربه‌ای با سرعت 3 متر بر ثانیه و جرم 1/8 کیلوگرم بر وسط ورق ساندویچی وارد می‌شود.

برای بررسی صحت و راستی‌آزمایی نتایج بدست آمده، نمودارها و نتایج با سایر مطالعات ضربه بر روی ورق ساندویچی با هسته انعطاف‌پذیر مورد بررسی قرار می‌گیرد. بررسی نتیجه ضربه با مرجع [31] صورت گرفته است (شکل 5). در این مرجع اندرسن از یک مدل جرم و فنر برای محاسبه نیروی برخورد استفاده کرده است. او از روش حل عددی و نتایج تست‌های تجربی در مدل خود استفاده کرد.

همان‌طور که در شکل 5 مشاهده می‌شود تطبیق خوب مطالعه حاضر با تست تجربی و آزمایشگاهی بدست آمده است. افزودن روغن به ورق ساندویچی باعث افزایش انعطاف‌پذیری شده در نتیجه کاهش نیروی تماس و

$$F_c^* = \frac{K_c^* V}{(\phi_2 - \phi_1)} \left[\frac{1 - \phi_2}{\omega_2} \sin(\omega_2 t) - \frac{1 - \phi_1}{\omega_1} \sin(\omega_1 t) \right] \quad (39)$$

برای بدست آوردن K_c^* از رابطه (40)، بایستی از معادله نیروی تماسی، f_{max} را بدست آورد که برای این کار از طرفین رابطه نیروی تماس مشتق گرفته می‌شود.

$$K_c^* = K_c \frac{1}{F_{max}^n} \quad (40)$$

از قرار دادن بسط دو جمله‌ای تیلور در رابطه (39) و با مشتق گرفتن از آن ماکزیمم نیروی تماس بر طبق رابطه (41) بدست می‌آید.

$$F_{max} = \frac{2}{3} V \sqrt{\frac{2NM_2 K_c^*}{(N+1)}} \quad (41)$$

از رابطه (42) زمان متناسب با ماکزیمم نیروی تماسی ایجاد شده نیز بدست می‌آید.

$$t_{max} = \sqrt{\frac{2NM_2}{(N+1)K_c^*}} \quad (42)$$

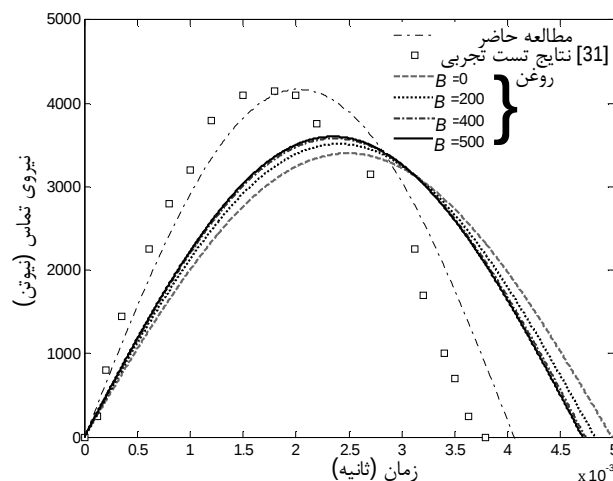
از رابطه (41) و (42) مقدار K_c^* به صورت رابطه (43) حاصل خواهد شد.

$$K_c^* = \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \right)^{\frac{2(n-1)}{n+1}} \left(\frac{N}{N+1} \right)^{\frac{n-1}{n+1}} (V)^{\frac{2(n-1)}{n+1}} (K_c)^{\frac{2}{n+1}} (M_i)^{\frac{n-1}{n+1}} \quad (43)$$

در تحلیل‌های انجام شده توسط شیواکومار و همکاران [27] و گانگ [28] (برای حالت تکیه گاه ساده و ورق چهار طرف لولا) جرم مؤثر پِنل برابر یک چهارم جرم کل پِنل در نظر گرفته می‌شود. ژو و سترونج [29] نشان دادند که نسبت جرم مؤثر به جرم کل پِنل به شدت وابسته به نسبت سفتی برشی به سفتی خمشی ساده K_s/K_b در محل اعمال بار ضربه‌ای است.

سوانسون [30] نشان داد که نسبت جرم مؤثر سازه به کل جرم آن به نوع سازه مانند شکل هندسی سازه و ضخامت جداره سازه، محل اعمال بار، شرایط مرزی و ناهمسانگردی خواص ماده بستگی دارد. او نسبت جرم مؤثر سازه به کل جرم آن را تقریبی برای تیرهای دو سرگیردار 0/375 و برای تیرهای دو سر لولا 0/5 تخمین زد. وی مقدار این نسبت‌ها، در مورد ورق‌ها را تقریباً نصف مقدار این نسبت‌ها در مورد تیرها با همین شرایط مرزی در نظر گرفت.

سوانسون [30] یک رابطه تقریبی و ساده برای محاسبه جرم مؤثر



شکل 5 نمودار نیروی تماس ورق ساندویچی بدون روغن و با روغن

فاصله بیشتر بین رویه‌ها و افزایش حجم هسته که نرم و انعطاف‌پذیر است، مقاومت نسبت به بارهای خمشی کمتر خواهد شد و نیروی برخورد کاهش می‌یابد. مقادیر بیشینه نیرو برخورد و بیشینه خیز ورق و بیشینه خیز ضربه‌زننده برای نسبت‌های مختلف ضخامت هسته به ضخامت ورق (h_c/h) در شدت میدان مغناطیسی مختلف در جدول 6 آورده شده است. با افزایش میزان h_c/h تا نسبت 0/5، بیشینه نیروی برخورد کاهش یافته ولی بیشینه خیز ضربه‌زننده ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. همچنین بیشینه خیز ورق از نسبت $h_c/h < 0/1$ به بعد روند کاهشی دارد.

2-1-4-3- اثرات تغییر شدت میدان مغناطیسی و تغییرات نسبت h_c ورق ساندویچی بر نیروی تماس، خیز ورق (Δ_2) و خیز ضربه زننده (Δ_1)
وجود مایع هوشمند در ورق ساندویچی، باعث افزایش انعطاف‌پذیری و کاهش سفتی سازه می‌شود در نتیجه این عامل باعث کاهش نیروی تماس می‌شود. با افزایش نسبت مقدار ضخامت هسته (h_c)، خیز ضربه‌زننده افزایش یافته و خیز ورق ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. مقادیر بیشینه نیرو برخورد و بیشینه خیز ورق و بیشینه خیز ضربه‌زننده برای نسبت‌های مختلف ضخامت هسته به ضخامت ورق (h_c/h) در شدت میدان مغناطیسی مختلف در جدول 7 آورده شده است.

3- نتیجه‌گیری

در این پژوهش پارامترهای هندسی و فیزیکی مؤثر بر ارتعاشات آزاد و نیروی ضربه یک ورق ساندویچی سه لایه با الاستومر مگنتورئولوژیکال در لایه میانی تحت ضربه عرضی با سرعت پایین بررسی شده است. برای استخراج روابط حاکم از اصل همپلتون استفاده شده است. حل معادلات با استفاده از فرایند تحلیلی سیستماتیک با بکار بردن سری‌های فوریه بدست آمده است و نیروی ضربه با مدل جرم و فنر دو درجه آزادی برای محدوده الاستیک معادل‌سازی شده است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که با تغییر سیستماتیک شدت میدان مغناطیسی هسته میانی، یا افزایش نسبت ضخامت هسته به ضخامت

افزایش زمان تماس مشاهده می‌شود. با افزایش شدت میدان مغناطیسی به دلیل تغییر ماهیت روغن به یک ماده نیمه جامد سفتی ورق ساندویچی افزایش یافته در نتیجه نیروی تماس افزایش و زمان برخورد کاهش می‌یابد. این افزایش نیروی برخورد و کاهش زمان برخورد تا هنگامی ادامه می‌یابد که روغن به حد اشباع نرسیده باشد، هرچه به اشباع نزدیک شود، تغییرات نیروی برخورد و زمان برخورد کمتر شده و در زمان اشباع تغییری مشاهده نمی‌شود. نزدیک‌تر شدن نمودارها بهم این گفته را تأیید می‌کند. نتایج در مود اول و با تغییرات شدت میدان مغناطیسی استخراج شده است.

2-1-4-1- اثرات تغییر شدت میدان مغناطیسی، تغییرات نسبت a/h بر نیروی تماس، خیز ورق (Δ_2) و خیز ضربه زننده (Δ_1)
با افزایش نسبت مقدار (a) به ضخامت کل ورق ساندویچی (h)، نیروی برخورد کاهش می‌یابد. در این حالت ورق ساندویچی به پوسته ساندویچی تبدیل شده و اثرات غشایی به وجود می‌آید، بنابراین تغییر شکل کلی سازه بیشتر خواهد شد، درحالی که مقاومت کمتری نسبت به ضربه‌زننده از خود نشان می‌دهد و باعث کاهش نیروی برخورد می‌شود. در این حالت تغییر شکل کلی سازه با افزایش بازه زمانی رخ می‌دهد.

در جدول 5 نتایج عددی اثر تغییرات نسبت طول به ضخامت ورق ساندویچی با هسته هوشمند روی بیشینه نیرو زمان برخورد، بیشینه خیز ضربه‌زننده و بیشینه خیز ورق در شدت میدان مغناطیسی مختلف بیان شده است. نتایج نشان از افزایش بیشینه خیز با توجه به افزایش نسبت (a/h) دارد. می‌توان گفت دلیل افزایش بیشینه خیز به‌خاطر کم شدن مقاومت کلی سازه است، چون همان‌طور که گفته شد سازه از ورق به پوسته تبدیل شده و تغییر شکل کلی سازه بیشتر خواهد شد.

2-1-4-2- اثرات تغییر شدت میدان مغناطیسی و تغییرات نسبت h_c/h ورق ساندویچی بر نیروی تماس، خیز ورق (Δ_2) و خیز ضربه زننده (Δ_1)
با افزایش نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل ورق ساندویچی، به دلیل ایجاد

جدول 5 اثر نسبت طول به ضخامت ورق روی بیشینه نیرو، بیشینه خیز ضربه‌زننده و بیشینه خیز ورق

B=500			B=300			B=150			B=0			a/h
$\Delta_2 \max$ (mm) $\times 10^{-2}$	$\Delta_1 \max$ (mm) $\times 10^{-2}$	$F_c \max$ (N)	$\Delta_2 \max$ (mm) $\times 10^{-2}$	$\Delta_1 \max$ (mm) $\times 10^{-2}$	$F_c \max$ (N)	$\Delta_2 \max$ (mm) $\times 10^{-2}$	$\Delta_1 \max$ (mm) $\times 10^{-2}$	$F_c \max$ (N)	$\Delta_2 \max$ (mm) $\times 10^{-2}$	$\Delta_1 \max$ (mm) $\times 10^{-2}$	$F_c \max$ (N)	
0/138	0/4072	3969	1/392	0/4077	3965	0/1401	0/4082	3961	0/1412	0/4089	3955	10
0/3787	0/5399	2998	0/3843	0/5441	2974	0/3907	0/5489	2944	0/3996	0/5558	2907	20
0/7344	0/8184	1970	0/7611	0/8429	1915	0/795	0/8738	1847	0/8466	0/9213	1751	40
1/1	1/147	1394	1/164	1/209	1321	1/259	1/3	1226	1/438	1/475	1085	80
1/216	1/255	1266	1/288	1/326	1200	1/4	1/435	1107	1/63	1/66	959	100

جدول 6 اثر نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل ورق روی بیشینه نیرو، بیشینه خیز ضربه‌زننده و بیشینه خیز ورق

B=500			B=300			B=150			B=0			h_c/h
$\Delta_2 \max$ (mm) $\times 10^{-2}$	$\Delta_1 \max$ (mm) $\times 10^{-2}$	$F_c \max$ (N)	$\Delta_2 \max$ (mm) $\times 10^{-2}$	$\Delta_1 \max$ (mm) $\times 10^{-2}$	$F_c \max$ (N)	$\Delta_2 \max$ (mm) $\times 10^{-2}$	$\Delta_1 \max$ (mm) $\times 10^{-2}$	$F_c \max$ (N)	$\Delta_2 \max$ (mm) $\times 10^{-2}$	$\Delta_1 \max$ (mm) $\times 10^{-2}$	$F_c \max$ (N)	
0/3274	0/3632	4407	0/3388	0/3738	4301	0/3533	0/387	4154	0/3764	0/4083	3930	0/05
0/3438	0/3996	4007	0/3535	0/4083	3934	0/3653	0/4188	3841	0/3818	0/4333	3699	0/1
0/3376	0/453	3548	0/3448	0/4588	3504	0/3534	0/4655	3450	0/365	0/4746	3373	0/3
0/3152	0/4728	3384	0/3233	0/479	3344	0/3333	0/4867	3295	0/3471	0/4972	3225	0/5
0/2209	0/4303	3639	0/2387	0/4422	3532	0/2622	0/4579	3398	0/3017	0/485	3182	0/9

جدول 7 اثر تغییرات ضخامت لایه هوشمند ورق روی بیشینه نیرو، بیشینه خیز ضربه‌زننده و بیشینه خیز ورق

B=500			B=300			B=150			B=0			h_c
$\Delta_2 \max$ (mm) $\times 10^{-2}$	$\Delta_1 \max$ (mm) $\times 10^{-2}$	$F_c \max$ (N)	$\Delta_2 \max$ (mm) $\times 10^{-2}$	$\Delta_1 \max$ (mm) $\times 10^{-2}$	$F_c \max$ (N)	$\Delta_2 \max$ (mm) $\times 10^{-2}$	$\Delta_1 \max$ (mm) $\times 10^{-2}$	$F_c \max$ (N)	$\Delta_2 \max$ (mm) $\times 10^{-2}$	$\Delta_1 \max$ (mm) $\times 10^{-2}$	$F_c \max$ (N)	
0/3255	0/3602	4437	0/3372	0/3711	4324	0/352	0/3847	4176	0/3754	0/4063	3944	0/05
0/345	0/4335	3699	0/3526	0/4397	3646	0/3622	0/448	3586	0/3755	0/4592	3502	0/1
0/3343	0/4577	3514	0/3415	0/4633	3469	0/3499	0/4699	3414	0/3621	0/4795	3342	0/3
0/3152	0/4728	3384	0/3233	0/0479	3344	0/3333	0/4867	3295	0/3471	0/4972	3225	0/5
0/2817	0/4727	3373	0/2929	0/481	3320	0/3068	0/4911	3255	0/3264	0/5052	3157	0/9

- [13] Z. G. Ying, Y. Q. Ni, Micro-Vibration Response of Stochastically Excited Sandwich Beam with Magnetorheological Elastomer Core and Mass, *Smart mater. Struct.*, Vol. 18, NO. 9, PP. 1-13, 2009.
- [14] S. Sohani, H. R. Eipakchi, A Survey on Free vibrations and Buckling of a Beam with Moderately large deflection Using First Order Shear Deformation Theory, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 14, pp. 1-14, 2013. (In Persian)
- [15] R. Manoharan, R. Vasudevan, A. Jeevanantham, Dynamic Characterization of a Laminated Composite Magnetorheological Fluid Sandwich Plate, *Smart mater. Struct.*, Vol. 23, 16pp. 025022, 2014.
- [16] Sh. Hosseini-Hashemi, H. Akhavan, M. Fadaee, Exact Closed-Form Free Vibration Analysis of Moderately Thick Rectangular Functionally Graded Plates with Two Bonded Piezoelectric Layers, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 11, No. 3, pp. 74-57, 2011. (In Persian)
- [17] Z. Zhang, F. Huang, Dynamic Analysis of the MRF Rectangular Sandwich Plate Based on ANSYS, *Proceedings of the 2nd International Conference on Green Communications*, Vol. 4, 2013.
- [18] A. Allahverdzadeh, M. J. mahjoob, I. Eshraghi, N. Nasrollahzadeh, On the Vibration Behavior of Functionally Graded Electro-rheological Sandwich Beam, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 70, pp. 130-139, 2013.
- [19] Y. Q. Ni, Z. G. Ying, Z. H. Chen, Magnetorheological Elastomer (MRE) Based Composite Structures for Micro-Vibration Control, *Earthquake Eng. and Eng. Vibration*, Vol. 9, No. 3, PP. 356-13, 2010.
- [20] K. Malekzadeh, M. R. Khalili, R. K. Mittal, Damped vibrations of sandwich plates with a viscoelastic soft flexible core an improved high order approach. In: 12th Int conf mech eng, *Modares Mechanical Engineering*, vol. 1. 2004. (In Persian)
- [21] Z. Sadat Fattahi, A. Zabihollah, vibrations of Laminated Composite Structures Integrated with Magnetorheological Fluid Segments, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 12, pp. 156-160, 2013. (In Persian)
- [22] Y. Li, J. Zhang, Free vibration Analysis of Magnetoelastoelectroelastic Plate Resting on a Pasternak Foundation, *Smart Mater. Struct.*, vol. 23, 025002, 9pp., 2014.
- [23] V. Rajamohan, R. Sedaghati and S. Rakheja, Vibration analysis of a multi-layer beam containing magnetorheological fluid, *Smart Mater. Struct.*, Vib. 329, 3451-69, 2010.
- [24] Jia-Yi Yeh, Vibration analysis of sandwich rectangular plates with magnetorheological elastomer damping treatment. *Smart mater.*, 2013.
- [25] J. n. reddy, Mechanics of laminated composite plates and shells, theory and analysis. *Library of Congress Cataloging-in-Publication Data*, 1945.
- [26] Ventsel, Eduard. Thin plates and shells. p. 278, 2001.
- [27] K. N. Shivakumar, W. Elber, W. Illg, Prediction of Impact Force and Duration due to Low-Velocity Impact on Circular Composite Laminates, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 421, pp. 675-680, 1984.
- [28] S. W. Gong, A study of impact on composite laminated shells, *PhD Dissertation, National University of Singapore*, 1994.
- [29] D. W. Zhou, W. J. Strong, Low Velocity impact deting of HSSA Lightweight sandwich Panel, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 48, pp. 1031-1045, 2006.
- [30] S. R. Swanson, Limits of quasi-static solutions in impact of composite structures, *Comp Engng*, Vol. 2, pp. 261-7, 1992.
- [31] T. A. Anderson. An investigation of SDOF models for large mass impact on sandwich composites. *Journal of Composites*, part B, Vol. 36n2, pp. 135-142, 2005.

لایه ورق و یا با افزایش نسبت طول به ضخامت کل ورق می‌توان به ترتیب مقدار سفتی، ضریب استهلاک سازه‌ای و ماکزیم نیروی برخورد را تغییر داده و کنترل کرد. این ویژگی امکان قابلیت کنترل سیستم را با بکارگیری مواد هوشمند MR در شدت میدان مغناطیسی مختلف، برای ما فراهم می‌کند. شدت میدان مغناطیسی و ضخامت لایه ماده MR تأثیر مستقیمی در پاسخ دینامیکی ضربه و نیروی برخورد دارند. نتایج عددی نشان دهنده تأثیر بسزای اعمال میدان مغناطیسی مختلف بر ارتعاشات و میرایی کل سازه می‌باشند. افزودن مایع MR موجب کاهش فرکانس طبیعی سازه می‌شود، ولی اعمال میدان مغناطیسی موجب افزایش فرکانس طبیعی سیستم می‌شود و به طور کلی با افزایش شدت میدان مغناطیسی بیشینه نیروی برخورد افزایش و زمان برخورد کاهش می‌یابد و خیز ورق و ضربه‌زننده با افزایش شدت میدان مغناطیسی روند کاهشی پیدا می‌کند.

4- مراجع

- [1] B. Stefano, Commerical Application of Aluminum Honeycomb and Foam in load Bearing Tubular Structures. *Mechanical Engineering*, B. S. Thesis, pp. 27-36, 2002.
- [2] X. Q. He, S. Sivasahankar, K. M. Liew, Active Control of FGM Plates with Integrated Piezoelectric Sensors and Structures, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 38, No. 9, pp. 1641-1655, 2001.
- [3] I. Chopra, Review of Art of Smart Structures and Integrated Systems. *AIAA J*, Vol. 40, No. 11, pp. 2145-2187, 2002.
- [4] S. Odenbach, Magnetic Fluids-Suspensions of Magnetic Dipoles and Their Magnetic Control, *J. Phys.: Condens. Matter*, Vol. 15, pp. 1497-1508, 2003.
- [5] B. F. Spencer Jr, S. Nagarajaiah, State of the Art of Structural Control, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 129, No. 7, pp. 845-856, 2003.
- [6] M. Yalacintas, H. Dai, Magnetorheological and Electrorheological Materials in Adaptive Structures and Their Performance Comparison, *Smart Mater. Struct.*, Vol. 8, No. 5, pp. 560-573, 1999.
- [7] T. Pranoto, K. Nagaya, A. Hosoda, Vibration Suspension of Plate Using Linear MR Fluid Passive Damper, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 276, No. 3-5, pp. 919-932, 2004.
- [8] G. Y. Zhou, Q. Wang, Use of Magnetorheological Elastomer in an Adaptive Sandwich Beam with Conductive Skins, Part II: Dynamic Properties, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, pp. 5403-5420, 2006.
- [9] S. K. Dwivedy, N. Mahendra, K. C. Sahu, Parametric Instability Regions Of a Soft and Magnetorheological Elastomer Cored Sandwich Beam, *J. Sound And Vibration*, Vol. 325, No. 4-5, pp. 686-704, 2009.
- [10] L. Chen, Using Magnetorheological (MR) Fluid as Distributed Actuators for Smart Structures, *ICIEA*, 2009.
- [11] B. Nayak, J. B. s. Sastri, S. K. Dwivedy, K. S. R. K. Murthy, A Comparative Study of The Classical and Higher Order Theory for Free Vibration Analysis of MRE Cored Sandwich Beam with Composite Skins Using Finite Element ethod, *IEEE-International Conference on Advances in Engineering*, March 30-31, 2012.
- [12] B. Nayak, S. K. Dwivedy, K. Murthy, Vibration Analysis of a Three-Layer Magnetorheological Elastomer Embedded Sandwich Beam with Conductive Skins Using Finite Element Method, *Institution of Mechanical Engineers*, Vol. 43, Mar 15, 2013.