



ارائه مدلی برای ضریب هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال: تاثیر لایه بین سطحی و توزیع غیریکنواخت اندازه نانوذرات

زهره شمس¹، محمد مقیمان^{2*}

1- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

*مشهد، صندوق پستی 9177948944، moghiman@um.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 01 مهر 1393

پذیرش: 22 مهر 1393

ارائه در سایت: 01 آذر 1393

کلید واژگان:

نانوسیال

نانوذرات

ضریب هدایت حرارتی مؤثر

توزیع غیریکنواخت

لایه بین سطحی

این مقاله مدلی برای تعیین ضریب هدایت حرارتی مؤثر نانوسیالها ارائه می‌کند. در این مدل، تاثیر وجود لایه‌ی بین سطحی در سطح مشترک ذره- سیال و توزیع غیریکنواخت اندازه‌ی نانوذرات معلق درون سیال در نظر گرفته شده است. مدل ارائه شده شامل اثرات ضریب هدایت حرارتی نانوذره و سیال پایه، درصد حجمی و قطر نانوذرات، دما و حرکت براونی می‌باشد. دقت مدل ارائه شده در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی برای نانوسیال‌های آب- اکسید آلومینیم، اتیلن گلیکول- اکسید آلومینیم، آب- اکسید مس، اتیلن گلیکول- اکسید مس، اتیلن گلیکول- آلومینیم و آب- دی اکسید تیتانیوم ارزیابی شده و تاثیرات دما، قطر و کسر حجمی نانوذرات بر ضریب هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که در نظر گرفتن همزمان وجود لایه بین سطحی و توزیع غیریکنواخت اندازه نانوذرات سبب افزایش دقت مدل‌سازی می‌شود و خطای مدل در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی در دسترس حداکثر 5 درصد است. مقایسه نتایج به‌دست آمده از مدل ارائه شده با اطلاعات آزمایشگاهی موجود و سایر مدل‌ها نشان می‌دهد که نتایج این مدل تطابق خوبی با داده‌های آزمایشگاهی داشته و مقادیر دقیق‌تری نسبت به سایر مدل‌ها ارائه می‌کند.

A model for the effective thermal conductivity of nanofluids–effect of interfacial layer and non-uniform size distribution of nanoparticles

Zohreh Shams^{1*}, Mohammad Moghiman²

1- Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

*P.O.B. 9177948944, Mashhad, Iran, moghiman@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 23 September 2014
Accepted 14 October 2014
Available Online 22 November 2014

Keywords:
Nanofluid
Nanoparticle
Effective thermal conductivity, Non-uniform size
Interfacial layer

ABSTRACT

This work presents a model for calculating the effective thermal conductivity of nanofluids. In this method, the effect of non-uniform sizes of nanoparticles and interfacial layer is investigated simultaneously. The developed model for the thermal conductivity of nanofluids takes into account the effects of thermal conductivity of base fluids, thermal conductivity, volume fraction and the size of nanoparticles, the interfacial layer, non-uniform sizes of nanoparticles, Brownian motion and temperature. Hence, this model has the capability of offering both analytical and numerical predictions. The accuracy of the proposed model for the effective thermal conductivity of water-_{2,3}, ethylene glycol-_{2,3}, water-_{2,3}, ethylene glycol-_{2,3}, ethylene glycol-_{2,3}, water-₂ is investigated. The effect of temperature, size of nanoparticles and volume fraction of nanoparticles are determined. Results show that the interfacial layer at the nanoparticle-liquid interface and non-uniform sizes of nanoparticles are the most important parameters for calculating the thermal conductivity of nanofluids. Comparison between the result and available experimental data of several types of nanofluids indicates that the proposed model provides accurate results with maximum error of 5%.

1- مقدمه

ایستمن و همکاران با بخش 5 درصد حجمی از نانوذرات اکسید آلومینیم و اکسید مس درون آب، به‌ترتیب 29 و 60 درصد افزایش در ضریب هدایت حرارتی نانوسیال گزارش کردند [3]. نتایج مطالعه لیو همکاران [4] نشان می‌دهد که نانوسیال حاوی 4 درصد حجمی از نانوذرات اکسید مس با قطر 35 نانومتر در اتیلن گلیکول، سبب 20 درصد افزایش در ضریب هدایت حرارتی می‌شود. آزمایش دی و کل [5] نشان می‌دهد که در دمای 30 درجه

خواص جالب نانوسیال‌ها و پتانسیل زیادی که برای افزایش انتقال حرارت از خود نشان می‌دهند سبب شده که این گروه از سیالات در سال‌های اخیر در کانون توجه محققان قرار گیرند. افزودن نانوذرات به سیال پایه تاثیر قابل توجهی روی ضریب هدایت حرارتی داشته و این کمیت بسیار مورد توجه پژوهشگران بوده است [1,2].

ضخامتی در حد چند نانومتر است، می‌تواند نظم و ترتیب ساختار اتمی را در ناحیه سطح مشترک تغییر داده و نقش مهمی در انتقال حرارت از جامد به سیال مجاور بازی می‌کند. همچنین، نانوذرات معلق در نانوسیال اندازه‌های مختلف داشته و توزیع غیریکنواخت اندازه نانوذرات می‌تواند بر ضریب هدایت حرارتی نانوسیال تأثیرگذار باشد. با وجود مطالعات زیادی که پیرامون رفتار حرارتی نانوسیالات انجام شده است تا کنون مدلی که به طور همزمان تأثیر وجود لایه بین سطحی و توزیع غیریکنواخت اندازه نانوذرات را در نظر بگیرد، برای تعیین ضریب هدایت حرارتی نانوسیال ارائه نشده است. در مطالعه حاضر یک مدل تحلیلی - عددی برای ضریب رسانایی نانوسیال با در نظر گرفتن لایه بین سطحی در سطح مشترک سیال - ذره و نیز در نظر گرفتن اندازه غیریکنواخت نانوذرات معلق در نانوسیال، ارائه شده است. با استفاده از مدل ارائه شده، ضریب هدایت حرارتی نانوسیال‌های آب - اکسید آلومینیم، اتیلن گلیکول - اکسید آلومینیم، آب - اکسید مس، اتیلن گلیکول - اکسید مس، اتیلن گلیکول - اکسید آلومینیم و آب - دی اکسید تیتانیوم ارزیابی شده و تأثیرات دما، قطر و کسر حجمی نانوذرات بر ضریب هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال بررسی شده است.

2- مدل‌های موجود برای ضریب هدایت حرارتی نانوسیال

2-1- مدل ماکسول

مدل ماکسول برای تعیین ضریب هدایت حرارتی مؤثر سوسپانسیون‌های حاوی درصد حجمی کمی از ذرات کروی که به‌طور تصادفی درون سیال پایه پخش شده و مخلوط همگنی را تشکیل داده‌اند، ارائه شده است [7]:

$$k_{eff} = \frac{k_p}{k_p} \frac{k_f}{k_f} \frac{\phi}{\phi} \frac{k_p - k_f}{k_p - k_f} \quad (1)$$

که در آن k_p ضریب هدایت حرارتی ذرات، k_f ضریب رسانایی سیال پایه و k_{eff} ضریب هدایت مؤثر نانوسیال می‌باشد. کاربرد مدل ماکسول محدود به سوسپانسیون‌های حاوی ذرات با اندازه بزرگ و با غلظت پایین است.

2-2- مدل لئونگ

لئونگ و همکاران با در نظر گرفتن لایه بین سطحی به عنوان یک بخش مستقل و حل معادله انرژی در حالت دائم و در مختصات کروی، مدل معادله 2 را برای ضریب هدایت حرارتی نانوسیال حاوی نانوذرات کروی ارائه کردند [13]:

$$k_{eff} = \frac{(k_p - k_{lr})\phi_p k_{lr} \gamma_1^3 - \gamma^3}{\gamma_1^3(k_p - k_{lr}) - (k_p - k_{lr})\phi_p \gamma_1^3 - \gamma^3} \quad (2)$$

که در این رابطه $\frac{t}{r_p}$ ، γ ، $\frac{t}{2r_p}$ ، γ_1 است. مدل لئونگ فقط شامل سهم استاتیکی ضریب هدایت حرارتی نانوسیال است و در آن توزیع اندازه نانوذرات یکنواخت فرض شده است.

2-3- مدل مورشد

مورشد و همکاران با در نظر گرفتن سهم دینامیکی ضریب رسانایی نانوسیال مدل لئونگ را اصلاح کردند [14]. براساس این مدل، ضریب هدایت نانوسیال از رابطه 3 محاسبه می‌شود.

سلسیوس با 0/25 درصد حجمی از نانوذرات اکسید مس، ضریب هدایت حرارتی نانوسیال روغن موتور - اکسید مس نسبت به سیال پایه حدود 10/4 درصد افزایش می‌یابد و این افزایش در دمای 80 درجه سلسیوس به 11/9 درصد می‌رسد. مطالعه پنگ و همکاران [6] نشان می‌دهد که با افزودن 0/5 درصد حجمی از نانوذرات اکسید آلومینیم و دی اکسید سیلیسیم به متانول ضریب هدایت حرارتی نانوسیال به ترتیب 10/74 و 14/29 درصد افزایش می‌یابد.

پیشرفت‌های اخیر در نانوتکنولوژی لزوم تعیین دقیق خواص نانوسیال را مشخص می‌سازد. ارائه مدل مناسب برای ضریب هدایت حرارتی افزایش یافته نانوسیالات یکی از موضوع‌های جالب و مورد توجه در این حوزه است. مدل‌های کلاسیک مانند مدل ماکسول [7] قادر به پیش‌بینی دقیق هدایت حرارتی افزایش یافته نانوسیالات نمی‌باشند. کبلینسکی و همکاران [8] چهار عامل تأثیرگذار در افزایش انتقال حرارت در نانوسیال‌ها را حرکت براونی¹ نانوذرات، لایه بین سطحی، اثر کلاستر² نانوذرات و طبیعت انتقال حرارت در نانوذرات معرفی کردند. لانگو و همکاران [9] با استفاده از روش شبکه عصبی با سه و چهار ورودی، مدلی برای تعیین ضریب هدایت حرارتی نانوسیال آب - اکسید مس ارائه کردند. با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی غیرخطی و روش شبکه عصبی جمال آبادی و زمزمیان [10] اثر برخی کمیت‌ها مانند دما، غلظت و اندازه نانوذرات روی ضریب هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال حاوی نانوذرات اکسید آلومینیم را بررسی کردند. برخی از محققان مانند یو و همکاران [11] و زیو همکاران [12]، با در نظر گرفتن اثر لایه بین سطحی، مدل‌های کلاسیک نظیر مدل ماکسول را اصلاح کرده و مدل‌های جدیدی برای ضریب هدایت حرارتی نانوسیال ارائه کردند. لئونگ و همکاران [13] با در نظر گرفتن لایه بین سطحی، مدلی برای ضریب رسانایی نانوسیال پیشنهاد کردند. مورشد و همکاران [14] مدلی برای ضریب هدایت نانوسیال ارائه کرده و کمیت‌های مؤثر بر آن از جمله قطر ذرات، نانولایه، حرکت نانوذرات و فعل و انفعالات نانوذرات را در نظر گرفته و نشان دادند که علت اصلی افزایش ضریب هدایت نانوسیال در سهم استاتیکی ضریب رسانایی است. با در نظر گرفتن تأثیر لایه بین سطحی جنگ و همکاران [15] یک مدل عددی برای ضریب هدایت حرارتی نانوسیال ارائه کردند. شمس و همکاران [16] با در نظر گرفتن لایه بین سطحی با ضخامت ثابت، ضریب هدایت حرارتی نانوسیال حاوی نانوذرات اکسید آلومینیم و اکسید مس با توزیع غیریکنواخت را تعیین کردند. با وجود آنکه نانوذرات پخش شده در سیال ممکن است قطره‌های مختلف داشته باشند، در بیشتر مطالعات انجام شده توزیع اندازه نانوذرات یکنواخت و با استفاده از یک قطر میانگین انجام شده است. هاولین و بن-آوراها [17]، توزیع اندازه نانوذرات و توزیع نانوذرات در سوسپانسیون را بررسی کردند. وانگ و همکاران [18] مطالعه‌ای آزمایشگاهی روی نانوسیال اتانول - دی اکسید سیلیسیم انجام دادند و نشان دادند که توزیع اندازه نانوذرات و کلاسترها از قانون فرکتال³ پیروی می‌کند. ایکسیو و همکاران [19] براساس توزیع فرکتال اندازه نانوذرات و انتقال حرارت جابجایی ناشی از حرکت براونی نانوذرات، یک مدل برای ضریب هدایت نانوسیال ارائه کردند. براساس توزیع فرکتال اندازه نانوذرات و انتقال حرارت جابجایی ناشی از حرکت براونی، فنگ و همکاران [20] یک مدل تحلیلی - عددی ارائه کردند.

تشکیل لایه بین سطحی در سطح مشترک نانوذره - سیال گرچه دارای

1-Brownian motion
2-Cluster
3-Fractal law

- انتقال حرارت درون سیستم در حالت دائم و دوبعدی است.
 - در مدل سازی سهم استاتیک، نانوذرات آن قدر از یکدیگر دور فرض می شوند که هیچ واکنشی بین ذرات رخ نمی دهد.
 - برای تعیین ضخامت لایه بین سطحی از رابطه لنگمیر به صورت معادله 5 استفاده شده است [18].

$$t = \sqrt{\frac{M}{\rho_f N_A}} \quad (5)$$

که در این رابطه M وزن مولکولی سیال، ρ_f چگالی سیال و N_A عدد آوگادرو است.

3-1- سهم استاتیکی ضریب هدایت نانوسیال

سهم استاتیکی ضریب هدایت نانوسیال، از حل معادله انرژی به دست می آید. معادله انرژی حاکم بر میدان دمایی در سه ناحیه نانوذره، نانولایه و سیال پایه، در مختصات کروی به صورت معادله 6 است:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T_i}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\theta \frac{\partial T_i}{\partial \theta} \right) \quad i \quad (6)$$

با فرض میدان دمای خارجی یکنواخت T_∞ ، شرایط مرزی معادله 6 به صورت رابطه 7 نوشته می شود:

$$T_p \quad r \rightarrow 0 \quad T_f \quad r \rightarrow \infty \quad T_\infty \quad (7)$$

شرایط مرزی در سطوح مشترک نانوذره و لایه بین سطحی عبارت است از:

$$T_p \quad T_{lr} = k_p \frac{dT_p}{dr} = k_{lr} \frac{dT_{lr}}{dr} \quad r = r_p \quad (8)$$

همچنین شرط مرزی در سطح مشترک نانولایه و سیال پایه به صورت رابطه 9 است:

$$T_{lr} \quad T_f = k_{lr} \frac{dT_{lr}}{dr} = k_f \frac{dT_f}{dr} \quad r = r_p \quad t \quad (9)$$

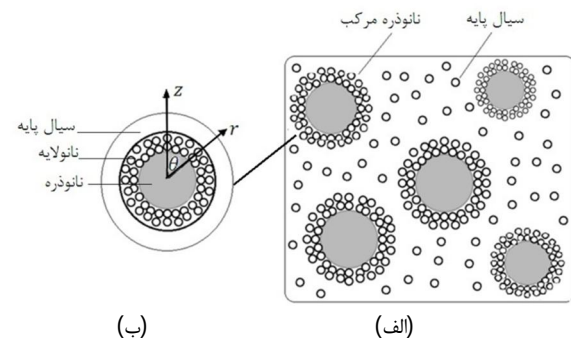
از حل معادله انرژی، گرادیان های دمایی در سه ناحیه نانوذره، نانولایه و سیال پایه به صورت معادلات 10-12 به دست می آید [13].

$$\frac{dT_p}{dz} = \frac{k_{lr}}{k_p} T_\infty \quad (10)$$

$$\frac{dT_{lr}}{dz} = \left[\frac{k_{lr} - k_p}{(t - r_p)^3 k_p} \right] T_\infty \quad (11)$$

$$\frac{dT_f}{dz} = T_\infty \quad (12)$$

که $\theta = z = r$ است. با معلوم بودن گرادیان های دمایی، سهم استاتیکی ضریب هدایت نانوسیال به صورت رابطه 13 بیان می شود [13]:



شکل 1 الف) طرح شماتیک نانوذرات مرکب پخش شده درون سیال پایه ب) یک نانوذره کروی با لایه بین سطحی

$$k_{eff} = \left\{ -\rho_{cp} c_{p-cp} d_s \sqrt{\frac{K_B T (\gamma^3 \phi_p)}{\pi \rho_{cp} \gamma^3 r_p^3}} \frac{G_T}{\pi \eta \gamma r_p d_s} \right\} \left\{ \phi_p^2 \gamma^6 k_f \Lambda^2 \frac{3\Lambda^2}{2k_{cp}} \frac{k_f}{k_f} \frac{3\Lambda^4}{6} + \dots \right\} \left\{ \frac{(k_p - k_r) \phi_p \Lambda r \gamma_1^3 - \gamma^3}{\gamma_1^3 (\phi_p - \Lambda r) - (\phi_p - \Lambda r) \phi_p \gamma_1^3 \gamma^3 - \dots} \right\} \quad (3)$$

که در رابطه k_{lr} ضریب رسانایی نانو لایه، η ویسکوزیته محیط سیال و G_T پتانسیل DLVO ناشی از واکنش بین ذرات است. مدل مورشد شامل اثرات اندازه نانوذرات، نانولایه، دما، حرکت برآونی نانوذرات و فعل و انفعال ذرات است.

3-4- مدل فنگ

فنگ و همکاران بر اساس ویژگی فرکتال نانوذرات درون سیال، یک مدل تصادفی برای اندازه نانوذرات ارائه کرده و با استفاده از آن، مدلی برای ضریب هدایت نانوسیال ارائه کردند که شامل اثرات جابجایی ناشی از حرکت برآونی ذرات است [20]:

$$k_{eff} = \frac{k_p}{k_p} \frac{k_f - \phi(k_f - k_p)}{\phi(k_f - k_p)} \frac{d_f \sum_{i=1}^n \lambda_i \left(\frac{\rho_f}{c_p k_f} \right)}{Pr \sum_{i=1}^n \lambda_i^2} \quad (4)$$

d_f قطر مولکول مایع، λ_i قطر نانوذرات و Pr عدد پرانتل است.

3- مدل ارائه شده برای ضریب هدایت حرارتی نانوسیال

در سوسپانسیون های حاوی نانوذرات، مولکول های مایع نزدیک به سطح ذرات به سطح نانوذره چسبیده و یک لایه بین سطح مایع- جامد تشکیل می دهند. با این که ضخامت این لایه در حد چند نانومتر است، اما نقش مهمی در انتقال حرارت از جامد به سیال مجاور بازی می کند. زیرا تشکیل این لایه، نظم و ترتیب ساختار اتمی را در ناحیه سطح مشترک افزایش می دهد. این لایه که بین سطح نانوذرات و مولکول های مایع تشکیل می شود، خواص ترموفیزیکی متفاوت با خواص توده سیال و ذرات جامد از خود نشان داده و به عنوان عاملی مهم در افزایش هدایت حرارتی نانوسیال مطرح می شود. در این مطالعه نانوذرات و لایه بین سطحی² به عنوان "نانوذره مرکب"³ در نظر گرفته شده است. در پخش نانوذرات با قطر میانگین معین، نانوذرات معلق در سیال ممکن است اندازه های مختلف داشته باشند و توزیع غیریکنواخت قطر ذرات بر ضریب هدایت حرارتی نانوسیال تأثیرگذار است. مدل حاضر با در نظر گرفتن همزمان لایه بین سطحی و توزیع غیریکنواخت اندازه نانوذرات گسترش یافته است (شکل 1).

ضریب هدایت حرارتی نانوسیال شامل سهم استاتیکی و سهم دینامیکی است. سهم استاتیکی ناشی از انتقال حرارت هدایتی در سیال، نانولایه و نانوذره است و سهم دینامیکی ناشی از حرکت برآونی نانوذرات است. در گسترش مدل از فرضیات زیر استفاده شده است:

- نانوسیال شامل سه جزء نانوذره، لایه بین سطحی و سیال پایه است.
- توزیع قطر نانوذرات غیریکنواخت است.
- نانوذرات کروی معلق در نانوسیال با شعاع r_p ، ضریب رسانایی k_p و درصد حجمی ϕ_p هستند.
- لایه بین سطحی به صورت یک لایه کروی به ضخامت t ، ضریب رسانایی k_{lr} در سطح مشترک ذره-سیال تشکیل می شود.

1-Derjaguin-Landau-Verwey-Overbeck
 2-Interfacial layer
 3-Complex nanoparticle (cp)

$$k_{dy} = \sum_{i=1}^m \left(-\rho_{cp} c_{p-cp} d_s \sqrt{\frac{K_B T \left(-\gamma^3 \phi_p \right)}{\pi \rho_{cp} \gamma^3 r_p^3}} \right) \frac{n_{p1}}{N_t} \quad (20)$$

با محاسبه سهم استاتیکی و دینامیکی ضریب رسانایی نانوسیال، ضریب هدایت حرارتی نانوسیال از رابطه k_{dy} k_{st} k_{nf} تعیین می‌شود. ضریب رسانایی مؤثر نانوسیال نیز از رابطه k_{eff} k_{nf} k_f به‌دست می‌آید.

3-3- مدل فرکتال

سیستم‌های فرکتال، سیستم‌هایی هستند که اگر به گروه‌های کوچک‌تر تقسیم شود، هر گروه شبیه گروه بعدی است. مطالعات محققان نشان می‌دهد که توزیع قطر نانوذرات و توزیع نانوذرات در سوسپانسیون‌ها، فرکتال هستند [18,17]. توصیف کمی سیستم‌های فرکتال معمولاً با قانون توانی بیان می‌شود. با استفاده از قانون توانی، تعداد کل نانوذرات پخش شده در یک نانوسیال با کسر حجمی ϕ_p که در آن قطر نانوذرات بین d_{min} و d_{max} (به-ترتیب کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین قطر نانوذرات) است، از رابطه 21 به‌دست می‌آید [20].

$$N_t = \left(\frac{d_{min}}{d_{max}} \right)^{D_{fr}} \quad (21)$$

که در این رابطه بعد فرکتال (D_{fr}) از رابطه 22 محاسبه می‌شود،

$$D_{fr} = - \frac{\phi_p}{\frac{d_{min}}{d_{max}}} \quad (22)$$

براساس این قانون، قطر تأمین نانوذره معلق در نانوسیال را می‌توان از رابطه 23 تعیین کرد [20].

$$d_i = \frac{d_{min}}{-R_i^{1/D_{fr}}} \left(\frac{d_{min}}{d_{max}} \right)^{\frac{d_{max}}{-R_i^{1/D_{fr}}}} \quad (23)$$

که d_{max} d_i d_{min} و R_i یک عدد تصادفی است. اطلاعات آزمایشگاهی [18] نشان می‌دهد که کوچک‌ترین تا بزرگ‌ترین اندازه نانوذرات درون سیال، در محدوده چند نانومتر تا یک میکرومتر است. در این مطالعه نسبت کوچک‌ترین قطر به بزرگ‌ترین قطر نانوذرات 10^{-3} انتخاب شده است [20]. با استفاده از یک برنامه عددی قطرهای مختلف نانوذرات (با قطر متوسط معین) تولید می‌شود. فرآیند تولید نانوذرات با قطرهای مختلف تا زمانی ادامه می‌یابد که معیار همگرایی مطابق معادله 24 برقرار شود:

$$\bar{d} - \sum_{i=1}^J d_i \geq d_{Ave} \quad (24)$$

J است و J تعداد کل ذرات تولید شده در کسر حجمی معین است.

3-4- مراحل محاسبه هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال

مراحل محاسبه ضریب رسانایی نانوسیال به‌صورت زیر است،

1. با معلوم بودن درصد حجمی و قطر متوسط نانوذرات، بعد فرکتال ذرات از معادله 22 محاسبه شود.
2. تولید نانوذرات با قطر d_i با استفاده از رابطه 23.
3. اگر d_{min} d_i d_{max} به گام 4 رفته و در غیر این‌صورت به گام 2 برگردید.

$$k_{st} = \frac{\int_V q_z dV}{\int_V \nabla T_z dV} = \frac{\sum_{i=p1}^{pN} k_i \frac{dT_i}{dz} V_i}{\sum_{i=p1}^{pN} \frac{dT_i}{dz} V_i} \quad (13)$$

معادله فوق با فرض توزیع یکنواخت اندازه نانوذرات به‌دست آمده است. برای نانوسیال حاوی N_t نانوذره با توزیع غیریکنواخت قطر نانوذرات، سهم استاتیکی ضریب هدایت حرارتی نانوسیال به‌صورت رابطه 14 نوشته می‌شود:

$$k_{st} = \frac{k_{lr} \sum_{i=1}^{N_t} \frac{V_{p1}}{V_i^3} \left[k_p - k_{lr} \gamma_i^3 \gamma_i^3 - (k_p - k_{lr})(2\gamma_i^3 - \gamma_i^3) \right] V_i k_i (k_p - k_{lr})}{\sum_{i=1}^{N_t} \frac{V_{p1}}{V_i^3} \left[k_p - k_{lr} \gamma_i^3 \gamma_i^3 - (k_p - k_{lr})(\gamma_i^3 - \gamma_i^3) \right] V_i (k_p - k_{lr})} \quad (14)$$

که در این رابطه $\frac{t}{r_p}$ γ $\frac{t}{2r_p}$ است. در نوشتن رابطه بالا از روابط 15 نیز استفاده شده است،

$$v_{lr i} = v_{p i} \gamma^3 - \quad (15\text{-الف})$$

$$\phi_f = -\gamma^3 \phi_p \quad (15\text{-ب})$$

$$v_f = \left(-\gamma^3 \phi_p \right) \frac{V_p}{\phi_p} \quad (15\text{-ج})$$

در معادله (15-ج)، $\sum_{i=1}^{N_t} v_{p i}$ V_p است.

3-2- سهم دینامیکی هدایت حرارتی نانوسیال

سهم دینامیکی هدایت حرارتی نانوسیال ناشی از حرکت براونی ذرات است. شار حرارتی محوری خالص ناشی از حرکت براونی ذرات با اندازه یکسان از رابطه 16 محاسبه می‌شود [14]:

$$q_{net} \approx -\rho_{cp} c_{p-cp} d_s U_B \nabla T \quad (16)$$

در رابطه فوق ϕ_{cp} c_{p-cp} و U_B d_s به‌ترتیب چگالی و گرمای ویژه نانوذره مرکب، اندازه حرکت براونی ذرات و فاصله بین دو ذره با اندازه یکسان است و d_s $r_{cp} \phi_{cp}^{-1/3}$ است. از آن‌جا که نانوذرات معلق دارای قطرهای مختلف هستند، با استفاده از روش میانگین وزنی، شار حرارتی محوری کل ناشی از حرکت براونی همه نانوذرات از به‌صورت رابطه 17 محاسبه می‌شود:

$$q_{net total} \approx \sum_{i=1}^m \left(-\rho_{cp} c_{p-cp} d_s U_B \nabla T \right) \frac{n_{p1}}{N_t} \quad (17)$$

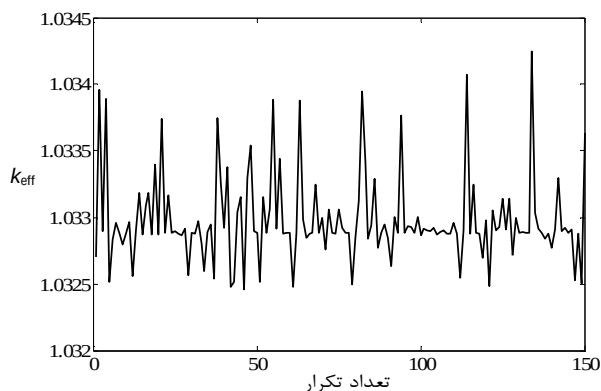
که در این رابطه m تعداد دسته‌های ذرات با اندازه‌ی یکسان و n_{p1} تعداد نانوذرات موجود در دسته‌ی l^{th} است. رابطه حرکت براونی اصلاح شده به - صورت رابطه 18 است [14]:

$$U_B = \sqrt{\frac{K_B T \left(-\phi_{cp} \right)}{M}} \quad (18)$$

با توجه به این که $q_{net total} = -k_{dy} \nabla T$ و با جای‌گذاری معادله 18 در معادله 17، سهم دینامیکی ضریب رسانایی مؤثر نانوسیال به صورت رابطه 19 دست می‌آید:

$$k_{dy} = \sum_{i=1}^m \left(-\rho_{cp} c_{p-cp} d_s \sqrt{\frac{K_B T \left(-\phi_{cp} \right)}{M}} \right) \frac{n_{p1}}{N_t} \quad (19)$$

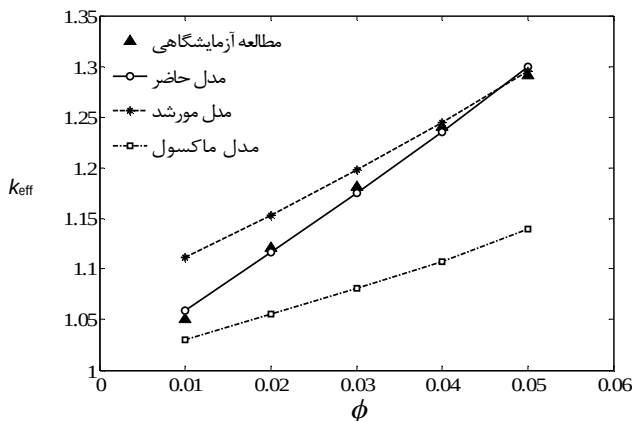
معادله 19 را می‌توان به فرم ساده شده زیر نوشت:



شکل 15 ضریب هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال آب-اکسید آلومینیم با قطر متوسط 15 نانومتر و 1 درصد حجمی در 150 اجرای برنامه

در ادامه، نتایج مدل حاضر با نتایج آزمایشگاهی در دسترس و نتایج سایر مدل‌ها مقایسه شده است. به این منظور چهار مدل ماکسول، مدل لئونگ، مدل مورشد و مدل فنگ انتخاب شده است. شکل 4 مقایسه نتایج مدل ارائه شده با نتایج آزمایشگاهی [3] و نتایج سایر مدل‌ها را برای نانوسیال آب-اکسید آلومینیم با قطر متوسط 33 نانومتر در درصدهای حجمی مختلف و در دمای 25 درجه سلسیوس نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که نتایج مدل حاضر با نتایج آزمایشگاهی تطابق دارد در حالی که مدل ماکسول در مقایسه با مدل ارائه شده نتایج بسیار ضعیفی ارائه می‌کند. با این که مدل مورشد، مدل نسبتاً کاملی به نظر می‌رسد اما نتایج مدل حاضر در مقایسه با نتایج مدل مورشد از دقت بیشتری برخوردار است. نتایج نشان می‌دهد که بیشترین خطای مدل ارائه شده تقریباً 1/5 درصد است، در حالی که بیشترین خطای مدل مورشد تقریباً 7 درصد است. علت این است که مدل مورشد با فرض توزیع یکنواخت اندازه ذرات گسترش یافته است. شکل 4 نشان می‌دهد که توزیع غیریکنواخت قطر نانوذرات، عامل تأثیرگذاری است که به تطابق بهتر مدل ارائه شده با اطلاعات آزمایشگاهی کمک می‌کند.

نتایج مدل حاضر برای نانوسیال آب-اکسید آلومینیم با قطر 13 نانومتر برای درصدهای حجمی مختلف در شکل 5 آورده شده است. نتایج مدل ارائه شده در مقایسه با نتایج مدل فنگ [20] و مدل مورشد [14] تطابق خیلی بهتری با نتایج آزمایشگاهی ماسودا [2] دارد. نتایج دقیق‌تر این مدل نسبت به مدل فنگ، از تأثیرات لایه بین سطحی بر هدایت حرارتی نانوسیال ناشی



شکل 4 مقایسه مقادیر ضریب هدایت حرارتی مؤثر با داده‌های آزمایشگاهی ایستمن [3] و نتایج سایر مدل‌ها برای نانوسیال آب-اکسید آلومینیم با قطر متوسط 33 نانومتر

4. بررسی معیار همگرایی از معادله 24.

5. تعیین ضریب رسانایی مؤثر نانوسیال با محاسبه سهم استاتیکی و دینامیکی ضریب هدایت حرارتی نانوسیال از معادلات 14 و 20.

در هر بار اجرای برنامه، پس از برقراری شرط همگرایی، مقادیر ضریب هدایت حرارتی مؤثر و تعداد نانوذرات تولید شده ثبت می‌شود. به منظور افزایش دقت نتایج مدل و کاهش اثر تصادفی بودن قطر نانوذرات تولیدی، این مراحل چندین بار تکرار می‌شود. سپس متوسط ضریب هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال برای قطر متوسط و درصد حجمی معین از نانوذرات از رابطه 25 به دست می‌آید:

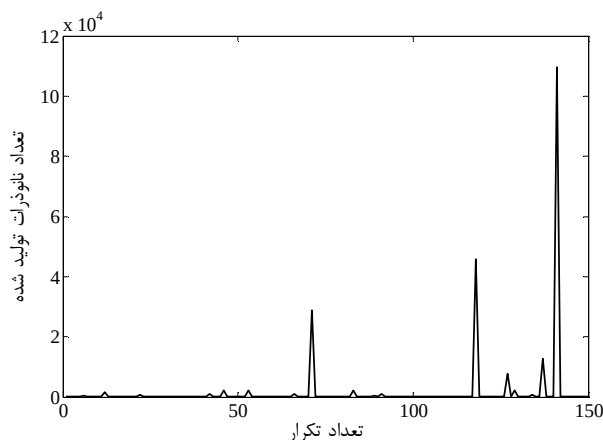
$$\overline{k_{eff}} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N k_{eff}^n \quad (25)$$

در رابطه فوق N تعداد اجرای برنامه است

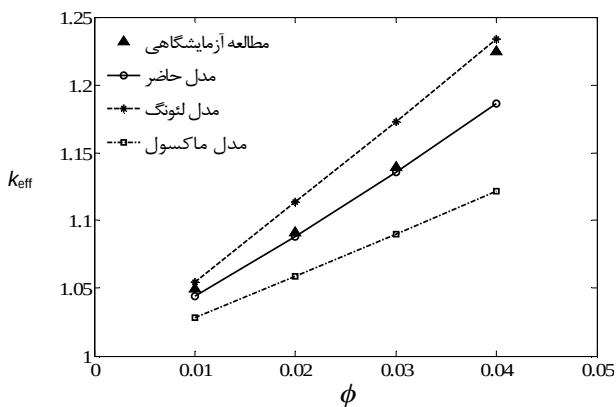
4- نتایج

دقت مدل ارائه شده با انتخاب شش نوع نانوسیال مختلف ارزیابی شده است. این نانوسیال‌ها شامل آب-اکسید آلومینیم، اتیلن گلیکول-اکسید آلومینیم، آب-اکسید مس، اتیلن گلیکول-اکسید مس، اتیلن گلیکول-آلومینیم و آب-دی اکسید تیتانیوم با قطرهای و در کسر حجمی‌های متفاوت می‌باشند. به منظور افزایش دقت نتایج مدل و کاهش اثر تصادفی بودن قطر نانوذرات تولیدی، فرآیند تولید نانوذرات چندین بار اجرا می‌شود. شکل 2 تعداد نانوذرات تولید شده برای نانوسیال آب-اکسید آلومینیم را در 150 بار اجرای برنامه نشان می‌دهد. در هر بار اجرای برنامه ضریب رسانایی مؤثر نانوسیال محاسبه شده و مقدار میانگین ضریب هدایت مؤثر به دست آمده از تمام اجراها به عنوان ضریب رسانایی مؤثر نانوسیال در نظر گرفته می‌شود.

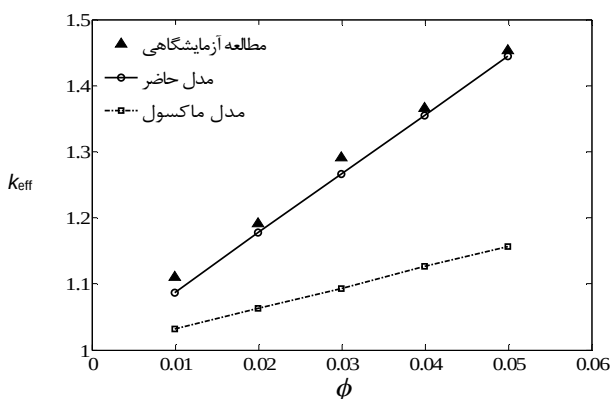
ضریب هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال آب-اکسید آلومینیم با قطر متوسط نانوذرات 15 نانومتر و 1 درصد حجمی در دمای 25 درجه سلسیوس در 150 بار اجرای برنامه در شکل 3 نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که هدایت حرارتی مدل‌سازی شده، شدیداً حول مقدار آزمایشگاهی 1/032 نوسان می‌کند. این مطلب به دلیل تصادفی بودن اندازه نانوذرات کاملاً مورد انتظار است. پس از برقراری شرط همگرایی، مقدار متوسط ضریب رسانایی مؤثر در مدل‌سازی حاضر، 1/0332 به دست می‌آید.



شکل 2 تعداد نانوذرات تولید شده برای نانوسیال آب-اکسید آلومینیم (15 نانومتر) با 1 درصد حجمی در 150 بار اجرای برنامه



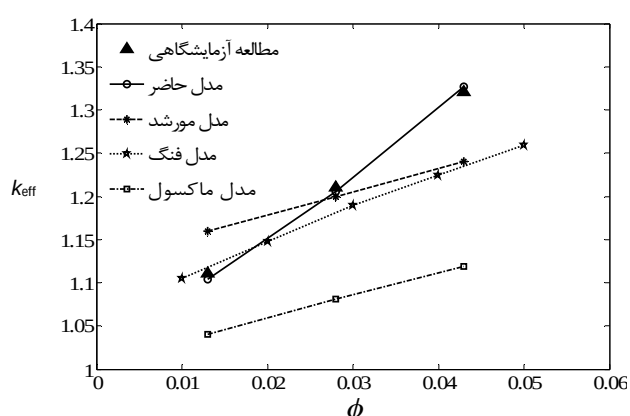
شکل 7 مقایسه مقادیر ضریب هدایت حرارتی مؤثر با داده‌های آزمایشگاهی لی [4] و نتایج سایر مدل‌ها برای نانوسیال اتیلن گلیکول-اکسید مس با قطر متوسط 35 نانومتر



شکل 8 مقایسه مقادیر ضریب هدایت حرارتی مؤثر با داده‌های آزمایشگاهی ایستمن [3] و نتایج سایر مدل‌ها برای نانوسیال اتیلن گلیکول - آلومینیوم با قطر متوسط 80 نانومتر

تأثیر اندازه قطر نانوذرات و کسر حجمی نانوذرات بر هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال اتیلن گلیکول-اکسید آلومینیوم در شکل 9 نشان داده شده است. این شکل برای دو قطر متوسط 28 و 38 نانومتر در غلظت‌های مختلف نانوذرات رسم شده است. مشاهده می‌شود که افزایش قطر نانوذرات موجب کاهش هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال می‌شود. شکل 10 نیز تأثیر قطر متوسط نانوذرات بر ضریب هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال آب-اکسید مس با درصد حجمی 4 و 5 را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با کاهش قطر متوسط نانوذرات در حدود قطر 15 نانومتر، افزایش شدیدی در ضریب هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال ایجاد می‌شود. علت این است که کاهش قطر نانوذرات، سبب افزایش سهم استاتیکی ضریب رسانایی به دلیل افزایش نسبت سطح به حجم و افزایش سهم دینامیکی ضریب رسانایی به علت ایجاد حرکت برآونی شدیدتر می‌شود.

درصد افزایش ضریب هدایت مؤثر نانوسیال‌های مختلف نسبت به سیال پایه در جدول 1 ارائه شده است. مقایسه نتایج مدل با نتایج آزمایشگاهی مختلف [21] نشان‌گر دقت بالای مدل ارائه شده در این مطالعه است. مشاهده می‌شود که حداکثر خطای مدل در تعیین ضریب رسانایی مؤثر برای نانوسیال‌های مختلف 5 درصد است که برای نانوسیال اتیلن گلیکول-اکسید مس با قطر 12 نانومتر در کسر حجمی 1% رخ می‌دهد.

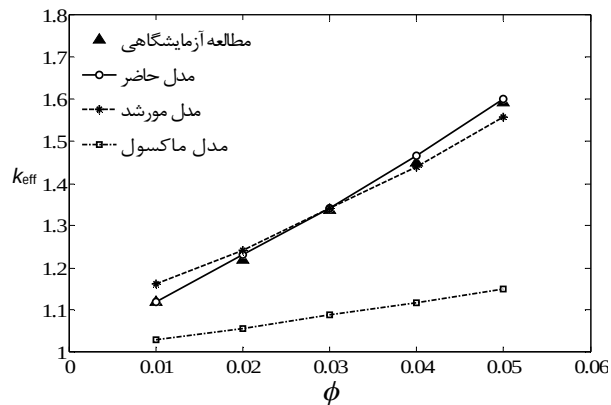


شکل 5 مقایسه مقادیر ضریب هدایت حرارتی مؤثر با داده‌های آزمایشگاهی ماسودا [2] و نتایج سایر مدل‌ها برای نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم با قطر متوسط 13 نانومتر

می‌شود. هرچند مدل فنگ براساس توزیع غیریکنواخت اندازه نانوذرات است اما بدون در نظر گرفتن وجود نانولایه در سطح مشترک سیال-ذره گسترش یافته است.

نتایج مشابهی برای نانوسیال آب-اکسید مس با قطر متوسط 36 نانومتر و نانوسیال اتیلن گلیکول-اکسید مس با قطر متوسط 35 نانومتر در درصد-های حجمی مختلف، در شکل 6 و 7 آورده شده است. نتایج به دست آمده افزایش ضریب رسانایی مؤثر نانوسیال با افزایش درصد حجمی نانوذرات را نشان می‌دهد. در شکل 6 تطابق بهتر نتایج مدل ارائه شده با نتایج آزمایشگاهی ایستمن [3] نسبت به مدل مورشد [14] مشاهده می‌شود. به عنوان مثال برای نانوسیال آب-اکسید مس با قطر متوسط 36 نانومتر در کسر حجمی 5 درصد، خطای ضریب هدایت حرارتی مؤثر در مدل حاضر و مدل مورشد به ترتیب 0/75 و 1/45 درصد است. شکل 7 نیز نشان می‌دهد که نتایج مدل حاضر در مقایسه با دیگر مدل‌ها نظیر مدل لئونگ [13]، نزدیکی بیشتری با اطلاعات آزمایشگاهی ارائه شده توسط لی [4] داراست.

شکل 8 ضریب هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال اتیلن گلیکول-آلومینیوم با قطر متوسط 80 نانومتر در غلظت‌های مختلف را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود نتایج به دست آمده از مدل حاضر تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی [3] دارد به طوری که حداکثر خطای مدل ارائه شده 2/5 درصد می‌باشد. مطابق شکل 8 ضریب رسانایی مؤثر نانوسیال تابع کسر حجمی نانوذرات است و با افزایش غلظت نانوذرات درون سیال پایه، ضریب هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال افزایش می‌یابد.



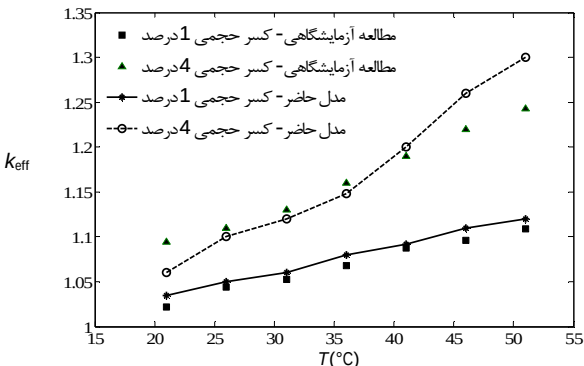
شکل 6 مقایسه مقادیر ضریب هدایت حرارتی مؤثر با داده‌های آزمایشگاهی ایستمن [3] و نتایج سایر مدل‌ها برای نانوسیال آب-اکسید مس با قطر متوسط 36 نانومتر

آزمایشگاهی نشان می‌دهد که در کسر حجمی 4 درصد با تغییر دما از 21 تا 51 درجه سلسیوس، درصد افزایش ضریب رسانایی نانوسیال نسبت به سیال پایه از 9/4 درصد به 24/3 درصد می‌رسد [22]. نتایج مدل‌سازی حاضر در این بازه دمایی و در کسر حجمی 4 درصد، افزایش 8 تا 30 درصدی ضریب هدایت حرارتی نانوسیال نسبت به سیال پایه را گزارش می‌دهد.

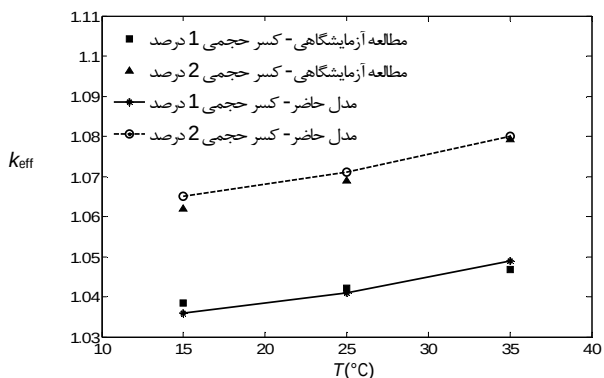
مقایسه نتایج مدل حاضر با نتایج آزمایشگاهی [23] برای ضریب رسانایی مؤثر نانوسیال آب- دی اکسید تیتانیوم با قطر 21 نانومتر در کسر حجمی 1 و 2 درصد در شکل 12 ارائه شده است. مشاهده می‌شود که مدل ارائه شده با دقت قابل قبولی مقادیر ضریب رسانایی نانوسیال را تعیین می‌کند. شکل 12 نشان می‌دهد که ضریب رسانایی مؤثر نانوسیال با افزایش دما افزایش می‌یابد و میزان این افزایش به کسر حجمی نانوذرات بستگی دارد.

5- نتیجه‌گیری

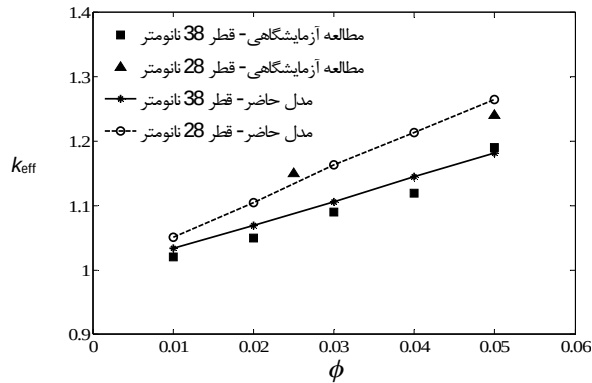
در مطالعه حاضر مدل جدیدی برای محاسبه ضریب هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال با در نظر گرفتن تأثیر هم‌زمان نانولایه و توزیع غیریکنواخت اندازه نانوذرات گسترش یافت. مدل ارائه شده تابعی از اندازه غیریکنواخت نانوذرات، ضریب هدایت حرارتی نانوذره، سیال پایه و نانولایه، ضخامت نانولایه و دما است. نتایج مدل ارائه شده با نتایج آزمایشگاهی موجود برای نانوسیال‌های آب- اکسید آلومینیم، اتیلن گلیکول- اکسید آلومینیم، آب- اکسید مس، اتیلن گلیکول- اکسید مس، اتیلن گلیکول- آلومینیم و آب- دی‌اکسید تیتانیوم مقایسه شد. تأثیرات دما، قطر و کسر حجمی نانوذرات بر ضریب هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال بررسی شد. نتایج به‌دست آمده از این مدل، تطابق قابل قبولی با اطلاعات آزمایشگاهی دارد و در مقایسه با سایر مدل‌ها از



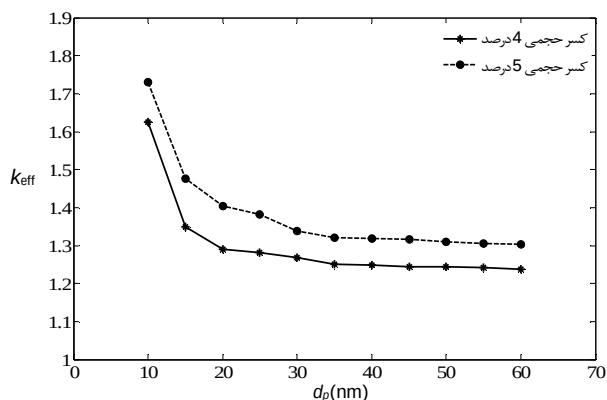
شکل 11 تغییرات ضریب هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال با دما برای نانوسیال آب- اکسید آلومینیم با قطر متوسط 38 نانومتر



شکل 12 تغییرات ضریب هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال با دما برای نانوسیال آب- دی اکسید تیتانیوم با قطر 21 نانومتر



شکل 9 مقایسه مقادیر ضریب هدایت حرارتی مؤثر با داده‌های آزمایشگاهی [3, 4] و نتایج سایر مدل‌ها برای نانوسیال اتیلن گلیکول-اکسید آلومینیم با قطرهای 28 و 38 نانومتر



شکل 10 تغییرات ضریب هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال با اندازه قطر نانوذره برای نانوسیال آب- اکسید مس

جدول 1 مقایسه درصد افزایش ضریب هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال در مدل ارائه شده با نتایج آزمایشگاهی [21]

نانوسیال	درصد حجمی	درصد افزایش هدایت حرارتی مؤثر در مدل ارائه شده	درصد افزایش ضریب هدایت حرارتی مؤثر در مدل ارائه شده	درصد خطا
2/02	3	12/50	12	2 3
2/74	5	28/20	29	2 3
1/00	5	24/25	24	2 3
0/65	4	17/88	18	2 3
3/00	5	18/60	18	2 3
2/71	5	29/16	30	2 3
5/00	1	5/70	6	
2/82	5	22/35	23	
2/33	4	22/51	22	

شکل 11 وابستگی ضریب هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال به دما را برای نانوسیال آب- اکسید آلومینیم با قطر 38 نانومتر در دو کسر حجمی 1 و 4 درصد نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش دمای نانوسیال و درصد حجمی نانوذرات، ضریب رسانایی مؤثر نانوسیال افزایش می‌یابد. نتایج

- [3] J.A. Eastman, S.U.S. Choi, S. Li, L.J. Thompson, Enhanced thermal conductivity through the development of nanofluids, *Proceedings of the Symposium on Nanophase and Nanocomposite Materials II, Materials Research Society*, Vol. 457, pp. 3-11, 1997.
- [4] S. Lee, S.U.S. Choi, S. Li, J.A. Eastman, Measuring thermal conductivity of fluids containing oxide nanoparticles, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 121, pp. 280-289, 1999.
- [5] M. Kole, T.K. Dey, Role of interfacial layer and clustering on the effective thermal conductivity of CuO-gear oil nanofluids, *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 35, pp. 1490-1495, 2011.
- [6] C. Pang, J. Jung, J. Lee, Y. T. Kang, Thermal conductivity measurement of methanol-based nanofluids with Al₂O₃ and SiO₂ nanoparticles, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 55, pp. 5597-5602, 2012.
- [7] J. C. Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, Third Edition, Oxford, UK, 1891.
- [8] P. Keblinski, S. R. Phillpot, S. U. S. Choi, J. A. Eastman, Mechanisms of heat flow in suspensions of nano-sized particles (nanofluids), *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 45, No. 4, pp. 855-863, 2002.
- [9] G. A. Longon, C. Zilio, E. Ceseracciu, M. Reggiani, Diffusion in disordered media, *Nano Energy*, Vol. 1, pp. 290-296, 2012.
- [10] M. Tajik Jamal-Abadi, A. H. Zamzamin, Optimization of thermal conductivity of Cu_2S Nanofluid by using ANN and GRC methods, *International Journal of Nanoscience and Nanotechnology*, Vol. 9, No. 4, pp. 177-184, 2013.
- [11] W. Yu, S.U.S. Choi, The role of interfacial layers in the enhanced thermal conductivity of nanofluids: a renovated Maxwell model, *Journal of Nanoparticle Research*, Vol. 5, pp. 167-171, 2003.
- [12] H. Xie, M. Fujii, X. Zhang, Effect of interfacial nanolayer on the effective thermal conductivity of nanoparticle-fluid mixture, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 48, pp. 2926-2932, 2005.
- [13] K. C. Leong, C. Yang, S.M.S. Murshed, A model for the thermal conductivity of nanofluids - the effect of interfacial layer, *Journal of Nanoparticle Research*, Vol. 8, pp. 245-254, 2006.
- [14] S. M. S. Murshed, K.C. Leong, C. Yang, A combined model for the effective thermal conductivity of nanofluids, *Journal of Thermal Engineering*, Vol. 29, pp. 2477-2483, 2009.
- [15] H. Jiang, H. Li, Q. Xu, L. Shi, Effective thermal conductivity of nanofluids Considering interfacial nano-shells, *Journal of Materials Chemistry and Physics*, pp. 1-6, 2014.
- [16] Z. Shams, S. H. Mansouri, M. Baghbani, A proposed model for calculating effective thermal conductivity of nanofluids, effect of nanolayer and non-uniform size of nanoparticles, *Journal of Basic and Applied Scientific Research*, pp. 9370-9377, 2012.
- [17] S. Havlin, D. Ben-Avraham, Diffusion in disordered media, *Advanced Physics*, Vol. 36, No. 6, pp. 695-798, 1987.
- [18] B. X. Wang, L. P. Zhou, X. F. Peng, A fractal model for predicting the effective thermal conductivity of liquid with suspension of nanoparticles, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, pp. 2665-2672, 2003.
- [19] J. Xu, B.M. Yu, M. Q. Zou, P. Xu, A new model for heat conduction of nanofluids based on fractal distributions of nanoparticles, *Journal of Physics D Appl Phys*, Vol. 39, pp. 4486-4490, 2006.
- [20] Y. Feng, B. Yu, K. Feng, P. Xu, M. Zho, Thermal conductivity of nanofluids and size distribution of nanoparticles by Monte Carlo simulation, *Journal of Nanoparticle Research*, Vol. 10, pp. 1319-1328, 2008.
- [21] S. M. S. Murshed, K.C. Leong, C. Yang, Thermophysical and electrokinetic properties of nanofluids-A critical review, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 28, pp. 2109-2125, 2008.
- [22] S.K. Das, N. Putra, P. Thiesen, W. Roetzel, Temperature dependence of thermal conductivity enhancement for nanofluids, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 125, pp. 567-574, 2003.
- [23] W. Duangthongsuk, S. Wongwises, Measurement of temperature-dependent thermal conductivity and viscosity of TiO₂-water nanofluids, *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 33, pp. 706-714, 2009.

دقت بیشتری برخوردار است به طوری که حداکثر خطای مدل در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی 5 درصد است. مقایسه نتایج مدل ارائه شده در مطالعه حاضر با نتایج سایر مدل‌ها تأثیر قابل توجه لایه بین‌سطحی بر هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال را نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد که عدم در نظر گرفتن اثر نانولایه، موجب کاهش دقت نتایج سایر مدل‌ها می‌شود. همچنین توزیع غیریکنواخت اندازه نانوذرات یک فرض واقعی است که به بهبود نتایج کمک شایانی کرده است و در مقایسه با مدل‌هایی که با فرض توزیع یکنواخت گسترش یافته‌اند، مدل حاضر از دقت بالاتری برخوردار است.

6- فهرست علائم

d	قطر (nm)
k	ضریب انتقال حرارت هدایتی ($\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$)
M	وزن مولکولی
N_t	تعداد نانوذرات
T	دما (K)
t	ضخامت لایه بین سطحی (nm)
V	حجم

علائم یونانی

ϕ	کسر حجمی نانوذرات
ρ	چگالی (kgm^{-3})
μ	لزجت دینامیکی ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$)

زیرنویس‌ها

مقدار متوسط
نانوذره مرکب
مؤثر
سیال پایه
لایه بین سطحی
نانو سیال
نانوذره

7- مراجع

- [1] S. U. S. Choi, Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles, *Developments and Applications of Non-Newtonian Flows*, Vol. 231, No. 66, pp. 99-105, 1995.
- [2] T. Masuda, A. Ebata, K. Teramae, N. Hishinuma, Alteration of thermal conductivity and viscosity of liquid by dispersing ultra-fine particles (Dispersion of Al₂O₃, SiO₂ and TiO₂ ultra-fine particles), *Netsu Bussei*, Vol. 4, pp. 227-233, 1993.