



اثر معیارهای تسلیم پیشرفته BBC2003، Yld2004 و BBC2008 بر منحنی‌های شکل پذیری با مدل‌های مارسینیاک - کوزینسکی، گلوبی پخشی سوئیفت و گلوبی موضعی هیل

محمد حسین پورگلولو^{1*}، سید محمد حسین سیدکاشی²، سپیده شاهی³

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند

3- دانشجوی مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران

* تهران، صندوق پستی 16785-136، m.hoseinpour@srttu.edu

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 10 شهریور 1393
پذیرش: 05 آبان 1393
ارائه در سایت: 09 آذر 1393

کلید واژگان:

باریک شدگی

ناپایداری پلاستیک

اثر PLC

اورتوتروپی

منحنی حد شکل دهی

معیار تسلیم

چکیده

در این مقاله، اثر معیارهای تسلیم پیشرفته BBC2003، Yld2004 و BBC2008 با قانون سخت‌شوندگی سوئیفت براساس مدل‌های مارسینیاک-کوزینسکی، گلوبی پخشی سوئیفت و گلوبی موضعی هیل در محاسبه کرنش‌های حدی بررسی شده است. این مدل‌ها برای ارزیابی قابلیت پیش‌بینی شکل‌پذیری در ورق‌های فلزی اورتوتروپیک AA2090-T3 و AA6111-T4 به کار برده شده. علاوه بر این، اثر PLC¹ بر شکل‌پذیری ورق آلومینیومی AA5182-O نیز بررسی شده است. حساسیت مدل مارسینیاک-کوزینسکی نسبت به ضریب ناهمگنی اولیه بررسی و تأثیر این پارامتر در پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی نشان داده شده است. مطالعه اثر توان معیارهای تسلیم فوق بر شکل‌پذیری، نشان می‌دهد توان‌های بالاتر که برای مواد با ساختار اتمی FCC پیشنهاد شده، حد شکل‌پذیری بالاتری را نسبت به توان‌های پایین‌تر که برای مواد BCC پیشنهاد شده است، دارند. همچنین تأثیر پارامترهای مؤثر ماده از قبیل توان کرنش‌سختی و ناهمسانگردی در ورق مورد مطالعه قرار گرفته و نشان داده شده که افزایش توان کرنش‌سختی باعث بهبود شکل‌پذیری و اثر PLC و افزایش ضریب ناهمسانگردی، موجب کاهش شکل‌پذیری ورق می‌شوند. همچنین پیش‌بینی کرنش‌های حدی آلیاژ AA6111-T4 توسط معیار تسلیم Yld2004 در سمت راست منحنی با مدل مارسینیاک-کوزینسکی و در سمت چپ با مدل گلوبی موضعی هیل، تطابق بهتری با نتایج تجربی را نشان می‌دهد

The Effect of Advanced BBC2003, Yld2004 and BBC2008 Yield Criteria on FLDs Based on M-K, Swift and Hill Models

Mohammad Hoseinpour Gollo^{1*}, Seyed Mohammad Hossein Seyedkashi², Sepideh Shahi³

1- Department of Mechanical Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran

3- Department of Mechanical Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran

*P.O.B. 16785-136 Tehran, Iran, m.hoseinpour@srttu.edu

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 01 September 2014
Accepted 27 October 2014
Available Online 30 November 2014

Keywords:

Necking
Plastic instability
PLC effect, Orthotropy
FLD
Yield Criterion

ABSTRACT

In this paper, effect of advanced yield criteria including BBC2003, Yld2004 and BBC2008 are studied using Swift hardening law on determination of limit strains based on Marciniak-Kuczynski (M-K), Swift's diffuse necking and Hill's localized necking models. These models are used to assess the formability prediction of orthotropic AA2090-T3 and AA6111-T4 sheets. The Portevin-Le Chatelier effect on formability of AA5182-O sheet is also studied. The sensitivity of Marciniak-Kuczynski model to the initial imperfection factor is investigated and the effect of this parameter on prediction of forming limit diagram has been shown. Study of the effect of yield criteria exponent on formability shows the higher exponents which are recommended for FCC metals have higher forming limits in comparison with lower exponents adopted to BCC metals. The effects of strain hardening coefficient and anisotropy are studied too. The results show that the increase of strain hardening exponent improves the formability, while the PLC effect and increase of anisotropy coefficient reduce it. Experimental results show better conformity with M-K model at the right side of FLD and with Hill's localized necking model at its left side.

1- Portevin le Chatelier

Please cite this article using:

M. Hoseinpour Gollo, S. M. H. Seyedkashi, S. Shahi, The Effect of Advanced BBC2003, Yld2004 and BBC2008 Yield Criteria on FLDs Based on M-K, Swift and Hill Models, Modares Mechanical Engineering, Vol. 15, No. 1, pp. 141-150, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

1- مقدمه

منحنی‌های حد شکل‌دهی برای اولین بار توسط کیلر [1] و گودوین [2] برای نشان دادن عیوبی مثل گلوپی و شکست در ورق‌های فلزی ارائه شدند. برای تعیین تجربی منحنی حد شکل‌دهی، نمونه‌هایی از ورق فلزی مورد نظر توسط کشش ساده یا کشش با سنبه‌ی نیم‌کروی در حالت‌های مختلف کرنش صفحه‌ای قرار داده می‌شوند. اما تعداد زیاد آزمایش‌های موردنیاز، بسیار پرهزینه و زمان‌بر است. بنابراین، تعیین منحنی حد شکل‌دهی به روش‌های تئوری و با دقت قابل قبول بسیار ضرورت داشته و از مهم‌ترین خواسته‌های صنایع مختلف شکل‌دهی فلزات است.

برای مطالعه‌ی ناپایداری پلاستیک و تعیین منحنی حد شکل‌دهی، مدل‌های تئوری مختلفی ارائه شده است. سوئیفت [3] پیشنهاد کرد زمانی که تنش‌های اصلی به مقدار ماکزیمم خود می‌رسند، ناپایداری پلاستیک رخ می‌دهد و کرنش‌های حدی گلوپی پخشی را پیش‌بینی کرد. اما در پرس‌کاری، اندازه‌ی کرنش مجاز، با ایجاد گلوپی موضعی تعیین می‌شود [4]. هیل [5] با فرض این‌که گلوپی موضعی برای ورق فلزی در جهتی ایجاد می‌شود که ازدیاد آن صفر است، مدل گلوپی موضعی را پیشنهاد کرد. مارسینیاک و کوزینسکی [6] پرکاربردترین مدل (مدل MK) را برای پیش‌بینی منحنی حد شکل‌دهی، با در نظر گرفتن این‌که عیوب هندسی اولیه، باعث شکست در ماده می‌شود، ارائه کردند. آن‌ها نقص را به صورت یک شیار نازک در نظر گرفته و فرض کردند که شیار، عمود بر کرنش‌های اصلی باقی می‌ماند و کرنش‌های حدی شیار را در جهت عرضی - که بسیار سریع‌تر از نواحی اطراف افزایش می‌یابد - محاسبه کردند. مدل‌های گلوپی ارائه‌شده به درک پدیده‌ی گلوپی کمک کرده و برای پیش‌بینی سریع شکل‌پذیری ورق‌های فلزی در صنعت مورد استفاده قرار می‌گیرند. داریانی و عضدی [7] با تغییر درجه‌ی معیار تسلیم هیل 1979 برای سمت راست و چپ FLD، تطابق خوبی بین نتایج تئوری و تجربی برقرار کردند. عاصم‌پور و همکاران [8] اثر توابع تسلیم هاسفورد و BBC2000 را در مدل MK بررسی کرده و نتیجه گرفتند برای فولاد AK، کرنش‌های حدی پیش‌بینی‌شده توسط معیار تسلیم هاسفورد با توان 6 همخوانی بهتری با نتایج تجربی دارد. آلوود و شولر [9]، حدود شکل‌دهی را در فرآیندهای شکل‌دهی فلزات که در آن‌ها بارگذاری تناسبی و شامل همه‌ی 6 مؤلفه‌ی تانسور تنش است، بررسی کردند. آن‌ها روش MK را برای در بر گرفتن این نوع از بارگذاری توسعه داده و برای نمایش کرنش‌های حدی بدست آمده، یک منحنی حد شکل‌دهی تعمیم‌یافته ($GFLD^1$) را پیشنهاد کردند. GFLD نشان می‌دهد حدود شکل‌دهی به طور قابل توجهی توسط تنش نرمال فشاری و برش ضخامتی افزایش می‌یابد. نورچشمه و گرین [10] بیان کردند پیش‌بینی‌های منحنی حد شکل‌دهی با استفاده از مدل MK، به شکل سطح تسلیم اولیه و تغییر آن در طی کارسختی وابسته است. جانگ‌بونگ و بارلات [11] با به کار بردن تابع تسلیم Yld2000-2d در مدل‌های MK و PMC^2 اصلاح‌شده، نمودار حد شکل‌دهی دو ورق فولاد ضدزنگ با ضخامت‌های 0/1 mm و 1 mm را پیش‌بینی کرده و نتیجه گرفتند که برای هر دو ورق نازک و ضخیم، FLD محاسبه‌شده با روش PMC تطابق بهتری با نتایج تجربی دارد. پانیچ و بارلات [12] FLD و $FLSD^3$ دو ورق فولادی پر استحکام را با استفاده از مدل MK و معیارهای تسلیم ون‌میسز،

هیل 1948 و Yld2000-2d و مدل‌های سخت‌شوندگی سوئیفت و وس اصلاح‌شده تعیین و با منحنی‌های تجربی مقایسه کردند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد FLD و FLSD به طور قابل توجهی تحت تأثیر معیار تسلیم و مدل سخت‌شوندگی هستند. حسین‌پور و سیدکاشی [13] اثر معیارهای تسلیم ناهمسانگرد هاسفورد، هیل درجه 2 و هیل غیر درجه 2 و پارامترهای موثر ماده بر منحنی‌های حد شکل‌دهی برحسب مدل MK را مورد مطالعه قرار داده و نشان دادند که انتخاب معیار تسلیم تأثیر زیادی بر منحنی حد شکل‌دهی دارد. مسلمی‌نایینی و همکاران [14]، کاربرد معیارهای ناپایداری پلاستیک مختلف همراه با معیار تسلیم ناهمسانگرد درجه 2 بارلات را در فرایند هیدروفرمینگ لوله مورد بررسی قرار داده و نتیجه گرفتند که معیار ناپایداری سوئیفت بهترین پیش‌بینی را برای منحنی حد شکل‌دهی دارد.

مدل‌های موجود هر یک دارای نقاط ضعف و قوت متفاوت در پیش‌بینی منحنی‌های حد شکل‌دهی برای مواد مختلف هستند و اطمینان از صحت نتایج مدل انتخاب شده همواره از دغدغه‌های مهندسين طراح بوده است. در این مقاله، اثر توابع تسلیم پیشرفته‌ی BBC2003، Yld2004، BBC2008 و قانون سخت‌شوندگی سوئیفت برای پیش‌بینی حد شکل‌پذیری با مدل‌های مارسینیاک-کوزینسکی، گلوپی پخشی سوئیفت و گلوپی موضعی هیل بر روی ورق‌های فلزی اورتوتروپیک AA2090-T3، AA6111-T4 و AA5182-O بررسی شده است. تأثیر ضریب ناهمگنی اولیه و پارامترهای ماده از قبیل توان کرنش سختی، ناهمسانگردی و ساختار بلوری فلزات بر پیش‌بینی کرنش‌های حدی با مدل MK بررسی شده است. همچنین پیش‌بینی کرنش‌های حدی آلیاژ AA6111-T4 توسط معیار Yld2004 با مدل MK و گلوپی موضعی هیل ارائه شده است. نتایج حاصله برای محاسبه سریع و دقیق حدود شکل‌دهی این آلیاژها در کاربردهای مختلف صنعتی استفاده شایانی دارد.

2- توابع تسلیم پیشرفته برای مواد اورتوتروپیک

2-1- مقدمه

در این تحقیق ورق‌های فلزی، با خواص مکانیکی اورتوتروپیک در نظر گرفته شده‌اند. بنابراین تانسور تنش به شکل رابطه‌ی 1 تعیین می‌شود.

$$\sigma = \sigma_{ij} \otimes e_j \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (1)$$

که در آن 1، 2 و 3 به ترتیب جهت نورد، عمود بر جهت نورد و جهت عمود بر ورق را نشان می‌دهند.

ناهمسانگردی پلاستیک ورق‌های فلزی را به روش‌های مختلفی می‌توان بیان کرد. به طور کلاسیک، تنش‌های تسلیم تک‌محوری در جهت‌های مختلف (Y_φ) و نسبت‌های کرنش پلاستیک مربوطه r_φ برای بیان ناهمسانگردی استفاده می‌شوند. r_φ نسبت کرنش عرضی به کرنش ضخامتی نمونه‌ی کشش بوده و برای داشتن قابلیت مقایسه، معمولاً در کرنش 20% تعیین می‌شود. φ در محدوده‌ی 0 تا 90 درجه بوده و زاویه‌ی محور طولی نمونه‌ی آزمون کشش نسبت به جهت نورد را تعریف می‌کند. غالباً ناهمسانگردی پلاستیک در جهات 0° ، 45° و 90° تعیین می‌شود. اما برای موادی که ناهمسانگردی بالاتری را نشان می‌دهند، برای بیان وابستگی به جهت، ارزیابی در زاویه‌های بیشتری لازم خواهد بود. قابلیت توابع تسلیم در مشخص کردن سطح تسلیم در فضای تنش‌ها دارای اهمیت بسیار بوده و لازم است که تابع تسلیم از نظر ریاضی به اندازه‌ی کافی انعطاف‌پذیر باشد و پس از وارد کردن پارامترهای ماده، بتواند همه‌ی پارامترهای تجربی را با دقت بازایی کند. کمترین

1- Generalised forming limit diagram
2- Parmar-Mellor-Chakrabarty
3- Forming limit stress diagram

$$M^{(i)} = \sqrt{[m_1^{(i)} \sigma_{11} - m_2^{(i)} \sigma_{22}]^2 + [m_3^{(i)} (\sigma_{12} + \sigma_{21})]^2}$$

$$N^{(i)} = \sqrt{[n_1^{(i)} \sigma_{11} - n_2^{(i)} \sigma_{22}]^2 + [n_3^{(i)} (\sigma_{12} + \sigma_{21})]^2}$$

$$w = (3/2)^{\frac{1}{s}} > 1$$

که $J_1^{(i)}, J_2^{(i)}, m_1^{(i)}, m_2^{(i)}, n_1^{(i)}, n_2^{(i)}, n_3^{(i)}$ ($i=1, \dots, S$) پارامترهای ماده هستند.

5-2- تابع تسلیم Yld2004

تابع تسلیم پیشرفته‌ی Yld2004 توسط بارلات مطابق با معادله‌ی 8 ارایه شده است [18]:

$$\varphi(s_{\alpha\beta}) = \varphi(\tilde{s}'_i, \tilde{s}''_j) = \sum_{i,j} |\tilde{s}'_i - \tilde{s}''_j|^a = 4\bar{\sigma}^a \quad (8)$$

برای فلزات با ساختار BCC، $a=6$ و برای فلزات FCC، $a=8$ پیشنهاد شده است. تانسور نشان داده شده با $\tilde{s}$ ، به‌عنوان انتقال خطی S در معادله‌ی 9 معرفی شده است.

$$\tilde{s} = cS = cT\sigma \quad (9)$$

تبدیل خطی تنش‌های انحرافی به شکل معادله‌ی 10 می‌باشد.

$$c = \begin{bmatrix} 0 & -c_{12} & -c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ -c_{21} & 0 & -c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ -c_{31} & -c_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix}$$

$$T = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad (10)$$

3- مدل‌های تعیین حد شکل‌دهی

1-3- مدل گلوبی ماریسینیاک-کوزینسکی

یکی از شناخته شده‌ترین روش‌ها برای پیش‌بینی شروع گلوبی موضعی، توسط ماریسینیاک و کوزینسکی معرفی شده است [6]. مطابق شکل 1 در این مدل فرض می‌شود یک عیب هندسی اولیه در ورق وجود داشته و گلوبی موضعی در این ناحیه شکل گرفته و محورهای اصلی ناهمسانگردی و تنش‌ها در یک راستا قرار دارند. به عبارت دیگر، جهت مؤلفه‌های تنش‌های صفحه‌ای اصلی موازی با جهت نورد و عمود بر جهت نورد هستند. در مدل MK، در یک ورق با ضخامت نامی، ناحیه‌ای به شکل یک شیار ایجاد می‌شود که کمی نازک‌تر است. این دو منطقه با حروف A و B نشان داده می‌شوند. ماده به‌صورت صلب-پلاستیک فرض شده و کرنش‌ها، کرنش‌های پلاستیک هستند. ناحیه‌ی A تغییر شکل یکنواخت داشته و از آنجایی که هیچ تنش برشی در مدل MK وجود ندارد، تنش‌ها، تنش‌های اصلی بوده و گلوبی موضعی عمود بر تنش اصلی صفحه‌ای σ_{11} گسترش می‌یابد. در شکل 2، فلوچارت تحلیل بدست آوردن کرنش‌های حدی آورده شده است.

در ادامه برخی از معادلات پایه‌ی مدل MK نوشته می‌شود. زیروندهای A و B به ترتیب به مناطق A و B در شکل 1 اشاره می‌کند.

ضریب ناهمگنی اولیه‌ی شیار ω_0 ، در معادله‌ی 11 تعریف شده است.

$$\omega_0 = \frac{t_0^B}{t_0^A}, \quad 0 < f_0 < 1 \quad (11)$$

t_0^B و t_0^A ضخامت‌های اولیه نواحی A و B هستند.

داده‌های مورد نیاز برای برازش تابع تسلیم BBC2003، شامل پارامترهای تجربی $\gamma_0, \gamma_{45}, \gamma_{90}, \gamma_b, \gamma_0, \gamma_{45}, \gamma_{90}, \gamma_b$ و برای Yld2004 و BBC2008 شامل پارامترهای تجربی $\gamma_0, \gamma_{15}, \gamma_{30}, \gamma_{45}, \gamma_{60}, \gamma_{75}, \gamma_{90}, \gamma_b, \gamma_0, \gamma_{15}, \gamma_{30}, \gamma_{45}, \gamma_{60}, \gamma_{75}, \gamma_{90}, \gamma_b$ است. برای موادی که سخت‌شوندگی همسانگرد از خود نشان می‌دهند، چون سطح تسلیم اولیه‌ی تعیین شده توسط γ_{ref} ثابت باقی می‌ماند، تعیین این پارامترها در آغاز تسلیم پلاستیک کافی است. اگر ماده‌ی موردنظر سخت‌شوندگی سینماتیک از خود نشان دهد، تعداد پارامترهای مورد نیاز و آزمایش‌ها افزایش می‌یابد.

2-2- تابع تسلیم هیل 1979

معادله 2 معیار تسلیم عام هیل را که در سال 1979 ارایه شده است نشان می‌دهد [15]:

$$f|\sigma_2 - \sigma_3|^M + g|\sigma_3 - \sigma_1|^M + h|\sigma_1 - \sigma_2|^M + a|2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3|^M + b|2\sigma_2 - \sigma_3 - \sigma_1|^M + c|2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2|^M = \sigma_e^M \quad (2)$$

با در نظر گرفتن حالت همسانگرد صفحه‌ای ($f=g$ و $a=b$) چهار حالت مختلف به وجود می‌آید که با توجه به اصل قائم بودن به‌صورت معادله‌ی 3 ارائه شده است.

$$|\sigma_1 + \sigma_2|^M + (2r + 1)|\sigma_1 - \sigma_2|^M = 2(1 + r)\sigma_e^M \quad (3)$$

معیار بدست آمده (معادله 3) به‌عنوان معیار تسلیم در تجزیه و تحلیل تئوری مورد استفاده قرار می‌گیرد.

3-3- تابع تسلیم BBC2003

معیار تسلیم BBC2003 به شکل معادله‌ی 4 توسط بانابیک ارایه شده است [16].

$$\bar{\sigma}^{2k} = a(\Gamma + \Psi)^{2k} + a(\Gamma - \Psi)^{2k} + (1 - a)(2\Lambda)^{2k} \quad (4)$$

$k \in \mathbb{R}$ ، a ، Γ و Ψ و Λ مطابق معادله‌ی 5 عبارت‌اند از:

$$\Gamma = \frac{1}{2}(\sigma_{11} + M\sigma_{22})$$

$$\Psi = \sqrt{\frac{(N\sigma_{11} - P\sigma_{22})^2}{4} + (Q\sigma_{12})^2}$$

$$\Lambda = \sqrt{\frac{(R\sigma_{11} - S\sigma_{22})^2}{4} + (T\sigma_{12})^2} \quad (5)$$

که M, N, P, Q, R, S, T و a پارامترهای ناهمسانگردی بوده و به جنس ماده بستگی دارند. برای فلزات با ساختار BCC، $k=3$ و برای فلزات FCC، $k=4$ پیشنهاد شده است.

4-4- تابع تسلیم BBC2008

معیار تسلیم BBC2008 برای بیان رفتار پلاستیک ورق‌های فلزی با اورتوتروپی بالا مطابق معادله‌ی 6 ارائه شده است [17].

$$\frac{\bar{\sigma}^{2k}}{w-1} = \sum_{i=1}^s \left\{ w^{i-1} \left\{ [L^{(i)} + M^{(i)}]^{2k} + [L^{(i)} - M^{(i)}]^{2k} \right\} + w^{s-i} \left\{ [M^{(i)} + N^{(i)}]^{2k} + [M^{(i)} - N^{(i)}]^{2k} \right\} \right\} \quad (6)$$

برای فلزات با ساختار BCC، $k=3$ و برای فلزات FCC، $k=4$ پیشنهاد شده است و $L^{(i)}$ و $M^{(i)}$ و $N^{(i)}$ مطابق معادله‌ی 7 عبارت‌اند از:

$$L^{(i)} = l_1^{(i)} \sigma_{11} + l_2^{(i)} \sigma_{22} \quad (7)$$

$$\omega = \omega_0 \exp(\varepsilon_3^B - \varepsilon_3^A) \quad (12)$$

نسبت تنش‌ها و کرنش‌های اصلی به ترتیب در معادلات 13 و 14 آورده شده است.

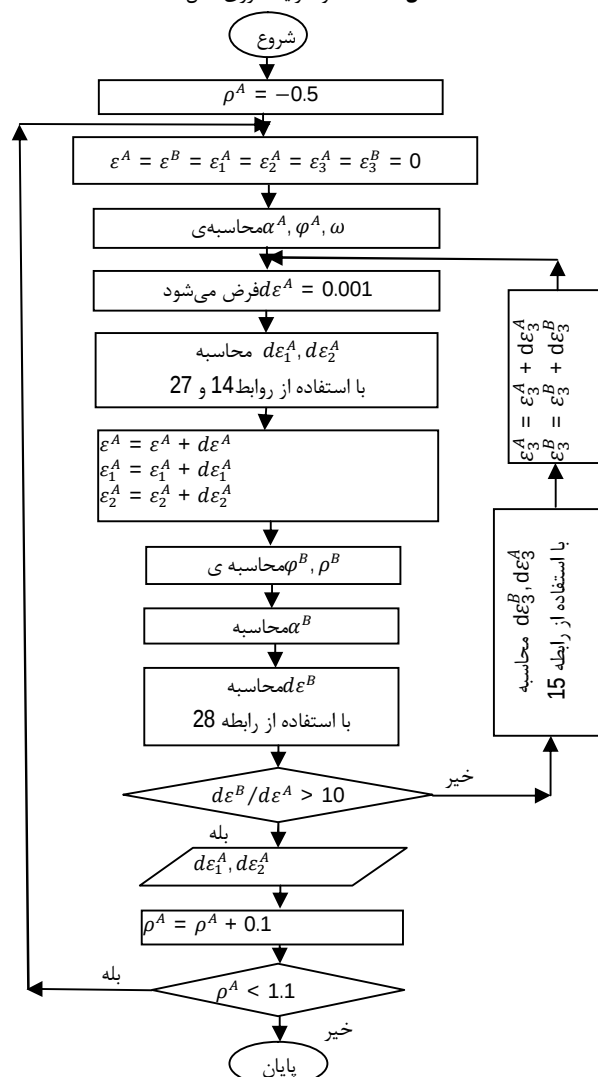
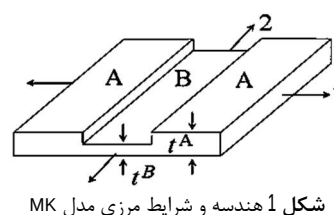
$$\alpha^{A,B} = \frac{\sigma_2^{A,B}}{\sigma_1^{A,B}} \quad (13)$$

$$\rho^{A,B} = \frac{dc_2^{A,B}}{dc_1^{A,B}} = \frac{\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_2^{A,B}}}{\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_1^{A,B}}} | \sigma_1^{A,B} = 1, \sigma_2^{A,B} = \alpha^{A,B} \quad (14)$$

خواهند بود. با توجه به فرض تراکم‌ناپذیری ماده، کرنش‌های ضخامتی مطابق معادله‌ی 15

$$d\varepsilon_3^{A,B} = -(d\varepsilon_1^{A,B} + d\varepsilon_2^{A,B}) \quad (15)$$

به علت همگن بودن تابع تسلیم، تنش معادل مطابق با معادله 16 ارائه شده است.



شکل 2 فلوجرات جهت تعیین کم نش‌های حدی بر اساس مدل MK

$$\bar{\sigma}^{A,B} = \sigma_1^{A,B} \frac{1}{f(\alpha^{A,B})} \quad (16)$$

با شرط تسلیم $\bar{\sigma} = Y_{\text{ref}}$ ، تابع f در معادله 17 آورده شده است.

$$f(\alpha^{A,B}) = \frac{1}{\bar{\sigma}(\sigma_1^{A,B} = 1, \sigma_2^{A,B} = \alpha^{A,B})} \quad (17)$$

در تمامی معادلات با توجه به همگن بودن تابع تسلیم، تنش‌های نسبی $\sigma_{AB}^{AB} = \sigma_{AB}^{AB}$ و $\sigma_{AB}^{AB} = \sigma_{AB}^{AB}$ به جای تنش‌های مطلق به کار برده شده‌اند.

از همگنی، نمونش بیلایستیک معادل، معادله‌ی 18 نتیجه می‌شود.

$$d\bar{\varepsilon}^{A,B} = g(\alpha^{A,B}) d\varepsilon_1^{A,B} \quad (18)$$

اصل کار، پلاستیک جزیی، در معادله‌ی 19 ارائه شده است.

$$\bar{\sigma}^{A,B} d\bar{\varepsilon}^{A,B} = \sigma_1^{A,B} d\varepsilon_1^{A,B} (1 + \alpha^{A,B} \rho^{A,B}) \quad (19)$$

با جایگذاری روابط 16 و 18 در 19، معادله‌ی 20 نتیجه می‌شود.

$$\bar{\sigma}^{A,B} d\bar{\varepsilon}^{A,B} = f(\alpha^{A,B}) \bar{\sigma}^{A,B} \frac{d\bar{\varepsilon}^{A,B}}{g(\alpha^{A,B})} (1 + \alpha^{A,B} \rho^{A,B}) \quad (20)$$

با ساده کردن معادله‌ی 20، معادله‌ی 21 بدست می‌آید:

$$q(\alpha^{A,B}) = f(\alpha^{A,B})(1 + \alpha^{A,B} \rho^{A,B}) \quad (21)$$

با توجه به معادله‌های 14 و 18 و اینکه $\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_1^{A,B}} = d\bar{\epsilon}^{A,B}$ و $d\epsilon_1^{A,B} = d\bar{\epsilon}^{A,B}$ معادله‌ی 22 حاصل می‌شود.

$$\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_1^{A,B}} = \frac{1}{g(\alpha^{A,B})}, \quad \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_2^{A,B}} = \frac{\rho^{A,B}}{g(\alpha^{A,B})} \quad (22)$$

با توجه به شکل 1، می‌توان تعادل نیروها را در راستای 1 نوشت (معادله‌ی 23).

$$\sigma_1^A t^A = \sigma_1^B t^B \quad (23)$$

با اعمال ضرب نا همگنی، معادله 23 به معادله 24 تبدیل می شود.

$$\sigma_1^A = \sigma_1^B \omega \quad (24)$$

گرنش سختی سوئیفت با معادله‌ی 25، بیان شده است.

$$\bar{\sigma} = K(\varepsilon_0 + \varepsilon)^n \quad (25)$$

در این معادله، n ضریب کرنش سختی و ε_0 پیش کرنش اعمال شده به ورق می باشد.

پارامتر φ به شکل نسبت بزرگ‌ترین تنش اصلی به تنش مؤثر مطابق معادله‌ی 26 تعریف می‌شود.

$$\varphi^{A,B} = \frac{\sigma_1^{A,B}}{\bar{\sigma}} \quad (26)$$

یا توجه به رابطه‌ی سازگاری، $d\varepsilon_2^A = d\varepsilon_2^B$ معادله‌ی 27 بدست می‌آید:

$$d\varepsilon_2^A = d\bar{\varepsilon}^B \frac{\rho^B}{q(\alpha^B)} \quad (27)$$

گرنش مؤثر منطقه‌ی B با استفاده از رابطه‌ی 28 بدست می‌آید.

$$d\bar{\varepsilon}^B = d\varepsilon_2^A \frac{g(\alpha^B)}{\rho} \quad (28)$$

با جای‌گذاری معادله‌های 25 و 26 در 24 معادله 29 حاصل خواهد شد.

$$(\varepsilon_0 + \varepsilon^A + d\varepsilon^A)n^A \varphi = (\varepsilon_0 + \varepsilon^B + d\varepsilon^B)n^B \varphi \quad (29)$$

با در نظر گرفتن یک نسبت کرنش مشخص، ابتدا نمو کرنش مؤثر ($d\mathcal{E}^A$) در منطقه‌ی A اعمال شده و جزء کرنش‌های اصلی $d\mathcal{E}_1^A$ و $d\mathcal{E}_2^A$ محاسبه می‌شود.

با حل رابطه‌ی 29 نسبت تنش‌ها و نمو کرنش مؤثر در منطقه‌ی B بدست می‌آید. سپس جزء کرنش‌های ϵ^A ، ϵ^B ، ϵ^C و ϵ^D افزایش داده می‌شوند و مراحل ذکر شده تکرار می‌گردد تا نسبت جزء کرنش ایجاد شده در منطقه‌ی گلوبی به جزء کرنش اعمالی به منطقه‌ی سالم، از یک عدد بحرانی عبور کند. این مرز بحرانی نشان‌دهنده‌ی ناپایداری و پارگی است. در این حالت، مقادیر

که در آن $g(\alpha)$ در رابطه ی 41 تعریف شده است:

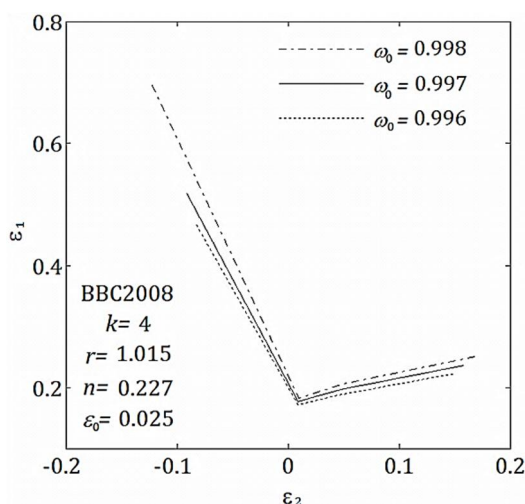
$$g(\alpha) = f(\alpha)(1 + \alpha\rho) \quad (41)$$

برای یک نسبت تنش تعیین‌شده، تنها متغیر مجهول، کرنش پلاستیک مؤثر ($\bar{\epsilon}$) است که به‌عنوان ریشه‌ی معیار گلوبی محاسبه می‌شود. مدل هیل برای منطقه‌ی منفی کرنش صفحه‌ای فرعی و مدل سوئیفت برای منطقه‌ی مثبت کرنش صفحه‌ای فرعی به کار می‌رود.

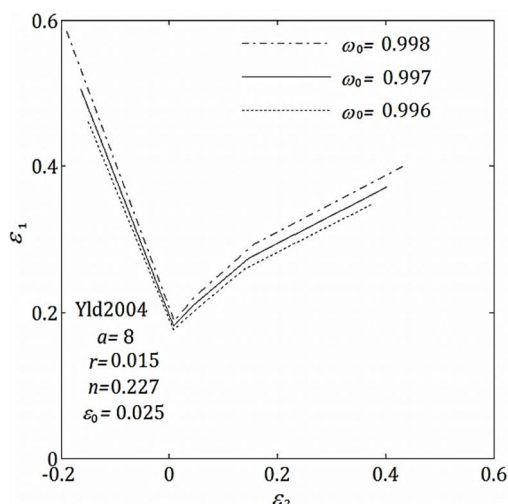
4- نتایج و بحث

در این مقاله منحنی‌های حد شکل‌دهی آلیاژهای AA6111-T4، AA2090-T3 و AA5182-O براساس مدل‌های MK، گلوبی پخشی سوئیفت و گلوبی موضعی هیل، با استفاده از توابع تسلیم هیل 1979، BBC2003، Yld2004 و BBC2008 محاسبه و با نتایج تجربی مقایسه شده است. همچنین اثر پارامترهای توان کرنش‌سختی n و ضریب ناهمسانگردی r و توان معیار تسلیم بر منحنی‌های حد شکل‌دهی بررسی شده است.

با توجه به حساسیت بالای مدل MK به ضریب ناهمگنی اولیه ω_0 ، مقدار این ضریب به‌گونه‌ای انتخاب می‌شود که بهترین تطابق بین نتایج تئوری و داده‌های تجربی به‌وجود آید. تأثیر ضریب ناهمگنی اولیه در تعیین FLD در شکل‌های 4 تا 7 نشان داده شده است.



شکل 4 اثر ضریب ناهمگنی اولیه بر FLD براساس مدل MK و معیار تسلیم BBC2008



شکل 5 اثر ضریب ناهمگنی اولیه بر FLD براساس مدل MK و معیار تسلیم Yld2004

کرنش در منطقه‌ی سالم ورق (ϵ_1^A و ϵ_2^A) کرنش‌های حدی ورق و یک نقطه از FLD می‌باشند. با تغییر نسبت کرنش و تکرار محاسبات، سایر نقاط منحنی حد شکل‌دهی بدست می‌آیند.

3-2- مدل گلوبی پخشی سوئیفت

مطابق شکل 3 یک قطعه فلز در معرض کشش صفحه‌ای همگن تحت نیروهای F_1 و F_2 قرار دارد. نیروها طبق معادله‌ی 30 تعیین می‌شوند.

$$F_1 = \sigma_1 A_1, \quad F_2 = \sigma_2 A_2 \quad (30)$$

که A_i مساحت سطح مقطع عمود بر نیروهای F_i است. مطابق رابطه‌ی 31 گلوبی پخشی وقتی شروع می‌شود که $dF_i = 0$ [19].

$$dF_1 = A_1 d\sigma_1 + \sigma_1 dA_1 = 0, \quad dF_2 = A_2 d\sigma_2 + \sigma_2 dA_2 = 0 \quad (31)$$

با توجه به ثابت بودن حجم و با استفاده از معادله‌ی 31، رابطه‌ی 32 بدست می‌آید.

$$\frac{d\sigma_1}{d\epsilon_1} = \sigma_1, \quad \frac{d\sigma_2}{d\epsilon_2} = \sigma_2 \quad (32)$$

تابع پتانسیل پلاستیک، $P(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ رابطه‌ی بین سه تنش اصلی را در طی فرایند ارائه می‌کند. تابع تسلیم F را می‌توان برحسب کار پلاستیک W_p بیان کرد. تابع تسلیم F و تابع پتانسیل پلاستیک P در اینجا با هم برابرند (معادله 33).

$$P = F(W_p) \quad (33)$$

با توجه به برابری dF و dP معادله‌ی 34 نتیجه می‌شود.

$$\frac{\partial P}{\partial \sigma_1} d\sigma_1 + \frac{\partial P}{\partial \sigma_2} d\sigma_2 = F'(W_p)(\sigma_1 d\epsilon_1 + \sigma_2 d\epsilon_2) \quad (34)$$

در نهایت می‌توان نوشت (معادله‌ی 35):

$$Y'_{\text{ref}}(\bar{\epsilon}) g(\alpha) = Y_{\text{ref}}(\bar{\epsilon}) \quad (35)$$

که در این رابطه، $g(\alpha)$ مطابق رابطه‌ی 36 می‌باشد.

$$g(\alpha) = f(\alpha)(1 + \alpha\rho), \quad Y'_{\text{ref}}(\bar{\epsilon}) = \frac{dY_{\text{ref}}(\bar{\epsilon})}{d\bar{\epsilon}} \quad (36)$$

3-3- مدل گلوبی موضعی هیل

برای مدل کردن گلوبی موضعی، مطابق معادله‌ی 37 فرض می‌شود که ورق توسط نیروی بر واحد عرض $f_1 > f_2$ بارگذاری شده است [20].

$$F_1 = \sigma_1 t, \quad F_2 = \sigma_2 t \quad (37)$$

که t ضخامت ورق است (شکل 3). فرض می‌شود گلوبی موضعی زمانی اتفاق می‌افتد که $dF_i = 0$ (معادله‌ی 38).

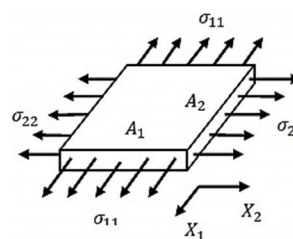
$$dF_1 = t d\sigma_1 + \sigma_1 dt = 0 \quad (38)$$

با استفاده از معادله‌ی 39

$$d\epsilon_3 = \frac{dt}{t} = -d\epsilon_1(1 + \rho) \quad (39)$$

که در این رابطه، ρ نسبت کرنش‌ها می‌باشد. با جای‌گذاری رابطه‌ی 39 در 34، رابطه‌ی 40 حاصل می‌شود:

$$Y'_{\text{ref}}(\bar{\epsilon}) g(\alpha) = Y_{\text{ref}}(\bar{\epsilon})(1 + \rho) \quad (40)$$



شکل 3 هندسه‌ی مدل گلوبی موضعی سوئیفت

جدول 1 خواص مکانیکی و داده‌های ناهمسانگردی آلایژ آلومینیوم AA2090-

[22] T3

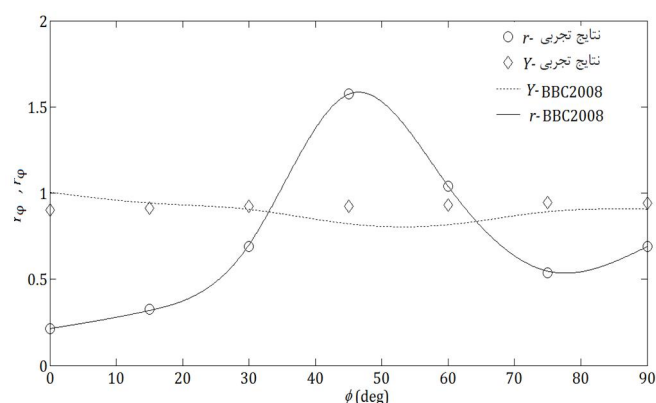
K[MPa]	ε_0 [-]	n [-]	r_0 [-]	r_{15} [-]	r_{30} [-]	r_{45} [-]	r_{60} [-]	r_{75} [-]
646	0/025	0/227	0/21	0/3269	0/6923	1/58	1/0385	0/5384
r_{90} [-]	Y_0	Y_{15}	Y_{30}	Y_{45}	Y_{60}	Y_{75}	Y_{90}	
0/69	1	0/961	0/910	0/811	0/810	0/882	0/910	

جدول 2 پارامترهای آلایژ آلومینیوم AA2090-T3 برای معیار تسلیم BBC2008 [22]

K	s	w	$\ell_1^{(1)}$	$\ell_2^{(1)}$	$m_1^{(1)}$	$m_2^{(1)}$	$m_3^{(1)}$	$n_1^{(1)}$	$n_2^{(1)}$
4	2	1/2247	0/1309	0/6217	0/7834	0/6604	0/000079	0/111	0/0482
$n_3^{(1)}$	$\ell_1^{(2)}$	$\ell_2^{(2)}$	$m_1^{(2)}$	$m_2^{(2)}$	$m_3^{(2)}$	$n_1^{(2)}$	$n_2^{(2)}$	$n_3^{(2)}$	
0/3075	1/0339	-0/0720	0/000113	0/000077	0/5380	0/0558	1/0186	0/7781	

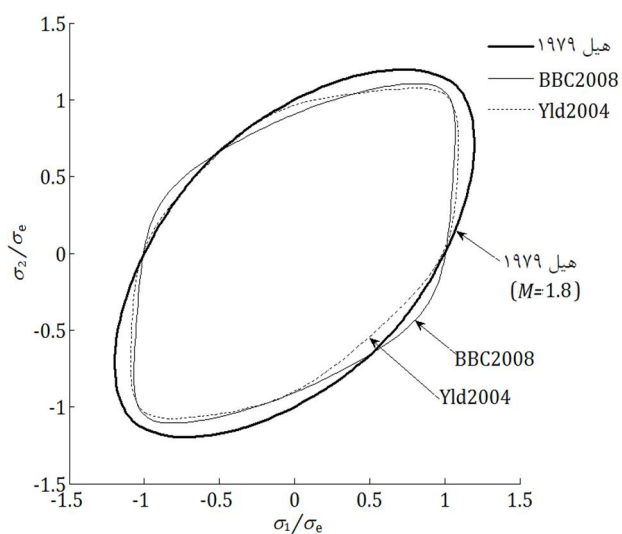
جدول 3 ضرایب معیار تسلیم Yld2004 برای آلایژ آلومینیوم AA2090-T3 [23]

c'_{12}	c'_{13}	c'_{21}	c'_{23}	c'_{31}	c'_{32}	c'_{44}	c'_{55}	c'_{66}
-0/0698	0/9364	0/0791	1/0030	0/5247	1/3631	1/0237	1/0690	0/9543
c''_{12}	c''_{13}	c''_{21}	c''_{23}	c''_{31}	c''_{32}	c''_{44}	c''_{55}	c''_{66}
0/9811	0/4767410	0/575316	0/8668	1/1450	-0/0792	1/0516	1/1471	1/4046

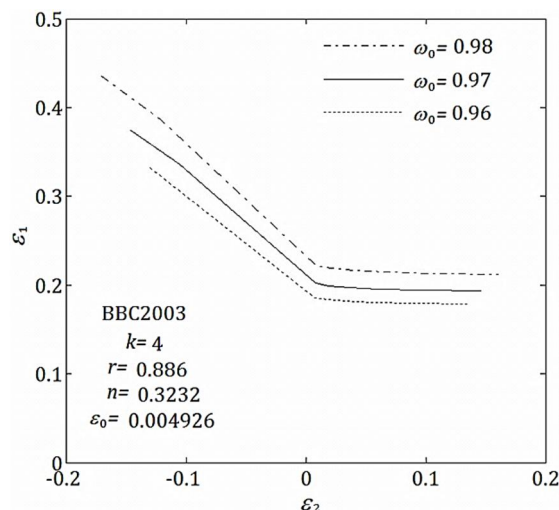


شکل 8 توزیع صفحه‌ای تنش تسلیم تک‌محوری و ضریب ناهمسانگردی پیش‌بینی

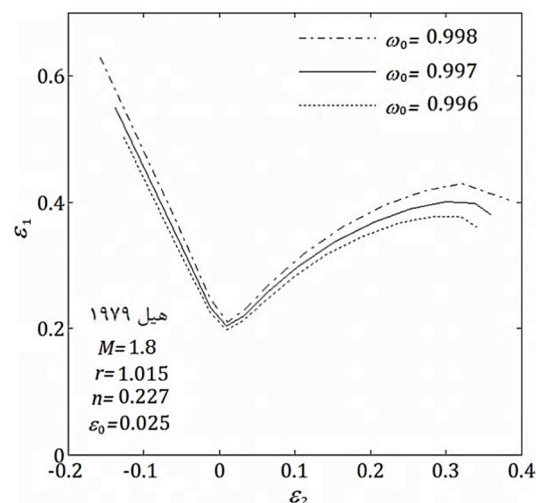
شده با معیار BBC2008 برای آلایژ AA2090-T3



شکل 9 سطح تسلیم پیش‌بینی شده برای آلومینیوم AA2090-T3



شکل 6 اثر ضریب ناهمگنی اولیه بر FLD براساس مدل MK و معیار تسلیم BBC2003



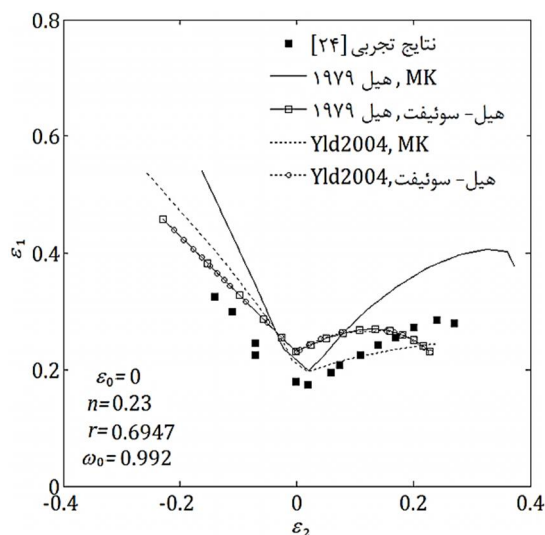
شکل 7 اثر ضریب ناهمگنی اولیه بر FLD براساس مدل MK و معیار هیل 1979

4-1-1 آلایژ AA2090-T3

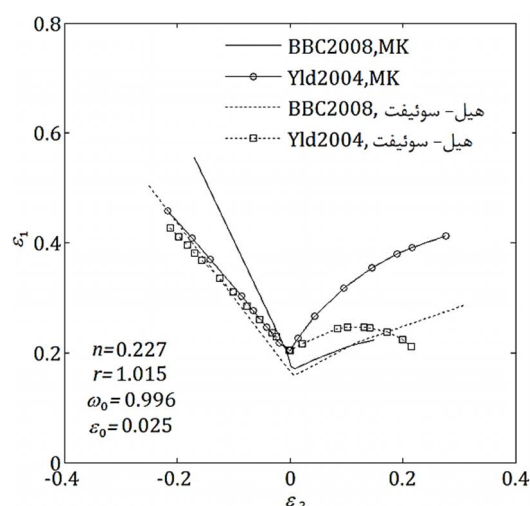
خواص مکانیکی و داده‌های ناهمسانگردی در جدول 1 و ثابت‌های به کار رفته در معیارهای تسلیم BBC2008 و Yld2004 به ترتیب در جدول‌های 2 و 3 آمده است.

شکل 8 قابلیت معیار تسلیم BBC2008 را در پیش‌بینی تنش تسلیم تک‌محوری نرمالیزه شده و ضریب ناهمسانگردی برای آلایژ AA2090-T3 نشان می‌دهد. ضرایب ناهمسانگردی و مقادیر تنش تسلیم پیش‌بینی شده نزدیکی بسیار خوبی با داده‌های تجربی دارد.

منحنی سطح تسلیم معیارهای ارایه شده، در شکل 9 و نمودارهای حد شکل‌دهی پیش‌بینی شده برای آلایژ AA2090-T3 با ضریب ناهمگنی اولیه $\omega_0=0/996$ [21] در شکل 10 نشان داده شده‌اند. مطابق شکل در سمت راست منحنی، معیار تسلیم Yld2004 با مدل MK بیشترین و معیار BBC2008 با مدل گلوبی پخشی سوئیفت کمترین کرنش‌ها را پیش‌بینی می‌کنند و در سمت چپ، معیار BBC2008 با مدل MK بیشترین و معیار BBC2008 با مدل گلوبی موضعی هیل کمترین کرنش‌ها را پیش‌بینی می‌کنند.



شکل 12 نمودار حد شکل‌دهی تجربی و پیش‌بینی شده برای آلیاژ AA6111-T4



شکل 10 نمودار حد شکل‌دهی پیش‌بینی شده برای آلیاژ AA2090-T3

2-4- آلیاژ AA6111-T4

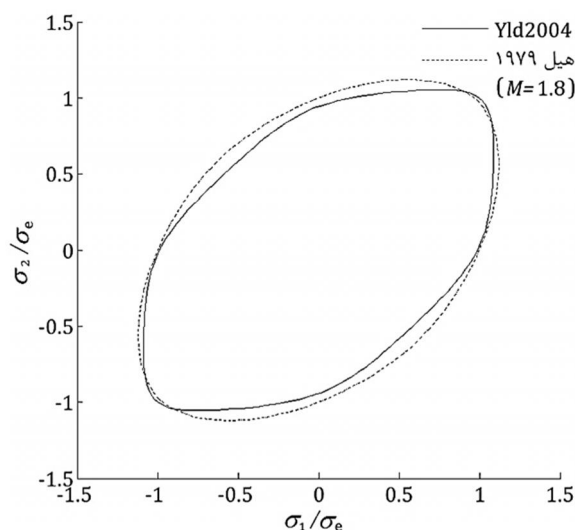
خواص مکانیکی و داده‌های ناهمسانگردی در جدول 4 و ثابت‌های به کار رفته در معیار تسلیم Yld2004 در جدول 5 آورده شده است. منحنی سطح تسلیم معیارهای ارایه شده در شکل 11 و نمودارهای حد شکل‌دهی پیش‌بینی شده برای آلیاژ AA6111-T4 با ضریب ناهمگنی اولیه $\omega_0 = 0/992$ در شکل 12 نشان داده شده‌اند. مطابق شکل، در سمت راست منحنی پیش‌بینی معیار Yld2004 با مدل MK و در سمت چپ پیش‌بینی معیار Yld2004 و Hill 1979 با مدل گلوبی موضعی Hill تطابق بهتری با نتایج تجربی دارند.

جدول 4 خواص مکانیکی و داده‌های ناهمسانگردی آلیاژ آلومینیوم AA6111-T4 [23]

K [MPa]	$\epsilon_0 [-]$	$n [-]$	$r_0 [-]$	$r_{15} [-]$	$r_{30} [-]$	$r_{45} [-]$	$r_{60} [-]$	$r_{75} [-]$	$r_{90} [-]$
503/7	0	0/23	0/8891	0/8945	0/7442	0/6131	0/6139	0/6333	0/6637

جدول 5 ضرایب معیار تسلیم Yld2004 برای آلیاژ آلومینیوم AA6111-T4 [23]

c'_{12}	c'_{13}	c'_{21}	c'_{23}	c'_{31}	c'_{32}	c'_{44}	c'_{55}	c'_{66}
1/2410	1/0782	1/2164	1/2238	1/0931	0/8891	0/5019	0/5571	1/3490
c''_{12}	c''_{13}	c''_{21}	c''_{23}	c''_{31}	c''_{32}	c''_{44}	c''_{55}	c''_{66}
0/7753	0/9227	0/7654	0/7933	0/9186	1/0276	1/1158	1/1122	0/5897



شکل 11 سطح تسلیم پیش‌بینی شده برای آلومینیوم AA6111-T4

3-4- آلیاژ AA5182-O

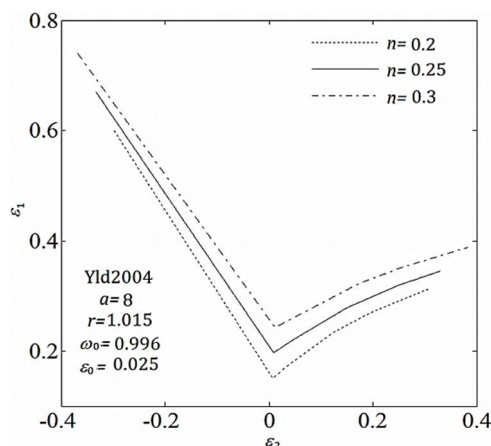
خواص مکانیکی و داده‌های ناهمسانگردی در جدول 6 و ثابت‌های به کار رفته در معیار تسلیم BBC2003 در جدول 7 آورده شده است. منحنی سطح تسلیم معیارهای ارایه شده، در شکل 13 و نمودارهای حد شکل‌دهی پیش‌بینی شده برای آلیاژ AA5182-O با ضریب ناهمگنی اولیه $\omega_0 = 0/98$ در شکل 14 نشان داده شده‌اند. مطابق شکل 14 پراکندگی در نتایج تجربی به علت پدیده‌ی PLC در آلیاژ آلومینیوم AA5182-O، می‌باشد. ظاهر شدن تکراری ناپیوستگی‌ها در بخش پلاستیک منحنی تنش-کرنش یا جریان دندانه‌دار تغییر شکل در بعضی از آلیاژهای آلومینیوم به عنوان اثر PLC شناخته می‌شود [26]. در آلیاژهای Al-Mg با مختل شدن حرکت نابجایی‌ها توسط اتم‌های Mg، به سبب کرنش‌پذیری دینامیکی، منحنی جریان دندانه‌دار به وجود می‌آید. اگر نابجایی‌ها، به آرامی حرکت کنند، اتم‌های Mg می‌توانند به نابجایی‌ها منتقل شوند. در غیر این صورت تنش جریان کمتری تشخیص داده شده، و به صورت ماکروسکوپی، به عنوان حساسیت منفی به نرخ کرنش شناخته شده و به ناپایداری منجر می‌شود. اما در دماهای بالا، تحرک اتم‌های محلول افزایش یافته و دندانه‌ها ناپدید می‌شوند [27]. بدیهی است که استفاده از منحنی سخت‌شوندگی مرسوم برای چنین موادی به علت نادیده گرفتن اثر PLC به نتایج اشتباه منجر خواهد شد. نتایج نشان داده است که اثر PLC، شکل‌پذیری ورق‌های فلزی را کاهش می‌دهد [28]. می‌توان نتیجه گرفت که اثر PLC یک دلیل ممکن برای عدم تطابق FLD پیش‌بینی شده با داده‌های تجربی است.

جدول 6 خواص مکانیکی و داده‌های ناهمسانگردی آلیاژ AA5182-O [25]

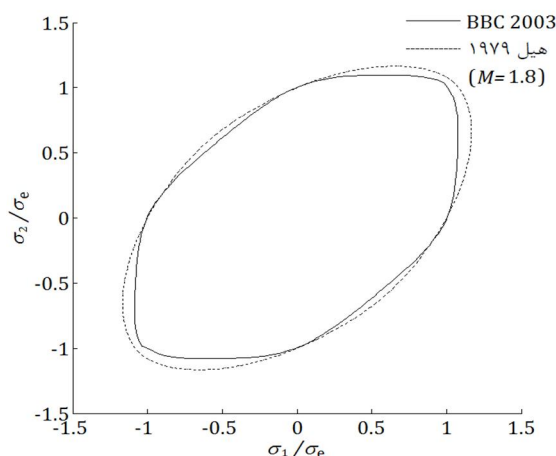
K [MPa]	$\epsilon_0 [-]$	$n [-]$	$r_0 [-]$	$r_{45} [-]$	$r_{90} [-]$
585/2	0/004926	0/3232	0/642	1/039	0/829

جدول 7 ثابت‌های به کار رفته در معیار تسلیم BBC2003 [26]

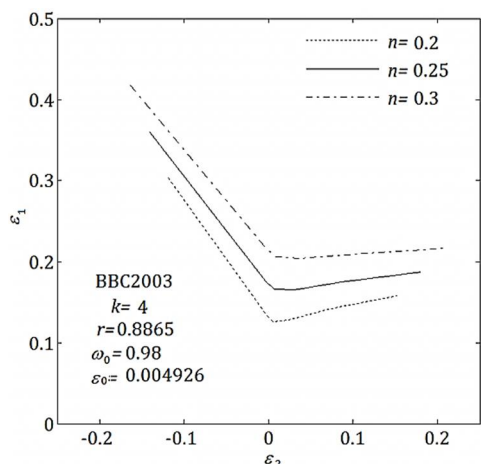
M	N	P	Q	R	S	T	a	K
0/9342	1/0021	1/0268	1/0342	0/9979	1/0461	1/0774	0/6503	4



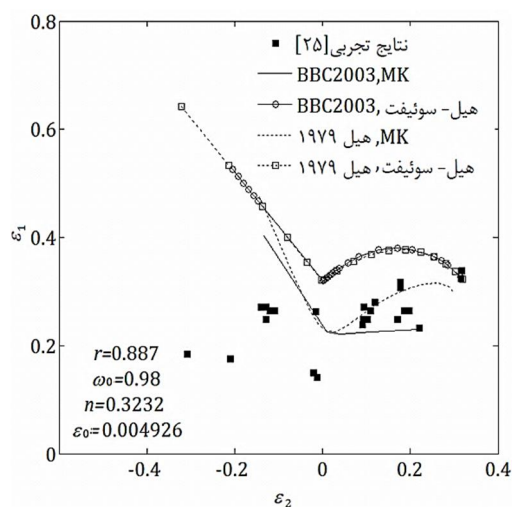
شکل 16 اثر توان کرنش‌سختی بر FLD براساس مدل MK و معیار تسلیم Yld2004



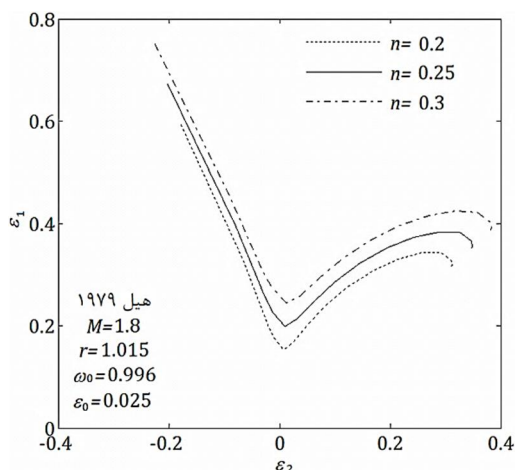
شکل 13 سطح تسلیم پیش‌بینی شده برای آلومینیوم AA5182-O



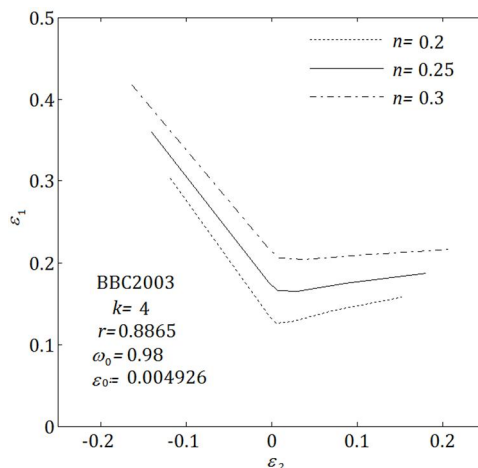
شکل 17 اثر توان کرنش‌سختی بر FLD براساس مدل MK و معیار تسلیم BBC2003



شکل 14 نمودار حد شکل‌دهی تجربی و پیش‌بینی شده برای آلیاژ AA5182-O

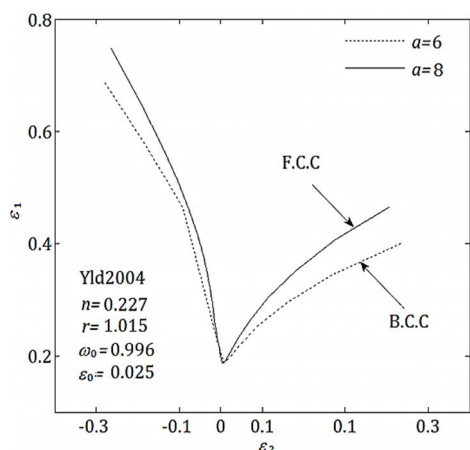


شکل 18 اثر توان کرنش‌سختی بر FLD براساس مدل MK و معیار تسلیم Hill 1979

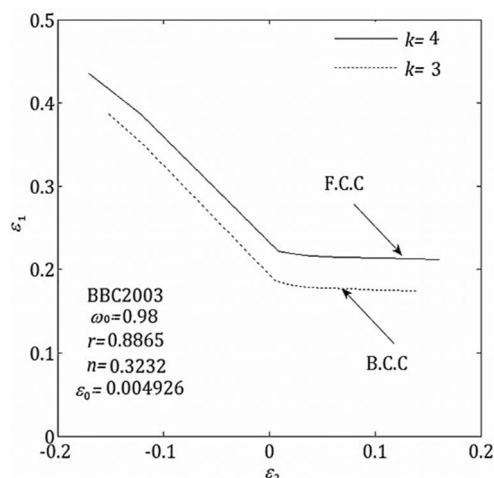


شکل 15 اثر توان کرنش‌سختی بر FLD براساس مدل MK و معیار تسلیم BBC2008

اثر ضریب ناهمسانگردی بر منحنی حد شکل‌دهی براساس مدل MK برای معیارهای تسلیم Hill 1979 و Yld2004 به ترتیب در شکل‌های 19 و 20 نشان داده شده است. مطابق شکل 19 با افزایش ضریب ناهمسانگردی، کرنش‌های حدی کاهش می‌یابند. در شکل 20 با توجه به اینکه ساختار کریستالی هر دو آلیاژ FCC بوده و توان کرنش‌سختی نزدیکی دارند و هر دو غیر حساس به نرخ کرنش هستند، به نظر می‌رسد تفاوت مشاهده شده از ضرایب ناهمسانگردی و نقص بوده است.



شکل 22 اثر توان معیار تسلیم بر FLD براساس مدل MK و معیار تسلیم Yld2004



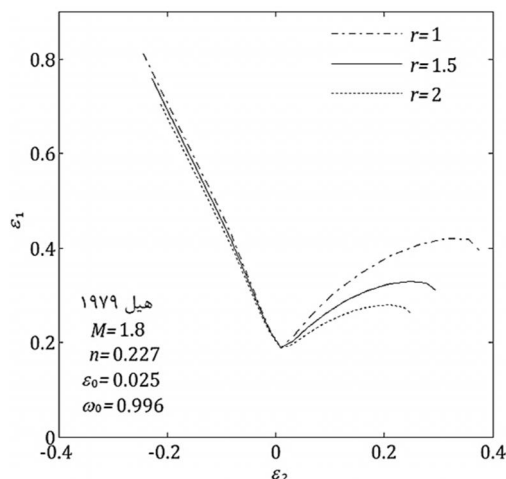
شکل 23 اثر توان معیار تسلیم بر FLD براساس مدل MK و معیار تسلیم BBC2003

5- نتیجه‌گیری

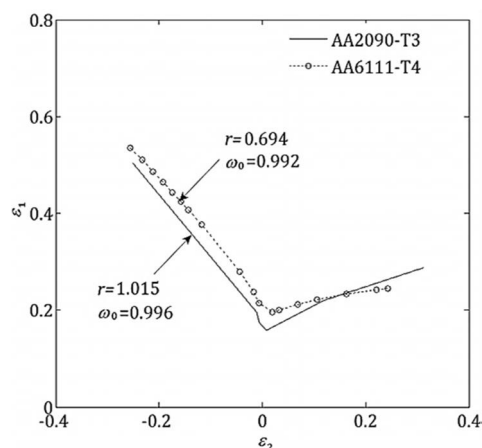
در این مقاله نمودار حد شکل‌دهی آلیاژهای AA2090-T3، AA6111-T4 و AA5182-O با استفاده از مدل‌های MK و هیل-سوئیفت و معیارهای تسلیم هیل 1979، BBC2003، Yld2004 و BBC2008 محاسبه و با داده‌های تجربی مقایسه شده است. از این نتایج می‌توان در صنایع شکل‌دهی برای محاسبه سریع و قابل قبول حدود شکل‌دهی این آلیاژها در کاربردهای مختلف استفاده شایانی نمود.

- پیش‌بینی مدل MK با معیار Yld2004، با نمودار حد شکل‌دهی آلیاژ AA6111-T4 نزدیکی خوبی دارد.
- تطابق داده‌های تجربی آلیاژ AA2090-T3 و پیش‌بینی معیار BBC2008 از توزیع صفحه‌ای تنش تسلیم نرمالیزه شده و ضریب ناهمسانگردی در کشش تک‌محوری، نشان‌دهنده قابلیت این معیار در بازیابی دقیق همه‌ی داده‌های ورودی است.
- اثر PLC در آلیاژ AA5182-O باعث تسریع وقوع گلوپی موضعی شده و پیش‌بینی FLD با دقت مناسب انجام نمی‌شود.
- اثر توان کرنش‌سختی بر شکل‌پذیری آلیاژ AA2090-T3، مورد بررسی قرار گرفت. مطابق نتایج، افزایش توان کرنش‌سختی سبب افزایش کرنش‌های حدی می‌شود.

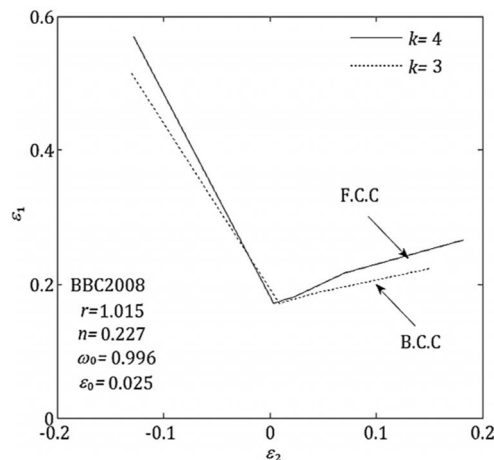
اثر درجه‌ی معیارهای تسلیم BBC2003، Yld2004 و BBC2008 بر منحنی حد شکل‌دهی در شکل‌های 21 تا 23 بررسی شده است. بیشتر بودن کرنش‌های حدی به ازای درجه‌ی بالاتر معیار تسلیم را می‌توان به کمک ساختار بلوری فلزات توجیه نمود. ساختار FCC متراکم‌ترین شبکه‌ی بلوری است و به این ترتیب اتم‌ها راحت‌تر روی هم لغزیده و حرکت می‌کنند. در نتیجه شکل‌پذیری مواد با ساختار اتمی FCC نسبت به BCC بیشتر است.



شکل 19 اثر ضریب ناهمسانگردی بر FLD براساس مدل MK و معیار هیل 1979



شکل 20 اثر ضریب ناهمسانگردی بر FLD براساس مدل MK و معیار تسلیم Yld2004



شکل 21 اثر توان معیار تسلیم بر FLD براساس مدل MK و معیار تسلیم BBC2008

- [12] S. Panich, F. Barlat, V. Uthaisangsuk, S. Suranuntchai, S. Jiratharanat, Experimental and theoretical formability analysis using strain and stress based forming limit diagram for advanced high strength steels, *Materials and Design*, Vol. 51, pp. 756–766, 2013.
- [13] M. Hosseinpour Gollo, S. M. H. Seyedkashi, N. Valian Iraj, The effect of Hosford, Hill's quadratic and non-quadratic yield criteria on prediction of forming limit diagrams based on M-K model, *Modares mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 5, pp. 137–146, 2013. (In Persian)
- [14] H. M. Naeini, S. J. Hashemi, G. H. Liaghat, M. Mohammadi, H. Deilami Azodi, analytical prediction of limit strains and limit stresses in hydroforming of anisotropic aluminium tubes, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 2, pp. 133–140, 2014. (In Persian)
- [15] R. Hill, Math. Proc. Camb. Soc. Vol. 75, pp. 179–91, 1979.
- [16] D. Banabic, H. Aretz, D. S. Comsa, L. Paraianu, An improved analytical description of orthotropy in metallic sheets, *International Journal of Plasticity*, Vol. 21, pp. 493–512, 2005.
- [17] D. S. Comsa, D. Banabic, Plane stress yield criterion for highly anisotropic sheet metals, *Numisheet 2008, Interlaken, Switzerland*, pp. 43–48, 2008.
- [18] F. Barlat, H. Aretz, J. W. Yoon, M. E. Karabin, J. C. Brem, R. E. Dick, Linear transformation-based anisotropic yield functions, *International Journal of Plasticity*, Vol. 21, pp. 1009–1039, 2005.
- [19] R. Hill, A theoretical perspective on in-plane forming of sheet metal, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 39, pp. 295–307, 1991.
- [20] Z. Marciniak, J. L. Duncan, S. J. Hu, *Mechanics of Sheet Metal Forming*, 2nd ed, Butterworth-Heinemann, 2002.
- [21] H. Aretz, Numerical analysis of diffuse and localized necking in orthotropic sheet metals, *International Journal Of Plasticity*, Vol. 23, pp. 798–840, 2007.
- [22] M. Vrh, M. Halilovic, B. Starman, B. Stok, D. S. Comsa, D. Banabic, Capability of the BBC2008 yield criterion in predicting the earing profile in cup deep drawing simulations, *European Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 14, pp. 59–74, 2014.
- [23] K. Ravindra Saxena, P. M. Dixit, Prediction of flange wrinkling in deep drawing process using bifurcation criterion, *Journal of Manufacturing Processes*, Vol. 12, pp. 19–29, 2010.
- [24] M. Yang, X. Dong, R. Zhou, J. Cao, Crystal plasticity-based forming limit prediction for FCC materials under non-proportional strain-path, *Materials Science and Engineering A*, Vol. 527, pp. 6607–6613, 2010.
- [25] D. Banabic, H. Aretz, L. Paraianu, P. Jurco, Application of various FLD modelling approaches, *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, Vol. 13, pp. 759–769, 2005.
- [26] Y. Z. Shen, K. H. Oh, D. N. Lee, The effect of texture on the Portevin–LeChatelier effect in 2090 Al–Li alloy, *Scripta Materialia*, Vol. 51, pp. 285–289, 2004.
- [27] A. H. van den Boogaard, Thermally enhanced forming of aluminium sheet, PhD thesis, University of Twente, The Netherlands, 2002.
- [28] O. S. Hopperstad, T. Børvik, T. Berstad, O. G. Lademo, A. Benallal, A preliminary numerical study on the influence of PLC on formability of aluminium alloys, *Proc. ESAFORM 2006 Conference*, pp. 315–318, 2000.

- بررسی اثر ضریب ناهمسانگردی در شکل‌پذیری آلیاژهای AA2090-T3 و AA6111-T4 نشان می‌دهد با افزایش ضریب ناهمسانگردی کرنش‌های حادی کاهش پیدا کرده است.
- بررسی اثر توان معیار تسلیم بر شکل‌پذیری فلزات نشان می‌دهد با افزایش توان معیار تسلیم، کرنش‌های حادی پیش‌بینی‌شده افزایش می‌یابد (شکل‌پذیری مواد با ساختار اتمی FCC نسبت به BCC بیشتر است).

6- مراجع

- [1] S. P. Keeler, W. A. Backofen, Plastic instability and fracture in sheets stretched over rigid punches, *Transactions of American Society of Metals*, Vol. 56, pp. 25–48, 1963.
- [2] G. M. Goodwin, Application of strain analysis to sheet metal forming problems in the press shop, *La Metallurgia Italiana*, Vol. 8, 1968.
- [3] H. W. Swift, Plastic instability under plane stress, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 1, pp. 1–18, 1952.
- [4] A. Barata da Rocha, F. Barlat, J. M. Jalinier, Prediction of the forming limit diagrams of anisotropic sheets in linear and non-linear loading, *Materials Science and Engineering*, Vol. 68, pp. 151–164, 1984–1985.
- [5] R. Hill, On discontinuous plastic states, with special reference to localized necking in thin sheets, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 1, pp. 19–30, 1952.
- [6] Z. Marciniak, K. Kuczynski, Limit strains in the process of stretch-forming sheet metal, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 9, pp. 609–620, 1967.
- [7] B. M. Dariani, H. D. Azodi, Finding the optimum Hill index in the determination of the forming limit diagram, *Journal of Engineering Manufacture*, Vol. 217, No. 12, pp. 1677–1683, 2003.
- [8] M. Ganjiani, A. Assempour, An improved analytical approach for determination of forming limit diagrams considering the effects of yield functions, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 182, pp. 598–607, 2007.
- [9] M. Allwood, D. R. Shouler, Generalised forming limit diagrams showing increased forming limits with non-planar stress states, *International Journal of Plasticity*, Vol. 25, pp. 1207–1230, 2009.
- [10] M. Nurcheshmeh, D. E. Green, Prediction of sheet forming limits with Marciniak and Kuczynski analysis using combined isotropic–nonlinear kinematic hardening, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 53, No. 2, pp. 145–153, 2011.
- [11] H. Jong Bong, F. Barlat, M. Gyu Lee, D. C. Ahn, The forming limit diagram of ferritic stainless steel sheets: Experiments and modeling, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 64, pp. 1–10, 2012.