



بررسی ارتعاشات گذرای غیر خطی و نوسانات چرخه‌ای حد صفحات ساندویچی کامپوزیتی با لایه‌ی سیال الکترورنولوژیکال

جلیل رضایی پژند^{1*}، جعفر رحیمی نسب²

1- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

2- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

* مشهد، صندوق پستی 91775-1111، jrezaeep@um.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 30 شهریور 1393
پذیرش: 06 آذر 1393
ارائه در سایت: 18 آذر 1393

کلید واژگان:

سیال الکترورنولوژیکال
ارتعاشات غیر خطی
صفحه‌ی ساندویچی
روش اجزاء محدود

چکیده

این مقاله ارتعاشات گذرای غیر خطی صفحات ساندویچی کامپوزیتی را با لایه‌ی سیال الکترورنولوژیکال مورد بررسی قرار می‌دهد. تحریک اولیه به صورت یک بار گسترده یکنواخت و یا ناپایداری فلاتر در اثر جریان هوای مافوق صوت است. برای مدل‌سازی صحیح رفتار سیال الکترورنولوژیکال در ناحیه‌ی پس از تسلیم، از مدل پلاستیک بینگهام استفاده می‌شود. به کمک روابط کرنش-جابجایی وان کارمن اثر تغییر شکل‌های بزرگ در نظر گرفته می‌شود. از تئوری مرتبه‌ی اول پیستون برای به دست آوردن فشار ایرودینامیکی استفاده می‌شود. با اعمال اصل همپلتون و استفاده از روش اجزاء محدود معادلات حرکت استخراج شده و سپس، پاسخ از طریق روش انتگرال گیری نیومارک در حوزه‌ی زمان به دست می‌آید. در بررسی‌های عددی اثر لایه‌ی الکترورنولوژیکال بر رفتار ارتعاشی صفحه‌ی ساندویچی مطالعه می‌شود. اثر شدت میدان الکتریکی، ضخامت لایه‌ی الکترورنولوژیکال، تحریک اولیه و شرایط مرزی بر زمان نشست ارتعاشات گذرا تحلیل می‌شود. نتایج نشان می‌دهد با اعمال میدان الکتریکی بر لایه‌ی الکترورنولوژیکال، میرایی ارتعاشات گذرا به طور قابل توجهی بهبود می‌یابد، اما دامنه‌ی ارتعاشات پس از فلاتر تغییر نمی‌کند.

A nonlinear study on transient vibration and limit cycle oscillation of composite sandwich plates with electrorheological fluid layer

Jalil Rezaeepazhand*, Jafar Rahiminasab

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.

*P.O.B. 91775-1111, Mashhad, Iran, jrezaeep@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 21 September 2014
Accepted 27 November 2014
Available Online 09 December 2014

Keywords:

Electrorheological fluid
Nonlinear vibrations
Sandwich plate
Finite element method

ABSTRACT

This paper deals with the nonlinear transient vibration of composite sandwich plates with an electrorheological (ER) fluid core. The initial excitation is a distributed transverse load or the flutter instability due to supersonic airflow. The Bingham plastic model is adopted to accurately model the post-yield behavior of the ER material. The first order piston theory is used for evaluating the aerodynamic forces. The von Karman strain-displacement relations are employed to account for moderately large deflection. The Hamilton's principle is applied in conjunction with the finite element method to derive the equations of motion. The solution is then obtained through use the Newmark time integration scheme. Numerical investigations are conducted to study the effect of ER core layer on the vibration characteristics of the sandwich plate. The influence of the electric field strength, ER core thickness, initial excitation and the boundary conditions on the settling time of transient vibration are also examined. The results show that the damping of transient vibration is significantly improved as the electric field applied to the ER layer, but the amplitude of post-flutter oscillations remains unchanged.

1- مقدمه

در راستای میدان الکتریکی به وجود می‌آید و سیال در مدت زمان بسیار کوتاهی از حالت مایع به یک جسم نیمه جامد تبدیل می‌شود. تئوری‌های مختلفی برای مدل‌سازی سیال الکترورنولوژیکال در ناحیه‌ی قبل و بعد از تسلیم وجود دارد. مدل کوین² که به طور گسترده در تحقیقات قبلی برای مدل‌سازی سازه‌های مبتنی بر سیال الکترورنولوژیکال به کار گرفته شده، تنها قادر است که رفتار قبل از تسلیم این مواد را توصیف کند. با این

سیال‌های الکترورنولوژیکال¹ نوعی از مواد هوشمند به شمار می‌روند که خواص آن‌ها تحت اثر میدان الکتریکی تغییر می‌کند. به طور معمول، یک سیال الکترورنولوژیکال از مخلوط معلق ذرات جامد در روغن سیلیکون تشکیل شده است. با اعمال میدان الکتریکی، ذرات جامد دو قطبی شده و قطب‌های مخالف در کنار هم قرار می‌گیرند. به این ترتیب ساختاری زنجیری شکل از این ذرات

2- Kevin

1- Electrorheological fluids

فلاتر مافوق صوت پنل‌های استوانه‌ای با لایه ویسکوالاستیک [11] و سپس فلاتر غیرخطی سازه‌ی فوق را که دچار کماتش حرارتی شده [12]، مورد مطالعه قرار داده‌اند.

حجم تحقیقات منتشر شده در مورد رفتار دینامیکی صفحات با لایه الکتروئولوژیکال در مقایسه با تحقیقاتی که در آن‌ها از ماده‌ی ویسکوالاستیک به عنوان لایه‌ی میرا استفاده شده ناچیز است. به علاوه در این تحقیقات سیال الکتروئولوژیکال در ناحیه‌ی قبل از تسلیم و بر اساس مدل‌های خطی ویسکوالاستیک توصیف شده است. به عبارت دیگر لایه‌ی الکتروئولوژیکال مانند یک لایه‌ی ویسکوالاستیک عمل کرده و فقط مدول برشی آن تابعی از میدان الکتریکی است.

یه و چن [13-15] ارتعاشات و پایداری دینامیکی صفحات مستطیلی ساندویچی با لایه‌ی سیال الکتروئولوژیکال را بررسی کرده‌اند. یه [16] در تحقیقی دیگر، ارتعاشات صفحه‌ی حلقوی ساندویچی با لایه‌ی الکتروئولوژیکال را تحلیل کرده است. نارایانا و گانیسان [17] میرایی ناشی از لایه‌ی ویسکوالاستیک و سیال الکتروئولوژیکال را در صفحات ساندویچی متوازی‌الاضلاع با یکدیگر مقایسه نموده‌اند.

ونکاتاجالام و همکارانش [18] اثر لایه‌های میراکننده‌ی مختلف (لایه‌ی ویسکوالاستیک، لایه‌ی الکتروئولوژیکال و لایه‌ی مگنتورئولوژیکال) را بر ارتعاشات دیسک‌های ساندویچی مرکب مطالعه کرده‌اند. ارتعاشات گذرای صفحه‌ها و تیرهای ساندویچی با هسته‌ی الکتروئولوژیکال توسط رضایی پزند و پهلوان [19، 20] بررسی شده است.

هاشمی‌نژاد و همکارانش [21] تعویق فلاتر مافوق صوت پنل‌های ساندویچی را با لایه‌ی میانی الکتروئولوژیکال بر روی بستر الاستیک مطالعه کرده‌اند. محمدی و صدقاتی [22] طراحی بهینه پنل‌های استوانه‌ای ساندویچی را که در آن‌ها از لایه‌های ماده‌ی الکتروئولوژیکال به طور موضعی به عنوان میراکننده استفاده شده است، مورد بررسی قرار داده‌اند. آن‌ها همچنین [23]، اثر حرارت و فشار را بر رفتار ارتعاشی پنل‌های ساندویچی با لایه‌ی ویسکوالاستیک تحلیل کرده‌اند. فلاتر مافوق صوت صفحه‌های ساندویچی با لایه‌ی الکتروئولوژیکال توسط رحیمی نسب و رضایی پزند [24] بررسی شده است. اخیراً، حسین‌زاده و رضایی پزند به بررسی تحلیل فرکانسی صفحات هوشمند با لایه‌ی مگنتورئولوژیکال پرداخته‌اند [25]، ملک‌زاده و همکارانش نیز پاسخ ارتعاشات آزاد و ضربه را برای یک مدل مشابه مطالعه کرده‌اند [26].

تحقیقات انجام شده نشان می‌دهد که به کارگیری لایه سیال الکتروئولوژیکال در سازه‌های ساندویچی می‌تواند مرز ناپایداری سیستم را جابه‌جا کند. به عبارت دیگر لایه‌ی الکتروئولوژیکال قادر است میرایی، فرکانس‌های طبیعی و یا فشار ایرویدینامیکی بحرانی سازه را افزایش دهد. اما تاکنون در این تحقیقات اثر لایه‌ی الکتروئولوژیکال بر رفتار سازه پس از وقوع ناپایداری بررسی نشده است. چنین تحلیلی نیاز دارد تا اثرات تغییر شکل‌های بزرگ در مدل‌سازی در نظر گرفته شود و علاوه بر این از یک مدل دقیق‌تر که بتواند رفتار سیال الکتروئولوژیکال را در ناحیه‌ی پس از تسلیم توصیف کند، استفاده شود. با توجه به این موارد، در مقاله‌ی حاضر ارتعاشات گذرای غیرخطی صفحات ساندویچی با لایه‌ی میرای سیال الکتروئولوژیکال با در نظر گرفتن رفتار سیال در ناحیه‌ی پس از تسلیم بررسی می‌شود. همچنین اثر سیال الکتروئولوژیکال بر ارتعاشات پس از فلاتر مورد مطالعه قرار می‌گیرد. تمام نتایج ارائه شده بر مبنای تئوری ورق کلاسیک شکل گرفته و از روش اجزاء محدود برای حل معادلات حرکت استفاده شده است.

وجود سیال‌های الکتروئولوژیکال به دلیل تنش تسلیم بسیار پایین در مقایسه با مواد ویسکوالاستیک رایج، می‌تواند به راحتی دچار تسلیم شوند. مدل بینگهام¹ به طور غالب، توسط محققین برای توصیف رفتار سیال الکتروئولوژیکال در ناحیه‌ی پس از تسلیم مورد استفاده قرار گرفته است.

یکی از روش‌های مؤثر برای مقابله با ارتعاشات نامطلوب در صفحات، استفاده از لایه‌ی میرای مقید² است. در این روش لایه‌ای از ماده‌ای که ضریب میرایی بالایی دارد (مانند مواد ویسکوالاستیک)، توسط دو لایه‌ی الاستیک احاطه می‌شود. هنگام ارتعاش صفحه‌ی ساندویچی، لایه‌ی میرا بخشی از انرژی مکانیکی را با تغییر شکل برشی که در آن ایجاد می‌شود، مستهلک کرده و به‌این‌ترتیب از دامنه‌ی ارتعاشات کاسته می‌شود. هرچند به طور معمول از مواد ویسکوالاستیک به عنوان لایه‌ی میرا استفاده می‌شود، اخیراً سیال‌های الکتروئولوژیکال نیز در این رابطه مورد توجه قرار گرفته‌اند.

تحقیقات متنوعی در زمینه‌ی رفتار دینامیکی صفحات ساندویچی با لایه‌ی میرا انجام شده است که در بیشتر آن‌ها فرکانس‌های طبیعی و ضریب میرایی سازه در اثر استفاده از لایه‌ی ویسکوالاستیک مورد بررسی قرار گرفته است. به‌طور کلی روش حل مسأله به این صورت بوده است که مدول برشی مختلط لایه‌ی میرا با استفاده از یک مدل خطی در ناحیه‌ی قبل از تسلیم به دست آمده و سپس با فرض پاسخ هارمونیک، معادله‌ی حاکمه به یک مسأله-ی مقدار ویژه تبدیل شده است. در نهایت با محاسبه‌ی مقادیر ویژه، فرکانس‌های طبیعی و ضرایب میرایی در مودهای مختلف تعیین شده است. در ادامه، برای روشن‌تر شدن موضوع، تحقیقات مهم منتشر شده در زمینه‌ی رفتار دینامیکی صفحات ساندویچی با لایه‌ی میرای ویسکوالاستیک و الکتروئولوژیکال را مرور می‌کنیم.

جانسون و کین‌هولز [1] در تحقیقی با استفاده از روش اجزاء محدود میرایی صفحات با لایه‌ی ویسکوالاستیک را بررسی کرده‌اند. پاسخ گذرای صفحه‌ای ساندویچی با لایه‌ی میرای ویسکوالاستیک توسط گروور و کاپور [2] تحلیل شده است. نایفه و واراناسی [3] مدلی را برای میرایی ارتعاشات پیچشی لوله‌های نازک با لایه‌ی ویسکوالاستیک مقید ارائه نموده‌اند. رای و همکارانش [4] کارایی لایه‌ی میرای مقید فعال را در کنترل ارتعاشات پوسته-ی استوانه‌ای از طریق آزمایش و تئوری مطالعه کرده‌اند. وانگ و چن [5] میرایی و فرکانس‌های طبیعی صفحه‌ی حلقوی با لایه‌ی میرای مقید ویسکوالاستیک را بررسی کرده‌اند.

تحلیل اجزاء محدود لامینیت‌های کامپوزیتی هوشمند با مواد پیزوالکتریک و لایه‌ی میرای ویسکوالاستیک توسط یی و سزی [6] انجام شده است. ژنگ و همکارانش [7] کمینه‌سازی پاسخ ارتعاشی پوسته‌های استوانه‌ای را از طریق بهینه‌سازی لایه‌های مقید غیرفعال مورد تحقیق قرار داده‌اند.

کانگ و سینگ [8] برای پیش‌بینی فرکانس‌ها و میرایی صفحه‌ی با تکه-های لایه‌ی میرا، راهکار تحلیلی جدیدی را بر مبنای روش انرژی ارائه نموده-اند. در تحقیقی دیگر کومار و سینگ [9] با انجام آزمایش‌هایی ارتعاشات و میرایی پنل استوانه‌ای را با لایه‌ی موضعی ویسکوالاستیک مورد بررسی قرار داده‌اند. آن‌ها برای تعیین موقعیت بهینه‌ی لایه‌ی میرا از روش انرژی کرنشی مودال کمک گرفته‌اند.

آه [10] با استفاده از تئوری لایه‌وار به تحلیل دینامیکی پنل‌های استوانه‌ای با لایه‌ی ویسکوالاستیک پرداخته است. شین و همکارانش ابتدا

1- Bingham
2- Constrained damping layer

2-2- روابط کرنش-جابجایی

با استفاده از تئوری ورق کلاسیک، میدان جابجایی را در هر یک از لایه‌های الاستیک می‌توان به صورت رابطه (1) بیان کرد:

$$\begin{aligned} u_i(x, y, z, t) &= u_{i0}(x, y, t) - z_i w_{,x}(x, y, t) \\ v_i(x, y, z, t) &= v_{i0}(x, y, t) - z_i w_{,y}(x, y, t) \\ w(x, y, z, t) &= w(x, y, t) \quad (i=1,3) \end{aligned} \quad (1)$$

که u_i و v_i به ترتیب جابجایی صفحه‌ی میانی لایه‌ی i ام را در جهت x و y مشخص می‌کنند و w جابجایی در راستای عمود بر صفحه است. همچنین، اندیس "i" مشتق نسبت به کمیت ظاهر شده‌ی بعد از آن را نشان می‌دهد. روابط کرنش-جابجایی وان کارمن را می‌توان به شکل ماتریسی زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \varepsilon_i = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xi} \\ \varepsilon_{yi} \\ \gamma_{xyi} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} u_{i0,x} \\ v_{i0,y} \\ u_{i0,y} + v_{i0,x} \end{Bmatrix} + z_i \begin{Bmatrix} w_{,xx} \\ w_{,yy} \\ 2w_{,xy} \end{Bmatrix} \\ &+ \begin{Bmatrix} \frac{1}{2}w_{,x}^2 \\ \frac{1}{2}w_{,y}^2 \\ w_{,x}w_{,y} \end{Bmatrix} = \varepsilon_i^0 + z_i \kappa_i + \varepsilon_\theta \end{aligned} \quad (2)$$

که ε_i^0 ، κ_i و ε_θ به ترتیب، بردار کرنش خطی درون صفحه‌ای، بردار کرنش انحنا و بردار کرنش غیرخطی درون صفحه‌ای را نشان می‌دهند.

لایه‌ی الکترورنولوژیکال در مقابل تغییر شکل برشی مقاومتی از خود نشان می‌دهد که می‌تواند باعث میرایی انرژی ارتعاشی شود. بردار کرنش برشی در این لایه به صورت رابطه (3) می‌گردد:

$$\gamma_2 = \begin{Bmatrix} \gamma_{xz2} \\ \gamma_{yz2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_{2,z} + w_{,x} \\ v_{2,z} + w_{,y} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

با در نظر گرفتن شکل 2، گرادیان‌های مؤلفه‌های جابجایی در لایه‌ی 2 را می‌توان برحسب جابجایی‌هایی لایه‌های 1 و 3 به صورت رابطه (4) و (5) بیان کرد:

$$u_{2,z} = \frac{h_1 + h_3}{2h_2} w_{,x} + \frac{u_1 - u_3}{h_2} \quad (4)$$

$$v_{2,z} = \frac{h_1 + h_3}{2h_2} w_{,y} + \frac{v_1 - v_3}{h_2} \quad (5)$$

اکنون با جایگزینی دو معادله‌ی (4) و (5) در معادله (3) بردار کرنش برشی لایه‌ی 2 به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\gamma_2 = \begin{Bmatrix} \gamma_{xz2} \\ \gamma_{yz2} \end{Bmatrix} = \frac{1}{h_2} \begin{Bmatrix} u_1 - u_3 \\ v_1 - v_3 \end{Bmatrix} - \frac{d}{h_2} \begin{Bmatrix} w_{,x} \\ w_{,y} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

که در آن d برابر است با:

$$d = h_2 + \frac{1}{2}(h_1 + h_3) \quad (7)$$

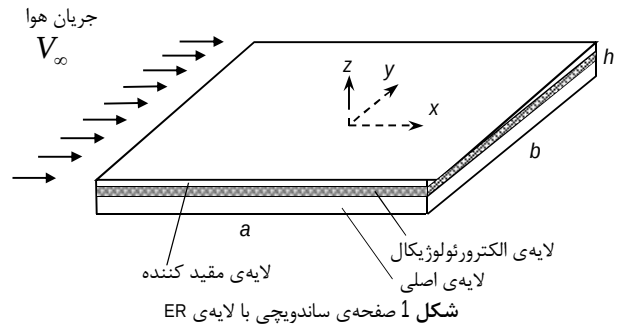
2-3- معادلات ساختاری

معادلات ساختاری را برای لایه‌های الاستیک می‌توان به صورت رابطه (8) بیان کرد:

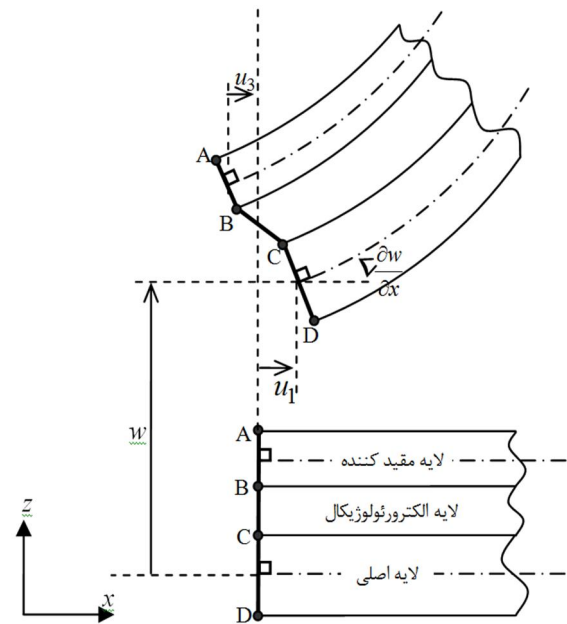
$$\begin{Bmatrix} N_i \\ M_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_i & B_i \\ B_i & D_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_i^0 \\ \kappa_i \end{Bmatrix} + \varepsilon_\theta \quad (i=1,3) \quad (8)$$

که N_i و M_i به ترتیب، بردارهای برآیند نیروی درون صفحه‌ای و گشتاور را نشان می‌دهند. در ضمن، A_i ، B_i و D_i به ترتیب بیانگر ماتریس‌های سفتی کشش، کوپلینگ و خمش می‌باشند.

همان‌طور که در مقدمه اشاره شد برای توصیف رفتار سیال



شکل 1 صفحه‌ی ساندویچی با لایه‌ی ER



شکل 2 تغییر شکل مقطع صفحه قبل و بعد از تغییر شکل

2- فرمول‌بندی اجزاء محدود

در این بخش معادلات لازم برای تحلیل ارتعاشات گذرا و فلاتر صفحات کامپوزیتی ساندویچی با لایه‌ی سیال الکترورنولوژیکال، به کمک روش اجزاء محدود استخراج می‌شوند. تئوری کلاسیک ورق، روابط کرنش-جابجایی غیرخطی وان کارمن¹ و اصل همپلتون² مبنای شکل‌بندی این معادلات هستند.

2-1- مدل مورد بررسی

مطابق شکل 1 یک صفحه‌ی ساندویچی مستطیلی سه لایه را که از دو لایه‌ی الاستیک در بالا و پایین و یک لایه‌ی سیال الکترورنولوژیکال در وسط تشکیل شده است، در نظر بگیرید. هر یک از لایه‌های الاستیک خود می‌تواند از چند لایه‌ی کامپوزیتی تک جهته³ یا از یک ماده همگن تشکیل شده باشد. در ادامه این سه لایه به ترتیب از پایین به بالا، با شماره‌های 1، 2 و 3 مشخص می‌شود.

برای به دست آوردن یک مدل ریاضی از مسأله فرض می‌کنیم که هیچ لغزشی بین لایه‌ی سیال الکترورنولوژیکال و لایه‌های مجاور رخ نمی‌دهد، همچنین هیچ تنش عمودی در سیال الکترورنولوژیکال ایجاد نمی‌شود و در نهایت اینکه جابجایی عمودی تمام نقاطی که تصویرشان روی مقطع $x-y$ یکسان است، با هم برابر است.

1- Von Karman
2- Hamilton's principle
3- Uni-directional composite

برای محاسبه عبارت کار در اصل همیلتون ابتدا باید نیروهای خارجی حاضر در مسأله مشخص شوند. برای مدل مورد بررسی در بخش تحلیل ارتعاشات گذرا، تنها بار خارجی موجود، بار گسترده و یکنواختی است که عمود بر صفحه وارد می‌شود و به عنوان یک تحریک اولیه عمل می‌کند. در قسمت مربوط به تحلیل ارتعاشات پس از فلاتر نیز، بار خارجی همان فشار ایرودینامیکی است که بر سطح صفحه وارد می‌شود. اکنون برای هر یک از این دو حالت کار مربوط به نیروهای خارجی به دست می‌آید.

در صورتی که بار گسترده و یکنواخت q به طور عمود بر صفحه وارد شود، کار انجام شده توسط آن به سادگی از رابطه‌ی (16) به دست می‌آید:

$$W = \int_A q w \, dA = d^T F_{Ext} \quad (16)$$

در تحلیل ایروالاستیک، بار خارجی همان فشار ایرودینامیکی سیال هوا است که مطابق شکل 1 در جهت x و در بالای صفحه جریان دارد. با فرض جریان مافوق صوت، این فشار ایرودینامیکی را می‌توان از تئوری مرتبه‌ی اول پیستون² با رابطه‌ی زیر تقریب زد:

$$P_a = -\frac{\rho_a V_\infty^2}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \left\{ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{V_\infty} \left(\frac{M_\infty^2 - 2}{M_\infty^2 - 1} \right) \frac{\partial w}{\partial t} \right\} \\ = -\left(\lambda \frac{D_{11}^0}{a^3} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\sqrt{\lambda g}}{\omega_0} \frac{D_{11}^0}{a^4} \frac{\partial w}{\partial t} \right) \quad (17)$$

که ρ_a چگالی هوا، M_∞ عدد ماخ و V_∞ سرعت جریان آزاد را نشان می‌دهد. λ فشار ایرودینامیکی بی‌بعد است و از رابطه‌ی (18) به دست می‌آید:

$$\lambda = \frac{\rho_a V_\infty^2}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \frac{a^3}{D_{11}^0} \quad (18)$$

در رابطه‌ی فوق، $D_{11}^0 = \frac{E_L h_1^3}{12(E_L - \nu_{LT}^2 E_T)}$ صلبیت خمشی لایه‌ی اصلی

(لایه‌ی 1) است. E_L ، E_T و ν_{LT} نیز ثابت‌های الاستیک کامپوزیت تک‌جهته را مشخص می‌کنند.

سایر پارامترهای بی‌بعدی که در معادله‌ی (17) ظاهر شده‌اند با روابط (19) و (20) زیر تعریف می‌شوند:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D_{11}^0}{\rho_1 h_1 a^4}}, \quad g = \frac{\mu}{M_\infty}, \quad \mu = \frac{\rho_a a}{\rho_1 h_1} \quad (19)$$

که ρ_1 و h_1 بیانگر چگالی و ضخامت لایه‌ی 1 می‌باشند.

اکنون می‌توان کار نیروی ایرودینامیکی را به صورت زیر به دست آورد:

$$W = -\lambda \frac{D_{11}^0}{a^3} \iint_A w \frac{\partial w}{\partial x} \, dA - \frac{\sqrt{\lambda g}}{\omega_0} \frac{D_{11}^0}{a^4} \iint_A w \frac{\partial w}{\partial t} \, dA \quad (20)$$

2-4-1- معادله‌ی ارتعاشات گذرای صفحه‌ی ساندویچی با لایه‌ی سیال الکتروئولوژیکال

برای به دست آوردن معادله‌ی حرکت کافیسیت که عبارات بدست آمده برای انرژی جنبشی، پتانسیل و کار نیروهای خارجی به ترتیب از معادلات (14)، (15) و (16) در اصل همیلتون جایگذاری شود. به این ترتیب، با اعمال اصل همیلتون معادله‌ی ارتعاشات گذرای صفحه‌ی ساندویچی با لایه‌ی سیال الکتروئولوژیکال حاصل می‌شود:

$$M\ddot{d} + C\dot{d} + \left(K + \frac{1}{2}N_1 + \frac{1}{3}N_2 \right) d + F_{ER} = F_{ext} \quad (21)$$

الکتروئولوژیکال در ناحیه‌ی پس از تسلیم اغلب از مدل بینگهام استفاده می‌شود. بر اساس مدل بینگهام معادله‌ی تنش-کرنش برای سیال الکتروئولوژیکال از رابطه‌ی (9) تبعیت می‌کند:

$$\tau_p(E) = \eta_p \dot{\gamma}_2 + \tau_E(E) \quad (9)$$

که τ_p و η_p به ترتیب تنش برشی و ضریب ویسکوزیته‌ی سیال الکتروئولوژیکال را مشخص می‌کنند. $\dot{\gamma}_2$ ، E و τ_E نیز بیانگر آهنگ برش، میدان الکتریکی و تنش نوسانی¹ می‌باشند. رابطه‌ی τ_E برحسب میدان الکتریکی در بخش بعدی ارائه شده است. خاطر نشان می‌شود که کمیت η_p مستقل از میدان الکتریکی است. با توجه به معادله‌ی (9) تنش‌های برشی جانبی در لایه‌ی الکتروئولوژیکال را می‌توان به شکل ماتریسی زیر بیان نمود:

$$\tau_2 = \begin{Bmatrix} \tau_{xz2} \\ \tau_{yz2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_p & 0 \\ 0 & \eta_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\gamma}_{xz2} \\ \dot{\gamma}_{yz2} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \tau_E \\ \tau_E \end{Bmatrix} \quad (10)$$

با انتگرال‌گیری از معادله‌ی (10) در راستای ضخامت لایه‌ی سیال الکتروئولوژیکال، معادله‌ی ساختاری به شکل زیر به دست می‌آید:

$$Q_2 = C_2 \dot{\gamma}_2 + \tau_E \quad (11)$$

که در آن Q_2 برآیند تنش برشی را در لایه‌ی 2 نشان داده و C_2 و τ_E عبارتند از:

$$C_2 = h_2 \begin{bmatrix} \eta_p & 0 \\ 0 & \eta_p \end{bmatrix}, \quad \tau_E = h_2 \begin{Bmatrix} \tau_E \\ \tau_E \end{Bmatrix} \quad (12)$$

2-4-2- معادلات حرکت

در اینجا، برای به دست آوردن معادلات حرکت از اصل همیلتون کمک گرفته شده است. طبق این اصل در یک سیستم دینامیکی باید رابطه‌ی زیر همواره برقرار باشد:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - V + W) dt = 0 \quad (13)$$

که T ، V و W به ترتیب بیانگر انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل و کار انجام شده توسط نیروهای خارجی است. در ادامه هر یک از این عبارات برای مدل مورد نظر محاسبه می‌شود.

با صرف‌نظر کردن از نیروهای اینرسی درون‌صفحه‌ای، کل انرژی جنبشی صفحه‌ی ساندویچی را می‌توان از رابطه‌ی زیر بدست آورد:

$$T = \frac{1}{2} \int_A (\rho_1 h_1 + \rho_1 h_1 + \rho_3 h_3) \dot{w}^2 \, dA = \frac{1}{2} \dot{d}^T M \dot{d} \quad (14)$$

در رابطه‌ی فوق $d = [u_1, v_1, u_3, v_3, w, w_x, w_y]^T$ بردار جابه‌جایی است و M ماتریس جرمی را مشخص می‌کند. همچنین علامت نقطه‌ی بالای یک کمیت، مشتق آن را نسبت به زمان نشان می‌دهد.

انرژی پتانسیل صفحه ساندویچی عبارت است از:

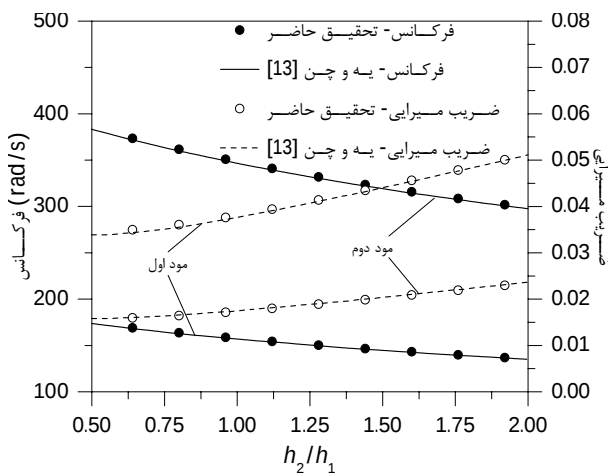
$$V = \frac{1}{2} \int_A \left[\sum_{i=1,3} \left(\varepsilon_i^0 + \varepsilon_\theta \right)^T N_i + \kappa_i^T M_i \right] + \gamma_2^T Q_2 \, dA \\ = \frac{1}{2} d^T \left(K_{lin} + \frac{1}{3} N_1 + \frac{1}{6} N_2 \right) d + \frac{1}{2} \dot{d}^T C \dot{d} + d^T F_{ER} \quad (15)$$

که N_1 و N_2 به ترتیب ماتریس سفتی خطی، سفتی مرتبه‌ی اول و سفتی مرتبه‌ی دوم را مشخص می‌کنند. جزئیات مربوط به این ماتریس‌ها را می‌توان در مرجع [27] ملاحظه کرد. C ماتریس میرایی و F_{ER} نیز بیانگر بردار نیروی لایه‌ی سیال الکتروئولوژیکال است [19].

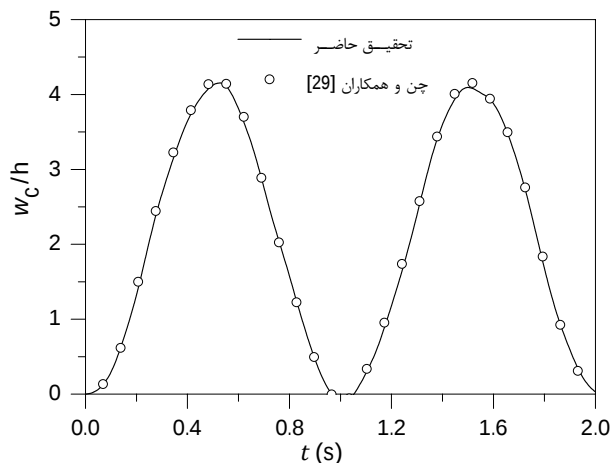
3- بحث و بررسی نتایج

3-1- معبر سازی روش حل

روابط اجزاء محدود به دست آمده در بخش قبل، در قالب یک برنامه متلب گنجانده شده‌اند. برای اطمینان از صحت روابط استخراج شده و برنامه کامپیوتری، نخست نتایج به دست آمده از روش حاضر با نتایج گزارش شده توسط دیگر محققین مقایسه می‌شود. شکل 3 فرکانس‌های طبیعی و ضرایب میرایی مدهای اول و دوم یک صفحه ساندویچی با لایه سیال الکترورنولوژیکال را بر حسب ضخامت لایه سیال الکترورنولوژیکال نشان می‌دهد. هرچند که در این مثال، سیال الکترورنولوژیکال بر اساس مدل کوبین رفتار می‌کند، اما این مقایسه می‌تواند درستی روش اجزاء محدود حاضر را محک بزند. همانطور که در شکل 3 دیده می‌شود تطابق خوبی بین نتایج حاضر و نتایج گزارش شده توسط یه و چن [13] وجود دارد. در مثال دوم جهت بررسی دقت روش انتگرال‌گیری حاضر، پاسخ گذرای غیر خطی یک صفحه کامپوزیتی با چیدمان صلیبی $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$ را که تحت یک بار گسترده و یکنواخت قرار گرفته است به دست آورده و نتیجه در شکل 4 با حل گزارش شده توسط چن و همکارانش [29] مقایسه شده است. در این شکل خیز مرکز صفحه به صورت بی‌بعد، بر حسب زمان رسم شده است. همخوانی بین نتایج کاملاً قابل قبول است.



شکل 3 ضرایب میرایی و فرکانس‌های طبیعی صفحه‌ی ساندویچی با لایه‌ی الکترورنولوژیکال.



شکل 4 مقایسه‌ی خیز غیر خطی مرکز صفحه‌ی کامپوزیتی با چیدمان $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$ تحت بار پله

حل معادله‌ی فوق مستلزم انتگرال‌گیری در حوزه‌ی زمان است. روش‌های متنوعی برای حل عددی معادلاتی به این شکل وجود دارند که در اینجا از یک نوع روش انتگرال‌گیری مستقیم، موسوم به روش شتاب ثابت¹ استفاده شده است [28].

بنابر روش شتاب ثابت مشتق‌های اول و دوم در پایان زمان Δt ، در معادله‌ی (24) از روابط بازگشتی زیر به دست می‌آیند:

$$\dot{d}_{n+1} = \dot{d}_n + a_1 \ddot{d}_n + a_2 \ddot{d}_{n+1} \quad (22)$$

$$\ddot{d}_{n+1} = a_3 (\dot{d}_{n+1} - \dot{d}_n) - a_4 \ddot{d}_n - a_5 \ddot{d}_n \quad (23)$$

ضرایب ظاهر شده در روابط (22) و (23) عبارتند از:

$$a_1 = \frac{1}{2} \Delta t, \quad a_2 = \frac{1}{2} \Delta t, \quad a_3 = \frac{4}{(\Delta t)^2}, \quad a_4 = \Delta t a_3, \quad a_5 = 1, \quad (24)$$

اندیس n حل را در گام h ام نشان می‌دهد.

اکنون به کمک معادلات (22) و (23)، معادله‌ی (21) را می‌توان به شکل زیر بازنویسی کرد:

$$\bar{K} d_{n+1} = \bar{F} \quad (25)$$

که ماتریس‌های $\bar{K}$ و $\bar{F}$ عبارتند از:

$$\bar{K} = \left(K + \frac{1}{2} N_1 + \frac{1}{3} N_2 \right)_{n+1} + a_3 M_{n+1} + a_2 a_3 C_{n+1} \quad (26)$$

$$\bar{F} = F_{n+1} + M_{n+1} a_3 \dot{d}_n + a_4 \ddot{d}_n + a_5 \ddot{d}_n + C_{n+1} (a_2 a_3 \dot{d}_n + (a_2 a_4 - 1) \ddot{d}_n + (a_2 a_5 - a_1) \ddot{d}_n) \quad (27)$$

در اولین گام از حل گذرا، مقادیر $\dot{d}_0$ و $\ddot{d}_0$ را می‌توان از شرایط اولیه‌ی مسئله به دست آورد. همچنین برای تعیین $\ddot{d}_0$ از معادله‌ی (21) داریم:

$$\ddot{d}_0 = M^{-1} (F_{\text{ext}} - C \dot{d}_0 - (K + \frac{1}{2} N_1 + \frac{1}{3} N_2) d_0 - F_{\text{ER}}) \quad (28)$$

2-4-2- معادله‌ی حرکت صفحه‌ی ساندویچی با لایه‌ی سیال الکترورنولوژیکال تحت بار ایرودینامیکی

در صورتی که از معادلات (14)، (15) و (20) عبارت‌های مربوط به انرژی جنبشی، پتانسیل و کار نیروهای خارجی را در اصل همیلتون قرار دهیم معادله‌ی حرکت سیستم تحت بار ایرودینامیکی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$M \ddot{d} + \frac{\sqrt{\lambda g}}{\omega_0} C_a \dot{d} + \left(K + \lambda K_a + \frac{1}{2} N_1 + \frac{1}{3} N_2 \right) d + F_{\text{ER}} = 0 \quad (29)$$

در معادله (29) M ، C_a ، K و K_a به ترتیب ماتریس جرم، میرایی ایرودینامیکی، سفتی سازه‌ای و سفتی ایرودینامیکی را نشان می‌دهند. از آنجایی که معادله‌ی فوق یک معادله‌ی ناهمگن است حل آن در حوزه‌ی فرکانس و تبدیل آن به یک مسئله‌ی مقدار ویژه امکان‌پذیر نیست. اما می‌توان پاسخ را در حوزه‌ی زمان از طریق روش انتگرال‌گیری مستقیم که در بخش 2-4-1 به آن اشاره شد، به دست آورد.

لازم به ذکر است که تحلیل‌های دینامیکی غیرخطی در حوزه‌ی زمان به ویژه با روش اجزاء محدود بسیار زمان‌بر است. معمولاً هنگامی که تنها عامل غیرخطی حاضر در مسئله تغییر شکل‌های بزرگ است، می‌توان از روش‌های کاهش برای کم کردن درجات آزادی سیستم و کاهش زمان تحلیل بهره برد (مانند روش کاهش مودال و روش کاهش گویان²). اما در اینجا به دلیل غیرخطی بودن رفتار سیال الکترورنولوژیکال، امکان استفاده از روش‌های کاهش وجود ندارد.

1- Constant acceleration method
2- Guyan reduction

2-3- خواص فیزیکی و پارامترهای هندسی

خواص فیزیکی مواد و ابعاد هندسی انتخاب شده در تحلیل ارتعاشات گذرای غیرخطی در جدول 1 ارائه شده است.

سیال الکتروئولوژیکال مورد نظر از ذرات نشاسته‌ی شیمیایی و روغن پایه‌ی سیلیکون تشکیل شده است. تنش تسلیم سیال، $\tau_E(E)$ ، تابعی از میدان الکتریکی است و از رابطه‌ی (30) تبعیت می‌کند:

$$\tau_E(E) = \mu E^\lambda \quad (30)$$

که λ و μ ثابت‌های سیال الکتروئولوژیکال می‌باشند. مقادیر $\lambda=1.2$ و $\mu=427$ به طور تجربی توسط جانگ و همکارانش [30] اندازه‌گیری شده‌اند.

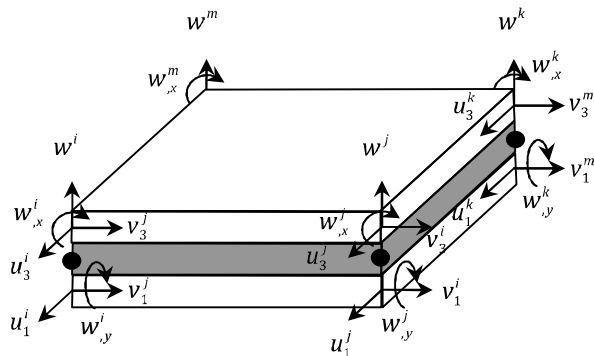
شکل 5 المان مورد استفاده در تحلیل حاضر را نشان دهد که قبلاً نیز در تحلیل فلاتر صفحه‌های ساندویچی با هسته‌ی الکتروئولوژیکال به کار گرفته شده است [24]. صفحه به یک شبکه‌ی 6×6 از المان‌ها تقسیم شده است. در بررسی ارتعاشات گذرا، تحریک اولیه بار گسترده و یکنواختی است که در مدت زمان $0/01$ ثانیه اعمال می‌شود. اندازه‌ی بار اعمال شده $q=500 \text{ N/m}^2$ است. چیدمان لایه‌ها به صورت متقارن و صلیبی $[0^\circ/90^\circ/ER/90^\circ/0^\circ]$ در نظر گرفته شده است. گام زمانی در انتگرال‌گیری مستقیم $1 \mu\text{s}$ می‌باشد.

3-3- تحلیل غیرخطی ارتعاشات گذرای صفحات ساندویچی با لایه سیال الکتروئولوژیکال

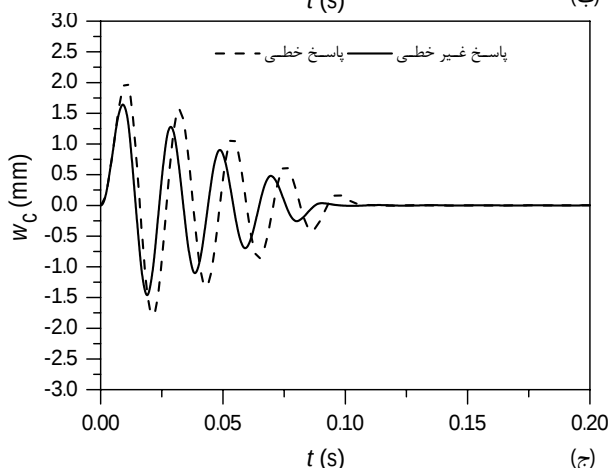
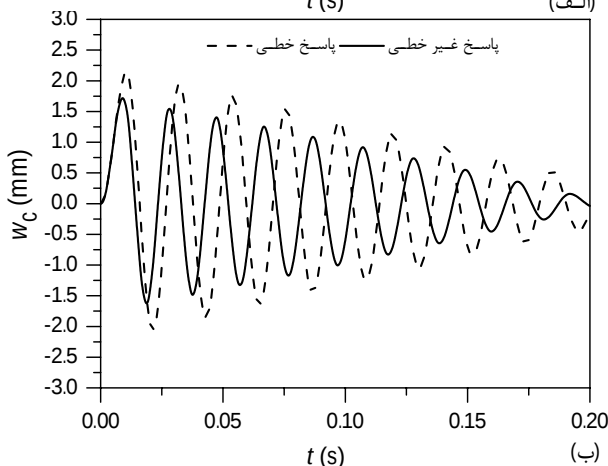
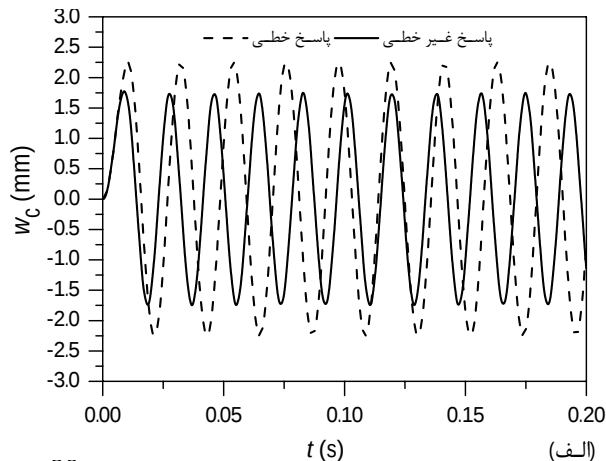
در شکل 6 تأثیر میدان الکتریکی بر پاسخ دینامیکی صفحه‌ی ساندویچی برای میدان‌های الکتریکی صفر، 1 و 2 kV/mm نشان داده شده است. در هر یک از این نمودارها خیز مرکز صفحه به صورت تابعی از زمان رسم شده است. بعد از اینکه بار تحریک اولیه از روی صفحه برداشته می‌شود صفحه آزادانه ارتعاش می‌کند. نرخ افت ارتعاشات میزان میرایی سیستم را نشان می‌دهد. مطابق شکل 6-الف هنگامی که میدان الکتریکی اعمال نشده است، میرایی ارتعاشات بسیار ناچیز بوده و هیچ افت محسوسی در دامنه‌ی نوسانات دیده نمی‌شود. اما به محض اعمال میدان الکتریکی، به تدریج از دامنه‌ی نوسانات کاسته می‌شود. هر چقدر میدان الکتریکی بزرگتری اعمال می‌شود، ارتعاشات با سرعت بیشتری افت کرده و زمان نشست کوچکتری به دست می‌آید. دلیل این رفتار این است که طبق مدل بینگهام، نیروی برشی مستهلک‌کننده‌ی سیال الکتروئولوژیکال رابطه‌ی مستقیمی با میدان الکتریکی دارد. در نتیجه انتظار می‌رود با افزایش میدان الکتریکی بر میرایی سیستم نیز افزوده شود. نکته‌ی قابل توجه دیگری که در شکل 6 می‌توان به آن اشاره نمود افت خطی نوسانات می‌باشد. این موضوع نشان می‌دهد که میرایی ناشی از سیال الکتروئولوژیکال ماهیت کولومبی دارد.

جدول 1 خواص فیزیکی و ابعاد هندسی صفحه‌ی ساندویچی

کمیت	نماد	مقدار
مدول الاستیک ماده‌ی مرکب	E_1	119 GPa
	E_2	5/18 GPa
	G_{12}	8/67 GPa
ضریب پواسان ماده‌ی مرکب	ν_{12}	0/31
چگالی ماده‌ی مرکب	ρ	1570 kg/m ³
چگالی سیال ER	ρ_2	1100 kg/m ³
طول صفحه	a	400 mm
عرض صفحه	b	400 mm
ضخامت لایه‌ها	h_1, h_3	2 mm
	h_2	1 mm



شکل 5 المان صفحه‌ای سه‌لایه با چهار گره و بیست و هشت درجه آزادی

شکل 6 پاسخ گذرای صفحه‌ی ساندویچی با لایه‌ی الکتروئولوژیکال، الف) $EF=0$ ،ب) $EF=1$ ، ج) $EF=2 \text{ kV/mm}$

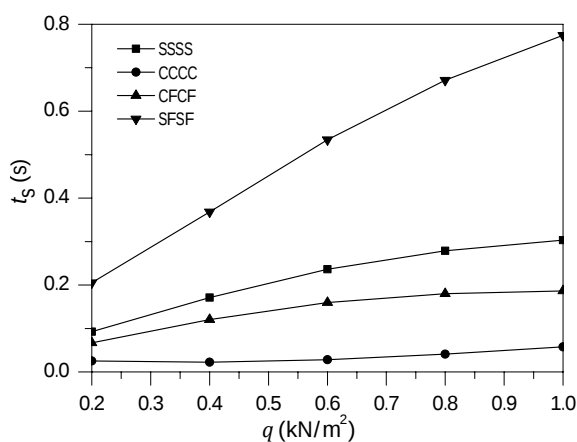
در شکل 9 اثر اندازه‌ی بار گسترده‌ی اعمال شده، بر زمان نشست ارتعاشات نشان داده شده است. همانطور که انتظار می‌رود با اعمال مقادیر بزرگ‌تری از بار گسترده، زمان نشست ارتعاشات افزایش می‌یابد. البته اثر بار اعمال شده در شرایط مرزی آزادتر بیشتر به چشم می‌آید.

اثر چیدمان لایه‌های صفحه‌ی ساندویچی بر زمان نشست ارتعاشات در شکل 10 نشان داده شده است. شرایط مرزی برای تمام چیدمان‌ها به صورت تکیه‌گاه ساده است. مطابق شکل، زمان نشست به دست آمده برای چیدمان‌های $[0^\circ/90^\circ/ER/90^\circ/0^\circ]$ و $[90^\circ/0^\circ/0^\circ/90^\circ]$ تقریباً یکسان است. اما صفحه‌ی با چیدمان $[02^\circ/ER/902^\circ]$ همواره زمان نشست کمتری را در مقایسه با دو چیدمان قبلی دارد.

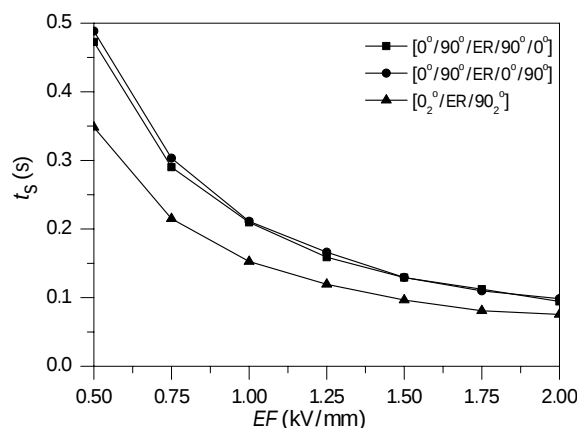
4-3- تحلیل ارتعاشات پس از فلاتر صفحات ساندویچی با لایه سیال الکترورنولوژیکال

فشار ایرودینامیکی بحرانی بی‌بعد برای صفحه‌ی مورد نظر برابر $\lambda_c=924$ است. در شکل 11 پاسخ سیستم به یک تحریک اولیه برای $\lambda=900$ در میدان الکتریکی صفر رسم شده است. محور عمودی خیز بی‌بعد نقطه‌ای را نشان می‌دهد که روی خط میانی صفحه و در فاصله‌ی $3/4$ از لبه‌ی ابتدایی صفحه قرار دارد. از آنجایی که فشار ایرودینامیکی هنوز به مقدار بحرانی نرسیده است، سیستم از نظر ایرودینامیکی پایدار است و اغتشاش وارد شده با گذشت زمان از بین می‌رود.

شکل‌های 12 و 13 پاسخ را به ترتیب برای فشار $\lambda=950$ و $\lambda=1000$ نشان می‌دهند. در هر یک از این وضعیت‌ها فشار دینامیکی از مقدار بحرانی بیشتر بوده و سیستم دچار ارتعاشات خود تحریک می‌شود.



شکل 9 اثر اندازه‌ی بار گسترده بر زمان نشست ارتعاشات گذرا

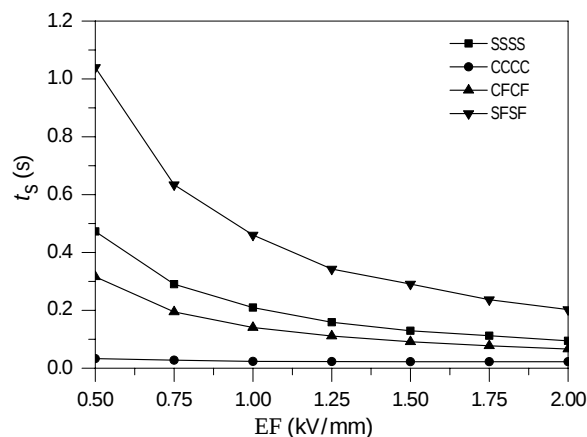


شکل 10 اثر میدان الکتریکی بر زمان نشست ارتعاشات در چیدمان‌های مختلف

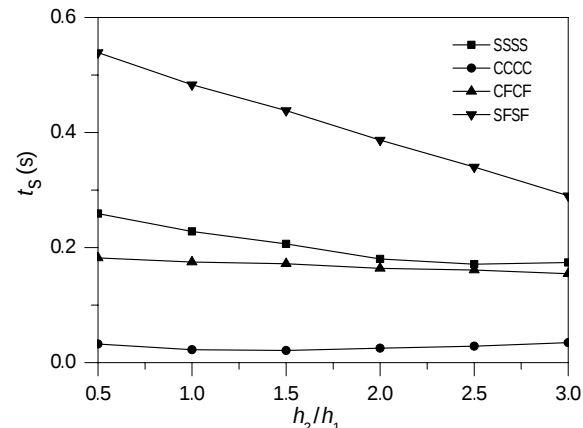
بنابر مدل بینگهام نیروی میراکنده‌ی سیال الکترورنولوژیکال از دو بخش تشکیل شده است: نیروی میرای لزج و نیروی میرای وابسته به میدان الکتریکی. نیروی میرای لزج مانند یک دمپر لزج در یک سیستم جرم و فنر عمل می‌کند، در حالی که عملکرد نیروی وابسته به میدان الکتریکی شبیه به یک دمپر کولمبی در یک سیستم جرم فنر است. از آنجایی که بخش اصلی میرایی در اثر میدان الکتریکی به وجود می‌آید، می‌توان نتیجه گرفت که میرایی کولمبی اثر غالب را در سیستم دارد و بنابراین یک افت کاملاً خطی در ارتعاشات گذرا مشاهده می‌شود.

همچنین با توجه به شکل 6 می‌توان دریافت که تغییر میدان الکتریکی اثر چندانی روی دامنه‌ی نوسانات ندارد. به عبارت دیگر با افزایش میدان الکتریکی سفتی سیستم تغییر نمی‌کند و در نتیجه ماکزیمم دامنه‌ی ارتعاشات نیز ثابت باقی می‌ماند.

اثر میدان الکتریکی بر زمان نشست ارتعاشات در شکل 7 برای شرایط مرزی مختلف نشان داده شده است. S، C و F به ترتیب یک لبه‌ی با تکیه‌گاه ساده، گیردار و آزاد را نشان می‌دهند. مطابق شکل هر چقدر شرایط مرزی مقیدتر می‌شود زمان نشست ارتعاشات کمتر می‌شود و البته حساسیت به میدان الکتریکی نیز کاهش می‌یابد. به ویژه، در حالتی که شرایط مرزی صفحه به صورت گیردار است، تغییرات زمان نشست با میدان الکتریکی بسیار ناچیز است. شکل 8 اثر ضخامت لایه سیال الکترورنولوژیکال را بر زمان نشست نشان می‌دهد. میدان الکتریکی اعمال شده در این حالت برابر 1 kV/mm است. مطابق شکل به جز شرایط مرزی گیردار، در مابقی حالات با افزایش ضخامت، زمان نشست ارتعاشات کاهش می‌یابد. البته هرچه شرایط مرزی آزادتر می‌شود، این کاهش زمان نشست محسوس‌تر می‌شود.



شکل 7 اثر میدان الکتریکی بر زمان نشست در شرایط مرزی مختلف

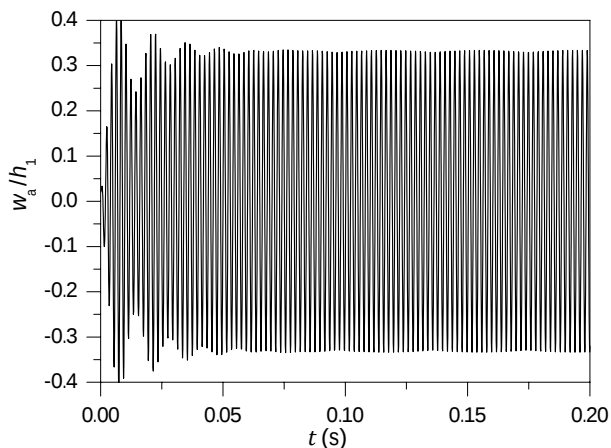


شکل 8 اثر ضخامت لایه سیال الکترورنولوژیکال بر زمان نشست ارتعاشات

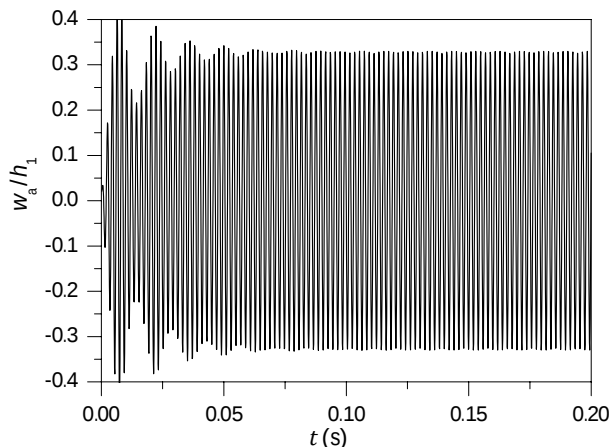
دینامیکی ثابت $\lambda=1000$ پاسخ سیستم را برای میدان‌های الکتریکی 1 و 2 kV/mm به ترتیب در شکل‌های 14 و 15 رسم کرده‌ایم. همان‌طور که در این شکل‌ها مشاهده می‌شود، افزایش میدان الکتریکی تأثیری بر کاهش دامنه‌ی ارتعاشات ندارد. حداکثر دامنه نوسانات در تمام حالت‌ها برابر $0/33$ است. در واقع هرچند که افزایش میدان الکتریکی نیروی میرایی برشی سیال الکتروئولوژیکال را افزایش می‌دهد، اما هیچ تأثیری بر ماتریس سفتی یا ماتریس میرایی سیستم ندارد. در نتیجه، اعمال میدان الکتریکی دامنه‌ی نوسانات را کاهش نمی‌دهد و تنها می‌تواند مدت زمان رسیدن به دامنه‌ی نهایی را تغییر دهد.

4- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

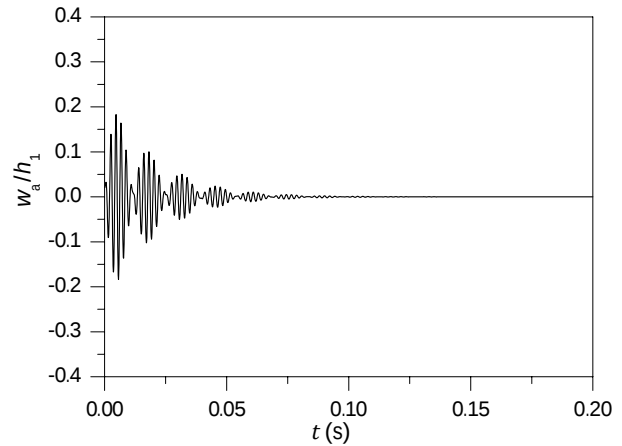
در این تحقیق ارتعاشات گذرا و پس از فلاتر صفحات ساندویچی با هسته‌ی الکتروئولوژیکال با نظر گرفتن اثرات تغییر شکل‌های بزرگ مورد بررسی قرار گرفت. از مدل بینگهام برای تعیین خواص سیال الکتروئولوژیکال استفاده شد. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که لایه‌ی سیال الکتروئولوژیکال تأثیر قابل توجهی بر پاسخ گذرای سیستم دارد. هر چقدر میدان الکتریکی بزرگتری اعمال شود، میرایی سیستم بیشتر شده و زمان نشست کاهش می‌یابد. نکته‌ی قابل توجهی که در پاسخ گذرا مشاهده شد، افت خطی دامنه‌ی نوسانات است که بیانگر ماهیت کولمبی میرایی ناشی از سیال الکتروئولوژیکال می‌باشد.



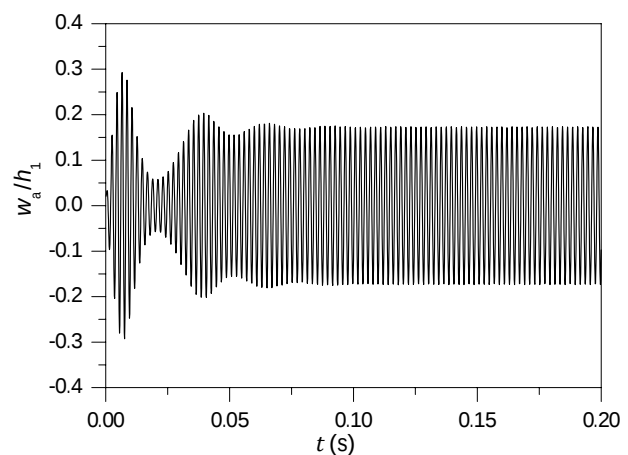
شکل 14 ارتعاشات پس از فلاتر صفحه در فشار دینامیکی $\lambda=1000$ تحت میدان الکتریکی $EF=1\text{ kV/mm}$



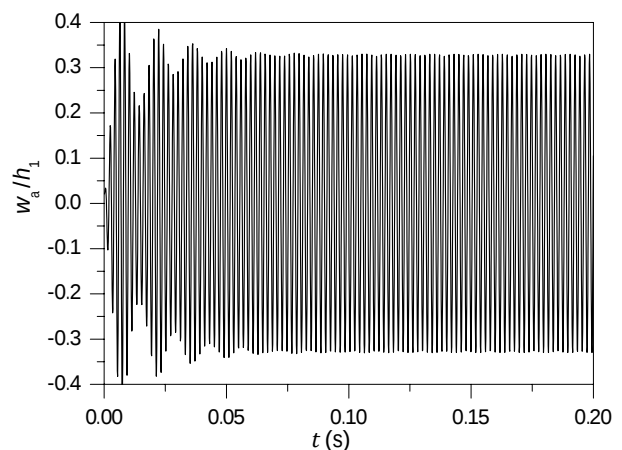
شکل 15 ارتعاشات پس از فلاتر صفحه در فشار دینامیکی $\lambda=1000$ تحت میدان الکتریکی $EF=2\text{ kV/mm}$



شکل 11 پاسخ صفحه به تحریک اولیه در فشار دینامیکی $\lambda=900$ بدون اعمال میدان الکتریکی



شکل 12 ارتعاشات پس از فلاتر صفحه در فشار دینامیکی $\lambda=950$ بدون اعمال میدان الکتریکی



شکل 13 ارتعاشات پس از فلاتر صفحه در فشار دینامیکی $\lambda=1000$ بدون اعمال میدان الکتریکی

دامنه‌ی این نوسانات پس از مدت زمان کوتاهی در یک محدوده‌ی ثابت قرار می‌گیرد. به ارتعاشات سیستم در این حالت اصطلاحاً نوسانات چرخه‌ی حد¹ گفته می‌شود. با افزایش بیشتر فشار ایرودینامیکی دامنه‌ی این نوسانات به سرعت افزایش می‌یابد.

برای بررسی اثر میدان الکتریکی بر ارتعاشات چرخه‌ی حد، در فشار

1- Limit cycle oscillation

- [15] J.-Y. Yeh, L.-W. Chen, Dynamic stability analysis of a rectangular orthotropic sandwich plate with an electrorheological fluid core, *Composite structures*, Vol. 72, No. 1, pp. 33-41, 2006.
- [16] J.-Y. Yeh, Vibration analyses of the annular plate with electrorheological fluid damping treatment, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 43, No. 11, pp. 965-974, 2007.
- [17] G. Vishnu Narayana, N. Ganesan, Critical comparison of viscoelastic damping and electrorheological fluid core damping in composite sandwich skew plates, *Composite structures*, Vol. 80, No. 2, pp. 221-233, 2007.
- [18] R. Venkatachalam, S. B. Prabu, K. V. Raja, Effect of constrained layers on vibrational characteristics of a composite sandwich system—a finite element based critical investigation, *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, Vol. 7, No. 4, pp. 291-298, 2011.
- [19] J. Rezaeepazhand, L. Pahlavan, Transient response of a three layer sandwich plate with electrorheological core and orthotropic faces, in *13th European Conference on Composite Materials-ECCM-13*, 2008.
- [20] J. Rezaeepazhand, L. Pahlavan, Transient response of sandwich beams with electrorheological core, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2008.
- [21] S. M. Hasheminejad, M. Nezami, M. A. Panah, Supersonic flutter suppression of electrorheological fluid-based adaptive panels resting on elastic foundations using sliding mode control, *Smart Materials and Structures*, Vol. 21, No. 4, pp. 045005, 2012.
- [22] F. Mohammadi, R. Sedaghati, Vibration analysis and design optimization of sandwich cylindrical panels fully and partially treated with electrorheological fluid materials, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 23, No. 15, pp. 1679-1697, 2012.
- [23] F. Mohammadi, R. Sedaghati, Effects of pressure and temperature on the vibration behavior of sandwich cylindrical shells, *Journal of Sandwich Structures and Materials*, pp. 1099636211426627, 2011.
- [24] J. Rahiminasab, J. Rezaeepazhand, Aeroelastic stability of smart sandwich plates with electrorheological fluid core and orthotropic faces, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 24, No. 5, pp. 669-677, 2013.
- [25] M. Hoseinzadeh, J. Rezaeepazhand, Improvement of the vibrational behavior of the cross ply laminated sandwich plate by smart elastomeric layer, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 11, pp. 47-58, 2015 (In Persian).
- [26] K. Malekzade Fard, Gh. Payganeh, F. Rashed Saghavaz, Free vibration and Low velocity impact Analysis of sandwich plates with Smart Flexible cores, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 13, pp. 191-200, 2015 (In Persian).
- [27] S.-Y. Kua, *Aerothermoelastic Analysis of Composite Sandwich Plates*, PhD Thesis, Department of Aeronautics & Astronautics, National Cheng Kung University, Taiwan, 2002.
- [28] J. N. Reddy, *Energy principles and variational methods in applied mechanics*, pp. 475-477: John Wiley & Sons, 2002.
- [29] J. Chen, D. Dawe, S. Wang, Nonlinear transient analysis of rectangular composite laminated plates, *Composite Structures*, Vol. 49, No. 2, pp. 129-139, 2000.
- [30] W. Jung, W. Jeong, S. Hong, S.-B. Choi, Vibration control of a flexible beam structure using squeeze-mode ER mount, *Journal of sound and vibration*, Vol. 273, No. 1, pp. 185-199, 2004.

اثرات میدان الکتریکی، ضخامت لایه سیال الکترورنولوژیکی و چیدمان لایه‌ها بر زمان نشست ارتعاشات در شرایط مرزی مختلف بررسی شد. به طور کلی هر چه شرایط مرزی صفحه مقیدتر می‌شود، اثر میدان الکتریکی و ضخامت هسته بر زمان نشست کمتر به چشم می‌آید.

تحلیل ارتعاشات پس از فلاتر صفحه‌ی ساندویچی نشان داد که لایه‌ی الکترورنولوژیکی تأثیری بر دامنه‌ی ارتعاشات ندارد، و تنها می‌تواند زمان رسیدن به دامنه‌ی نهایی را تغییر دهد.

5- مراجع

- [1] D. Johnson, D. A. Kienholz, Finite element prediction of damping in structures with constrained viscoelastic layers, *AIAA Journal*, Vol. 20, No. 9, pp. 1284-1290, 1982.
- [2] S. Grover, A. D. Kapur, Shock response of viscoelastically damped sandwich plates, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 85, No. 3, pp. 355-364, 1982.
- [3] S. A. Nayfeh, K. K. Varanasi, A model for the damping of torsional vibration in thin-walled tubes with constrained viscoelastic layers, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 278, No. 4-5, pp. 825-846, 2004.
- [4] M. C. Ray, J. Oh, A. Baz, Active constrained layer damping of thin cylindrical shells, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 240, No. 5, pp. 921-935, 2001.
- [5] H.-J. Wang, L.-W. Chen, Vibration and damping analysis of annular plates with constrained damping layer treatments, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 264, No. 4, pp. 893-910, 2003.
- [6] S. Yi, K. Y. Sze, A finite element formulation for composite laminates with smart constrained layer damping, *Advances in Engineering Software*, Vol. 31, No. 8-9, pp. 529-537, 2000.
- [7] H. Zheng, C. Cai, G. S. H. Pau, G. R. Liu, Minimizing vibration response of cylindrical shells through layout optimization of passive constrained layer damping treatments, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 279, No. 3-5, pp. 739-756, 2005.
- [8] S. W. Kung, R. Singh, Complex eigensolutions of rectangular plates with damping patches, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 216, No. 1, pp. 1-28, 1998.
- [9] N. Kumar, S. P. Singh, Experimental study on vibration and damping of curved panel treated with constrained viscoelastic layer, *Composite Structures*, Vol. 92, No. 2, pp. 233-243, 2010.
- [10] I.-K. Oh, Dynamic characteristics of cylindrical hybrid panels containing viscoelastic layer based on layerwise mechanics, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 38, No. 2, pp. 159-171, 2007.
- [11] W.-H. Shin, I.-K. Oh, J.-H. Han, I. Lee, Aeroelastic characteristics of cylindrical hybrid composite panels with viscoelastic damping treatments, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 296, No. 1-2, pp. 99-116, 2006.
- [12] W.-H. Shin, I.-K. Oh, I. Lee, Nonlinear flutter of aerothermally buckled composite shells with damping treatments, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 324, No. 3-5, pp. 556-569, 2009.
- [13] J.-Y. Yeh, L.-W. Chen, Dynamic stability of a sandwich plate with a constraining layer and electrorheological fluid core, *Journal of sound and vibration*, Vol. 285, No. 3, pp. 637-652, 2005.
- [14] J.-Y. Yeh, L.-W. Chen, Dynamic stability of a sandwich plate with a constraining layer and electrorheological fluid core, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 285, No. 3, pp. 637-652, 2005.