



## روش معکوس نوین برای تعیین خواص تک لایه کامپوزیتی از یک کامپوزیت لایه ای

محمود مهرداد شکریه<sup>1\*</sup>، رضا معدولیت<sup>2</sup>، بهادر بستانی<sup>3</sup>، احمد قاسمی قلعه بهمنی<sup>4</sup>، وحید محمودیان<sup>5</sup>

1- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

3- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

4- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان

5- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

\*تهران، صندوق پستی 16846-13114، shokrieh@iust.ac.ir

### چکیده

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 25 مرداد 1393

پذیرش: 17 آبان 1393

ارائه در سایت: 26 آذر 1393

کلید واژگان:

روش معکوس

چندلایه های کامپوزیتی

مشخصه یابی مادی

المان محدود

بهینه سازی

در این تحقیق یک روش نوین ترکیبی از نتایج آزمایشگاهی و حل عددی برای تعیین ثوابت الاستیک ورق های اورتوتروپیک نازک و ضخیم و با چیدمان های مختلف و همچنین ورق های همگن با شرایط مرزی متفاوت، پیشنهاد شده است. این روش از داده های آزمایش ارتعاشی و حل عددی متناظر و روش بهینه سازی استفاده می کند. داده های آزمایشگاهی یک دسته از فرکانس های ویژه است که از ارتعاش عرضی ورق به دست می آید. همچنین، حل عددی بر مبنای مدل سازی با استفاده از روش المان محدود در یک نرم افزار تجاری حاصل می شود. برای تعیین ثوابت مادی ورق توسط روش معکوس از الگوریتم بهینه سازی انبوه ذرات در نرم افزار متلب بهره برداری شده است. از مجموع مربعات اختلاف بین مقادیر اندازه گیری شده آزمایشگاهی و محاسبه شده حل عددی فرکانس های ویژه به عنوان تابع خطا استفاده شده است. اعتبارسنجی، کارایی و توانایی روش پیشنهاد شده در این مقاله با استفاده از داده های آزمایشگاهی و تحلیلی در دسترس از دیگر مقالات بررسی شده است. دقت بالاتر نتایج به دست آمده از این روش نسبت به روش های موجود ارائه شده در مقالات تحت بررسی، به خوبی اعتبار روش پیشنهاد شده را تایید می کند.

## A new inverse method for determination of unidirectional ply mechanical properties of a laminated composite

Mahmood Mehrdad Shokrieh<sup>1\*</sup>, Reza Madoliat<sup>1</sup>, Bahador Bostani<sup>1</sup>, Ahmad Ghasemi Ghalebahmani<sup>2</sup>, Vhid Mahmoodian<sup>3</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Semnan University, Semnan, Iran

3- Department of Industrial Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

\*P.O.B. 16846-13114, Tehran, Iran, shokrieh@iust.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 16 August 2014  
Accepted 08 November 2014  
Available Online 17 December 2014

**Keywords:**  
Inverse Method  
Laminated Composites  
Material Characterization  
Fem  
Optimization

### ABSTRACT

In the present paper, a new combined technique consisting of experimental results and numerical solution for determination of elastic constants of thin and thick orthotropic plates with various stacking sequences, and also isotropic plates under different boundary conditions is proposed. This new proposed technique makes use of vibrational test data, corresponding numerical solution and optimization methods. The vibration test data consists of a set of eigen frequencies that are obtained from transverse vibration test of the plate. The numerical solution is based on a finite element method using a commercial program. Material constants of the plate are determined by use of inverse method and a particle swarm optimization algorithm in MATLAB software. The error function is based on the sum of square difference between experimental data and numerical data of eigen frequencies solution. The validation, performance and ability of the proposed technique in this paper are discussed using experimental and numerical data available in the literature. The higher accuracy of results obtained by the present method in comparison with other methods proved the validity and capability of the new proposed method.

مانند کامپوزیت های پلیمری تقویت شده با الیاف<sup>1</sup> نسبت به تعیین خواص مادی برای مواد همگن بسیار پیچیده تر است. تعداد ثوابت مادی بیشتر و تنوع این مواد زیادتر شده و همچنین یک سری پیچیدگی های اضافی بر اثر طبیعت ناهمگن این مواد به وجود آمده است [2]. روش های بر مبنای آزمایش های

### 1- مقدمه

داشتن اطلاعات صحیح از ثوابت مادی کامپوزیت ها در بسیاری از کاربردهای مهندسی مانند طراحی یا کنترل کیفیت سیستم های پیشرفته با ساختار کامپوزیتی، اهمیت ویژه ای دارد [1]. تعیین ثوابت مادی برای مواد مرکب

1- Fiber Reinforce Plastic (FRP)

لیو و همکاران [13]، برای تعیین ثوابت الاستیک چندلایه‌های ناهمگن، از پاسخ‌های موج دینامیکی، به عنوان داده‌های رفتار ساختاری استفاده کرده‌اند. لیو و زی [14] از روش عددی مرکب<sup>11</sup> و هالکویست [15] از نرم‌افزار ال‌اس-داین<sup>12</sup> برای ارتباط بین پاسخ‌های دینامیکی و ثوابت مادی ساختارهای کامپوزیتی به عنوان حل مستقیم استفاده کرده‌اند. این حل کننده‌های مستقیم کارا و صحیح راهی را برای اجرای موفق فرآیندهای معکوس ایجاد می‌کنند چرا که شاید هزاران محاسبات مستقیم در یک فرآیند معکوس مورد نیاز باشد.

سپهوند و ماربرگ [16] با استفاده از بسط توابع چندجمله‌ای چائوس موفق شدند از داده‌های آزمایشگاهی که از آنالیز مودال به‌دست آورده بودند، ثوابت الاستیک ورق‌های اورتوتروپیک را شناسایی کنند. پارامترهای مدل آن-ها به‌وسیله بسط توابع چندجمله‌ای عمومی چائوس<sup>13</sup> که در آن ثوابت مجهول، با استفاده از مسئله معکوس تصادفی محاسبه می‌شوند، به‌دست آمد. ریکاردز و همکاران [17]، از یک مدل مشابه کار سوارس برای تحلیل چندلایه کامپوزیتی استفاده کردند، اما در کار آن‌ها به جای استفاده از حداقل کردن توابع خطا، آزمایش‌های فیزیکی برای اندازه‌گیری فرکانس‌های ویژه به وسیله هولوگرافی تلویزیونی زمان واقعی<sup>14</sup> بر روی صفحات نمونه اجرا شد. روش المان محدود توسط ایشان برای به‌دست آوردن داده‌های عددی در نقاط مرجع استفاده و سپس صفحات پاسخ تعیین شد. بر مبنای صفحات پاسخ و فرکانس‌های ویژه آزمایشگاهی، تعیین خواص مادی ورق‌ها اجرا شده است. آراجو و همکاران [18]، به شناسایی خواص وابسته به فرکانس‌های طبیعی ساندویچ پل‌های کامپوزیتی با هسته ویسکوالاستیک پرداختند. آن‌ها از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالا برای مدل کردن رفتار ارتعاشی هسته ویسکوالاستیک و از تئوری تغییر شکل برشی خطی برای مدل کردن رفتار چندلایه‌های کامپوزیتی رویی استفاده کردند. در نهایت آن‌ها مدل‌های حل مستقیم را در مدل المان محدود برای حل معکوس مهیا کردند. ایپ و همکاران [19]، به تعیین ثوابت الاستیک پوسته‌های اورتوتروپیک استوانه‌ای با استفاده از روش تخمین بایسین<sup>15</sup> بر مبنای فرکانس‌های طبیعی به‌دست آمده از مدل با شرایط مرزی آزاد-آزاد پرداختند. اسکواری و همکاران [20] با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم و به‌کارگیری آن در مدل‌های المان محدود موفق شدند خواص مکانیکی و میرایی ساندویچ پل‌های کامپوزیتی را شناسایی کنند. آن‌ها برای به‌دست آوردن داده‌های آزمایشگاهی‌شان از آنالیز مودال، به جای آزمایش مرسوم ضربه، از یک ستاپ<sup>16</sup> اندازه‌گیری بدون تماس با یک تحریک به وسیله بلندگو و یک تداخل‌سنج<sup>17</sup> اسکنر لیزری برای عکس‌برداری پاسخ‌های زمانی پل‌های کامپوزیتی نسبت به تحریک صوتی انجام شده، استفاده کردند. هوانگ و چانگ [21] برای ساده-سازی فرآیند مدل‌سازی و برای کاهش پیچیدگی‌های حل عددی، از تحلیل المان محدود و طراحی فرآیند بهینه‌سازی به کمک برنامه‌های تجاری آماده برای تعیین ثوابت الاستیک ورق‌های کامپوزیتی نازک و ضخیم و ورق‌های آلومینیومی استفاده کردند. در کار آن‌ها از نرم‌افزار تجاری انسیس<sup>18</sup> برای تحلیل المان محدود و فرآیند بهینه‌سازی استفاده شده است. دئوبالد و گیبسون [22] به تعیین چهار خواص مکانیکی مستقل ورق‌های اورتوتروپیک

استاتیکی رایج مانند آزمایش ساده کشش، هنگامی که برای مواد کامپوزیتی مورد استفاده قرار می‌گیرند با مشکلاتی مواجه می‌شوند. مشکلات خاصی مانند تأثیرات تکیه‌گاهی، وابستگی به اندازه نمونه و وجود میادین غیریکنواخت تنش-کرنش در یک چنین آزمایش‌هایی معمولاً باعث به‌وجود آمدن پراکندگی‌ها و خطاهای گسترده‌ای در نتایج آزمایش‌ها می‌شوند. علاوه-بر این، مخرب بودن این گونه آزمایش‌ها و عدم امکان تکرار آزمایش بر روی یک نمونه خاص از دیگر معایب روش‌های آزمایشگاهی مرسوم برای تعیین خواص مواد هستند. بنابراین، روش‌های مفید جدیدی که توانایی اجرا بر روی ساختارهای واقعی را دارند مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. برای برطرف کردن مشکلات مذکور از بین روش‌های پیشنهاد شده، ارزیابی غیر مخرب<sup>1</sup> خواص مادی کامپوزیت‌ها با استفاده از روش‌های محاسباتی معکوس<sup>2</sup> بسیار امید بخش به نظر می‌رسند [3].

در روش‌های محاسباتی معکوس برای تعیین خواص کامپوزیت‌ها، از روابط پیچیده بین رفتارهای ساختاری و خواص مادی آن‌ها استفاده می‌شود. این روابط معمولاً به‌وسیله یک مدل محاسباتی و ریاضی شناخت شده که تحت عنوان حل مستقیم شناخته می‌شود، معرفی می‌شود. بنابراین، اگر یک دسته از داده‌های اندازه‌گیری شده آزمایشگاهی برای رفتار ساختاری وجود داشته باشند، خواص مادی کامپوزیت می‌تواند به‌وسیله حل یک مسئله معکوس تعیین شود. استفاده از امواج فراصوت، آنالیز مودال و استخراج فرکانس‌های طبیعی و همچنین پاسخ دینامیکی سطح از جمله آزمایش‌های استفاده شده در این روش هستند.

میگنوگنا و همکاران، به بررسی استفاده از سرعت موج فراصوت<sup>3</sup> برای محاسبه ضرایب الاستیک بسیاری از کامپوزیت‌های غیرهمگن پرداخته-اند [5،4]. راخیلین و همکاران [6،7]، اصلاحات متعددی را برای روش شناوری فراصوت برای تعیین ثوابت الاستیک کامپوزیت‌ها پیشنهاد کرده‌اند. در این روش‌ها معادله کریستوفل<sup>4</sup> برای برقراری رابطه بین خواص مادی و سرعت موج حجمی<sup>5</sup> اختیار شده است که به‌طور قابل ملاحظه روش‌های پیچیده‌ای برای اندازه‌گیری سرعت فاز موج‌های حجمی فراصوت در مواد غیرهمگن نیاز بوده است. روش‌های فراصوتی دیگری مانند روش موج هدایت شده<sup>6</sup> توسط براتون و داتا [8]، روش موج سطحی<sup>7</sup> توسط رز و همکاران [9] و روش اندازه-گیری تشدید<sup>8</sup> توسط ناکامورا و کیمورا [10] نیز برای تعیین ثوابت الاستیک پیشنهاد شده است. ساچه و کیم [11] جزئیات روش اصل نقطه-فرستنده/نقطه-گیرنده<sup>9</sup>، که فرآیندی است برای اندازه‌گیری سرعت گروهی<sup>10</sup> را شرح داده‌اند. این روش بر مبنای استفاده از این واقعیت است که سرعت-های گروه امواج فراصوت در یک مسیر در حرکت بین دو نقطه در یک نمونه را می‌توان از اندازه‌گیری زمان رسیدن موج مشخص کرد. بالاسوبرامانیام و راثو [12] به بررسی تعیین خواص استحکامی مادی کامپوزیت‌های تقویت شده با الیاف تک‌جهته با استفاده از اطلاعات میزان انحراف امواج فراصوت حجمی پرداخته‌اند. آن‌ها در مطالعاتشان از الگوریتم ژنتیک به‌عنوان روش محاسباتی معکوس استفاده کرده‌اند و نهایتاً یک بحث تفصیلی بر روی مزایا و معایب استفاده از الگوریتم ژنتیک برای حل این مسئله انجام داده‌اند.

1- Nondestructive evolution (NDE)

2- Inverse method

3- Ultrasonic wave velocity

4- Christoffel

5- Bulk wave

6- Guided-wave

7- Surface-wave

8- Resonance

9- Point-source/point-receiver (PS/PR)

10- Group velocity

11- Hybrid Numerical Method (HNM)

12- LS-DYNA

13- Generalized Polynomial Chaos (gPC)

14- Real-time television holography

15- Bayesian

16- Setup

17- Interferometer

18- ANSYS

نازک پرداختند. در روش آن‌ها از تئوری کلاسیک لایه‌ای و فرمولاسیون ریلی سه موده بهینه شده با یک تابع هدف حداقل مجموع مربعات اختلاف بین مقادیر اندازه‌گیری شده آزمایشگاهی و محاسبه شده حل عددی فرکانس‌های ویژه، استفاده شده است.

در مطالعه حاضر، با ارایه یک روش جدید از آنالیز ارتعاشی و فرکانس‌های ویژه به عنوان نتایج آزمایشگاهی استفاده شده است. دقت جواب‌های به‌دست آمده از روش معکوس بستگی به موارد مختلفی از جمله دقت لازم و کافی در روش استفاده شده برای مدل‌سازی ارتعاشی و حل مسئله مقدار ویژه دارد. در این مطالعه از کد تجاری المان محدود اباکوس<sup>1</sup> برای مدل‌سازی ارتعاشی و محاسبه فرکانس‌های ویژه ورق‌های همگن و اورتوتروپیک نازک و ضخیم استفاده شده است. برای تعیین چهار ثابت مادی این ورق‌ها توسط روش معکوس از الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات در نرم‌افزار متلب<sup>2</sup> استفاده شده است. از مجموع مربعات اختلاف بین مقادیر اندازه‌گیری شده آزمایشگاهی و محاسبه شده حل عددی فرکانس‌های ویژه به عنوان تابع خطا استفاده شده است. با برقراری ارتباط بین کدهای نوشته شده در نرم‌افزارهای متلب و اباکوس، امکان اجرای فرایند بهینه‌سازی رفت و برگشتی<sup>3</sup> مذکور فراهم آمده است. نتایج به‌دست آمده از روش ارائه شده در این مطالعه، با مقایسه نتایج به‌دست آمده از روش‌های ارائه شده در مقالات دیگر، اعتبارسنجی شده است.

## 2- مدل‌سازی ارتعاشی ورق (حل مستقیم)

روش مدل‌سازی که در آن پارامترهای ساختاری ماده معلوم هستند و از طریق این پارامترهای ساختاری می‌توان رفتار فیزیکی ساختار را پیش‌بینی کرد، معمولاً تحت عنوان مدل‌سازی مستقیم<sup>4</sup> یا حل پیشرو<sup>5</sup> شناخته می‌شود [23]. به عنوان نمونه مدل‌سازی مستقیم این مسئله ارتعاشی، شامل مدلی است که بتواند با داشتن چهار ثابت الاستیک مستقل ورق‌های اورتوتروپیک نازک دوبعدی (هر لایه به‌صورت ماده همگن عرضی<sup>6</sup>)، فرکانس‌های ویژه و شکل مودها را تولید کند. بدین منظور از یک کد المان محدود تجاری در دسترس (اباکوس 6/12-1) برای مدل‌سازی ارتعاشات آزاد نامیری یک ورق استفاده شده است.

فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای ورق‌ها به وسیله آنالیز مودال توسط نرم‌افزار اباکوس استخراج شده‌اند. تمامی مدل به وسیله المان ورق با هشت گره و شش درجه آزادی برای هر گره (المان اس 8 آر<sup>7</sup>) مش‌بندی شده است. این المان مخصوص ورق‌های نازک و ضخیم است و قابلیت اعمال شدن بر روی مواد همگن و اورتوتروپیک را داراست [24].

## 3- طراحی بهینه‌سازی به روش الگوریتم انبوه ذرات

### 3-1- معرفی الگوریتم انبوه ذرات

مسئله تعیین ثوابت الاستیک به‌صورت معکوس می‌تواند به‌صورت یک مسئله بهینه‌سازی مطرح شود. یکی از الگوریتم‌های قوی بهینه‌سازی که امروزه بسیار مورد توجه محققین قرار گرفته است الگوریتم انبوه ذرات است [26, 25]. این الگوریتم با تعدادی از حدس‌های اولیه برای هر متغیر

طراحی، که در این الگوریتم تحت عنوان جمعیتی از جواب‌های تصادفی شناخته می‌شود، آغاز و برای پیدا کردن جواب بهینه، آن‌ها را طی جابه‌جایی‌های مکرری در فضای مسئله بهبود می‌دهد. در این الگوریتم هر متغیر طراحی از جمعیت که با عنوان ذره شناخته می‌شود، دارای سرعتی است که آن‌ها را قادر به حرکت در فضای مسئله می‌سازد و جایگزین ترکیب و جهش در سایر الگوریتم‌های جمعیتی (الگوریتم‌هایی که برای هر متغیر طراحی بیش از یک حدس اولیه فضای مسئله را جستجو می‌کند) مانند الگوریتم ژنتیک، شده است [27]. سرعت را در این الگوریتم می‌توان توسط برداری در فضای مسئله تعریف کرد. لذا، هر ذره با یک مکان (جواب) و یک سرعت شناخته می‌شود. جابه‌جایی یک ذره از طریق اطلاعات مکان جاری ذره و سرعت آن صورت می‌گیرد. یعنی برآیند جواب فعلی با بردار سرعت، جواب هر ذره را در تکرار بعدی مشخص خواهد کرد. فرایند جابه‌جایی را می‌توان از طریق رابطه (2) شبیه‌سازی نمود. هر ذره اطلاعات بهترین مکانی که تاکنون داشته و همین‌طور بهترین مکانی که تمام ذرات به آن رسیده‌اند را نیز دارد و مطابق رابطه (1) برای برآورد بردار سرعت در تکرار بعدی استفاده می‌شود.

$$v_i^{n+1} = wv_i^n + c_1 r_1^n (p_i^n - x_i^n) + c_2 r_2^n (p_g^n - x_i^n) \quad (1)$$

$$x_i^{n+1} = x_i^n + v_i^{n+1} \quad (2)$$

که در آن  $w$  وزن اینرسی،  $c_1$ ،  $c_2$  ثوابت مثبت که به‌ترتیب پارامترهای اجتماعی و خودشناختی هستند، و  $m$  و  $i = 1, 2, \dots, m$  اندازه جمعیت است.  $r_1$ ،  $r_2$  مقادیر تصادفی با توزیع یکنواخت بین [0 و 1] هستند و  $n = 1, 2, \dots, N$  بیانگر شماره تکرار و  $N$  حداکثر تکرار مجاز است. اولین عبارت سمت راست رابطه (1) سرعت قبلی ذره است که آن را برای حرکت در فضای مسئله قادر می‌سازد. عبارات دوم و سوم نیز به‌ترتیب تغییر سرعت براساس بهترین جواب هر ذره و بهترین جواب کل ذرات را نشان می‌دهند [28]. بدیهی است که هرچه مقدار پارامتر اجتماعی بیشتر باشد، بردار سرعت تمایل بیشتری به سمت بهترین جواب کل ذرات و همین‌طور هر چه پارامتر خود شناختی بیشتر باشد بردار سرعت تمایل بیشتری به سمت بهترین جوابی که ذره تجربه کرده است، خواهد داشت. در حالت کلی می‌توان الگوریتم انبوه ذرات را در سه واژه خلاصه کرد: ارزیابی، مقایسه و تقلید. فاز ارزیابی، مطلوبیت خطای هر ذره موجود را اندازه می‌گیرد. فاز مقایسه بهترین ذره در بین تمام ذرات را تعیین می‌کند و در فاز تقلید، مکان جدید ذرات براساس دانشی که تاکنون به‌دست آمده، مشخص می‌شود. این سه فاز تا زمانی که شرط خاتمه‌ای ارضا نشود ادامه پیدا می‌کند. هدف نهایی پیدا کردن ذره‌ای است که بهترین جواب را برای مسئله هدف داشته باشد.

### 3-2- تعریف مسئله

متغیرهای طراحی در این مسئله همان چهار ثابت الاستیک مستقل ورق‌های از جنس مواد همگن متقاطع هستند. این ثوابت عبارت‌اند از  $E_1$ ،  $E_2$ ،  $u_{12}$ ،  $G_{12}$ ، که به‌ترتیب معرف مدول یانگ در راستا و عمود بر راستای الیاف، ضریب پواسون درون صفحه‌ای و مدول برشی درون صفحه‌ای هستند. برای مدل‌سازی در نرم‌افزار اباکوس به ثوابت  $G_{13}$ ،  $G_{23}$  نیز نیاز است که برای مواد همگن عرضی توسط رابطه (3) تعریف شده‌اند [29].

- 1- ABAQUS
- 2- MATLAB
- 3- Alternative optimization
- 4- Direct model
- 5- Forward solution
- 6- Transversely Isotropic material
- 7- SBR

می‌گیرد و به این ترتیب ذره متناظر جریمه می‌شود. اما اگر جواب موجه باشد، برای انجام محاسبات به نرم‌افزار اباکوس داده می‌شود. مجموع مربعات انحراف خروجی‌ها از مقادیر هدف، خطای جواب مورد نظر خواهد بود.

#### 4- عملکرد روش معکوس برای تعیین ثوابت الاستیک

برای تعیین ثوابت الاستیک لازم است مدل‌سازی مستقیم توضیح داده شده در قسمت 2 با کدهای نوشته شده برای الگوریتم بهینه‌سازی در نرم‌افزار متلب که در قسمت 3 توضیح داده شد، مرتبط شوند. به عبارت دیگر باید بتوان پلی ارتباطی بین دو نرم‌افزار اباکوس و متلب ایجاد کرد تا بتوان هم فرکانس‌های ویژه ایجاد شده در اباکوس را در متلب فراخوانی کرد و هم ثوابت الاستیک ایجاد شده در متلب را در اباکوس. این فرایند رفت و برگشتی آنقدر بین دو نرم‌افزار تکرار می‌شود تا تابع خطای تعریف شده در رابطه (4) کمینه شود. لذا، در این قسمت به توضیح چگونگی عملکرد و ارتباط این دو نرم‌افزار با هم پرداخته شده است. برای فهم بهتر، توضیح چگونگی عملکرد این فرآیند به صورت مرحله به مرحله آورده شده است و این الزاماً به معنی تقدم زمانی اجرای این مراحل در روند فرآیند نیست. فلوچارت الگوریتم حل این روش معکوس در شکل 1 نمایش داده شده است. مرحله اول: ثوابت الاستیک توسط کدهای نوشته شده در متلب تولید می‌شوند. مرحله دوم: یک فایل متنی توسط خود همین کد ایجاد شده و این ثوابت طبق دستورات نوشته شده در خود همین کد داخل این فایل متنی ذخیره می‌شوند. مرحله سوم: اجرای نرم‌افزار اباکوس بدون اجرای محیط گرافیکی توسط کد نوشته شده به زبان پایتون که این کد در مرحله بعدی (مرحله چهارم) توضیح داده شده است. دستورات لازم برای اجرای این مرحله نیز در کد نوشته شده در نرم‌افزار متلب آمده است. مرحله چهارم: در این مرحله از قبل یک کد به زبان برنامه نویسی پایتون، که زبان قابل فهم برای نرم‌افزار اباکوس است نوشته شده است. در این کد دستورات لازم برای خواندن ثوابت الاستیک نوشته شده در فایل متنی مرحله دوم، ورود آن‌ها به اباکوس، گرفتن فرکانس‌های ویژه تولید شده در مدل‌سازی در نرم‌افزار اباکوس، تولید یک فایل متنی دیگر و نهایتاً ذخیره مقدار این فرکانس‌ها در این فایل متنی نوشته شده است. مرحله پنجم: مدلی که از قبل در اباکوس جهت تعیین فرکانس‌های طبیعی ورق‌ها ایجاد شده است، اجرا می‌شود. مرحله ششم: کد نوشته شده به زبان پایتون فرکانس‌های ویژه را که در مرحله قبل توسط مدل ایجاد شده در اباکوس، به دست آمده‌اند، فراخوانی می‌کند. مرحله هفتم: کد نوشته شده به زبان پایتون فرکانس‌هایی را که در مرحله قبل از اباکوس فراخوانی کرده بود، در یک فایل متنی واسطه دوم ذخیره می‌کند. مرحله هشتم: کدهای نوشته شده در نرم‌افزار متلب فرکانس‌های ذخیره شده در فایل متنی واسطه دوم را فراخوانی می‌کند و در تابع خطای تعریف شده در رابطه (4) بررسی می‌شود. در هر مرحله از این فرایند رفت و برگشتی هر موقع تابع خطا کمینه شود، فرایند متوقف و ثوابت الاستیکی که به واسطه آن‌ها این فرکانس‌ها تولید و تابع خطا کمینه شده است نمایش داده می‌شوند و در غیر این صورت این فرایند تا کمینه شدن تابع خطا ادامه پیدا می‌کند.

#### 5- نتایج و بحث

##### 5-1- اعتبارسنجی مدل‌سازی المان محدود

به دلیل استفاده از فرکانس‌های ویژه محاسبه شده از حل عددی در تابع هدف

$$G_{12} = G_{13}$$

$$G_{23} = \frac{E_2}{2(1+\nu_{23})}, \quad \nu_{23} = \frac{\nu_{12}(1-\nu_{12}\frac{E_2}{E_1})}{1-\nu_{12}} \quad (3)$$

تابع هدف که باید به وسیله الگوریتم بهینه‌سازی کمینه شود توسط رابطه (4)

تعریف می‌شود، که در آن  $\omega_i$  فرکانس اندازه‌گیری شده آزمایشگاهی و  $\omega_i$  فرکانس محاسبه شده از حل عددی است.

$$F = \sum_{i=1}^6 (\omega_i - \omega_i)^2 \quad (4)$$

فضای مسئله که همان حدود بالا و پایین ثوابت الاستیک است، در رابطه (5) نشان داده شده است.

$$\begin{aligned} 10 < E_1 \text{ (GPa)} < 200 \\ 5 < E_2 \text{ (GPa)} < 40 \\ 5 < G_{12} \text{ (GPa)} < 30 \\ 0.15 < \nu_{12} < 0.4 \end{aligned} \quad (5)$$

برای اینکه ماتریس استحکام (ماتریس مرتبط کننده بین ماتریس تنش و کرنش)، مثبت معین باشد لازم است یک سری روابط بین ثوابت الاستیک مسئله برقرار باشد این روابط که در رابطه (6) نمایش داده شده‌اند، به عنوان قیدهایی برای الگوریتم تعریف می‌شوند [30].

$$\begin{aligned} 1) & [1 - (\nu_{23})^2][1 - \nu_{12}^2 \frac{E_2}{E_1}] - [\nu_{12} \frac{E_2}{E_1} \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} + \nu_{12} \nu_{23} \sqrt{\frac{E_2}{E_1}}]^2 > 0 \\ 2) & \left| \frac{\nu_{12}(1 - \nu_{12} \frac{E_2}{E_1})}{1 - \nu_{12}} \right| < 1 \\ 3) & |\nu_{12}| < \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} \\ 4) & \frac{E_1}{E_2} > 1 \end{aligned} \quad (6)$$

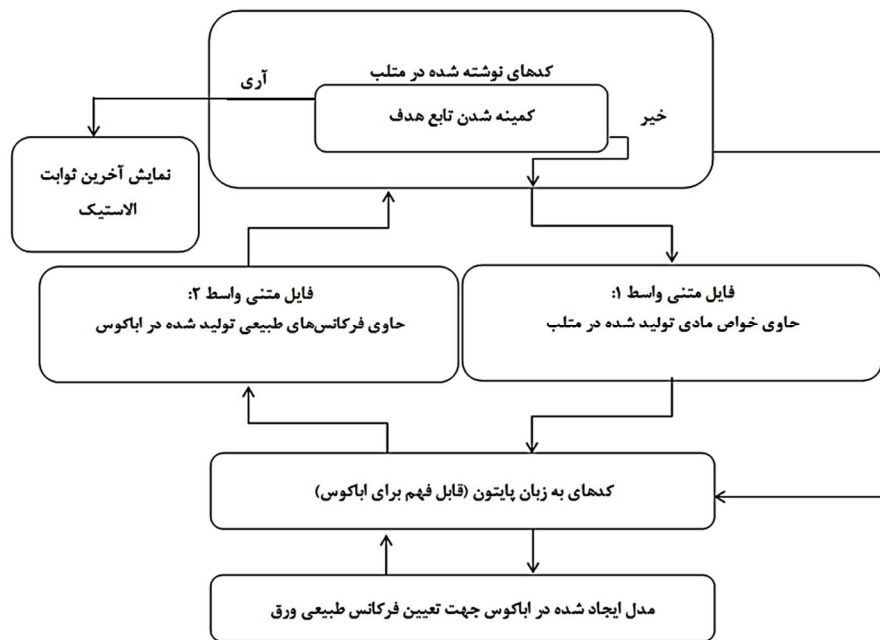
#### 3-3- الگوریتم حل

##### 3-3-1- جمعیت اولیه

برای تولید جمعیت ذرات اولیه ابتدا مقدار  $E_2$  در حدود تعیین شده به صورت تصادفی تعیین می‌شود. سپس، با توجه به اینکه  $E_1$  حدود بازتری از  $E_2$  دارد و مطابق قید چهارم رابطه (6) باید از  $E_2$  بزرگ‌تر باشد، مقدار آن به صورت تصادفی بین  $E_2$  و حد بالای  $E_1$  تولید می‌شود. برای تعیین مقدار موجهی از  $\nu_{12}$  مطابق محدودیت سوم، آن نیز در بازه  $[-\sqrt{\frac{E_1}{E_2}}, \sqrt{\frac{E_1}{E_2}}]$  به طور تصادفی تعیین می‌شود.

##### 3-3-2- ارزیابی جواب یا محاسبه تابع خطا

با توجه اینکه جواب اولیه ذرات در فضای موجه دو قید سوم و چهارم تولید شده‌اند، در ارزیابی اولیه نیازی به بررسی این دو قید نیست. اما از آنجا که هیچ تضمینی برای موجه ماندن آن‌ها در تکرارهای بعدی نیست، در فرآیند ارزیابی، موجه بودن آن‌ها نیز باید در کنار دو قید دیگر چک شود. سپس، در صورتی که هر یک از قیود نقض شده باشد، خطای جواب یک مقدار زیاد



شکل 1 فلوچارت الگوریتم حل معکوس

همان‌طور که از جدول 1 مشخص است، فرکانس‌های ویژه به‌دست آمده از مدل‌سازی در نرم‌افزار اباکوس نسبت به مدل‌سازی در نرم‌افزار انسیس و روش ریلی-ریتز، نزدیکی بیشتری به فرکانس‌های آزمایشگاهی و آنالیز مودال دارد و این به معنای دقت بیشتر در مدل‌سازی و حل مستقیم با این روش و نهایتاً دقت بالاتر ثوابت الاستیک به‌دست آمده است.

برای اعتبارسنجی کامل‌تر روش حاضر، برای تعیین فرکانس‌های طبیعی ورق‌های همگن و اورتوتروپیک با چیدمان‌ها و شرایط مرزی مختلف، مثال‌های بیشتری از مقاله هوانگ و چانگ [21] انتخاب شدند. ابعاد، چگالی و چیدمان ورق‌ها در جدول 2 و خواص مکانیکی آن‌ها در جدول 3 موجودند. مقادیر ارائه شده برای خواص مکانیکی ورق‌های آلومینیم از کتاب راهنمای فلزها [31] و برای ورق‌های کامپوزیتی از آزمایش استاتیکی به‌دست آمده‌اند. فرکانس‌های ویژه به‌دست آمده از آزمایش ارتعاشی در جدول 4 و مدل‌سازی در نرم‌افزار اباکوس در جدول 5 نمایش داده شده‌اند. تمامی وجوه ورق‌های کامپوزیتی دارای شرایط مرزی آزاد هستند. در ورق آلومینیومی A1 نیز شرایط مرزی همه وجوه آزاد است. در ورق آلومینیومی A2 وجه بزرگ‌تر آن گیردار و بقیه وجوه دارای شرایط مرزی آزاد هستند.

## 5-2- اعتبارسنجی روش حاضر برای تعیین خواص الاستیک ورق‌های همگن (آلومینیومی)

برای اعتبارسنجی این روش معکوس که در بخش‌های قبلی توضیح داده شده بود، ابتدا ورق آلومینیومی بحث شده در مقاله دنوبالد و گیبسون [22]، که در بالا معرفی شد، تعیین خواص شد. دنوبالد و گیبسون این ورق را مانند یک ماده همگن عرضی در نظر گرفته و سعی کردند برای آن به وسیله آنالیز مودال و روش ریلی-ریتز، چهار ثابت الاستیک را به‌دست آورند. در این مقاله چهار ثابت الاستیک مورد بررسی قرار گرفت، درحالی که ورق آلومینیم یک ماده همگن است و تعیین دو ثابت الاستیک برای آن کافی است، لذا هوانگ و چانگ [21] در مقاله خود علاوه بر تعیین چهار ثابت الاستیک و مقایسه نتایج با مقاله دنوبالد و گیبسون، به تعیین دو ثابت الاستیک نیز پرداختند.

و اهمیت دقت آن‌ها در تعیین ثوابت الاستیک، لازم است ابتدا از صحت و دقت حل مستقیم برای به‌دست آوردن فرکانس‌های ویژه که توسط مدل‌سازی در نرم‌افزار اباکوس صورت می‌گیرد، اطمینان حاصل کرد. برای اعتبارسنجی این مدل‌سازی، ورقی آلومینیومی مورد توجه قرار گرفته است که شش فرکانس ویژه اول آن در مقاله دنوبالد و گیبسون [22] به وسیله روش ریلی-ریتز استخراج شده‌اند و هوانگ و چانگ نیز در مقاله خود [21] برای اعتبارسنجی مدل‌سازی خود در نرم‌افزار انسیس، به استخراج دوباره آن‌ها پرداخته‌اند. ابعاد ورق مربعی آلومینیومی  $25/4 \times 25/4 \times 0/316$  سانتی‌متر مکعب، چگالی  $2/77$  گرم بر سانتی‌متر مکعب، مدول یانگ ورق همگن  $72/4$  گیگا پاسکال، مدول برشی  $28$  گیگا پاسکال، و ضریب پواسون  $0/33$  است. برای هماهنگی نحوه مش‌بندی این ورق با مقالات مذکور، مش‌بندی درون صفحه‌ای  $10 \times 10$  سانتی‌متر در راستای هر وجه و در مجموع  $100$  المان بر روی ورق اعمال شده است. فرکانس‌های ویژه به‌دست آمده از روش ضربه و آنالیز مودال در جدول 1 نشان داده شده است. همچنین، در این جدول فرکانس‌های طبیعی به‌دست آمده از روش ریلی-ریتز، مدل‌سازی در نرم‌افزار انسیس و مدل‌سازی در نرم‌افزار اباکوس نیز نمایش داده شده‌اند. در هر سه روش ثوابت الاستیک حقیقی مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

به‌طور متوسط فرکانس‌های ویژه به‌دست آمده از این سه روش بسیار نزدیک به هم هستند. با این حال هنوز هم فرکانس‌هایی وجود دارند که به خوبی با هم منطبق نیستند و این می‌تواند سبب به‌وجود آمدن خطاهایی ذاتی برای تعیین ثوابت الاستیک به‌صورت معکوس شود. اما با این حال

جدول 1 فرکانس‌های طبیعی ورق آلومینیومی (Hz)

| فرکانس               | $f_1$ | $f_2$ | $f_3$ | $f_4$ | $f_5$ | $f_6$ |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| آزمایش [22]          | 156/7 | 232/5 | 300/4 | 411/7 | 411/7 | 744/9 |
| نرم‌افزار اباکوس     | 160/0 | 233/1 | 297/3 | 412/6 | 412/6 | 741/8 |
| نرم‌افزار انسیس [21] | 161/2 | 231/9 | 294/6 | 413/7 | 413/7 | 728/6 |
| ریلی-ریتز [22]       | 163/2 | 237/6 | 299/9 | 424/3 | 424/3 | 749/4 |

جدول 2 ابعاد و چگالی ورق‌های آلومینیومی و کربن/اپوکسی [22]

| طول (سانتی-متر) | عرض (سانتی-متر) | ضخامت (سانتی-متر) | چگالی (گرم بر سانتی-متر مکعب) | چیدمان       |
|-----------------|-----------------|-------------------|-------------------------------|--------------|
| 30/00           | 28/00           | 0/30              | 2/70                          | آلومینیوم    |
| 28/00           | 25/00           | 0/30              | 2/70                          | A1 (F-F-F-F) |
|                 |                 |                   |                               | A2 (C-F-F-F) |
| 28/15           | 24/55           | 0/20              | 1/54                          | کربن/اپوکسی  |
| 24/50           | 15/30           | 0/20              | 1/54                          | B1           |
| 26/00           | 26/00           | 0/32              | 1/59                          | B2           |
| 24/30           | 15/30           | 0/32              | 1/59                          | C1           |
| 10/10           | 5/30            | 0/35              | 1/55                          | C2           |
| 10/00           | 5/20            | 0/32              | 1/59                          | D1           |
|                 |                 |                   |                               | D2           |

جدول 3 ثوابت الاستیک مرجع آلومینیوم [31] و کربن/اپوکسی [21]

| خواص مکانیکی | $E_1$ (GPa) | $E_2$ (GPa) | $\nu_{12}$ | $G_{12}$ (GPa) | $G_{23}$ (GPa) |
|--------------|-------------|-------------|------------|----------------|----------------|
| آلومینیوم    | 69          | 69          | 0/33       | 25/94          |                |
| کربن/اپوکسی  | 121/2       | 9/34        | 0/23       | 6/25           | 3/0            |

نتایج حاصل از تعیین چهار ثابت الاستیک با استفاده از روش ارائه شده در این مطالعه و مقایسه آن‌ها با میانگین نتایج مقالات دنوبالد و گیبسون و هوانگ و چانگ در جدول شماره 6 و نتایج حاصل از تعیین دو ثابت الاستیک و مقایسه با میانگین نتایج مقاله هوانگ و چانگ در جدول شماره 7 ارائه شده‌اند.

جدول 4 فرکانس‌های طبیعی (Hz) ورق‌های آلومینیم و کربن/اپوکسی مقاله مرجع [21]

| فرکانس      | $f_1$ | $f_2$ | $f_3$ | $f_4$ | $f_5$ | $f_6$ | $f_7$ | $f_8$ | $f_9$ | $f_{10}$ |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| آلومینیوم   |       |       |       |       |       |       |       |       |       |          |
| A1          | 114   | 167   | 218   | 289   | 300   | 497   |       |       |       |          |
| A2          | 39    | 91    | 237   | 261   | 337   | 545   |       |       |       |          |
| کربن/اپوکسی |       |       |       |       |       |       |       |       |       |          |
| B1          | 60    | 82    | 143   | 218   | 232   | 257   |       |       |       |          |
| B2          | 111   | 202   | 290   | 310   | 370   | 555   |       |       |       |          |
| C1          | 102   | 311   | 342   | 364   | 390   | 612   |       |       |       |          |
| C2          | 183   | 370   | 535   | 870   | 944   | 1050  |       |       |       |          |
| D1          | 1670  | 3480  | 3860  | 4400  | 5100  | 6300  | 8800  | 9900  | 10500 | 11000    |
| D2          | 1240  | 2170  | 3310  | 5350  | 6880  | 7030  | 7530  | 8910  | 11340 | 11710    |

جدول 5 فرکانس‌های طبیعی (Hz) ورق‌های آلومینیم و کربن/اپوکسی روش حاضر

| فرکانس      | $f_1$ | $f_2$ | $f_3$ | $f_4$ | $f_5$ | $f_6$ | $f_7$ | $f_8$ | $f_9$ | $f_{10}$ |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| آلومینیوم   |       |       |       |       |       |       |       |       |       |          |
| A1          | 115   | 166   | 218   | 292   | 307   | 500   |       |       |       |          |
| A2          | 40    | 91    | 240   | 266   | 340   | 556   |       |       |       |          |
| کربن/اپوکسی |       |       |       |       |       |       |       |       |       |          |
| B1          | 61    | 84    | 150   | 230   | 231   | 261   |       |       |       |          |
| B2          | 113   | 216   | 304   | 314   | 378   | 560   |       |       |       |          |
| C1          | 100   | 306   | 338   | 360   | 381   | 600   |       |       |       |          |
| C2          | 181   | 370   | 529   | 865   | 938   | 1033  |       |       |       |          |
| D1          | 1661  | 3478  | 3855  | 4368  | 5059  | 6243  | 8769  | 9830  | 1029  | 10959    |
| D2          | 1238  | 2169  | 3315  | 5320  | 6844  | 7015  | 7561  | 8910  | 10986 | 11650    |

جدول 6 چهار ثابت الاستیک به دست آمده برای ورق آلومینیومی

| ثوابت الاستیک               | $E_1$ (GPa)  | $E_2$ (GPa)  | $\nu_{12}$   | $G_{12}$ (GPa) |
|-----------------------------|--------------|--------------|--------------|----------------|
| مقادیر مرجع [22]            | 72/4         | 72/4         | 0/33         | 28/0           |
| مقاله دنوبالد و گیبسون [22] | 69/5 (%-4/0) | 69/9 (%-3/5) | 0/361 (9/4)  | 25/6 (%-8/6)   |
| مقاله هوانگ و چانگ [21]     | 73/5 (%1/5)  | 69/1 (%-4/5) | 0/34 (%3)    | 26 (%-7/1)     |
| روش حاضر                    | 74/2 (%2/5)  | 73/8 (%1/9)  | 0/338 (%2/6) | 29/6 (%5/6)    |

گیردار در عمل برای انجام آزمایش به حالت ایده‌آل که در نرم‌افزار مدل می‌شود، نزدیک‌تر است.

ثوابت الاستیک به‌دست آمده از حل معکوس ارائه شده در این مطالعه نسبت به ثوابت الاستیک به‌دست آمده توسط هوانگ و چانگ [22] و دثوبالد و گیبسون [23] دقت بیشتری دارند. همان‌طور که در جدول 1 مشخص است، فرکانس‌های طبیعی به‌دست آمده از اباکوس نسبت به انسیس و روش ریلی-ریتز با فرکانس‌های آزمایشگاهی نزدیکی بیشتری دارند و همچنین قیود مادی ارائه شده در رابطه (6) سبب می‌شوند که الگوریتم بهینه‌سازی در حدس‌های بدی مجبور شود پارامترهای نزدیکتری به واقعیت تولید کند، لذا این دو عامل سبب می‌شوند ثوابت الاستیک به‌دست آمده از این روش دقیق‌تر باشند.

### 3-5- اعتبارسنجی روش حاضر برای تعیین خواص الاستیک ورق‌های کامپوزیتی اورتوتروپیک

همان‌طور که قبلاً هم ذکر شد، ورق‌های کامپوزیتی از جنس کربن/اپوکسی که همه وجوهشان دارای شرایط مرزی آزاد هستند، برای تعیین خواص مکانیکی اختیار شده‌اند. نمونه B1 دارای ابعاد تقریباً مربعی و نمونه B2 یک ورق مستطیلی است. از لحاظ ابعاد همین شرایط برای نمونه‌های C1 و C2 نیز صدق می‌کند. این چهار نمونه از آنجا که نسبت طول به ضخامت آن‌ها از حدود 50 بیشتر است، به عنوان ورق‌های نازک لحاظ می‌شوند. برای نمونه‌های نوع D این شرایط برقرار نیست، لذا آن‌ها ورق‌های ضخیم تلقی می‌شوند [21]. ثوابت الاستیک به‌دست آمده از روش حاضر و مقایسه آن‌ها با نتایج مقاله هوانگ و چانگ [21] در جدول 9 نمایش داده شده‌اند.

همان‌طور که از جدول 9 مشخص است، ثوابت الاستیک در ورق‌های مربعی و مستطیلی نوع B و C تفاوت زیادی ندارند. بنابراین، در این روش برای تعیین ثوابت الاستیک استفاده از ورق‌های مربعی و یا مستطیلی تفاوت چندانی در نتایج حاصله ایجاد نخواهد کرد. به‌علاوه تغییر در چیدمان و زوایای الیاف بین چیدمان‌های متفاوت بین این سه نوع نمونه نیز، تأثیری در صحت جواب‌های حاصل از روش حاضر نداشته است. برای نمونه‌های B و C مطابقت خوبی بین خواص به‌دست آمده از روش معکوس حاضر و خواص مرجع به‌دست آمده از آزمایش استاتیکی وجود دارد. میزان خطاهای مختلف بین مقادیر محاسبه شده از این روش معکوس و اندازه‌گیری شده از روش آزمایشگاهی برای ثوابت الاستیک الزاماً نمی‌تواند فقط ناشی از وجود خطا در مدل‌سازی ارتعاشی ورق‌ها در نرم‌افزار اباکوس و یا خطا در روش بهینه‌سازی

| جدول 7 دو ثابت الاستیک به‌دست آمده برای ورق آلومینیومی |             |            |
|--------------------------------------------------------|-------------|------------|
| ثوابت الاستیک                                          | $E_1$ (GPa) | $\nu_{12}$ |
| مقادیر مرجع [22]                                       | 72/4        | 0/33       |
| مقاله هوانگ و چانگ [21]                                | (%-0/3)     | (%/7/3)    |
|                                                        | 72/2        | 0/356      |
| روش حاضر                                               | (%/0/35)    | 0/34 (%3)  |
|                                                        | 72/6        |            |

این بدیهی است که نتایج فقط با دو ثابت الاستیک بسیار دقیق‌تر و با صرف زمان کمتری به‌دست می‌آیند. بنابراین، اگر اطمینان وجود داشته باشد که ماده آزمایش شده همگن است، باید تنها به تعیین دو ثابت الاستیک پرداخته شود و حتی اگر چهار ثابت الاستیک هم بررسی شوند نتایج بسیار خوب و منطقی هستند. در صورت بررسی دو ثابت الاستیک، باید شرایط رابطه (7) نیز در الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات اعمال شوند.

$$E_1 = E_2$$

$$G_{12} = \frac{E_1}{2(1 + \nu_{12})} \quad (7)$$

به هر حال، روش معکوس حاضر با چهار ثابت الاستیک برای هر دو مورد مواد همگن و اورتوتروپیک قابل استفاده است.

برای اطمینان از صحت روش معکوس حاضر، جهت تعیین ثوابت الاستیک ورق‌های همگن و اورتوتروپیک با چیدمان‌ها و شرایط مرزی مختلف، ورق‌های بیشتری از مقاله هوانگ و چانگ انتخاب شدند. ابعاد، چگالی و چیدمان این ورق‌ها خواص مکانیکی و همچنین فرکانس‌های طبیعی آن‌ها به‌ترتیب در جداول 2 و 3 و 4 ارائه شدند. با استفاده از فرکانس‌های داده شده در جدول 4، دو و چهار ثابت الاستیک برای ورق‌های A1 و A2 با استفاده از روش حاضر به‌دست آمد که نتایج آن با نتایج حاصل از مقاله هوانگ و چانگ در جدول 8 مقایسه شده‌اند.

برای هر دو نمونه A1 و A2 اگرچه مانند ورق آلومینیم در مقاله دثوبالد و گیبسون [23] تعیین چهار خواص دقت و صحت بسیار خوبی دارد اما، تعیین دو ثابت نسبت به چهار ثابت، سریع‌تر و با دقت بالاتری صورت می‌گیرد. ثوابت نمونه A1 نسبت به نمونه A2 با دقت بالاتری به‌دست آمده‌اند. این به خاطر نزدیکی بیشتر فرکانس‌های طبیعی به‌دست آمده از حل عددی با آزمایشگاهی برای شرایط مرزی وجوه آزاد در مقایسه با شرایط مرزی یک وجه گیردار-سه وجه آزاد است که به‌خوبی در جدول 5 مشهود است. این عامل می‌تواند ناشی از این باشد که پیاده‌سازی شرایط مرزی آزاد نسبت به

جدول 8 ثوابت الاستیک به‌دست آمده برای نمونه‌های آلومینیوم

| ثوابت الاستیک (درصد خطا) | $E_1$ (GPa)  | $E_2$ (GPa)  | $\nu_{12}$    | $G_{12}$ (GPa) |
|--------------------------|--------------|--------------|---------------|----------------|
| مقدار مرجع [31]          | 69           | 69           | 0/33          | 25/94          |
| مقاله هوانگ و چانگ [21]: |              |              |               |                |
| A1                       | 71/4 (%3/5)  | 64/9 (%-5/9) | 0/28 (%-15)   | 24/67 (%-4/9)  |
|                          | 68/8 (%-0/3) |              | 0/32 (%-3)    |                |
| A2                       | 63/2 (%-8/5) | 70/5 (%2/2)  | 0/365 (%10/6) | 25/1 (%-3/2)   |
|                          | 67 (%-2/9)   |              | 0/32 (%-3)    |                |
| روش حاضر:                |              |              |               |                |
| A1                       | 70/8 (%2/6)  | 70/7 (%2/5)  | 0/36 (%9)     | 26/9 (%3/7)    |
|                          | 69/14 (%0/2) |              | 0/34 (%3)     |                |
| A2                       | 73/6 (%6/7)  | 71/1 (%3)    | 0/36 (%9/1)   | 26/7 (%3)      |
|                          | 70/4 (%2/1)  |              | 0/34 (%3)     |                |

جدول 9 ثوابت الاستیک به‌دست آمده برای نمونه‌های کامپوزیتی

| نمونه                   | $E_1$ (GPa) | $E_2$ (GPa) | $\nu_{12}$ | $G_{12}$ (GPa) | $G_{23}$ (GPa) |
|-------------------------|-------------|-------------|------------|----------------|----------------|
| مقدار مرجع [21]         | 121/2       | 9/34        | 0/23       | 6/25           | 3/6            |
| مقاله هوانگ و چانگ [22] |             |             |            |                |                |
| B1                      | 125/5       | 8/55        | 0/34       | 5/4            |                |
| B2                      | 128/7       | 8/10        | 0/33       | 6/05           |                |
| C1                      | 123/7       | 9/96        | 0/35       | 6/85           |                |
| C2                      | 120/2       | 9/96        | 0/35       | 6/85           |                |
| D1                      | 120/0       | 9/60        | 0/21       | 5/70           | 2/9            |
| D2                      | 120/0       | 9/00        | 0/30       | 7/10           | 2/5            |
| روش حاضر:               |             |             |            |                |                |
| B1                      | 122/3       | 9/12        | 0/26       | 6/43           |                |
| B2                      | 123/8       | 9/63        | 0/30       | 6/48           |                |
| C1                      | 126/5       | 9/47        | 0/29       | 6/58           |                |
| C2                      | 125/7       | 9/44        | 0/30       | 6/57           |                |
| D1                      | 120/6       | 9/86        | 0/22       | 5/87           | 3/3            |
| D2                      | 120/2       | 9/01        | 0/27       | 6/36           | 3/0            |

الاستیک برای مواد همگن سبب افزایش سرعت و دقت در جواب‌ها می‌شود. برای تعیین ثوابت الاستیک کرن/اپوکسی هیچ گونه وابستگی واضحی به ابعاد و چیدمان نمونه‌ها مشاهده نشد. از مقایسه نتایج حاصل از این روش با روش‌های مشابه در مقالات دیگر به خوبی دقت بالاتر این روش مشاهده شد. این روش برای مواد اورتوتروپیک ضخیم می‌تواند با دقت قابل قبولی مدول برشی خارج صفحه را نیز تعیین کند.

## 7- مراجع

- [1] S. Hwang, J. Wu, R. He, Identification of effective elastic constants of composite plates based on a hybrid genetic algorithm. *Composite Structures*, Vol. 90, No. 2, pp. 217-224, 2009.
- [2] Z. Ismail, H. Khov, W. L. Li, Determination of material properties of orthotropic plates with general boundary conditions using Inverse method and Fourier series, *Measurement*, Vol. 46, No. 3, pp. 1169-1177, 2013.
- [3] G. M. L. Gladwell, *Inverse Problems in Vibration*, Second Edition, pp. 289-294, New York: Springer, Kluwer Academic Publishers, 2004.
- [4] R. B. Mignogna, *Ultrasonic Determination of Elastic Constants from Oblique Angles of Incidence in Non-Symmetry Planes*, In: D. O. Thompson, D. E. Chimenti (Eds.), *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, pp. 1565-1572, New York: Plenum Press, 1990.
- [5] R. B. Mignogna, N. K. Batra, K. E. Simmonds, *Determination of Elastic Constants of Anisotropic Materials from Oblique Angle Ultrasonic Measurements I: Analysis II: Experimental*, In: D. O. Thompson, D. E. Chimenti (Eds.), *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, pp. 1677-1684, New York: Plenum Press, 1991.
- [6] Y. C. Chu, S. I. Rokhlin, *Analysis of Composite Elastic Constant Reconstruction from Ultrasonic Bulk Wave Velocity Data*. In: D. O. Thompson, D. E. Chimenti (Eds.), *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, pp. 1165-1172, New York: Plenum Press, 1994.
- [7] Y. C. Chu, S. I. Rokhlin, Stability of determination of composite moduli from velocity data in planes of symmetry for weak and strong anisotropies, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 95, No. 1, pp. 213, 1994.
- [8] R. L. Bratton, S. K. Datta, *Anisotropic Effects on Lamb Waves in Composite Plates*. In: D. O. Thompson, D. E. Chimenti (Eds.), *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, pp. 197-204, New York: Plenum Press, 1989.
- [9] J. L. Rose, Y. A. Huang, *Tverdokhlebov, Surface waves for Anisotropic Material Characterization: A Computer Aided Evaluation System*. In: D. O. Thompson, D. E. Chimenti (Eds.), *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, pp. 1573-1580, New York: Plenum Press, 1990.
- [10] M. Nakamura, K. Kimura, Elastic constants of TiAl<sub>3</sub> and ZrAl<sub>3</sub> single crystals, *Material Science*, Vol. 26, No. 8, pp. 2208-2214, 1991.
- [11] W. Sachse, K. Y. Kim, *Point-Source/Point-Receiver Materials Testing*, In: D. O. Thompson, D. E. Chimenti (Eds.), *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, pp. 311-320, New York: Plenum Press, 1987.

انبوه ذرات استفاده شده باشد، بلکه ممکن است به‌دلیل خطا در مقادیر اندازه‌گیری شده از آزمایش استاتیکی باشد [21] و تفاوت بین مقادیر ارائه شده برای ثوابت الاستیک به‌دست آمده از مقاله هوانگ و چانگ [21] با مقادیر اندازه‌گیری شده از روش استاتیکی نیز خود می‌تواند مؤید دیگری بر این مطلب باشد. همان‌طور که از جدول (9) به خوبی مشخص است نتایج به‌دست آمده از این روش نسبت به نتایج به‌دست آمده از روش ارائه شده در مقاله هوانگ و چانگ [21] از دقت نسبتاً بالاتری برخوردارند. همان‌طور که در بخش قبلی توضیح داده شد این عامل می‌تواند به دلایل نزدیکی بیشتر فرکانس‌های طبیعی به‌دست آمده از نرم‌افزار اباکوس نسبت به نرم‌افزار انسیس با فرکانس‌های آزمایشگاهی و همچنین استفاده از قیود مادی مناسب ارائه شده در رابطه (6) باشد که سبب می‌شوند الگوریتم بهینه‌سازی در حدس‌های بعدی مجبور شود پارامترهای نزدیک‌تری به واقعیت تولید کند.

برای ورق‌های نازک، چهار ثابت الاستیک مستقل طبق همان روشی که در بخش 4 توضیح داده شد، به‌دست آمده است. اما برای ورق‌های ضخیم D1 و D2 ثابت  $G_{23}$  نیز به عنوان یک متغیر مستقل در الگوریتم بهینه‌سازی لحاظ شده است، بدین معنی که برای به‌دست آمدن  $G_{23}$  الگوریتم مستقیماً آن را حدس زده است. لذا، قسمت دوم رابطه (3) از کد الگوریتم حذف شده است. با توجه به اینکه فرکانس‌های مودهای بالاتر نسبت به مودهای پایین‌تر بر روی تغییر شکل برشی عرضی ورق تأثیر بیشتری دارند [32]، به جای استفاده از شش فرکانس اولیه از ده فرکانس اولیه ارائه شده در جدول 3 در تابع خطا برای تعیین ثوابت الاستیک نمونه‌های D1 و D2 استفاده شده است.

## 6- نتیجه‌گیری

در این تحقیق یک روش جدید ترکیبی از تحلیل المان محدود و بهینه‌سازی برای تعیین ثوابت الاستیک ورق‌ها از روی فرکانس‌های طبیعی آن‌ها که در آزمایش اندازه‌گیری می‌شوند، ارائه شد. با اعمال قیود و انتخاب پارامترهای مناسب در این روش ترکیبی، یک روش سریع و دقیق ایجاد شد. خواص مکانیکی آلومینیوم و کرن/اپوکسی با استفاده از این روش به‌دست آمدند. نشان داده شد که این روش می‌تواند خواص مکانیکی هر دو ماده را به خوبی پیش‌بینی کند، همچنین نشان داده شد که شرایط مرزی آزاد برای تمام وجوه ورق‌ها در آزمایش ارتعاشی نتایج بهتری می‌دهد و تعیین دو ثابت

- orthotropic plates by a modal analysis-Rayleigh-Ritz technique, *Journal of Sound and Vibration*, Vol 124, No. 2, pp. 269-283, 1988.
- [23] J. He, Z. F. Fu, *Modal analysis*, London: Butterworth-Heinemann, 2001.
- [24] Manual, Abaqus Users, Version 6.12-1, Dassault Systems Simulia Corp., Providence, RI.
- [25] R. Poli, *An Analysis of Publications on Particle Swarm Optimization Applications*, pp. 107-125, London, UK: Essex, department of computer science, university of Essex 2007.
- [26] R. Poli, Optimization analysis of the publications on the applications of particle swarm, *Journal of Artificial Evolution and Applications*, Vol. 2008, No. 3, pp 267-283, 2008.
- [27] J. Kennedy, R. Eberhart, Particle swarm optimization, in *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks*, pp. 1942-1948, New York: IEEE Press, 1995.
- [28] F. Glover, G. A. Kochenberger (Eds), *Handbook of Metaheuristics*, New York: Springer, 2003.
- [29] A. K. Bledzka, A. Kessler, R. Rikards, A. Chate, Determination of elastic constants of glass epoxy unidirectional laminates by the vibration testing of plates, *Composites Science and Technology*, Vol. 59, No. 13, pp. 2015-2024, 1999.
- [30] R. M. Jones, *Mechanics of Composite Materials*, Philadelphia: Taylor & Francis, 1999.
- [31] A. E. Simone, L. J. Gibson, *Properties and selection: nonferrous alloys and pure metals in: Metals handbook*, Vol. 2, Ninth Edition, American Society for Metals, 1979.
- [32] A. L. Araujo, C. M. Mota Soares, F. M. J. Moreira de, P. Pedersen, J. Herskovits, Combined numerical-experimental model for the identification of mechanical properties of laminated structures, *Composite Structures*, Vol. 50, No. 4, pp. 363-372, 2000.
- [12] K. Balasubramaniam, N. S. Rao, Inversion of composite material elastic constants from ultrasonic bulk wave phase velocity data using genetic algorithms, *Composites Part B*, Vol. 29, No. 2, pp. 171-180, 1998.
- [13] G. R. Liu, X. Han, K. Y. Lam, Determination of elastic constants of anisotropic laminated plates using elastic waves and a progressive neural network, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 252, No. 2, pp. 239-259, 2002.
- [14] G. R. Liu, Z. C. Xi, *Elastic Waves in Anisotropic Laminates*, pp. 87-108, New York: CRC Press, 2001.
- [15] J. O. Hallquist, *Livermore Software Technology Corporation in LS-DYNA Theoretical Manual*, Livermore, Ca (1998).
- [16] K. Sepahvand, S. Marburg, On Construction of uncertain material parameter using generalized polynomial chaos expansion from experimental data, *Procedia IUTAM*, Vol. 6, No. 1, pp. 4-17, 2013.
- [17] R. Rikardsa, A. Chate, W. Steinchen, A. Kessler, A. K. Bledzki, Method for identification of elastic properties of laminates based on experiment design, *Composites Part B*, Vol. 30, No. 3, pp. 279-289, 1999.
- [18] A. L. Araujo, C. M. Mota Soares, J. Herskovits, Optimal design and parameter estimation of frequency dependent viscoelastic laminated sandwich composite plates, *Composite Structures*, Vol. 92, No. 9, pp. 2321-2327, 2010.
- [19] K. H. Ip, P. C. Tse, T. C. Lai, Material characterization for orthotropic shells using modal analysis and Rayleigh-Ritz model, *Composites Part B*, Vol. 29, No. 4, pp. 397-409, 1998.
- [20] M. Schwaar, T. Gmur, J. Frieden, Modal numerical – experimental identification method for characterising the elastic and damping properties in sandwich structures with a relatively stiff core, *Composite Structures*, Vol. 94, No. 94, pp. 2227-2236, 2012.
- [21] S. F. Hwang, C. S. Chang, Determination of elastic constants of materials by vibration testing, *Composite Structures*, Vol. 49, No. 2, pp. 183-190, 2000.
- [22] L. R. Deobald, R. F. Gibson, Determination of elastic constants of