



تأثیر خرابی فاز میانی بر رفتار الاستوویسکوپلاستیک عموم مواد مرکب زمینه فلزی تک جهته

محمدجواد محمودی^{1*}، محمدکاظم حسن‌زاده اقدم²، رضا انصاری³

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

2- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

3- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

*تهران، صندوق پستی 167651719، sbu.ac.ir، mj_mahmoudi

چکیده

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 17 آبان 1393

پذیرش: 22 آذر 1393

ارائه در سایت: 04 بهمن 1393

کلید واژگان:

میکرومکانیک

آسیب فاز میانی

رفتار الاستوویسکوپلاستیک

تنش پسماند حرارتی

نسبت منظر

در این مقاله، یک مدل میکرومکانیکی سه‌بعدی وابسته به زمان جهت مطالعه رفتار الاستوویسکوپلاستیک مواد مرکب با الیاف هم‌راستا، با وجود آسیب فاز میانی تحت اثر بارگذاری چند محوری ارائه می‌شود. المان حجمی نماینده ماده مرکب شامل سه فاز الیاف، زمینه و فاز میانی الیاف/زمینه است. فاز میانی به عنوان یک فاز مجزا با ضخامت معینی که سطح بیرونی الیاف را پوشش می‌دهد در نظر گرفته می‌شود. اختلاف دمای ساخت ماده مرکب تا دمای محیط که منجر به تنش پسماند حرارتی شده، در این تحلیل منظور می‌شود. الیاف و فاز میانی به عنوان یک ماده الاستیک و زمینه به عنوان یک ماده الاستیک-ویسکوپلاستیک با سخت‌شوندگی ایزوتروپیک فرض می‌شوند. از مدل ویسکوپلاستیک بادنر-پارتم جهت مدل‌سازی رفتار غیرالاستیک وابسته به زمان زمینه استفاده می‌شود. برای تحلیل آسیب فاز میانی، مدل نیدلمن مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای مواد مرکب زمینه فلزی نشان داده می‌شود، در حالی که نتایج پیش‌بینی شده براساس فرض عدم آسیب در فاز میانی بسیار دور از واقعیت است، رفتار تنش-کرنش پیش‌بینی شده با وجود آسیب در فاز میانی و تنش پسماند حرارتی تطابق خوبی با داده‌های تجربی دارد. همچنین، خواص الاستیک ماده مرکب با نسبت‌های منظر گوناگون با مدل میکرومکانیکی فوق استخراج می‌شود. پیش‌بینی‌های رفتار الاستیک نیز بسیار نزدیک به داده‌های تجربی و مدل‌های در دسترس دیگر است.

Effects of interphase damage on the elastoviscoplastic behavior of general unidirectional metal matrix composites

Mohammad Javad Mahmoodi^{1*}, Mohammad Kazem Hassanzadeh Aghdam², Reza Ansari³

1- Department of Mechanical Engineering, Shahid Beheshti University, A.C., Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Guilan University, Rasht, Iran

3- Department of Mechanical Engineering, Guilan University, Rasht, Iran

*P.O.B. 167651719 Tehran, mj_mahmoudi@sbu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 08 November 2014
Accepted 13 December 2014
Available Online 24 January 2015

Keywords:
Micromechanics
Interphase Damage
Elastic-Viscoplastic Behavior
Thermal Residual Stress
Aspect Ratio

ABSTRACT

In this paper, a 3D time dependent micromechanical model is presented to study the elastoviscoplastic behavior of aligned fiber reinforced composites in the presence of interfacial damage subjected to multi-axial loading. The Representative Volume Element (RVE) of the composite consists of three phases including fiber, matrix and fiber/matrix interphase. The interphase is considered as a distinct phase with a definite thickness that covers the outer surface of fibers. The difference between manufacturing process temperature to room temperature introducing thermal residual stresses is included in the analysis. The fiber and interphase are assumed to be elastic, while the matrix exhibits elastic-viscoplastic behavior with isotropic hardening. The Bodner-Partom viscoplastic theory is used to model the time dependent inelastic behavior of the matrix. The Needleman model is employed to analyze interphase damage. For metal matrix composites, it is shown that while predictions based on undamaged interphase are far from the reality, the predicted stress-strain behavior including interphase damage and thermal residual stresses demonstrate very good agreement with experimental data. Furthermore, the elastic properties of the composites with various aspect ratios are extracted by the micromechanical model. The elastic behavior predictions of the composite are also very close to experimental data and the other available models.

1- مقدمه

مختلف از جمله در فناوری‌های هوافضا، روز به روز در حال افزایش است. طراحی سازه‌ای مطمئن با مواد مرکب زمینه فلزی منوط به مدل‌سازی دقیق و درک مناسب از رفتار این مواد تحت شرایط مختلف بارگذاری است. از جمله نکاتی که در مدل‌سازی این مواد باید آن را مد نظر قرار داد این است که

امروزه، استفاده از مواد مرکب زمینه فلزی¹ به‌ویژه مواد مرکب پایه تیتانیومی به دلیل استحکام و قابلیت کارکرد مناسب آن‌ها در دمای بالا در صنایع

1- Metal matrix composites

Please cite this article using:

M.J. Mahmoodi, M.K. Hassanzadeh Aghdam, R. Ansari, Effects of interphase damage on the elastoviscoplastic behavior of general unidirectional metal matrix composites, Modares Mechanical Engineering, Vol. 15, No. 3, pp. 95-105, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

سلول واحد⁶ قرار می‌گیرد. این مدل در [21] به عنوان مدل سلول واحد ساده شده⁷ معرفی شده است. نتایج ارائه شده با مدل سلول واحد ساده شده در [20] تنها اثر تنش پسماند را لحاظ نموده و پدیده آسیب را در بررسی رفتار ماده مرکب زمینه تیتانیومی مدنظر قرار نداده است. از طرفی خواص ترمو- مکانیکی ماده مرکب الیافی در [21] مورد بررسی قرار گرفته است. پاسخ ویسکوالاستیک ماده مرکب زمینه پلیمری با مدل سلول واحد ساده شده در [22] استخراج شده است.

مطالعات قبلی نشان می‌دهد که در ماده مرکب سیلیکون کارباید/تیتانیوم علاوه بر فاز الیاف و زمینه فاز سومی نیز به دلیل واکنش شیمیایی به وجود می‌آید [6]. با توجه به مرور تحقیقات پیشین، استخراج رفتار غیرالاستیک وابسته به زمان عموم مواد مرکب الیافی تک‌جهته با در نظر گرفتن سه فاز و آسیب در فاز میانی الیاف/زمینه تحت بارگذاری چند محوری تاکنون مدل نشده است.

در این تحقیق، با استفاده از یک مدل میکرومکانیکی وابسته به زمان بر مبنای سلول واحد رفتار تنش- کرنش الاستوویسکوپلاستیک ماده مرکب الیافی تک‌جهته تحت بارگذاری تک محوری، دومحوری و سه محوری با در نظر گرفتن سه فاز در المان حجمی نماینده⁸، استخراج می‌شود. رفتار غیرخطی ماده مرکب به دلیل تغییر شکل غیرالاستیک و وابسته به زمان زمینه و آسیب در فاز میانی الیاف/زمینه است که در مدل در نظر گرفته می‌شوند. مدل آسیب فاز میانی نیدلمن برای در نظر گرفتن آسیب در لایه میانی به کار برده می‌شود. همچنین، اثرات تنش پسماند حرارتی ناشی از فرآیند ساخت ماده مرکب الیافی زمینه فلزی در این تحلیل منظور می‌شود.

با در نظر گرفتن سه فاز در ماده مرکب زمینه فلزی سیلیکون کارباید/تیتانیوم، بارگذاری تک محوری طولی و عرضی جهت پیش‌بینی رفتار الاستیک-ویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف بلند که داده‌های تجربی برای آن موجود است، اعمال می‌شود. رفتار الاستوویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف کوتاه تک‌جهته سیلیکون کارباید/تیتانیوم تحت بارگذاری تک محوره و دومحوره و سه محوره با در نظر گرفتن آسیب در فاز میانی و اثرات تنش پسماند حرارتی استخراج می‌شود. اثرات تنش پسماند حرارتی و آسیب در فاز میانی بر منحنی تنش-کرنش ماده مرکب الیافی بیان می‌شود. همچنین، با مدل ارائه شده به بررسی خواص الاستیک مواد مرکب با نسبت‌های منظر مختلف پرداخته می‌شود.

2- تحلیل

2-1- هندسه المان حجمی نماینده

شکل 1 مدلی از المان حجمی نماینده ماده مرکب را توصیف می‌کند که شامل الیاف احاطه شده توسط زمینه با آرایش مربعی است. در مدل‌های تحلیلی مانند روشی سلولی⁹ [19] و روش سلول واحد ساده شده [21] الیاف را چهار گوش در نظر می‌گیرند. به منظور در نظر گرفتن هندسه واقعی‌تر مدل‌های تحلیلی، المان حجمی نماینده به $c \times r \times h$ سلول مستطیلی در 3 بعد تقسیم می‌شود. المان حجمی نماینده ماده مرکب الیافی انتخاب شده در شکل 1 دارای $c \times r \times h$ المان با طول ضلع L_h در جهت محور z ، طول ضلع L_c در جهت محور x و طول ضلع L_r در جهت محور y است. اگر i متغیر شمارنده در جهت x ، j در جهت y و k در جهت z باشد، هر سلول با نام ijk شناخته می‌شود و طول هر یک از سلول‌ها در جهت x با a_i ، در جهت y با b_j و در جهت z با d_k مشخص می‌شود.

چون مواد مرکب زمینه فلزی در دمای بالا پخت می‌شوند، در طی فرآیند سرد شدن تا دمای اتاق تنش پسماند حرارتی¹ ایجاد می‌کنند. این تنش پسماند حرارتی به دلیل اختلاف ضرایب انبساط حرارتی اجزای سازنده ماده مرکب ایجاد می‌شود [1]. از طرفی دیگر تحقیقات گذشته نشان می‌دهد که تحت بارگذاری ترمومکانیکی در مواد مرکب زمینه تیتانیومی، خرابی² اتفاق می‌افتد [2-5]. این خرابی ممکن است به اشکال مختلفی از جمله شکست الیاف، ترک‌های شعاعی در الیاف، ترک در زمینه و خرابی در ناحیه فاز میانی بین الیاف و زمینه³ ظاهر شود. تحقیقات پیشین نشان داده که در مواد مرکب پایه تیتانیومی تقویت شده با الیاف سیلیکون/کارباید، ابتدا آسیب در ناحیه فاز میانی الیاف/زمینه اتفاق می‌افتد [6]. بروز بیرونی مکانیکی آسیب فاز میانی الیاف/زمینه، به صورت کاهش سفتی در این قسمت از ماده مرکب است. این فاز میانی در طی فرآیند ساخت به دلیل واکنش بین الیاف و فلز زمینه ایجاد می‌شود [6]. مطالعات بر روی مواد مرکب پایه تیتانیومی با الیاف سیلیکون/کارباید ثابت کرده که مواد مرکب زمینه تیتانیومی بسیار به فاز میانی الیاف/زمینه حساس هستند [7-11]. بنابراین، از نقطه نظر حساسیت زیاد به آسیب فاز میانی و امکان کاهش مدول این مواد، در نظر گرفتن آسیب برای مدل‌سازی دقیق رفتار مواد مرکب پایه فلزی جهت حصول عملکرد بهتر سازه‌ها امری اجتناب ناپذیر است.

بسیاری از سازه‌های مهندسی به دلیل شرایط خاص کارکردشان در معرض بارگذاری مکانیکی و در دماهای بالا برای مدت طولانی قرار دارند. تحت چنین بارگذاری و شرایط محیطی، مواد تغییر شکل‌های وابسته به زمان و غیرالاستیک را تجربه می‌کنند. بنابراین، انتخاب مدل مناسب جهت شبیه‌سازی پاسخ مواد از عوامل مهم در پیش‌بینی رفتار مواد است. جهت استخراج پاسخ غیرالاستیک و وابسته به زمان فلزات و مواد پلیمری در محدوده گسترده‌ای از تغییرات نرخ کرنش از مدل ویسکوپلاستیک ارائه شده در [12] استفاده می‌شود. یک مدل ساختاری ویسکوپلاستیک بر اساس تابع تنش اضافی⁴ در [13] ارائه شده است. زمانی که تغییر شکل غیرالاستیک عمده در ماده رخ می‌دهد، مدل ویسکوپلاستیک بادنر-پارتم پیش‌بینی نزدیک‌تری به داده‌های تجربی انجام می‌دهد [14]. به ویژه هنگامی که اثرات آسیب لایه میانی در مواد مرکب در نظر گرفته شود، نتایج داده‌های مدل بادنر-پارتم نسبت به سایر مدل‌ها به داده‌های تجربی نزدیک‌تر است. ویژگی منحصر به فرد این مدل فقدان معیار تسلیم است که شرایط ویژه بارگذاری یا باربرداری را حذف می‌کند، در نتیجه می‌تواند برای همه مراحل بارگذاری یا باربرداری به طور مستقیم استفاده شود. طبق این مدل تغییر شکل پلاستیک همیشه وجود دارد، اما هنگامی که ماده رفتار الاستیک دارد این مقدار بسیار ناچیز است.

از آنجایی که اساساً پدیده آسیب در مقیاس میکرو (الیاف، زمینه، فاز میانی) اتفاق می‌افتد، لذا مدل‌سازی پاسخ مواد مرکب زمینه فلزی با در نظر گرفتن آسیب در لایه میانی در مقیاس میکرومکانیک⁵ مطلوب است. در واقع هدف اصلی میکرومکانیک به دست آوردن رفتار ماکروسکوپی مواد چندجنسی از ریزساختارهای تشکیل‌دهنده آن ماده است. رویکردهای مختلفی شامل مدل‌های میکرومکانیکی المان محدود و تحلیلی [15-20] برای پیش‌بینی رفتار مواد مرکب تحت شرایط مختلف بارگذاری ارائه شده است. مدل میکرومکانیکی تحلیل یا ارائه شده در [20] در طبقه مدل‌های

6- Unit cell

7- Simplified unit cell

8- Representative volume element

9- Method of cell

1- Thermal residual stresses

2- Damage

3- Interfacial region between the fiber and the matrix

4- Overstress

5- Micromechanics

2-2- معادلات حاکم

مشابه دیگر مدل‌های سلول واحد [19-22]، به منظور استخراج معادلات حاکم، فرض می‌شود مولفه‌های جابه‌جایی در داخل سلول‌های المان نماینده کوچک بوده و این مولفه‌ها به‌صورت خطی تغییر کنند. بنابراین، مقادیر تنش و کرنش هر سلول ثابت فرض می‌شود. همچنین، تنش‌های نرمال بر المان نماینده هیچ‌گونه تنش برشی داخل سلول‌ها ایجاد نمی‌کنند و بالعکس. در این تحقیق معادلات حاکم برای بارگذاری عمودی مورد مطالعه قرار می‌گیرد و به‌صورت نرخی نوشته می‌شوند. معادلات تعادل برای کل المان حجمی نماینده به‌صورت رابطه (1) نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^h \sum_{j=1}^r d_k b_j \dot{\sigma}_x^{1jk} &= \dot{S}_x L_r L_h \\ \sum_{k=1}^h \sum_{i=1}^c d_k a_i \dot{\sigma}_y^{1ik} &= \dot{S}_y L_c L_h \\ \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^c b_j a_i \dot{\sigma}_z^{ij1} &= \dot{S}_z L_c L_r \end{aligned} \quad (1)$$

رابطه (2) از تعادل تنش‌ها در سطوح مشترک هر دو سلول مجاور به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_x^{1jk} &= \dot{\sigma}_x^{ijk} \quad (i > 1) \\ \dot{\sigma}_y^{1ik} &= \dot{\sigma}_y^{ijk} \quad (j > 1) \\ \dot{\sigma}_z^{ij1} &= \dot{\sigma}_z^{ijk} \quad (k > 1) \end{aligned} \quad (2)$$

با فرض اتصال کامل در لایه میانی، از سازگاری جابه‌جایی درون المان حجمی نماینده می‌توان رابطه (3) را نوشت:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^c a_i \dot{\epsilon}_x^{i11} &= \sum_{i=1}^c a_i \dot{\epsilon}_x^{ijk} = L_c \dot{\epsilon}_x \quad (j \times k \neq 1) \\ \sum_{j=1}^r b_j \dot{\epsilon}_y^{1j1} &= \sum_{j=1}^r b_j \dot{\epsilon}_y^{ijk} = L_r \dot{\epsilon}_y \quad (i \times k \neq 1) \\ \sum_{k=1}^h d_k \dot{\epsilon}_z^{11k} &= \sum_{k=1}^h d_k \dot{\epsilon}_z^{ijk} = L_h \dot{\epsilon}_z \quad (i \times j \neq 1) \end{aligned} \quad (3)$$

معادلات ساختاری الاستیک-ویسکوپلاستیک سه‌بعدی برای سلول ijk به-

صورت رابطه (4) بیان می‌شود:

$$\dot{\epsilon}_{\alpha\beta}^{ijk} = \dot{\epsilon}_{\alpha\beta}^{e,ijk} + \dot{\epsilon}_{\alpha\beta}^{ie,ijk} + \dot{\epsilon}_{\alpha\beta}^{th,ijk} \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3 \quad (4)$$

نرخ کرنش الاستیک $\dot{\epsilon}_{\alpha\beta}^{e,ijk}$ مطابق قانون هوک به‌صورت رابطه (5) با نرخ تنش $\dot{\sigma}_{\alpha\beta}^{ijk}$ مرتبط می‌شود:

$$\dot{\epsilon}_{\alpha\beta}^{e,ijk} = S_e \dot{\sigma}_{\alpha\beta}^{ijk} \quad (5)$$

در رابطه (5)، S_e ماتریس نرمی حالت الاستیک است. نرخ کرنش حرارتی $\dot{\epsilon}_{\alpha\beta}^{th,ijk}$ به‌صورت رابطه (6) نوشته می‌شود:

$$\dot{\epsilon}_{\alpha\beta}^{th,ijk} = \alpha^{ijk} \dot{T} \quad (6)$$

در معادله (6)، α^{ijk} ماتریس ضرایب انبساط حرارتی است. رفتار غیرالاستیک زمینه با استفاده از تئوری بادرن-پارتم مدل می‌شود [23]. برای اجزای الاستوپلاستیک با سخت‌شوندگی ایزوتروپیک، نرخ کرنش غیرالاستیک ماده در سلول ijk به‌صورت رابطه (7) بیان می‌شود:

$$\dot{\epsilon}_{\alpha\beta}^{ie,ijk} = \Lambda^{ijk} \dot{\Sigma}_{\alpha\beta}^{ijk} \quad (7)$$

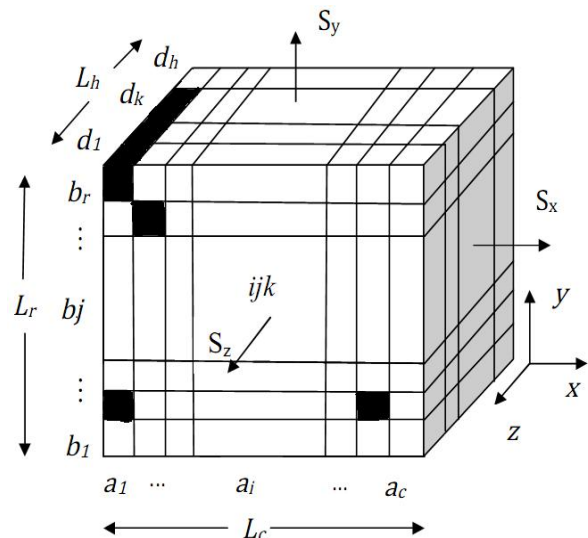
در رابطه (7)، $\dot{\Sigma}_{\alpha\beta}^{ijk}$ تنش انحرافی است. تابع جریان $\dot{\Sigma}_{\alpha\beta}^{ijk}$ به‌صورت رابطه (8) تعریف می‌شود [23]:

$$\Lambda^{ijk} = \frac{D_0^{ijk}}{\sqrt{J_2^{ijk}}} \exp \left[-\frac{n^{ijk} + 1}{2n^{ijk}} \left[\frac{Z^{ijk2} - n^{ijk}}{3J_2^{ijk}} \right] \right] \quad (8)$$

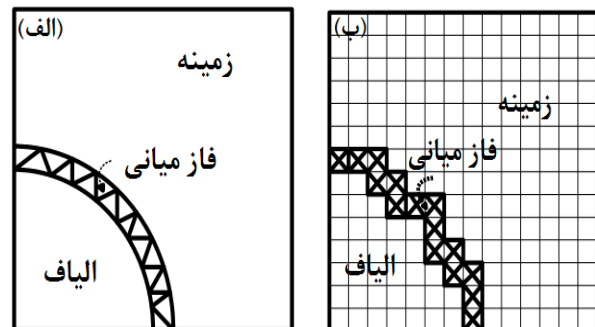
که $Z^{ijk} = \dot{\Sigma}_{\alpha\beta}^{ijk} \dot{\Sigma}_{\alpha\beta}^{ijk} / 2$ نامتغیر دوم تنش انحرافی است. در رابطه (8)، J_2^{ijk} متغیر حالت بوده که می‌تواند به عنوان پارامتر وابسته به تاریخچه بارگذاری در نظر گرفته شود که حالت سخت شده ماده را نسبت به جریان پلاستیک نشان می‌دهد. در مورد سخت‌شوندگی ایزوتروپیک Z^{ijk} به‌صورت رابطه (9)

مدل ارائه شده در این تحقیق جهت مدل‌سازی الیاف دایره شکل (شکل 2-الف)، مدل سلول واحد ساده شده گسترش یافته¹ (ESUC) نامگذاری می‌شود، که در شکل 2-ب نشان داده شده است. همچنین، المان حجمی مدل سلول واحد ساده شده گسترش یافته جهت مدل‌سازی آسیب در فاز میانی، سه فاز الیاف، زمینه و فاز میانی الیاف/زمینه را در نظر می‌گیرد. در شکل 2-ب، جهت مدل‌سازی حالت دایروی الیاف، المان حجمی نماینده در صفحه $x-y$ به $c \times r$ سلول تقسیم شده است.

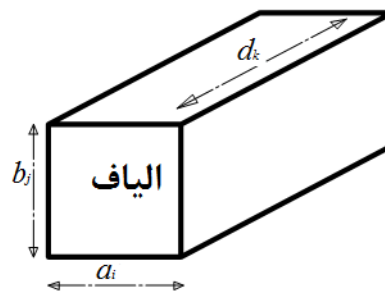
مطابق شکل 3، سلولی از المان حجمی نماینده ماده مرکب شامل الیاف در نظر گرفته می‌شود. فرض می‌شود $A.R = a_i/b_j$ که $a_i = b_j$ بوده، نسبت منظر را مشخص کند [19]. برای مواد مرکب الیاف بلند، ذره‌ای و الیاف کوتاه نسبت منظر به‌ترتیب به‌صورت $A.R > 1$ یا $A.R \rightarrow \infty$ یا $A.R < 1$ در نظر گرفته می‌شود.



شکل 1 المان حجمی نماینده ماده مرکب الیافی در مدل سلول واحد ساده شده



شکل 2 مقطع المان حجمی نماینده ماده مرکب الیافی تک‌جهته در مدل سلول واحد ساده شده گسترش یافته در صفحه $x-y$



شکل 3 سلول ijk شامل الیاف

بیان می‌شود [23]:

$$\sum_{k=1}^h d_k \left\{ \frac{1}{E^{11k}} \sigma_z^{11k,t+\Delta t} - \frac{1}{E^{ijk}} \sigma_z^{ijk,t+\Delta t} \right\} + \sum_{k=1}^h d_k \left\{ \left(\left(\frac{2\Delta t}{3} \Lambda^{11k} - \frac{1}{E^{11k}} \right) \sigma_z^{11k,t} + \left(\frac{1}{E^{ijk}} - \frac{2\Delta t}{3} \Lambda^{ijk} \right) \sigma_z^{ijk,t} \right) \right\} + \sum_{k=1}^h d_k \left\{ -\frac{v^{11k}}{E^{11k}} (\sigma_y^{11k,t+\Delta t} + \sigma_x^{11k,t+\Delta t}) + \frac{v^{ijk}}{E^{ijk}} (\sigma_y^{ijk,t+\Delta t} + \sigma_x^{ijk,t+\Delta t}) \right\} + \sum_{k=1}^h d_k \left\{ \left(\left(\frac{v^{11k}}{E^{11k}} - \frac{\Delta t}{3} \Lambda^{11k} \right) (\sigma_y^{11k,t} + \sigma_x^{11k,t}) + \left(\frac{\Delta t}{3} \Lambda^{ijk} - \frac{v^{ijk}}{E^{ijk}} \right) (\sigma_y^{ijk,t} + \sigma_x^{ijk,t}) \right) \right\} = 0 \quad i \times j \neq 1 \quad (12)$$

معادلات فوق را می‌توان در دستگاه زیر با تعداد $cr + ch + rh$ معادله خطی با همین تعداد مجهول به‌صورت رابطه (13) نوشت:

$$[A]_{m \times m} \{\sigma^{t+\Delta t}\}_{m \times 1} + [B]_{m \times m} \{\sigma^t\}_{m \times 1} = \{F\}_{m \times 1} \quad m \quad (13)$$

روند حل مسئله الاستیک-ویسکوپلاستیک به‌صورت الگوریتمی در پیوست مقاله ارائه شده است.

2-3- مدل آسیب فاز میانی

معادله‌ای ساختاری جهت تحلیل رفتار ماده مرکب، زمانی که آسیب در فاز میانی رخ می‌دهد، توسط نیدلمن (1992) ارائه شده است [24]. این مدل از طبقه مدل‌های ناحیه چسبان است که آسیب را به‌صورت کاهش سفتی مؤثر در نظر می‌گیرد. در این مدل، معادله تنش-کرنش برای ناحیه فاز میانی به-صورت رابطه (14) تعریف می‌شود:

$$\sigma = \left[\frac{\sigma_{max} \exp(1 - \varepsilon/\varepsilon_n)}{\varepsilon_n} \right] \varepsilon \quad (14)$$

طبق رابطه (14)، مقدار تنش σ در فاز میانی با کرنش ε تا مقدار ماکزیمم تنش σ_{max} در $\varepsilon = \varepsilon_n$ افزایش می‌یابد، سپس به‌صورت نمایی کاهش می‌یابد. این رفتار در نمودار شکل 4 که رفتار ساختاری تنش-جابه‌جایی نرمال شده یا در واقع تنش-کرنش لایه میانی را بر طبق مدل نیدلمن نشان می‌دهد، آورده شده است. مطابق این شکل مدل نیدلمن اجازه می‌دهد که جدایش در لایه میانی با رهایش تنش لایه میانی رشد کند. یعنی همچنان که بارگذاری ادامه می‌یابد، تنش در لایه میانی ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

براساس معادله (14) مدول یانگ ماده در فاز میانی، مطابق رابطه (15)،

برابر خواهد بود با:

$$E^{(i)}(\varepsilon/\varepsilon_n) = \left[\frac{\sigma_{max} \exp(1 - \varepsilon/\varepsilon_n)}{\varepsilon_n} \right] \quad (15)$$

مدول یانگ اولیه، $E_0^{(i)} = E^{(i)}(0)$ ، مطابق رابطه (16)، برابر است با:

$$E_0^{(i)} = \left[\frac{\sigma_{max} \exp(1)}{\varepsilon_n} \right] \quad (16)$$

با ترکیب معادلات (15) و (16) مدول یانگ در فاز میانی برحسب مدول یانگ اولیه فاز میانی به‌صورت رابطه (17) به‌دست می‌آید:

$$E^{(i)}(\varepsilon/\varepsilon_n) = E_0^{(i)} \exp(-\varepsilon/\varepsilon_n) \quad (17)$$

3- نوع ماده مرکب

در این تحقیق، سیلیکون کارباید/تیتانیوم (SiC/Ti) به عنوان ماده مرکب اصلی مورد مطالعه در نظر گرفته شده است. این نوع ماده مرکب در دمای حدود 650 درجه سانتی‌گراد ساخته می‌شود [14].

$$Z^{ijk} = Z_1^{ijk} + (Z_0^{ijk} - Z_1^{ijk}) \exp\left(-\frac{m^{ijk} W_p^{ijk}}{Z_0^{ijk}}\right) \quad (9)$$

W_p^{ijk} کار پلاستیک است ($\dot{W}_p^{ijk} = 2\Lambda^{ijk} J_2^{ijk}$). در معادلات (8) و (9)، Z_1 ، Z_0 ، n و m پنج پارامتر ماده هستند که رفتار ماده را در محدوده غیرالاستیک مشخص می‌کنند. پارامتر Z_0 با تنش تسلیم منحنی تنش-کرنش تک‌محوری ماده مرتبط می‌شود و Z_1 متناسب با تنش نهایی است. ثابت ماده m نرخ کارسختی را تعیین می‌کند و حساسیت نرخ ماده با ثابت n کنترل می‌شود. ثابت D_0 محدودکننده نرخ کرنش است. با جایگذاری معادلات (5)، (6)، (7) و (8) در معادله (4)، معادلات ساختاری الاستیک-ویسکوپلاستیک سه‌بعدی برای سلول ijk را می‌توان به‌صورت رابطه (10) نوشت:

$$\dot{\varepsilon}_x^{ijk} = \frac{1}{E^{ijk}} \dot{\sigma}_x^{ijk} - \frac{v^{ijk}}{E^{ijk}} (\dot{\sigma}_y^{ijk} + \dot{\sigma}_z^{ijk}) + \Lambda^{ijk} Z_x^{ijk} + \alpha^{ijk} \dot{T} \quad (10)$$

$$\dot{\varepsilon}_y^{ijk} = \frac{1}{E^{ijk}} \dot{\sigma}_y^{ijk} - \frac{v^{ijk}}{E^{ijk}} (\dot{\sigma}_x^{ijk} + \dot{\sigma}_z^{ijk}) + \Lambda^{ijk} Z_y^{ijk} + \alpha^{ijk} \dot{T}$$

$$\dot{\varepsilon}_z^{ijk} = \frac{1}{E^{ijk}} \dot{\sigma}_z^{ijk} - \frac{v^{ijk}}{E^{ijk}} (\dot{\sigma}_x^{ijk} + \dot{\sigma}_y^{ijk}) + \Lambda^{ijk} Z_z^{ijk} + \alpha^{ijk} \dot{T}$$

جهت خطی‌سازی با استفاده از روش تفاضل محدود پیش‌رو نرخ کرنش، تنش و دما مطابق رابطه (11) نوشته می‌شوند:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} &= \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta t} = \frac{\varepsilon^{t+\Delta t} - \varepsilon^t}{\Delta t} \\ \dot{\sigma} &= \frac{\Delta \sigma}{\Delta t} = \frac{\sigma^{t+\Delta t} - \sigma^t}{\Delta t} \\ \dot{T} &= \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{T^{t+\Delta t} - T^t}{\Delta t} \end{aligned} \quad (11)$$

با بسط تنش انحرافی و جایگذاری معادله (10) در معادله (3) و استفاده از معادله (11)، رابطه (12) نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^c a_i \left\{ \frac{1}{E^{i11}} \sigma_x^{i11,t+\Delta t} - \frac{1}{E^{ijk}} \sigma_x^{ijk,t+\Delta t} \right\} + \sum_{i=1}^c a_i \left\{ \left(\left(\frac{2\Delta t}{3} \Lambda^{i11} - \frac{1}{E^{i11}} \right) \sigma_x^{i11,t} + \left(\frac{1}{E^{ijk}} - \frac{2\Delta t}{3} \Lambda^{ijk} \right) \sigma_x^{ijk,t} \right) \right\} + \sum_{i=1}^c a_i \left\{ -\frac{v^{i11}}{E^{i11}} (\sigma_y^{i11,t+\Delta t} + \sigma_z^{i11,t+\Delta t}) + \frac{v^{ijk}}{E^{ijk}} (\sigma_y^{ijk,t+\Delta t} + \sigma_z^{ijk,t+\Delta t}) \right\} + \sum_{i=1}^c a_i \left\{ \left(\left(\frac{v^{i11}}{E^{i11}} - \frac{\Delta t}{3} \Lambda^{i11} \right) (\sigma_y^{i11,t} + \sigma_z^{i11,t}) + \left(\frac{\Delta t}{3} \Lambda^{ijk} - \frac{v^{ijk}}{E^{ijk}} \right) (\sigma_y^{ijk,t} + \sigma_z^{ijk,t}) \right) \right\} = 0 \quad j \times k \neq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^r b_j \left\{ \frac{1}{E^{1j1}} \sigma_y^{1j1,t+\Delta t} - \frac{1}{E^{ijk}} \sigma_y^{ijk,t+\Delta t} \right\} + \sum_{j=1}^r b_j \left\{ \left(\left(\frac{2\Delta t}{3} \Lambda^{1j1} - \frac{1}{E^{1j1}} \right) \sigma_y^{1j1,t} + \left(\frac{1}{E^{ijk}} - \frac{2\Delta t}{3} \Lambda^{ijk} \right) \sigma_y^{ijk,t} \right) \right\} + \sum_{j=1}^r b_j \left\{ -\frac{v^{1j1}}{E^{1j1}} (\sigma_x^{1j1,t+\Delta t} + \sigma_z^{1j1,t+\Delta t}) + \frac{v^{ijk}}{E^{ijk}} (\sigma_x^{ijk,t+\Delta t} + \sigma_z^{ijk,t+\Delta t}) \right\} + \sum_{j=1}^r b_j \left\{ \left(\left(\frac{v^{1j1}}{E^{1j1}} - \frac{\Delta t}{3} \Lambda^{1j1} \right) (\sigma_x^{1j1,t} + \sigma_z^{1j1,t}) + \left(\frac{\Delta t}{3} \Lambda^{ijk} - \frac{v^{ijk}}{E^{ijk}} \right) (\sigma_x^{ijk,t} + \sigma_z^{ijk,t}) \right) \right\} = 0 \quad i \times k \neq 1 \end{aligned}$$

جدول 2 خواص ویسکوپلاستیک تیتانیوم و آلومینیوم در دمای 23 درجه

سانتی‌گراد [26,29]					
ماده	n	m	Z_1 (GPa)	Z_0 (GPa)	D_0 (s ⁻¹)
تیتانیوم	4/8	0/35	1600	1550	10 ⁴
آلومینیوم	10	70	190	100	10 ⁴

جدول 3 خواص ترموالاستیک اجزای ماده مرکب برن/آلومینیوم در دمای 23 درجه

سانتی‌گراد [29]			
ماده	E (GPa)	ν	α (10 ⁻⁶ /K)
آلومینیوم	72/5	0/33	23
برن	400	0/2	8/1

4- روش تحقیق

با استفاده از مدل میکرومکانیکی ESUC ارائه شده در این مقاله، منحنی تنش-کرنش الاستوویسکوپلاستیک ماده مرکب الیافی سیلیکون کارباید/تیتانیوم با در نظر گرفتن تنش پسماند حرارتی و آسیب در فاز میانی تحت بارگذاری تک‌محوری و دو‌محوری و سه‌محوری استخراج می‌شود. در همه نتایج درصد حجمی الیاف برای ماده مرکب الیافی سیلیکون کارباید/تیتانیوم 33٪ بوده و نسبت منظر برای الیاف کوتاه 20 است. نرخ کرنش برای کشش طولی (s⁻¹) 1×10^{-4} و برای کشش عرضی و بارگذاری چند محوری (s⁻¹) $1/667 \times 10^{-4}$ است [31]. المان حجمی نماینده ماده مرکب سیلیکون کارباید/تیتانیوم که شامل سه فاز است که به $40 \times 40 \times 2$ سلول در 3 بعد تقسیم می‌شود، $h=2$ ، $r=40$ و $c=40$.

برای ماده مرکب برن/آلومینیوم مطابق [29] درصد حجمی الیاف 46٪ و نسبت منظر 20 و 100 در نظر گرفته می‌شود. رفتار این ماده مرکب با نسبت منظر مختلف تحت بارگذاری طولی با مدل سلول واحد ارائه شده استخراج می‌شود. جهت حصول خواص الاستیک برای ماده مرکب زمینه پلیمری مطابق [19، 30] فرض عدم آسیب در لایه میانی منظور می‌شود و در المان حجمی نماینده تنها دو فاز الیاف و زمینه در نظر گرفته می‌شود. المان حجمی نماینده ماده مرکب به $40 \times 40 \times 2$ سلول در 3 بعد تقسیم می‌شود.

5- نتایج

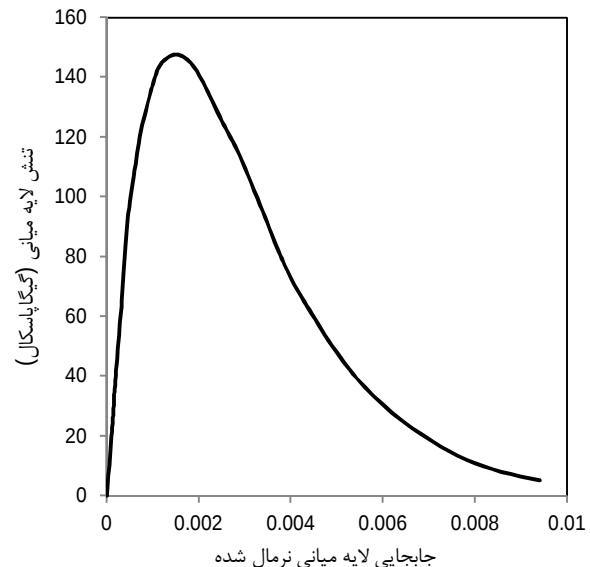
5-1- بارگذاری تک محوری

در ابتدا با استفاده از مدل میکرومکانیکی سلول واحد ساده شده گسترش یافته، خواص الاستیک ماده مرکب الیافی تحت بارگذاری تک محوری مورد بررسی قرار می‌گیرد.

ماده مرکب شیشه/نایلون با نسبت منظر الیاف 18/6 و درصد حجمی 17/7٪ در نظر گرفته می‌شود [19]. در جدول 4، مقایسه‌ای برای نسبت مدول یانگ محوری به مدول یانگ زمینه (E_{11}/E_m) بین داده تجربی برای این ماده و مدل سلول واحد گسترش یافته و مدل‌های دیگر آمده است.

اختلاف بین نتایج مدل سلول واحد گسترش یافته، روش سلولی و روش خودسازگار با داده تجربی برای ماده مرکب شیشه/نایلون به ترتیب 2/1، 9/7 و 40 درصد است. همان‌گونه که نتایج جدول 4 نشان می‌دهند، مدل میکرومکانیکی ارائه شده، داده تجربی را بهتر از مدل‌های دیگر در دسترس، پیش‌بینی می‌کند. علت این امر نیز این است که در مدل سلول واحد گسترش یافته سطح مقطع الیاف مدل شده، به حالت دایره‌ای نزدیک‌تر است.

جدول 4 نسبت E_{11}/E_m برای ماده مرکب شیشه/نایلون			
مدل خودسازگار [19]	روش سلولی [19]	مدل ارائه شده داده تجربی [19]	
4/34	2/8	3/035	3/1



شکل 4 رفتار ساختاری لایه میانی با مدل نیدلمن [14]

فرض می‌شود که الیاف و زمینه در این دما فاقد کرنش باشند و تا دمای محیط که دمای کارکرد ماده مرکب است، سرد شده که تنش پسماند حرارتی ایجاد می‌شود. همان‌طور که ذکر شد، چون این ماده در دمای بالا پخت می‌شود، یک فاز واسط نیز در طی فرآیند عمل‌آوری شکل می‌گیرد [6]. بنابراین، در این تحلیل سه فاز الیاف، زمینه و فاز میانی الیاف/زمینه در نظر گرفته می‌شود که الیاف و فاز میانی به‌عنوان یک ماده الاستیک و زمینه به‌عنوان یک ماده الاستیک-ویسکوپلاستیک با سخت‌شوندگی ایزوتروپیک در نظر گرفته می‌شود. خواص ترموالاستیک الیاف و زمینه و فاز میانی در جدول 1، 6، 25، 26 و خواص ویسکوپلاستیک زمینه در جدول 2 آمده است [26]. برای مدل نیدلمن $\epsilon_n = 0/18\%$ [6] در نظر گرفته می‌شود. این خواص در دمای 23 درجه سانتی‌گراد که دمای کارکرد ماده مرکب است، آورده شده‌اند. در این مطالعه، خواص اجزای سازنده مستقل از دما در نظر گرفته می‌شود که تأثیر چندانی بر رفتار ماده مرکب ندارد [27].

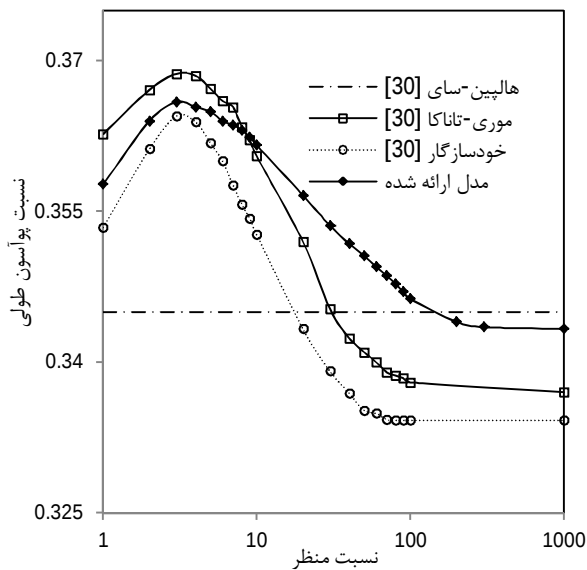
ماده مرکب الیافی برن/آلومینیوم نیز به‌عنوان ماده‌ای دیگر که داده‌های تجربی بارگذاری طولی برای آن موجود است، در نظر گرفته می‌شود. اختلاف دمای ساخت این ماده مرکب تا دمای محیط 250- درجه سانتی‌گراد است [28]. خواص ترموالاستیک الیاف و زمینه در جدول 3 و خواص ویسکوپلاستیک زمینه در جدول 2 آمده است [29].

همچنین، برای بررسی خواص الاستیک نیز دو ماده مرکب زمینه پلیمری که داده‌های تجربی و نتایج مدل‌های دیگر [30] برای آن موجود است، در نظر گرفته می‌شود. ماده مرکب شیشه (الیاف)/نایلون (زمینه) که برای این ماده نسبت مدول یانگ الیاف به زمینه 23 و نسبت پواسون الیاف و زمینه به-ترتیب 0/2 و 0/4 است و شیشه (الیاف)/پوکسی (زمینه) که برای این ماده نسبت مدول یانگ الیاف به زمینه 30 و نسبت پواسون الیاف و زمینه به-ترتیب 0/2 و 0/38 است.

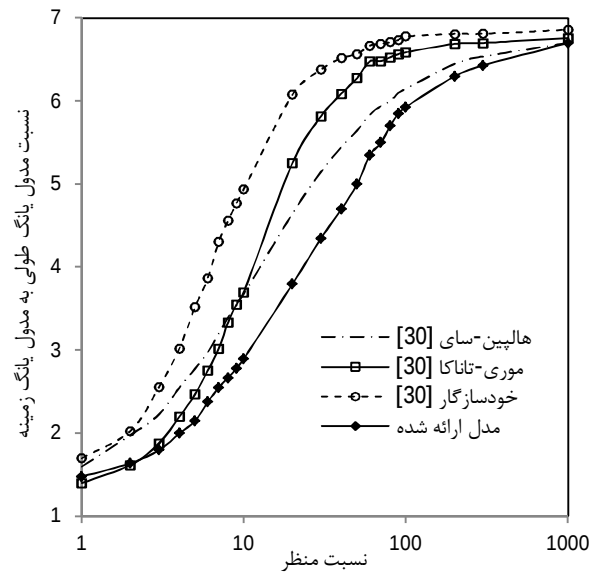
جدول 1 خواص ترموالاستیک اجزای ماده مرکب سیلیکون کارباید/تیتانیوم در دمای

23 درجه سانتی‌گراد [6، 25، 26]

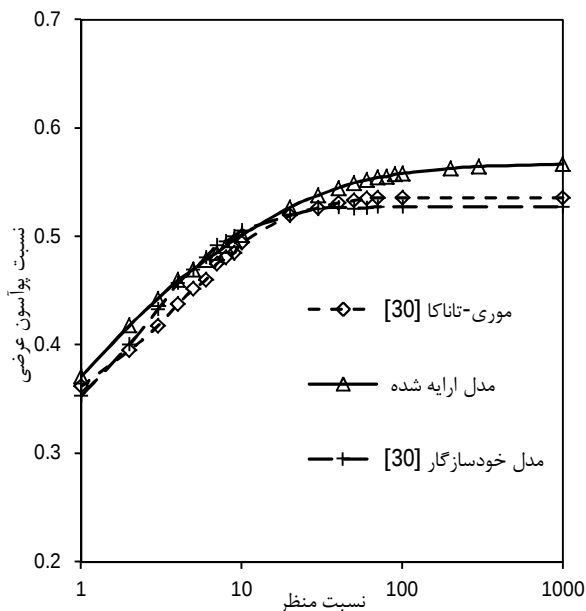
ماده	E (GPa)	ν	α (10 ⁻⁶ /K)
تیتانیوم	112	0/34	6/31
سیلیکون کارباید	393	0/25	3/564
فاز میانی	448	0/2	4/64



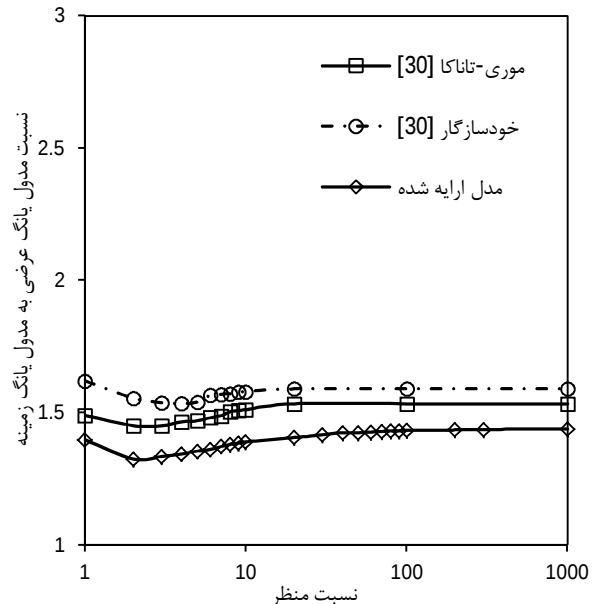
شکل 6-الف تغییرات نسبت پواسون طولی ماده مرکب شیشه/اپوکسی در مقابل نسبت منظر فاز تقویت



شکل 5-الف تغییرات مدول یانگ محوری به مدول یانگ زمینه در مقابل نسبت منظر فاز تقویت



شکل 6-ب تغییرات نسبت پواسون عرضی ماده مرکب شیشه/اپوکسی در مقابل نسبت منظر فاز تقویت



شکل 5-ب تغییرات مدول یانگ عرضی در مقابل نسبت منظر فاز تقویت

در اشکال 6-الف و 6-ب، به ترتیب تغییرات نسبت پواسون طولی (ν_{12}) و عرضی (ν_{23}) در مقابل نسبت منظر فاز تقویت برای ماده مرکب شیشه/اپوکسی با درصد حجمی الیاف 20% نشان داده شده است.

روند تغییرات نسبت پواسون طولی و عرضی در مقابل نسبت منظر، نشان می‌دهد که سه مدل خودسازگار، موری-تاناکا و سلول واحد ساده شده گسترش یافته روند تغییرات مشابهی را دنبال می‌کنند. با افزایش نسبت منظر الیاف نسبت پواسون طولی افزایش پیدا کرده و سپس کاهش می‌یابد، تا اینکه به مقدار ثابتی همگرا شود.

پاسخ منحنی تنش-کرنش طولی ماده مرکب برن/آلومینیوم با مدل سلول واحد گسترش یافته، روش ارائه شده در [29] و داده‌های تجربی [29] در شکل 7 نشان داده شده است. نتایج پیش‌بینی شده با مدل میکرومکانیکی ارائه شده شامل تنش پسماند می‌شود.

ماده مرکب شیشه/اپوکسی با درصد حجمی فاز تقویت 20% در نظر گرفته می‌شود. در اشکال 5-الف و 5-ب به ترتیب نمودار تغییرات مدول یانگ محوری و عرضی نسبت به مدول یانگ زمینه در برابر نسبت منظر فاز تقویت نشان داده شده است.

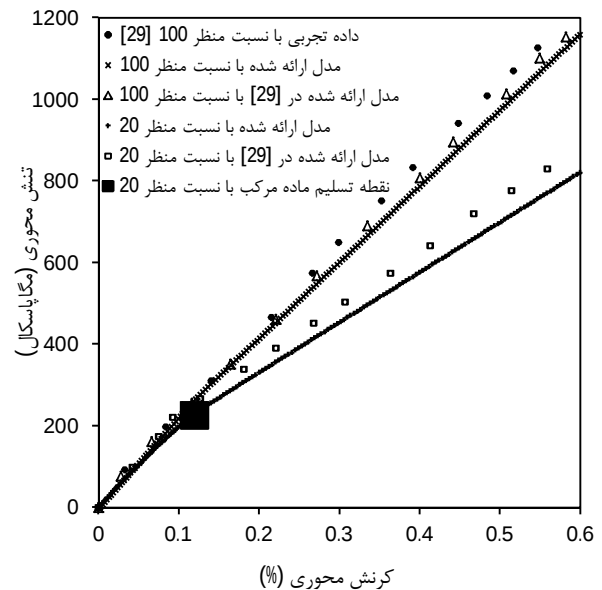
همان‌طور که از شکل 5-الف مشاهده می‌شود، نحوه تغییرات مدول یانگ محوری نسبت به مدول یانگ زمینه در مقابل نسبت منظر الیاف با استفاده از روش‌های مختلف، مشابه است. مقدار مدول یانگ محوری نسبت به مدول یانگ زمینه با افزایش نسبت منظر تا نسبت منظر حدود 350 افزایش می‌یابد و سپس به یک مقدار ثابتی ($E_{11}/E_m=6/8$) همگرا می‌شود که با افزایش نسبت منظر این مقدار ثابت می‌ماند. با توجه به شکل 5-ب، مدول یانگ عرضی ماده مرکب با افزایش نسبت منظر از 1 تا حدود 4 کاهش پیدا کرده و سپس تا نسبت منظر 10 افزایش می‌یابد. با افزایش بیشتر نسبت منظر تغییری در مدول الاستیک عرضی ماده مرکب اتفاق نمی‌افتد.

با علامت لوزی درشت توپر نشان داده شده است.

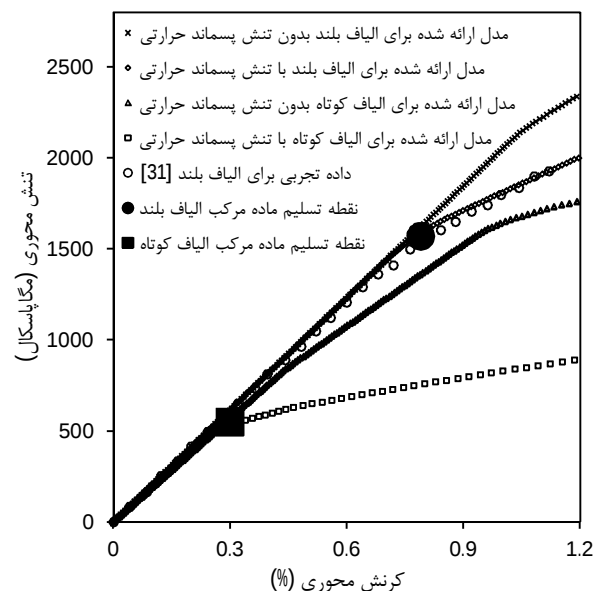
با توجه به در دسترس بودن داده‌های تجربی برای پاسخ کشش طولی ماده مرکب الیاف بلند سیلیکون کارباید/تیتانیوم [31]، مقایسه نتایج شبیه‌سازی رفتار این ماده با مدل ارائه شده در این تحقیق، با این داده‌های تجربی در شکل 8 انجام می‌گیرد. همچنین، این شکل شامل منحنی تنش-کرنش طولی الاستوویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف کوتاه نیز است. این شکل همچنین اثرات تنش پسماند حرارتی را در بارگذاری طولی نشان می‌دهد. در نظر گرفتن تنش پسماند حرارتی در بارگذاری طولی موجب کاهش تنش تسلیم و شروع رفتار غیرخطی برای مواد مرکب الیاف بلند و کوتاه می‌شود. برای ماده مرکب الیاف بلند زمانی که تنش پسماند حرارتی در مدل میکرومکانیکی منظور می‌شود، نتایج شبیه‌سازی منطبق بر داده‌های تجربی است. به‌طوری که بدون در نظر گرفتن تنش پسماند و با اعمال آن تنش تسلیم برای ماده مرکب الیاف بلند به ترتیب حدود 2100 و 1500 مگاپاسکال است که نقطه مورد نظر شروع تسلیم با در نظر گرفتن تنش پسماند حرارتی توسط علامت دایره درشت پررنگ در شکل نشان داده شده است. برای ماده مرکب الیاف کوتاه بدون در نظر گرفتن تنش پسماند و با اعمال آن تنش تسلیم به ترتیب حدود 810 و 510 مگاپاسکال است که نقطه مورد نظر شروع تسلیم با در نظر گرفتن تنش پسماند حرارتی توسط علامت لوزی درشت پررنگ در شکل نشان داده شده است. این نتایج نشان می‌دهد که تنش‌های پسماند حرارتی در بارگذاری کشش طولی بسیار موثر بوده و به منظور پیش‌بینی‌های دقیق و نزدیک به داده‌های تجربی باید در شبیه‌سازی در نظر گرفته شوند. شایان تأکید است که در شکل 8 رفتار غیرخطی ماده مرکب به دلیل تسلیم زمینه است و پدیده خرابی در فاز میانی یا شکست الیاف نقشی در رفتار غیرخطی ماده ایفا نمی‌کنند.

از طرفی دیگر داده‌های تجربی تحت کشش عرضی برای ماده مرکب الیاف بلند سیلیکون کارباید/تیتانیوم در [31] آمده است. نتایج پیش‌بینی شده رفتار منحنی الاستوویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف بلند تحت کشش عرضی با مدل میکرومکانیکی سلول واحد ساده شده گسترش یافته در شکل 9 نشان داده شده است. این نتایج استخراج شده با داده‌های تجربی [31] اعتبارسنجی می‌شود.

شکل 9 تأثیرات تنش پسماند حرارتی و آسیب در فاز میانی را بر رفتار الاستیک-ویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف بلند تحت بارگذاری عرضی نشان می‌دهد. با توجه به شکل 9، می‌توان منحنی تنش-کرنش عرضی ماده مرکب الیاف بلند را با وجود تنش پسماند حرارتی و آسیب فاز میانی به سه قسمت عمده تقسیم نمود. قسمت اول بین مقادیر کرنش 0-0/15٪ است که رفتار سه فاز الاستیک بوده و آسیب در فاز میانی بسیار ناچیز بوده به‌طوری که می‌توان از آن چشم‌پوشی کرد. قسمت دوم بین مقادیر کرنش 0/15-0/65٪ بوده که رفتار دو فاز الیاف و فاز میانی الاستیک است و رفتار غیرالاستیک زمینه شروع می‌شود. در این قسمت اثرات آسیب بیشتر شده و مدول یانگ فاز میانی رفته رفته کاهش می‌یابد، به‌طوری که در حدود کرنش 0/65٪ به صفر نزدیک می‌شود. قسمت سوم از کرنش 0/65٪ به بعد است که در زمینه تغییر شکل غیرالاستیک عمده رخ می‌دهد. همچنین، در این ناحیه مدول یانگ لایه میانی بسیار نزدیک صفر است. مقایسه نتایج مدل ارائه شده با داده‌های تجربی ثابت می‌کند که به منظور حصول نتایج دقیق‌تر برای ماده مرکب الیاف بلند بایستی هر دو عامل تنش پسماند حرارتی و آسیب در لایه میانی در نظر گرفته شود. شکل 9 نشان می‌دهد که با فرض عدم آسیب در لایه میانی، با وجود تنش پسماند تنش تسلیم حدود 1200 مگاپاسکال و



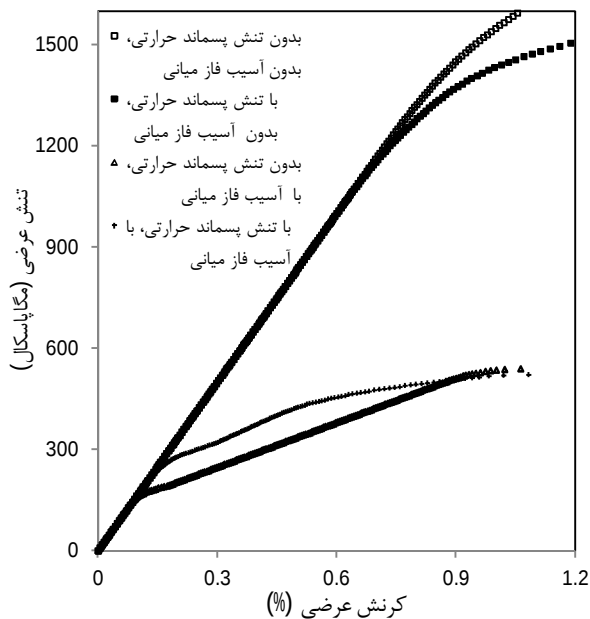
شکل 7 پاسخ الاستیک-ویسکوپلاستیک برن/آلومینیوم در بارگذاری طولی



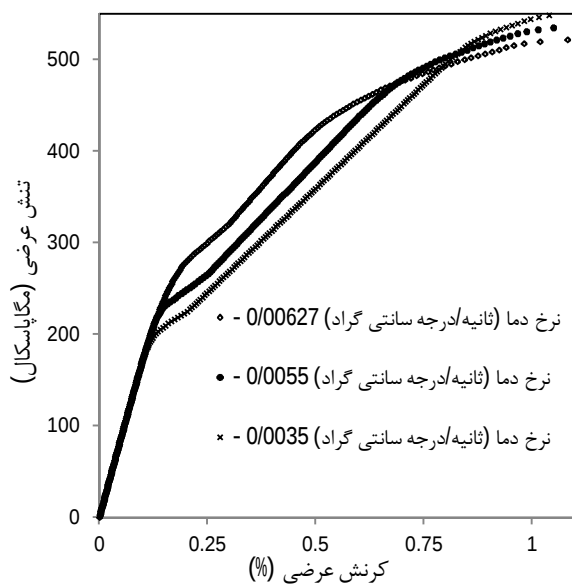
شکل 8 منحنی تنش-کرنش الاستیک-ویسکوپلاستیک ماده مرکب سیلیکون کارباید/تیتانیوم در بارگذاری طولی

تطابق بسیار خوبی بین نتایج حاصل از مدل میکرومکانیکی سلول واحد گسترش یافته، مدل ارائه شده در [29] و داده‌های تجربی برای نسبت منظر 100 وجود دارد.

همان‌طور که از شکل 7 مشاهده می‌شود، مقدار تنش شروع رفتار غیرخطی در بارگذاری طولی با کاهش نسبت منظر، کم می‌شود. برای ماده مرکب برن/آلومینیوم با نسبت منظر 100، شروع رفتار غیرخطی و تسلیم زمینه تا تنش 1000 مگاپاسکال روی نمی‌دهد. این در حالی است که برای همین ماده با نسبت منظر 20 رفتار غیرخطی در 225 مگاپاسکال شروع می‌شود. همچنین، شکل 7 نشان می‌دهد که رفتار ماده مرکب الیافی با نسبت منظر 100 به‌صورت خطی است. بدین مفهوم که هیچ‌گونه تغییر شکل غیرخطی به‌واسطه تسلیم زمینه یا شکست الیاف دیده نمی‌شود. اما ماده مرکب الیاف کوتاه با نسبت منظر 20، در تنش حدود 225 مگاپاسکال رفتار غیرخطی به‌جهت تسلیم زمینه از خود نشان می‌دهد. این مشخصه در شکل 7



شکل 10 منحنی تنش-کرنش ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم تحت بارگذاری عرضی



شکل 11 اثر نرخ دما بر منحنی تنش-کرنش ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم در بارگذاری عرضی

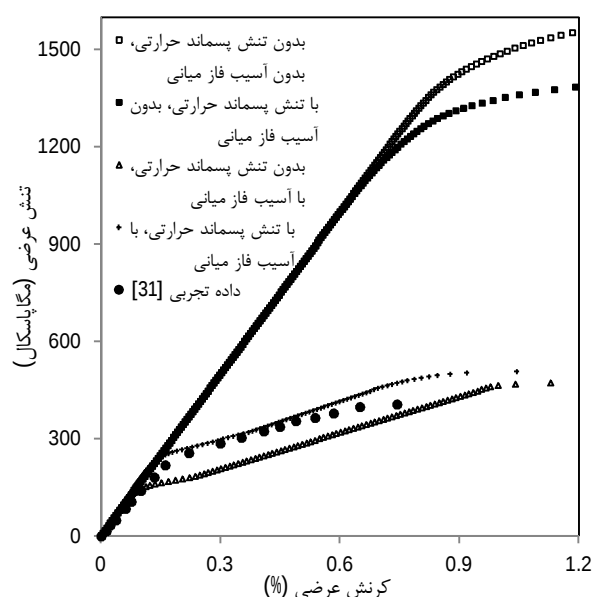
در شکل 11، این اثر برای سه نرخ تغییرات دماهای 0/0035، 0/0055، 0/00627 °C/s ارائه شده است. همان‌طور که از شکل 11 می‌توان دریافت افزایش قدرمطلق نرخ تغییر دما موجب تأخیر در شروع رفتار غیرخطی ماده مرکب الیاف کوتاه می‌شود.

با توجه به شکل 11، برای نرخ دماهای 0/0035، 0/0055 و 0/00627 °C/s شروع رفتار غیرخطی به ترتیب در تنش‌های حدود 185، 215 و 235 مگاپاسکال اتفاق می‌افتد. با توجه به امکانات محاسباتی در دسترس مقدار نرخ تغییرات دمای 0/00627 °C/s یک کران بالا را برای اثرات تنش پسماند حرارتی در نظر می‌گیرد. این نرخ کرنش حرارتی نیز با توجه به اختلاف دما 627- درجه سانتی‌گراد، تعداد مراحل حل، بازه زمانی در نظر گرفته شده و همچنین مقدار ΔT در کد نوشته شده، تعیین می‌شود. سه قسمت ذکر شده

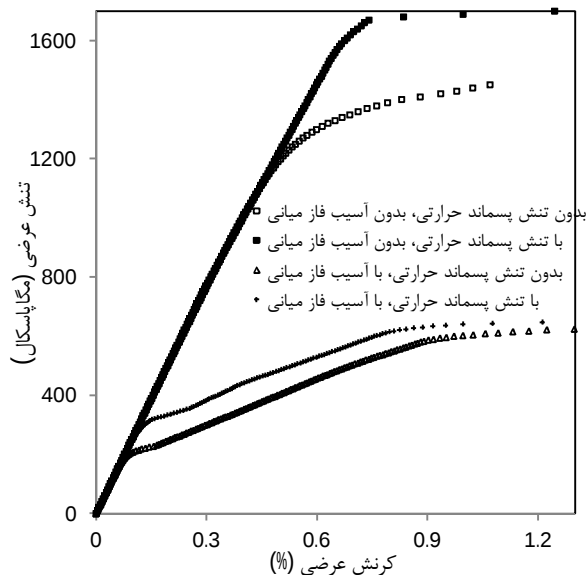
بدون آن حدود 1400 مگاپاسکال است که در هر دو مورد موجب یک افزایش پیش‌بینی برای استحکام و شروع رفتار غیرخطی ماده مرکب الیاف بلند می‌شود. بنابراین، می‌توان چنین استنباط نمود که رفتار ماده مرکب الیاف بلند در بارگذاری عرضی به شدت تحت تأثیر دو عامل تنش پسماند حرارتی و لایه میانی ضعیف است (شکل 9).

نتایج حاصل از مدل‌سازی منحنی تنش-کرنش تحت بارگذاری عرضی با وجود تنش پسماند و آسیب در لایه میانی با مدل میکرومکانیکی سلول واحد گسترش یافته برای ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم در شکل 10 نشان داده شده است. با توجه به شکل 10، تنش پسماند حرارتی و آسیب در فاز میانی بر منحنی تنش-کرنش الاستیک-ویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف کوتاه بسیار مؤثر است. با توجه به وجود آسیب در لایه میانی، هنگامی که تنش پسماند در نظر گرفته نمی‌شود، مقدار تنشی که در آن رفتار غیرخطی ماده مرکب الیاف کوتاه شروع می‌شود پایین‌تر نسبت به زمانی است که تنش پسماند در نظر گرفته می‌شود. به‌طوری که شروع رفتار غیرخطی برای حالتی که آسیب در مدل میکرومکانیکی اعمال می‌شود، بدون در نظر گرفتن تنش پسماند و با اعمال آن به ترتیب حدود 155 و 235 مگاپاسکال است. همچنین، می‌توان منحنی تنش-کرنش عرضی ماده مرکب الیاف کوتاه را با وجود تنش پسماند حرارتی و آسیب فاز میانی به سه قسمت عمده تقسیم نمود. قسمت اول بین مقادیر کرنش 0/14-0/48 است که رفتار سه فاز الاستیک بوده و آسیب در فاز میانی بسیار ناچیز بوده، به‌طوری که می‌توان از آن چشم‌پوشی کرد. قسمت دوم بین مقادیر کرنش 0/48-0/14 بوده که رفتار دو فاز الیاف و لایه میانی الاستیک است و رفتار غیرالاستیک زمینه شروع می‌شود. در این قسمت اثرات آسیب بیشتر شده و مدول یانگ فاز میانی رفته رفته کاهش می‌یابد، به‌طوری که در حدود کرنش 0/48 به صفر نزدیک می‌شود. قسمت سوم که از کرنش 0/48 به بعد است، در زمینه تغییر شکل غیرالاستیک عمده رخ می‌دهد.

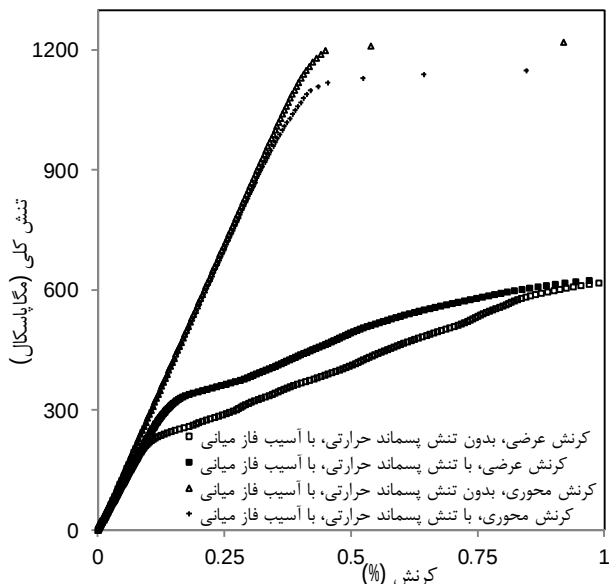
حال تأثیر نرخ دما بر منحنی تنش-کرنش الاستوویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم، تحت بارگذاری عرضی با در نظر گرفتن آسیب در فاز میانی مورد بررسی قرار می‌گیرد.



شکل 9 منحنی تنش-کرنش ماده مرکب الیاف بلند سیلیکون کارباید/تیتانیوم تحت بارگذاری عرضی



شکل 12 منحنی تنش-کرنش ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم در بارگذاری دومحوری کششی عرضی/عرضی



شکل 13 منحنی تنش-کرنش ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم در بارگذاری دومحوری کششی طولی/عرضی

3-5- بارگذاری سه‌محوری

رفتار ماده مرکب الیاف کوتاه تحت بارگذاری سه محوره که $S_x = S_y = S_z$ به‌طور همزمان بر ماده مرکب اعمال می‌شود، مورد بررسی قرار می‌گیرد. در شکل 14، نتایج حاصل از مدل‌سازی رفتار الاستوویسکوپلاستیک ماده مرکب با مدل میکرومکانیکی سلول واحد گسترش یافته، با وجود تنش پسماند حرارتی و آسیب در فاز میانی نشان داده شده است. همان‌گونه که در شکل 14 مشاهده می‌شود، با وجود آسیب در فاز میانی شروع رفتار غیرخطی در منحنی تنش-کرنش عرضی الاستوویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف کوتاه با در نظر گرفتن تنش پسماند حرارتی و بدون آن به‌ترتیب 380 و 270 مگاپاسکال است. با توجه به شکل 14، می‌توان نتیجه گرفت که با وجود آسیب در لایه میانی، رفتار تنش-کرنش طولی ماده مرکب الیاف کوتاه تحت بارگذاری سه محوری با وجود تنش پسماند و بدون آن تفاوت چندانی ندارد.

در تحلیل‌های قبلی را می‌توان در این قسمت نیز به‌کار برد و تأثیر نرخ دما بر این نواحی را مورد بررسی قرار داد. ناحیه اول که در آن سه فاز در نظر گرفته شده رفتار الاستیک از خود نشان می‌دهند، برای نرخ دماهای $0/0035$ ، $0/0055$ و $0/00627$ °C/s به‌ترتیب در محدوده کرنش عرضی $0/01$ ، $0/012$ و $0/014$ است که با افزایش قدر مطلق نرخ تغییر دما این نواحی بزرگ‌تر می‌شوند. ناحیه دوم که در آن مدول یانگ فاز میانی کاهش می‌یابد و رفته رفته به صفر میل می‌کند، برای نرخ دماهای $0/0035$ ، $0/0055$ و $0/00627$ °C/s به‌ترتیب در محدوده کرنش عرضی $0/01$ ، $0/012$ و $0/014$ است. مشاهده می‌شود که با افزایش قدر مطلق نرخ تغییرات دما این بازه در حال کاهش است. قسمت سوم که در زمینه تغییر شکل غیرالاستیک عمده رخ می‌دهد، برای نرخ دماهای $0/0035$ ، $0/0055$ و $0/00627$ °C/s به‌ترتیب از کرنش عرضی $0/02$ ، $0/027$ و $0/048$ به بعد اتفاق می‌افتد.

2-5- بارگذاری دو محوری

مدل‌سازی و بررسی رفتار ماده مرکب الیاف کوتاه زمینه تیتانیومی تحت بارگذاری دو محوره در صفحات مختلف نیز جالب توجه است. ابتدا رفتار تنش-کرنش الاستیک-ویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم تحت بارگذاری دو محوره عرضی/عرضی که در آن $S_x = S_y$ به‌طور همزمان بر المان حجمی نمایند وارد می‌شود، با مدل میکرومکانیکی ارائه شده مورد بررسی قرار می‌گیرد. این نتایج با در نظر گرفتن اثرات تنش پسماند حرارتی و آسیب فاز میانی، در شکل 12 نشان داده شده است.

با در نظر گرفتن تنش پسماند و آسیب در فاز میانی، مقایسه‌ای بین بارگذاری تک‌محوری عرضی و دومحوری عرضی/عرضی نشان می‌دهد که شروع رفتار غیرخطی در بارگذاری تک‌محوری در 235 مگاپاسکال شروع می‌شود، درحالی که برای بارگذاری دومحوری این مقدار به 296 مگاپاسکال افزایش می‌یابد. برای بارگذاری دومحوره عرضی/عرضی از کرنش $0/8\%$ به بعد مدول یانگ فاز میانی به صفر میل می‌کند. همان‌طور که از شکل 12 می‌توان مشاهده نمود با وجود آسیب در فاز میانی، منظور کردن تنش پسماند در بارگذاری دومحوره عرضی/عرضی باعث تأخیر در شروع رفتار غیرخطی ماده مرکب می‌شود. به‌طوری که تنشی که در آن رفتار غیرخطی شروع می‌شود با وجود آسیب در فاز میانی و تنش پسماند، 290 مگاپاسکال و بدون تنش پسماند حدود 200 مگاپاسکال است.

مدل‌سازی منحنی تنش-کرنش ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم تحت بارگذاری دومحوری طولی/عرضی $S_x = S_z$ با استفاده از مدل میکرومکانیکی سلول واحد گسترش یافته، با وجود تنش پسماند حرارتی و آسیب در فاز میانی استخراج شده است. شکل 13 منحنی‌های تنش کلی-کرنش (طولی و عرضی) ماده مرکب الیاف کوتاه نشان می‌دهد. در بارگذاری طولی/عرضی شکل 13، برای منحنی تنش-کرنش عرضی با وجود تنش پسماند و آسیب در فاز میانی مشخص شده که شروع رفتار غیرخطی در تنش بیشتر از 305 مگاپاسکال اتفاق می‌افتد. مقدار کرنشی که در آن مدول یانگ فاز میانی به صفر میل می‌کند، $0/55\%$ به بعد است. همان‌طور که شکل 13 منحنی تنش-کرنش طولی ماده مرکب الیاف کوتاه را در بارگذاری طولی/عرضی نشان می‌دهد، با وجود آسیب در فاز میانی، با در نظر گرفتن تنش پسماند حرارتی، تنشی که در آن رفتار غیرخطی ماده مرکب شروع می‌شود 150 مگاپاسکال نسبت به زمانی که تنش پسماند منظور نمی‌شود، کاهش می‌یابد.

6- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، مدل تحلیلی میکرومکانیکی سلول واحد ساده شده به منظور بررسی اثرات آسیب فاز میانی بر رفتار الاستوویسکوپلاستیک ماده مرکب الیافی زمینه فلزی تحت بارگذاری چندمحوری توسعه داده شد. المان حجمی نماینده ماده مرکب الیافی شامل سه فاز الیاف، زمینه و فاز میانی الیاف/زمینه در نظر گرفته شد که به $c \times r \times h$ سلول در 3 بعد گسترش یافت. مدل نیدلمن جهت بررسی آسیب در فاز میانی در مدل میکرومکانیکی سلول واحد ساده گسترش یافته به کار گرفته شد. تنش پسماند حرارتی که به دلیل اختلاف دمای ساخت ماده مرکب به وجود می‌آید، در این تحلیل منظور شد و اثرات تنش پسماند حرارتی در بارگذاری طولی موجب کاهش تنش تسلیم و باعث تاخیر در شروع رفتار غیرخطی در بارگذاری عرضی می‌شود. نتایج استخراج شده توسط مدل میکرومکانیکی مشخص کرده است که جهت حصول پیش‌بینی‌های دقیق‌تر در مقایسه با نتایج تجربی، بایستی هر دو عامل آسیب لایه میانی و اثر تنش پسماند حرارتی در مدل اعمال شود. داده‌های مدل میکرومکانیکی ارائه شده در خصوص خواص الاستیک عموم مواد مرکب نیز بسیار نزدیک به داده‌های تجربی و سایر مدل‌های در دسترس است. با توجه به پیش‌بینی‌های صورت گرفته با مدل میکرومکانیکی ارائه شده در خصوص شروع رفتار غیرخطی در ماده مرکب الیاف کوتاه زمینه تیتانیومی با وجود آسیب در لایه میانی و تنش پسماند حرارتی تحت بارگذاری‌های تک‌محوره و دومحوره و سه‌محوره، مشخص شد که تحت بارگذاری سه‌محوره حداکثر تاخیر برای شروع رفتار غیرخطی ماده مرکب اتفاق می‌افتد.

7- پیوست

مسئله الاستیک-ویسکوپلاستیک موجود، با استفاده از روش عددی تفاضل محدود حل می‌شود. در زیر روند حل مسئله ارائه می‌شود.

1- ابتدا یک مقدار ثابتی در زمان $t = 0$ برای تنش وارد، S^0 در نظر گرفته می‌شود. این مقدار تنش باید از مقدار تنشی که باعث تسلیم زمینه می‌شود، کمتر باشد (بهتر است این مقدار تنش وارد صفر انتخاب شود).

2- مقادیر مناسبی برای t و Δt در نظر گرفته می‌شود. با استفاده از این مقادیر تعداد مراحل حل $(q = t/\Delta t)$ به دست می‌آید.

3- شماره هر مرحله از اجرا با نام q و اولین مرحله بارگذاری حل الاستیک-ویسکوپلاستیک با $q = 1$ شناخته می‌شود.

4- مقداری برای δS در نظر گرفته می‌شود.

5- در هر مرحله از بارگذاری متناسب با شماره هر مرحله (q) ، مقدار تنش مثلاً S_x هر مرحله به صورت $S_x = S_x^0 + q \times \delta S$ به دست می‌آید.

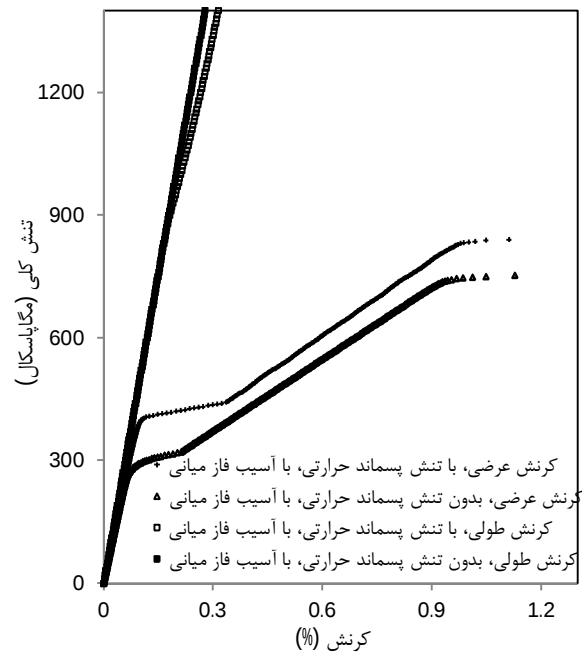
6- برای مرحله q ، در زمان $t + \Delta t$ با $\Lambda_{old} = 0$ ، مقدار $\sigma_{old}^{ijk,t+\Delta t}$ محاسبه می‌شود.

7- با استفاده از $\Lambda_{old}^{ijk,t+\Delta t}$ و $\sigma_{old}^{ijk,t+\Delta t}$ محاسبه شده که اگر مقدار تعریف شده $(\Lambda_{new}^{ijk,t+\Delta t} - \Lambda_{old}^{ijk,t+\Delta t}) < 0$ باشد

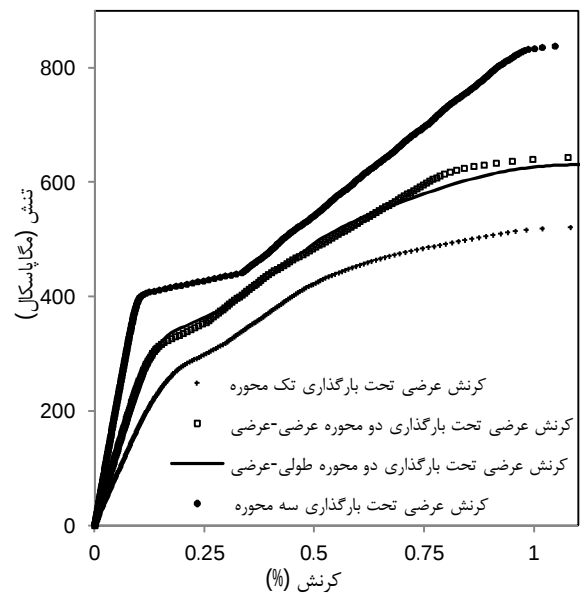
برقرار باشد مقدار $\sigma_{new}^{ijk,t+\Delta t}$ توسط Λ_{new}^{ijk} به دست می‌آید در غیر این صورت به مرحله 6 برگشته و $\Lambda_{old}^{ijk} = \Lambda_{new}^{ijk}$ را قرار داده تا وقتی که شرط برقرار شود.

8- چنانچه مقدار تعریف شده $(\sigma_{new}^{ijk,t+\Delta t} - \sigma_{old}^{ijk,t+\Delta t}) < 0$ برقرار باشد، مقدار تنش به دست آمده صحیح است در غیر این صورت به مرحله 7 برگشته، این فرایند تا زمانی که شرط فوق برقرار شود، ادامه می‌یابد.

9- مقدار کرنش و نرخ کرنش محاسبه می‌شود؛ که اگر نرخ کرنش در بازه نرخ



شکل 14 منحنی تنش-کرنش ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم در بارگذاری سه محوری



شکل 15 منحنی تنش-کرنش عرضی برای ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون/کارباید تیتانیوم تحت بارگذاری تک‌محوره، دومحوره و سه‌محوره

در شکل 15، مقایسه‌ای بین رفتار ماده مرکب الیاف کوتاه تحت بارگذاری تک‌محوره، دومحوره و سه‌محوره انجام گرفته است. در این شکل تغییرات کرنش عرضی برحسب تنش کلی وارد بر المان نماینده در بارگذاری‌های مربوطه نشان داده شده است. در نمودارهای این شکل اثرات تنش پسماند حرارتی و خرابی در فاز میانی منظور شده است. با توجه به پیش‌بینی‌های صورت گرفته با مدل میکرومکانیکی ارائه شده در این تحقیق در خصوص شروع رفتار غیرخطی در ماده مرکب الیاف کوتاه زمینه تیتانیومی با وجود آسیب در لایه میانی و تنش پسماند حرارتی در مباحث مربوط به بارگذاری‌های تک‌محوره و دومحوره و سه‌محوره، مشاهده می‌شود که تحت بارگذاری سه‌محوره حداکثر تاخیر برای شروع رفتار غیرخطی مشاهده می‌شود.

- کرنش تعریف شده باشد به مرحله بعد رفته، در غیر این صورت به مرحله 4 برگشته و مقدار δS را تغییر می‌دهیم.
- 10- اگر $q = Q$ باشد، فرایند حل به اتمام می‌رسد، در غیر این صورت به مرحله 3 برگشته و $q = q + 1$ قرار داده می‌شود.
- ### 8- مراجع
- [1] T. W. Clyne, P. J. Withers, *An introduction to metal matrix composites*, Cambridge University Press, 1993.
 - [2] D. H. Allen, D. C. Lagoudas, *Damage mechanics in composites*, ASME AMD-150, AD-132, New Yourk, 1992.
 - [3] G. Z. Voyiadjis, *Damage in composite materials*, Amsterdam:Elsevier, 1993.
 - [4] D. H. Allen, J. W. Ju, *Damage mechanics in composites*, ASME AMD-185, New Yourk, 1994.
 - [5] R. Talreja, *Damage mechanics of composite materials*, Amsterdam:Elsevier, 1994.
 - [6] S. R. Nutt, F. E. Wawner, Silicon carbide filaments: Microstructure, *Journal of Materials Science*, Vol. 20, pp.1953-1960, 1985.
 - [7] W. S. Johnson, S. J. Lubowski, A. L. Highsmith, Mechanical characterization of unnotched SCS/Ti-15-3 metal matrix composites at room temperature, *Thermal & Mechanical Behavior of Metal Matrix & Ceramic Matrix Composites*, ASTM STP 1080, Philadelphia, pp. 193-218, 1990.
 - [8] R. P. Nimmer, R. J. Bankert, E. S. Russell, G. A. Smith, P. K. Wright, Micromechanical modeling of fiber/matrix interface effects in transversely loaded SiC/Ti-6-4 metal matrix composites, *Journal of Composites Technology & Research*, Vol. 13, pp. 3-13, 1991.
 - [9] C. J. Lissenden, C. T. Herakovich, M. P. Pindera, Response of SiC/Ti under combined loading. Part 1: Theory and experimental for imperfect bonding, *Journal of composite Materials*, Vol. 29, pp. 130-155, 1995a.
 - [10] C. J. Lissenden, C. T. Herakovich, M. P. Pindera, Response of SiC/Ti under combined loading. Part 2: Room temperature creep effects, *Journal of composite Materials*, Vol. 29, pp. 1403-1417, 1995b.
 - [11] C. J. Lissenden, B. A. Lerch, C. T. Herakovich, Response of SiC/Ti under combined loading. Part 3: Microstructural evaluation, *Journal of composite Materials*, Vol. 30, pp. 84-108, 1995c.
 - [12] J. S. Kim, A. H. Muliana, A combined viscoelastic-viscoplastic behavior of particle reinforced composites, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 47, pp. 580-594, 2010.
 - [13] O. C. Zienkiewicz, I. C. Corneau, Viscoplasticity-plasticity and creep in elastic solids: a unified numerical solution approach, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol. 8, pp. 821-845, 1974.
 - [14] B. A. Bednarczyk, S. M. Arnold, Transverse Tensile and Creep Modeling of Continuously Reinforced Titanium Composites with Local Debonding, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 39, pp. 1987-2017, 2002.
 - [15] M. Eynbeygi, M. Mohammadi Aghdam, A micromechanical study on the electro-elastic behavior of piezoelectric fibrous composites using element free Galerkin method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 6, pp. 175-184, 2014. (In Persian)
 - [16] J. Aboudi, Micromechanical Analysis of Composites by the Method of Cell, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 42, pp. 193-221, 1989.
 - [17] R. Ansari, M. K. Hassanzadeh Aghdam, Effects of regular and random distribution of silica nanoparticles on the thermo-elastic and viscoelastic properties of polymer nanocomposites- Micromechanics-based analysis, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 99-107, 2012. (In Persian)
 - [18] M. Mehrdad Shokrieh, M. Elahi, A new model to estimate the Young's modulus of polymer concrete using micromechanical relations, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 12, No. 2, pp. 162-153, 2012. (In Persian)
 - [19] J. Aboudi, The Effective Moduli of Short-fiber Composites, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 19, pp. 693-707, 1983.
 - [20] M. M. Aghdam, D. J. Smith, M. J. Pavier, Finite Element Micromechanical Modelling of Yield and Collapse Behaviour of Metal Matrix Composites, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 48, pp. 499-528, 2000.
 - [21] M. M. Aghdam, A. Dezhsetan, Micromechanics based analysis of randomly distributed fiber reinforced composites using simplified unit cell model, *Composite Structures*, Vol. 71, pp. 327-332, 2005.
 - [22] A. Sayyidmousavi, H. Bougherara, S. R. Falahatgar, Z. Fawaz, Thermomechanical viscoelastic response of a unidirectional graphite/polyimide composite at elevated temperatures using a micromechanical approach, *Journal of Composite Materials*, Vol. 6, pp. 1-16, 2014.
 - [23] S. R. Bodner, Y. Partom, Constitutive Equations for Elastic-viscoplastic Strain Hardening Materials, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 42, pp. 385-389, 1975.
 - [24] A. Needleman, Micromechanical modeling of interfacial decohesion, *Ultramicroscopy*, Vol. 40, pp. 203-214, 1992.
 - [25] J. L. Kroupa, The Nonisothermal Viscoplastic Behavior of a Titanium-matrix Composite, *Composites Engineering*, Vol. 4, pp. 965-977, 1994.
 - [26] J. L. Kroupa, *Implementation of a Nonisothermal Unified Inelastic-Strain Theory Into ADINA6.0 for a Titanium Alloy-User Guide*, Wright Laboratory Report WL-TR-93-4005. University of Dayton, Dayton, Ohio, 1993.
 - [27] M. J. Mahmoodi, M. M. Aghdam, M. Shakeri, The effects of interfacial debonding on the elastoplastic response of unidirectional silicon carbide-titanium composites, Part C: *Journal of Mechanical Engineering science*, Vol. 223, , pp. 259-269, 2010.
 - [28] R. T. Arenburg, J. N. Reddy, Applications of the Aboudi micromechanics theory to metal matrix composites, *Mechanics of Composite Materials and Structures*, Vol. 3, pp. 33-40, 1989.
 - [29] Sh. Yang, H. Qin, Fiber interactions and effective elasto-plastic properties of short-fiber composites, *Composite Structures*, Vol. 54, 523-528, 2001.
 - [30] Ch. L. Tucker, E. Liang, Stiffness predictions for unidirectional short-fiber composites, *Composites Science and Technology*, Vol. 59, pp. 655-671, 1999.
 - [31] R. K. Goldberg, S. M. Arnold, *A Study of Influencing Factors on the Tensile Response of a Titanium Matrix Composite with Weak Interfacial Bonding*, NASA/TM-2000-209798, 2000.