



ارزیابی رفتار انبساط شعاعی استوانه جدار ضخیم تحت بارگذاری انفجاری داخلی به همراه تحلیل عددی

سید مسعود باقری¹، جمال زمانی اشنی^{2*}

1- دانشجوی دوره دکترای تخصصی، مهندسی مکانیک ساخت و تولید، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

2- دانشیار و عضو هیئت علمی، مهندسی مکانیک ساخت و تولید، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

* صندوق پستی 19395-1999، zamani@kntu.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 27 آبان 1393

پذیرش: 17 دی 1393

ارائه در سایت: 19 بهمن 1393

کلید واژگان:

استوانه جدار ضخیم،

ماده منفجره

تنش تسلیم دینامیکی

معادله حالت

نرخ کرنش

نظر به کاربردهای فراوان استوانه‌های جدار ضخیم، اطلاع از رفتار اینگونه سازه‌ها از اهمیت فراوانی برخوردار است. روابط بسیاری درخصوص رفتار استوانه‌ها و کره‌های حاوی ماده منفجره بدست آمده است که عمدتاً متکی بر مدل‌های تجربی است. از این رو استخراج مدل تحلیلی در سازه‌های تحت بارگذاری داخلی و با نرخ بالا مانند فرآیندهای انفجاری در استوانه‌ها، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. هدف اصلی این مقاله، استخراج مدل ریاضی انبساط استوانه جدار ضخیم ایزوتروپیک آلومینیومی حاوی ماده منفجره تی-این-تی می‌باشد که در آن، رفتار ماده منفجره بصورت معادله حالت JWL در نظر گرفته شده است. مدل استحکامی در تحلیل حاضر بر پایه معادله کوپر-سایموند می‌باشد که نرخ کرنش لحظه‌ای در آن وارد و در نتیجه استحکام دینامیکی بر پایه آن، مورد محاسبه و بکارگیری قرار می‌گیرد. از این رو، در نظر گرفتن فشار آبی محصولات انفجاری بعنوان شرایط مرزی و همچنین وجود نرخ کرنش لحظه‌ای و تأثیر آن بر استحکام دینامیکی ماده، از نکات حائز اهمیت و منحصر بفرد در این مقاله محسوب می‌شود. با ارائه معادلات تعادل در استوانه‌های جدار ضخیم، معادله تنش‌های شعاعی و محیطی و سرعت شعاعی استوانه استخراج می‌گردد و با در نظر گرفتن شرایط مرزی و هندسی لحظه‌ای و اصلاح تنش دینامیکی ماده باتوجه به نرخ کرنش، سرعت شعاعی آن با حل معادله دیفرانسیل مربوطه، محاسبه می‌گردد. پس از استخراج سرعت شعاعی، سایر معادلات تنش مورد بررسی و ارزیابی قرار خواهد گرفت. در ادامه، شبیه‌سازی نرم‌افزاری باتوجه به مفروضات، به منظور بررسی روند کلی نتایج حاصل از مدل‌سازی، با نرم‌افزار آلودین انجام شد که تطابق خوبی را با نتایج حاصل از تحلیل نشان می‌دهد.

Evaluation of radial expansion behavior of thick-walled cylinder under internal explosive loading with numerical analysis

Seyed Masood Bagheri, Jamal Zamani Ashni *

Department of Mechanical Engineering, K.N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

* P.O.B. 19395-1999 Tehran, Iran, zamani@kntu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 18 November 2014
Accepted 07 January 2014
Available Online 08 February 2015

Keywords:
Thick-Walled Cylinder
Explosive
Dynamic Yield Stress
Equation of State
Strain Rate

ABSTRACT

Knowing the behavior of thick-walled cylinders, due to their numerous applications is important. There are numerous relationships for cylinders and spheres containing explosives which have been found, based mainly on other experimental models. Hence, developing an analytical model of the behavior of structures under internal and high-rate loading, like explosion in the cylinders, is of great importance. The main objective of this paper is to derive a mathematical model of isotropic thick-walled aluminum cylinder containing TNT in which JWL equation of state is considered for behavior of explosive expansion. The present analysis is based on the Cowper-Symonds material model, in which strain rate at each moment is used for calculation of dynamic strength. Therefore, given the instantaneous explosive pressure boundary conditions as well as instantaneous strain rate and its impact on the dynamic strength of the material, is of significant technique in this paper. By employing equations of equilibrium in thick-walled cylinders, the equations of radial and circumferential stresses and radial velocities were derived. The instantaneous geometric and boundary conditions and corrected dynamic stress of material with respect to the strain rate used to calculate radial velocity through solving the differential equation of motion. After extraction of radial velocity, other stress equations will be evaluated. Furthermore, by considering the assumptions and in order to assess the overall results of the analytical modeling, computer simulation was done using Autodyn software, which shows good agreement with the analytical results.

1- مقدمه

پدیده‌های انفجار و نفوذ پرتابه‌های با سرعت بالا [3,2] و غیره همواره مورد

مطالعه رفتار دینامیکی استوانه‌های جدار ضخیم در شرایط و هندسه‌های مختلف و در کاربردهای گوناگون مانند تجهیزات و مخازن تحت فشار [1].

توجه محققین بسیاری قرار گرفته است.

در این راستا دستیابی به مدل تحلیلی جامع در تحلیل هندسه‌های جدار

Please cite this article using:

S. M. Bagheri, J. Zamani Ashni, Evaluation of radial expansion behavior of thick-walled cylinder under internal explosive loading with numerical analysis, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 251-259, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

بررسی پرداخته‌اند [20,14]. بارگذاری حذی و آستانه دستیابی به نقطه پلاستیک همراه با بکارگیری الگوریتم‌های متفاوت، از موارد مطلوب در ارزیابی رفتار استوانه‌های چدار ضخیم است [22,21,17]. روابط مربوط به استوانه‌های چدار ضخیم بدون در نظر گرفتن جمله شتاب‌گیری و در حالت الاستیک، در تحلیل‌ها اعمال شده است.

از این‌رو دستیابی به رفتار استوانه‌های چدار ضخیم تحت بارگذاری با نرخ بالا مانند انفجار به همراه مدل مادی مناسب و بیان تحلیلی آن ضرورت دارد. در این مقاله به پدیده انبساط استوانه توخالی چدار ضخیم حاوی ماده منفجره و پارامترهای آن مانند جابجایی شعاعی، سرعت انبساط، وضعیت تنش شعاعی و محیطی⁷ و تغییرات استحکام ماده در حین فرآیند پرداخته می‌شود. تحقیقات با ارائه روش تحلیلی انبساط استوانه‌های چدار ضخیم، سرعت شعاعی آن و بررسی حالات تنش در آن آغاز و پس از معرفی معادلات مربوط، نتایج تحلیل بکارگرفته شده در استوانه‌ای آلومینیومی با ابعاد مشخص ارائه می‌گردد. در ادامه تحقیق، شبیه‌سازی باتوجه به پارامترهای فرضی فیزیکی و مقادیر اولیه، انجام و داده‌های حاصل از شبیه‌سازی نرم‌افزاری با نتایج تحلیلی مورد مقایسه و ارزیابی قرار می‌گیرد. نکته کلیدی در تحلیل روابط استخراج سرعت شعاعی است که باتوجه به محاسبه آن می‌توان تغییرات شعاع استوانه و همچنین شتاب‌گیری و حالات تنش در جداره را مورد تحلیل قرار داد.

2- معادلات حاکم بر رفتار استوانه چدار ضخیم

2-1- معادلات پایه‌ای استوانه چدار ضخیم

با توجه به شکل 1 و در نظر گرفتن نیروهای شعاعی و محوری و برقراری تعادل در حالت استاتیک در جهت شعاعی، می‌توان رابطه تعادلی تنش در حالت استاتیک را بصورت رابطه (1) در نظر گرفت [1]:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (1)$$

معادله (1) در حالت استاتیک کاربرد دارد و در حالت دینامیک و در نظر گرفتن حرکت برای المان موردنظر به فرم معادله حرکت زیر تبدیل می‌شود که جمله حاصل ضرب چگالی در شتاب به آن اضافه شده است [13]. طبق رابطه (2) داریم:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = \rho \frac{dv_r}{dt} = \rho \dot{v}_r \quad (2)$$

2-2- معادلات حالت محصولات انفجاری

در این تحلیل از معادله حالت JWL⁸ استفاده می‌شود. معادله حالت JWL فشار تولید شده ناشی از آزاد شدن انرژی شیمیایی در یک ماده منفجره را مدل می‌کند. این مدل به‌عنوان یک احتراق از پیش تعیین شده به کار برده می‌شود به این معنی که واکنش و شروع انفجار توسط شوک در ماده تعریف نمی‌شود. به جای آن، زمان آغاز به صورت هندسی با استفاده از سرعت موج انفجار و فاصله نقطه ماده از نقاط انفجاری تعیین می‌شود [23]. این معادله حالت معمولاً برای مدل کردن محصولات ناشی از انفجار مواد سوختار شدید⁹ مورد استفاده قرار می‌گیرد.

1- معادله حالت JWL ظاهری ساده داشته و استفاده از آن بسیار راحت است.

ضخیم بسیار حائز اهمیت است. بسیاری از مطالب در سایر حوزه‌های مکانیک مانند ارزیابی پوسته‌پوسته‌شدن و ترکش [4-7]، همچنین آزمایش استوانه در استخراج ضرایب معادلات ماده منفجره ناشناخته [8] و فرآیندهای اتوفرتاژ¹ [9]، به دانستن رفتار و معادلات حاکم مربوطه وابسته است.

اولین گام‌های مطالعاتی، بررسی رینگ‌های چدار ضخیم و حالات تنش و سرعت انبساط در آن با توجه به نرخ کرنش بالای حاصل از بارگذاری‌های الکترومغناطیسی بوده است [11,10]. هرچند برخی سعی بر تعمیم نتایج حاصل از این تحلیل‌های در حالت استوانه‌های چدار ضخیم داشته‌اند [12]، اما باید گفت این تحلیل‌ها حالت دوبعدی داشته و نتایج حاصله تطابق خوبی با نتایج تحلیل در استوانه‌های چدار ضخیم ندارد.

از جمله اولین تحلیل‌های جامع و کامل در حوزه چدار ضخیم توسط الحسنی و جونز [13] در فرآیند انبساط و ترکش‌شدن کُره چدار ضخیم حاوی ماده منفجره انجام شد. هدف این تحلیل دستیابی به سرعت انبساط حالات تنش و در نهایت پوسته‌پوسته‌شدن و ترکش آن بوده است. از جمله معایب اصلی این تحلیل که بعنوان مفروضات مسئله نیز در نظر گرفته شده، این است که ماده بصورت صلب کاملاً پلاستیک بدون وابستگی به نرخ کرنش، مورد تحلیل قرار گرفته است.

آنچه که در تحلیل‌ها حائز اهمیت است دستیابی به مدل مادی و تکنیک‌های حل مسئله می‌باشد. از این‌رو، تحلیل‌های دیگری در حالت انفجار به بیرون² و انفجار به داخل³ با در نظر گرفتن روابط ویسکوپلاستیک⁴ انجام شده است [14]. مدل ویسکوپلاستیک در ارزیابی استوانه‌ها از مدل مادی مواد متخلخل استخراج شده است. در این تحلیل، شرایط مرزی داخلی مربوط به فشار گاز، از روابط ترمودینامیکی تحلیلی استخراج شده است. هرچند تحلیل صورت گرفته رفتار مواد در تمامی جداره را بررسی نمی‌کند، اما معادلات مربوطه در مرزها، تطابق خوبی را با نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد.

تکنیک بکارگیری روابط ویسکوپلاستیک در مدل مادی و استفاده از مدل هورومسر⁵ و پراگر⁶ در حالت عمومی نیز بکارگرفته شده است [15]. دستیابی به تابع ویسکوپلاستیک از طریق حل معادله تعادل در استوانه و دستیابی به معادله درجه دوم دیفرانسیلی باتوجه به اعمال شرایط مرزی، پیشنهاد شده است [16]. حل معادله مربوطه با صرفنظر کردن از اثرات اینرسی و ویسکوزیته انجام شده است. از آنجایی که یافتن تابع تحلیلی ویسکوپلاستیک بسیار دشوار است لذا می‌توان آن را بصورت تخمینی در نظر گرفت که این کار با لحاظ تابعی در خصوص بیان سرعت شعاعی بر حسب مکان و زمان انجام شده است [15]. بنابراین ضعف عمده این دیدگاه تخمین جواب و تحلیل آن می‌باشد.

در بسیاری از استوانه‌های چدار ضخیم، رفتار ماده بادر نظر گرفتن مدل مادی، بصورت کرنش‌سختی و یا نرخ کرنش‌سختی مورد توجه قرار گرفته است [18,17]

درخصوص انواع بارگذاری‌ها می‌توان گفت که بارگذاری در استوانه‌ها عمدتاً شامل بارگذاری داخلی بوده است. هرچند برخی از محققین بارگذاری متغیر در استوانه‌های چدار ضخیم برحسب توابع کسینوسی را مورد بررسی قرار داده‌اند که در حل آن‌ها، بسط فوریه بکار گرفته شده است [19]. برخی نیز بر روی اعمال فشار داخلی و خارجی بصورت توأمان نیز به تحقیق و

1- Autofrettage
2- Divergent
3- Convergent
4- Viscoplastic
5- Hohromser
6- Prager

7- Radial and tangential Stress
8- Jones-Wilkins-Lee
9- high explosive

3-2- مدل استحکام و تسلیم دینامیکی

استحکام تسلیم دینامیکی¹ مواد را می‌توان بصورت رابطه (7) در نظر گرفت [24]:

$$\frac{\sigma_{Yd}}{\sigma_Y} = f(\dot{\epsilon})g(\epsilon) \quad (7)$$

که σ_{Yd} و σ_Y به ترتیب تنش استاتیک و دینامیکی، $f(\dot{\epsilon})$ تابع حساسیت به نرخ کرنش، $g(\epsilon)$ تابع کرنش سختی ماده و $\dot{\epsilon}$ نرخ کرنش است. با صرف نظر از اثرات کرنش سختی، می‌توان نوشت: $g(\epsilon) = 1$. پارامتر حساسیت به نرخ کرنش $f(\dot{\epsilon})$ که به معادله کوپر-سایموند² شناخته می‌شود را می‌توان بصورت رابطه (8) در نظر گرفت [25]:

$$\frac{\sigma_{Dynamic}}{\sigma_{Static}} = 1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}}{D}\right)^{1/q} \quad (8)$$

که D و q ضرایب ثابتی هستند که از آزمایش‌ها استخراج می‌شوند. این مدل برپایه فرضیاتی مبنی بر تئوری بارگذاری دینامیکی حالت پلاستیک صلب می‌باشد و بر همین اساس وابستگی نرخ کرنش به تنش تسلیم را بیان می‌دارد.

3- روش تحلیل ارائه شده در این تحقیق

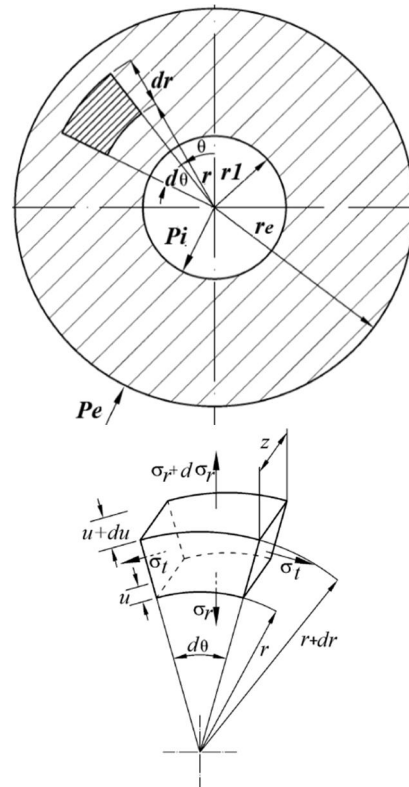
1-1- فرضیات حاکم

در این تحقیق، برخی از ساده‌سازی‌ها و فرضیات به شرح ذیل صورت گرفته است:

- در تحلیل تئوری و شبیه‌سازی، ماده بصورت کاملاً پلاستیک به همراه معیار تسلیم ترسکا³ در نظر گرفته شده است که در آن، مدل استحکامی از رابطه کوپر-سایموند تبعیت می‌شود.
- در تحلیل و شبیه‌سازی، طبق مدل مادی مربوطه، تنش سیلان تسلیم وابسته به نرخ کرنش و مستقل از کرنش سختی و تغییرات دمایی (به سبب کار پلاستیک) است.
- حجم ماده خالص تشکیل‌دهنده استوانه، در حین فرآیند ثابت در نظر گرفته می‌شود و از این رو، تغییرات حجم دیواره ثابت فرض می‌گردد.
- در تحلیل‌ها، روابط مربوط بارگذاری موج شوک در نظر گرفته نمی‌شود.
- فرض می‌گردد که انفجار بصورت خطی و از محور استوانه به سمت بیرون انجام می‌شود.
- در مدل تحلیلی فرض می‌گردد که در لحظه آغاز انفجار، نیروی فشاری به جداره داخلی استوانه وارد می‌شود درحالی‌که در فرآیند شبیه‌سازی، زمان انفجار کامل ماده منفجره و اعمال فشار بر جداره داخلی حدود 1/8 میکروثانیه می‌باشد که در شبیه‌سازی، تأخیر زمانی فشار ایجاد شده اعمال شده است.

3-2- ارائه رابطه تحلیلی

روش تحقیق و تحلیل تئوری در این مقاله بر مبنای بنیان‌گذاری روابط تنش باتوجه به در نظر گرفتن استحکام دینامیکی ماده و شرایط مرزی حاصل از معادلات حالت محصولات انفجاری می‌باشد. در ادامه، باتوجه به معادلات تعادل، معادله‌ای دیفرانسیلی به منظور محاسبه سرعت انبساط استخراج و با حل آن و در نظر گرفتن استحکام دینامیکی و بارگذاری داخلی و معادلات حالت محصولات انفجاری، مقادیر سرعت‌ها و تنش‌ها حاصل می‌گردد. نمودار شرایط مرزی استوانه مذکور در شکل 2 ارائه شده است.



شکل 1 المانی از یک جسم استوانه‌ای شکل به همراه مؤلفه‌های مربوطه

2- در تعیین معادله حالت JWL برای یک ماده منفجره، مشخص بودن اجزاء تشکیل‌دهنده ماده منفجره و محصولات انفجار، بر خلاف بسیاری از معادلات حاکم دیگر لازم نیست.

3- با توجه به بررسی‌های انجام شده بسیاری از معادلات حالت پیشنهادی برای مواد منفجره در هیدروکدها، به درستی نمی‌توانند رفتار ماده منفجره را بیان کنند؛ اما معادله حالت JWL تطابق رفتاری خوبی را در مقایسه با نتایج تجربی نشان می‌دهد.

شکل کلی معادله حالت JWL بصورت رابطه (3) می‌باشد [23]:

$$P(V) = Ae^{-R_1V} + Be^{-R_2V} + CV^{-(\omega+1)} \quad (3)$$

که در آن پارامترهای $A, B, C, R_1, R_2, \omega$ مقادیر ثابت و P و V به ترتیب فشار و حجم بدون بُعد می‌باشند. با در نظر گرفتن رفتار آیزنتروپیک برای محصولات انفجار، مقدار انرژی داخلی $E(V)$ با انتگرال‌گیری از معادله فشار، بصورت رابطه (4) در نظر گرفته می‌شود:

$$E(V) = - \int P dV = \frac{A}{R_1} e^{-R_1V} + \frac{B}{R_2} e^{-R_2V} + \frac{C}{\omega} V^{-\omega} \quad (4)$$

با انبساط محصولات انفجاری مقدار E به سمت صفر میل پیدا می‌کند. با مرتب کردن عبارت (4) بر حسب مقدار C رابطه (5) را خواهیم داشت:

$$C = \omega V^{\omega} \left[E - \frac{A}{R_1} e^{-R_1V} + \frac{B}{R_2} e^{-R_2V} \right] \quad (5)$$

با جایگزینی معادله (5) در (3) صورت دیگر معادله حالت JWL به فرم رابطه (6) بدست می‌آید:

$$P = A \left[1 - \frac{\omega}{R_1V} \right] e^{-R_1V} + B \left[1 - \frac{\omega}{R_2V} \right] e^{-R_2V} + \frac{\omega}{V} E \quad (6)$$

معادلات (3) و (6) فرم معادله حالت JWL در کدهای هیدرودینامیکی هستند.

1- Dynamic Yield Strength

2- Cowper-Symonds

3- Tresca

$$\sigma_r = (\sigma_Y + \rho v_a^2 + \rho a \dot{v}_a) \ln \frac{r}{a} + \frac{1}{2} \rho v_a^2 a^2 \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{a^2} \right) - P_a \quad (16)$$

و مقدار σ_θ باتوجه به (14) بصورت رابطه (17) بدست می‌آید:

$$\sigma_\theta = \left(\ln \frac{r}{a} + 1 \right) \sigma_Y + \rho (v_a^2 + a \dot{v}_a) \ln \frac{r}{a} + \frac{1}{2} \rho v_a^2 a^2 \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{a^2} \right) - P_a \quad (17)$$

با در نظر گرفتن روابط (16) و (17) و اعمال شرایط مرزی $\sigma_r = 0$ در $r = b$ رابطه (18) را خواهیم داشت:

$$P_a = (\sigma_Y + \rho v_a^2 + \rho a \dot{v}_a) \ln \frac{b}{a} + \frac{1}{2} \rho v_a^2 a^2 \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2} \right) \quad (18)$$

با حل معادله (18) عبارتی بصورت زیر برای سرعت شعاعی با در نظر گرفتن فشار ثابت P_a برای استوانه بدست می‌آید. طبق رابطه (19) داریم:

$$\dot{v}_a = \frac{P_a}{\rho a \ln \frac{b}{a}} - \frac{\sigma_Y}{\rho a} - v_a^2 \left(\frac{1}{a} + \frac{a^2 - b^2}{2ab^2 \ln \frac{b}{a}} \right) \quad (19)$$

3-3- گام‌های مدل‌سازی

به منظور دستیابی به سرعت انبساط لوله، ابتدا معادله (19) با شرط معادله (10) محاسبه می‌شود. معادله حالت مربوط به محصولات انفجاری در هر گام از حل با توجه به شعاع لحظه‌ای استوانه در معادله دیفرانسیل مربوط به سرعت انبساط استوانه، بعنوان شرایط مرزی وارد می‌شود. استحکام دینامیکی ماده و یا به عبارتی تنش سیلان دینامیکی با توجه به ارزیابی نرخ کرنش معادل در هر لحظه و جاگذاری در معادله (8)، استخراج می‌شود. این بدان معنی است که با بکارگیری این تکنیک در فرآیند، اثرات نرخ کرنش‌سختی مدنظر قرار می‌گیرد. در مدل‌سازی حاضر به منظور در نظر گرفتن نرخ کرنش و بارگذاری دینامیکی لازم است که تنش معادل را با تنش دینامیکی یکسان در نظر گرفت و همان‌گونه که ذکر شد باتوجه به تغییر شکل پلاستیک، مقدار آن را بالاتر از تنش تسلیم ماده لحاظ نمود [26]. یعنی طبق رابطه (20):

$$\sigma_{\text{Dynamic}} = \sigma_{\text{Static}} \left[1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}}{D} \right)^{1/q} \right] = \sigma_e > \sigma_Y \quad (20)$$

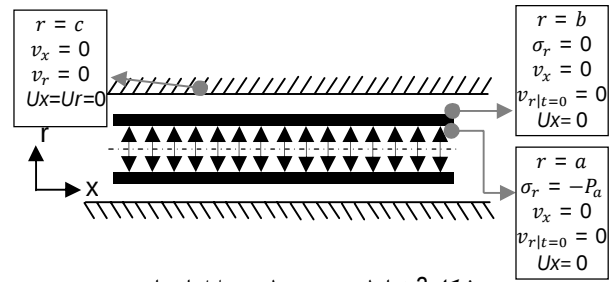
مقادیر مربوط به ضرایب معادله (20) برای آلومینیوم آلیاژی 2024 در جدول 1 ارائه شده است [26].

نکته‌ای که در محاسبه فشار داخلی می‌بایست در نظر گرفته شود این است که مقدار فشار داخلی اعمال شده توسط ماده منفجره به دیواره استوانه، باتوجه به معادلات حالت محصولات انفجاری، تابعی از حجم‌ها و به تبع آن مجذور شعاع استوانه و شعاع اولیه ماده منفجره است که می‌بایست در محاسبات در نظر گرفته شود.

فرآیند تا انبساط سیلندر به مقدار از پیش تعیین‌شده ادامه می‌یابد. مراحل انجام تحلیل در فلوچارت شکل 3 نشان داده شده است. مراحل تحلیل عددی با بکارگیری نرم‌افزار متلب صورت گرفته است.

3-4- انجام شبیه‌سازی

در گام بعدی، شبیه‌سازی نرم‌افزاری استوانه حاوی ماده منفجره با استفاده از نرم‌افزار آتوداین² انجام شده است. شماتیک مدل‌سازی در حالت دوبعدی متقارن محوری مانند شکل 4 انجام شده است. با توجه به مفروضات مسئله، خرج انفجاری بصورت خطی و در راستای محور استوانه تعبیه شده است.



شکل 2 شرایط مرزی مربوط به تحلیل استوانه

با در نظر گرفتن حجم ثابت المان در حین فرایند انبساط و حالت تراکم ناپذیری ماده [13]، طبق روابط (9) و (10) داریم:

$$\Gamma = b^2 - a^2 = b_0^2 - a_0^2 \quad (9)$$

$$b = (b_0^2 - a_0^2 - a^2)^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

که a و b اشاره به شعاع داخلی و خارجی استوانه و اندیس 0 مربوط به حالت اولیه آن می‌باشد.

با دیفرانسیل‌گیری از رابطه (10)، معادله (11) استخراج می‌شود:

$$\dot{\Gamma} = 2b \frac{db}{dt} - 2a \frac{da}{dt} = 0 \quad (11)$$

$$bv_b = av_a = rv_r$$

با دیفرانسیل‌گیری معادله (11)، معادله (12) حاصل می‌گردد:

$$\dot{v}_r = \frac{v_a^2}{r} + \frac{a}{r} \dot{v}_a - \frac{a^2}{r^3} v_a^2 \quad (12)$$

از دیگر روابط که در ادامه کار استفاده می‌گردد، رابطه مرتبط با معیار تسلیم ترسکا می‌باشد که بصورت رابطه (13) مطرح است:

$$\frac{1}{2} \max\{|\sigma_\theta - \sigma_z|, |\sigma_z - \sigma_r|, |\sigma_r - \sigma_\theta|\} = \frac{1}{2} \sigma_Y \quad (13)$$

این مدل برای بررسی تسلیم فلزات در حالت تنش‌های مختلف کاربرد دارد و همواره تنش برشی درون ماده را مورد توجه قرار می‌دهد. اگر وضعیت تنش برشی درون ماده (که با σ_e نشان داده می‌شود) در درون مرزهای تسلیم آن باشد ($\sigma_e < \sigma_Y$) ماده تسلیم نشده و در غیر این صورت ($\sigma_e > \sigma_Y$) ماده تسلیم خواهد شد [26] که حالت دوم در این تحقیق حاکم است. یعنی با فرض $\sigma_e > \sigma_Y$ ماده به حالت تسلیم و شرایط تغییر شکل پلاستیک تبدیل می‌گردد. این مدل، اثرات کرنش سختی، نرخ کرنش اعمالی و یا نرم‌شدگی گرمایی¹ را در نظر نمی‌گیرد. البته با در نظر گرفتن تنش معادل σ_e و مقایسه آن با تنش سیلان موثر دینامیکی می‌توان اثرات کرنش و یا نرخ کرنش سختی و یا دما را نیز در نظر گرفت [26].

با توجه به باز بودن دو انتهای استوانه، می‌توان شرایط تنش در استوانه را بصورت تنش صفحه‌ای در نظر گرفت. یعنی تنش در راستای محور z صفر در نظر گرفته می‌شود ($\sigma_z = 0$).

که با جایگزینی در رابطه (13)، رابطه (14) حاصل می‌گردد:

$$\sigma_\theta - \sigma_r = \sigma_Y \quad (14)$$

بنابراین معادله حرکت (2)، با در نظر گرفتن جمله شتاب (12) و شرایط تسلیم، بصورت رابطه (15) تبدیل می‌گردد:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{\sigma_Y}{r} + \rho \left(\frac{v_a^2}{r} + \frac{a}{r} \dot{v}_a - \frac{a^2}{r^3} v_a^2 \right) \quad (15)$$

با انتگرال‌گیری عبارت (15) و در نظر گرفتن شرایط مرزی $\sigma_r = -P_a$ در $r = a$ ، معادله تنش بدست می‌آید. طبق رابطه (16) داریم:

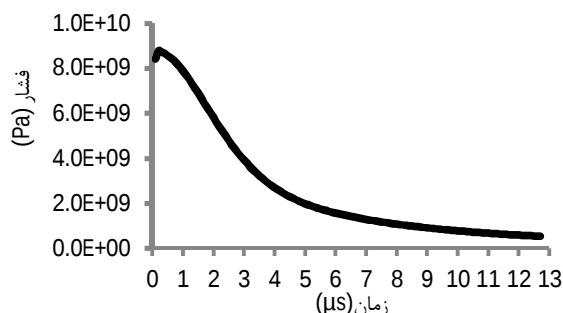
همانگونه که گفته شد، به منظور مدل کردن محصولات انفجار، ماده منفجره با معادله حالت JWL بیان می‌گردد و ضرایب آن برای هر ماده منفجره بصورت جداگانه تعیین می‌گردد. این مقادیر عموماً تجربی بوده و از آزمایش انفجار استوانه، بدست می‌آید. پارامترهای معادله حالت ماده منفجره تی.ان.تی، بصورت جدول 2 می‌باشد.

4- ارائه نتایج

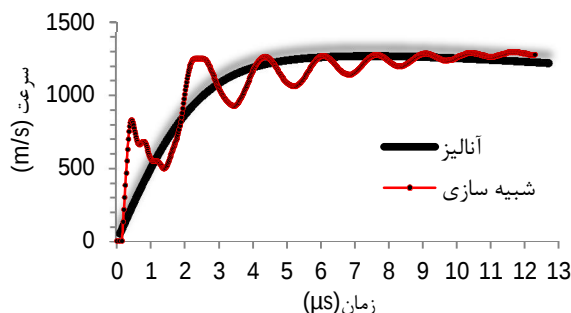
مقادیر مربوط به شعاع داخلی و خارجی و همچنین سرعت استوانه مربوط به تحلیل صورت گرفته بر مبنای مفروضات مطروحه در جدول 3 و بصورت گراف‌هایی در شکل های 5 تا 11، ارائه شده است. همچنین مراحل مختلف شبیه‌سازی فرآیند انبساط لوله در شکل 12 نشان داده شده است.

جدول 2 مشخصات ماده منفجره تی.ان.تی و ضرایب مورد استفاده در معادله JWL [23]

مقدار	ثوابت ماده منفجره
1630	چگالی (kg/m^3)
6930	سرعت دتونیشن D (m/s)
21/0	فشار چاپمن-جوگت P_{ej} (GPa)
6/0e+6	انرژی ویژه بر واحد حجم (kJ/m^3)
4/15	$R1$
0/95	$R2$
0/3	ω
373/77	A (GPa)
3/7471	B (GPa)
1/7	ثابت گاز γ



شکل 5 نمودار فشار داخلی استوانه در حین فرآیند حاصل از روش تحلیلی

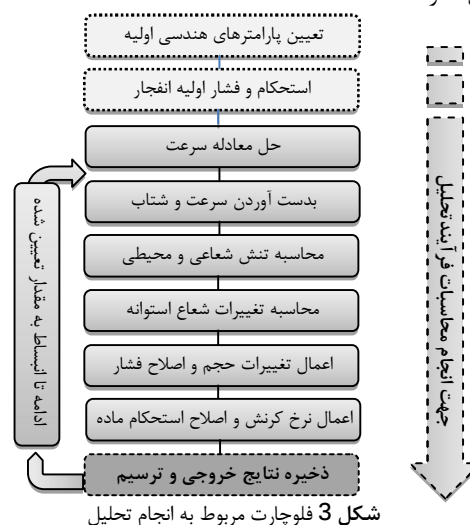


شکل 6 نمودار تغییرات سرعت شعاعی استوانه حاصل از روش تحلیلی و شبیه‌سازی

مش‌بندی ماده منفجره و هوای پیرامونی باتوجه به تغییرشکل‌های بسیار گسترده و به‌منظور جلوگیری از واپس‌پاش‌المان‌ها، بصورت اویلری و مش‌بندی ماده تشکیل‌دهنده استوانه، لاگرانژی انتخاب شده است.

گیج‌های متحرک در راستای ضخامت استوانه تعبیه شده‌اند که میزان جابجایی و سرعت شعاعی را در مکان‌های متفاوت اندازه‌گیری می‌کنند. آنالیز اندازه شبکه مش‌بندی در قسمت نتایج ارائه شده است.

خروجی روش تحلیلی و شبیه‌سازی انجام شده در خصوص استوانه آلومینیومی سری 2024 با شعاع داخلی و خارجی 12/70 و 18/70 میلی‌متر حاوی ماده منفجره تی.ان.تی¹ انجام شده است. انبساط سیلندر تا دستیابی شعاع خارجی به مقدار 30 میلی‌متر در نظر گرفته شده است. سایر مفروضات در جدول 1 ارائه شده است.



شکل 3 فلوچارت مربوط به انجام تحلیل



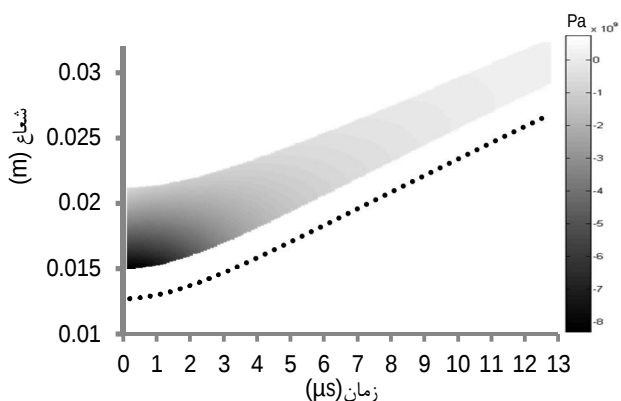
شکل 4 شماتیک چیدمان آزمایش استوانه و مکان مربوط به نقاط دتونیشن به همراه نمودار مربوط به شرایط مرزی مورد استفاده در تحقیق

جدول 1 مشخصات سیلندر آلومینیومی 2024 مورد استفاده در تحلیل و شبیه‌سازی [26,23]

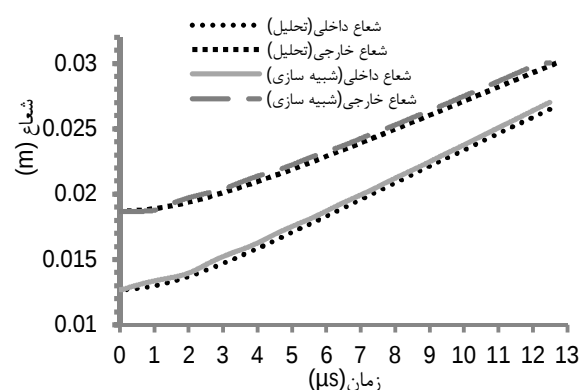
مقدار	مشخصه‌های هندسی و فیزیکی سیلندر	
12/70	شعاع داخلی (mm)	ابعاد و اندازه
18/70	شعاع خارجی (mm)	
30	شعاع نهایی انبساط (mm)	
200	طول (mm)	خواص فیزیکی
2780	چگالی (kg/m^3)	
897	گرمای ویژه (J/kgK)	
260	تنش تسلیم (MPa)	مدل پلاستیسته کوپر-سامیوند
6400	D	
0/25	q	
5328	سرعت صوت (m/s)	معادله حالت
1/338	شیب منحنی	
2	ضریب گرونایزن	

جدول 3 مقادیر مربوط به شعاع داخلی و خارجی و همچنین سرعت استوانه در تحلیل و شبیه سازی در حین فرآیند

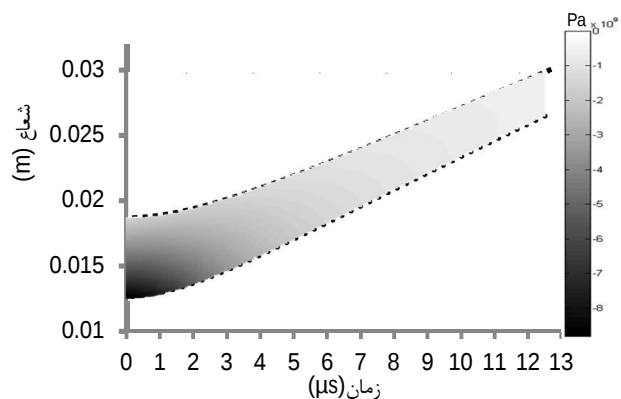
زمان (میکروثانیه)	2	4	6	8	10	12	میانگین
شعاع داخلی (mm)	13/70	15/84	18/32	20/85	23/38	25/86	25/86
شعاع خارجی (mm)	13/98	16/26	18/72	21/22	23/77	26/38	26/38
سرعت انبساط شعاع داخلی (ms ⁻¹)	-2/04%	-2/65%	-2/18%	-1/77%	-1/66%	-2/01%	-2/05%
سرعت انبساط شعاع خارجی (ms ⁻¹)	19/39	20/96	22/89	24/96	27/11	29/28	29/28
سرعت انبساط شعاع داخلی (ms ⁻¹)	19/73	21/37	23/28	25/29	27/50	29/78	29/78
سرعت انبساط شعاع خارجی (ms ⁻¹)	-1/75%	-1/95%	-1/7%	-1/32%	-1/4%	-1/67%	-1/63%
سرعت انبساط شعاع داخلی (ms ⁻¹)	867/17	1191/17	1261/54	1268/52	1254/93	1231/12	1231/12
سرعت انبساط شعاع خارجی (ms ⁻¹)	1034/18	1167/67	1267/86	1231/31	1259/41	1285/55	1285/55
سرعت انبساط شعاع داخلی (ms ⁻¹)	-19/25%	1/97%	-0/5%	2/93%	-0/35%	-4/42%	-0/074%



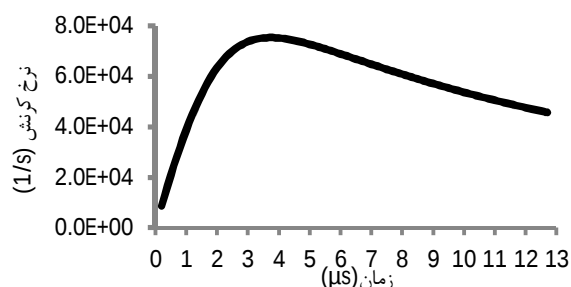
شکل 10 گرادین تغییرات تنش شعاعی در طول ضخامت بر حسب زمان



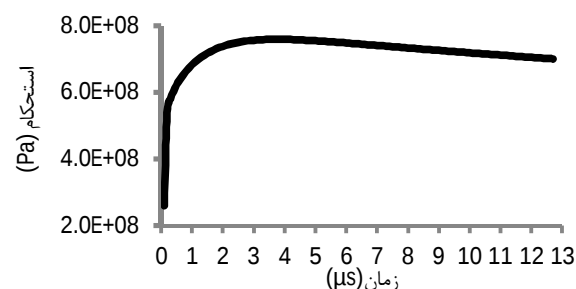
شکل 7 نمودار تغییرات شعاع داخلی و خارجی استوانه حاصل از روش تحلیلی



شکل 11 گرادین تغییرات تنش محیطی در طول ضخامت بر حسب زمان



شکل 8 نمودار تغییرات نرخ کرنش در حین فرآیند



شکل 9 نمودار تغییرات استحکام ماده باتوجه به معادله (6) حاصل از روش تحلیلی

در این مرحله لازم است استقلال شبیه سازی انجام شده از شبکه مورد بررسی قرار گیرد. این کار اصطلاحاً "مطالعه مش بندی"¹ نامیده می شود که هدف عمده آن بررسی همگرایی جواب ها است. از آنجایی که در نرم افزار اتوداین شکل المان ها قابل انتخاب نیست، لذا مطالعات شبکه مش بندی محدود به شکل المان ها می گردد. مطالعات بدین ترتیب است که ابتدا مسئله را با المان های درشت (تعداد کم المان ها) تحلیل کرده و یکی از خروجی ها مانند سرعت انبساط شعاعی (بعضاً کلیدی ترین نتیجه) در نظر گرفته می شود. فرآیند انتخاب المان ها تا جایی صورت می گیرد که اختلاف بین نتایج کم و یا نمودار آن یکنواخت تر شود. نکته قابل توجه این است که با درشت بودن و یا ریز کردن المان ها امکان واگرایی جواب ها نیز وجود دارد.

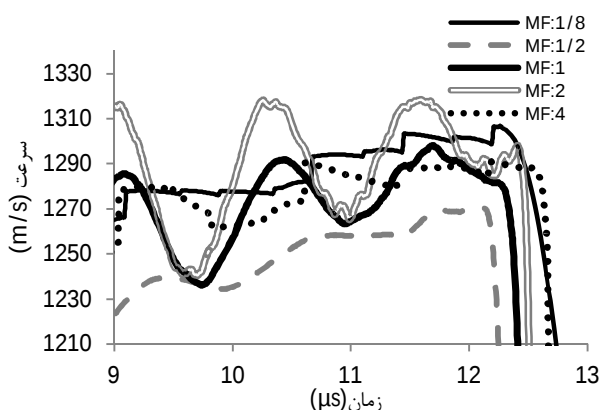
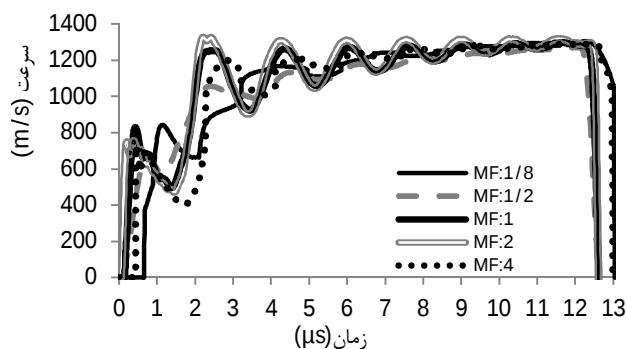
ضریب مش‌بندی¹ بصورت اندازه یک مش برابر با ($MF=1mm \times 1mm$) در نظر گرفته می‌شود. شبیه‌سازی‌هایی با اندازه ضریب مش‌بندی مختلف در تمامی قطعات مدل شده انجام شد و در هر یک سرعت انبساط شعاع داخلی بدست آمد. نمودار حاصل در شکل 13 نشان داده شده است.

همانگونه که از نمودارهای پایینی شکل 13 مشاهده می‌شود، منحنی ضریب مش‌بندی 0/25 دارای ناپایداری فراوان بوده و منحنی 0/5 نسبت از سایر منحنی‌ها فاصله داشته و جواب حاصله دارای همگرایی نیست. بررسی جواب منحنی با ضریب مش‌بندی نیز حاکی از آن است که این منحنی هم بصورت تکه‌ای بوده و با توجه به زمان حل طولانی (حدود 2 ساعت)، اندازه حاصله برای المان‌ها مطلوب نیست. مقایسه منحنی‌های مربوط به ضریب مش‌بندی 1 و 2 این نتیجه را حاصل می‌دارد که منحنی دارای ضریب مش 2 دارای قله‌ها و دره‌های عمیق‌تر بوده و از این‌رو انتخاب ضریب مش‌بندی 1، بهترین گزینه می‌باشد.

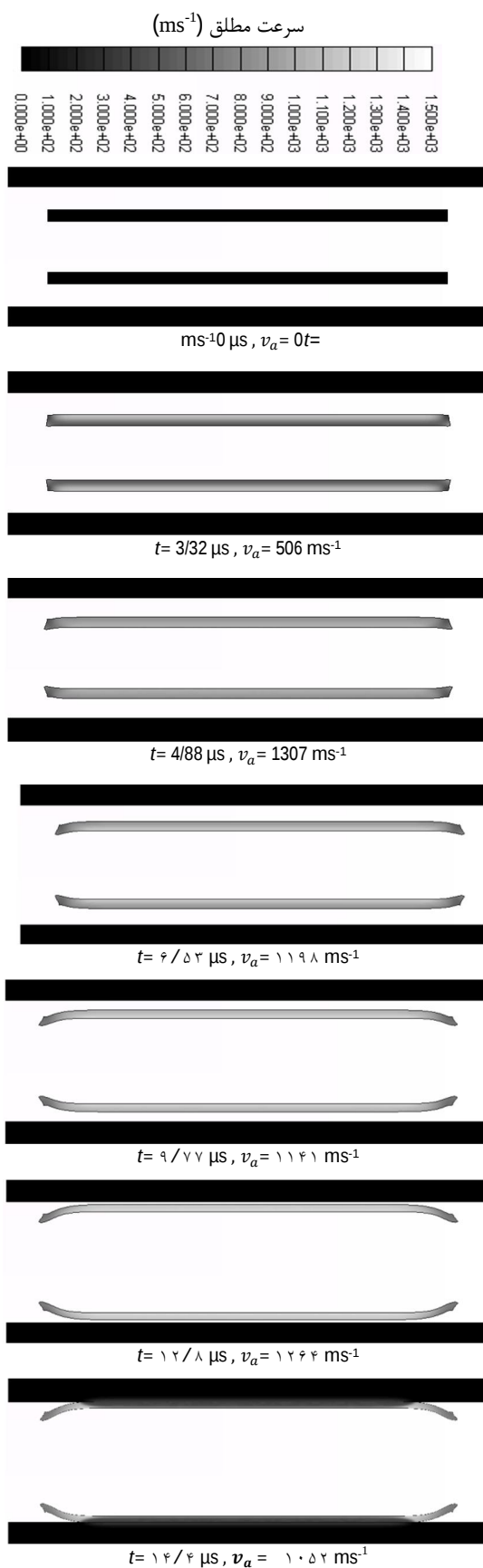
از آنجایی که سرعت انبساط در یک نقطه خاص و در یک زمان خاص به دلیل پراکندگی جواب‌ها متفاوت است، لذا نمی‌توان از همگرایی نتایج در یک نقطه مشخص استفاده نمود. ولیکن باتوجه به نمودار بالایی شکل 12 می‌توان دریافت که نتایج در حالت کلی دارای همگرایی خوبی است و این از قابلیت‌ها و مزایای نرم‌افزار اتوداین است که حساسیت جواب‌ها نسبت به اندازه المان‌ها اندک می‌باشد.

5- تحلیل نتایج

زمان فرآیند انبساط استوانه تا رسیدن به استوپر و توقف آن، حدود 13



شکل 13 نمودارهای سرعت انبساط در ضریب مش‌بندی مختلف (شکل پایین، نمودار بزرگ‌نمایی شده در زمان بین 9 تا 13 میکروثانیه و سرعت 1210 تا 1330 متر بر ثانیه را نشان می‌دهد)



شکل 12 مراحل مختلف شبیه‌سازی فرآیند انبساط لوله (کانتور سرعت)

تغییرات نرخ کرنش است. این ارتباط موجب می‌گردد که استحکام دینامیک ماده در حین فرآیند روند افزایشی داشته باشد که به این پدیده اثرات نرخ کرنش سختی¹ گفته می‌شود. مقدار اولیه استحکام ماده که همان استحکام استاتیکی است برابر با 260 مگاپاسکال می‌باشد که به مقدار 759 مگاپاسکال یعنی 2/91 برابر می‌رسد [26]. این اثر در شکل 9 نشان داده شده است. تنش شعاعی و محیطی طبق معادلات (16) و (17) محاسبه می‌گردد. طبق رابطه (14)، اختلاف مقادیر تنش شعاعی و محیطی برابر σ_T است و در نتیجه روند هردو نمودار یکسان است که باتوجه به متغیر بودن استحکام تسلیم، مقادیر آن‌ها تغییر می‌نماید. لازم به توضیح است که تنش شعاعی در سطح داخلی، مقداری برابر فشار محصولات گازی دارد و در سطح خارجی باتوجه به عدم وجود فشار، مقدار آن برابر صفر است که این موضوع در سرتاسر فرآیند صادق است. نمودارهای تنش شعاعی و محیطی به ترتیب در شکل 10 و شکل 11 نشان داده شده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی در شکل 12 نشان داده شده است. همانگونه که پیشتر نیز ذکر شده بود، کل زمان فرآیند شبیه‌سازی 14/4 میکروثانیه می‌باشد که لازم است زمان رسیدن موج شوک و اعمال فشار که 1/88 میکروثانیه است، در محاسبات عددی مدنظر قرار گیرد که این کار در مدل‌سازی لحاظ شده است.

6- نتیجه‌گیری

براساس اهداف از پیش تعیین شده و موارد مطروحه و همچنین نتایج حاصله، موارد زیر نتیجه می‌شود:

- در این تحلیل، معادلات تعادل استوانه ارائه و پس از در نظر گرفتن شرایط مرزی، معادله دیفرانسیلی سرعت انبساط شعاعی استخراج می‌شود. با وارد کردن شرایط مرزی و حل معادله می‌توان سرعت انبساط را در هر لحظه یافت. اصلاح استحکام دینامیکی ماده و فشار محصولات انفجار منجر به تغییر سرعت انبساط در هر مرحله از تحلیل می‌گردد. باتوجه به نتایج تحلیل صورت گرفته در مقایسه با شبیه‌سازی، می‌توان گفت که تکنیک بکارگرفته شده در این تحلیل منحصر به فرد و جامع می‌باشد و می‌توان از مدل ارائه شده در حالت واقعی و در "آزمایش سیلندر"² بهره برد که این امر می‌تواند منجر به کاهش هزینه‌ها و اتلاف زمان گردد.
- اصولاً انتخاب نوع معادله حالت و مدل مادی تأثیری در تکنیک تحلیل صورت گرفته ندارد و لازم است به گونه‌ای انتخاب گردد تا بر شرایط و نتایج واقعی منطبق باشد. لیکن از همگرایی نتایج تحلیلی و شبیه‌سازی صورت گرفته می‌توان استنباط کرد که معادله حالت JWL به همراه ضرایب مربوطه به خوبی رفتار انبساطی محصولات انفجاری را توصیف می‌کند. همچنین هرچند اساس مدل مادی کوپر-سایموند تجربی و آزمایشگاهی می‌باشد، ولیکن تطابق خوبی را در تحلیل در مقایسه با شبیه‌سازی نشان می‌دهد که به راحتی می‌توان آن‌ها را در محاسبات بکار برد.
- به دلیل وجود ماهیت موج رفت و برگشتی از جداره‌های استوانه، انبساط آن رفتار نوسانی داشته که در شبیه‌سازی نرم‌افزاری مشهود است. لیکن، روند کلی سرعت شعاعی در هردو حالت تحلیل و شبیه‌سازی مشابه و یکسان می‌باشد و به سرعت گارنی نیل می‌یابد.

- باتوجه به اینکه سایر پارامترهای قابل استخراج از جمله تنش‌های شعاعی و محیطی وابسته به سرعت شعاعی هستند، لذا سرعت شعاعی در تحلیل صورت گرفته با توجه به شبیه‌سازی انجام شده مورد تصدیق است و در نتیجه

میکروثانیه می‌باشد (طبق شبیه‌سازی انجام شده زمان رسیدن موج شوک و شروع انبساط استوانه حدود 1/88 میکروثانیه پس از دتونیشن می‌باشد). طبق تحلیل‌های صورت گرفته فشار داخلی استوانه باتوجه به معادله حالت محصولات انفجاری و تغییرات حجم داخلی استوانه، حالت نزولی داشته و از مقدار اولیه 8/4 گیگاپاسکال در شعاع داخلی 12/7 میلی‌متر به 0/554 گیگاپاسکال در شعاع داخلی 26/72 میلی‌متر در زمان 12/7 میکروثانیه تنزل می‌یابد. این موضوع در شکل 4 نشان داده شده است.

نمودار سرعت شعاع داخلی استوانه بعنوان کلیدی‌ترین نتیجه، در دو حالت حاصل از تئوری و شبیه‌سازی در شکل 6 نشان داده شده است. همانگونه که از شکل 6 پیداست، هردو نمودار حاصل از تحلیل و شبیه‌سازی روند یکسانی دارند و هردو تا زمان حدود 12/7 میکرو ثانیه به یک مقدار حدی بنام سرعت گارنی [6] که مقدار آن حدود 1250 متر بر ثانیه است، همگرا می‌شوند.

هرچند بر مبنای جدول 3 درصد خطای حاصل از تحلیل تئوری نسبت به شبیه‌سازی نرم‌افزاری در خصوص سرعت انبساط دارای خطای قابل قبول 0/074- است ولیکن عملکرد مربوط به سرعت بدست آمده از شبیه‌سازی دارای رفتار نوسانی است. این بدان دلیل است که موج شوک عبوری درون ماده پس از برخورد با قسمت خارجی استوانه به موج برگشتی تغییر می‌یابد که می‌تواند منجر به کاهش سرعت در مقطعی از زمان گردد. برعکس اگر موج عبوری در راستای حرکت انبساطی استوانه باشد منجر به افزایش سرعت می‌گردد. بنابراین می‌توان اظهار داشت که تأثیر موج شوک عبوری درون ماده، رفتار نوسانی آن را سبب می‌شود.

تغییرات شعاع خارجی و داخلی در هر دو حالت حل تحلیلی و شبیه‌سازی در شکل 7 نشان داده شده است. از این نمودارها معلوم می‌گردد که رفتار انبساطی شعاع خارجی و داخلی در هردو حالت شبیه‌سازی و تحلیل تئوری بر یکدیگر منطبق می‌باشد. همانگونه که از جدول 3 ملاحظه می‌گردد، درصد خطای مقادیر شعاع داخلی و خارجی در تحلیل با مقدار حاصل آن از شبیه‌سازی به ترتیب 2/05% و 1/63% اختلاف دارد که قابل قبول می‌باشد و می‌توان اظهار داشت که در برآورد مقادیر جابجایی شعاعی، روابط تحلیلی تطابق خوبی را با شبیه‌سازی نشان می‌دهد.

نکته دیگری که می‌توان از شکل دریافت این است که اختلاف شعاع داخلی و خارجی در طول فرآیند کاهش می‌یابد به عبارتی دیگر ضخامت استوانه کاهش می‌یابد و این با فرضیات در نظر گرفته شده قبلی مبنی بر ثابت بودن حجم ماده، تطابق و سازگاری دارد.

باتوجه به ماهیت مسئله، این نکته را می‌توان دریافت که نرخ کرنش در حین فرآیند ثابت نیست و تابعی از سرعت و شعاع لحظه‌ای استوانه می‌باشد [22,21]. نمودار تغییرات تحلیلی نرخ کرنش در شکل 8 نشان داده شده است. از نمودار این شکل برمی‌آید که نرخ کرنش به حدود 1/s 75000 دست می‌یابد و این امر در فرآیندهای انفجاری دور از ذهن نیست. نرخ کرنش در لحظات ابتدایی فرآیند باتوجه به افزایش سریع سرعت، به حداکثر مقدار خود می‌رسد و پس از آن باتوجه به یکنواختی سرعت و افزایش شعاع استوانه، به مقدار حدود 1/s 45700 کاهش می‌یابد.

می‌توان باتوجه به رابطه (8) و در نظر گرفتن مقدار تغییرات نرخ کرنش، مقدار استحکام دینامیکی و یا تنش سیلان را درون جسم و در حین فرآیند ارزیابی نمود. همانگونه که پیداست، نرخ کرنش اثر مستقیمی بر استحکام دینامیکی ماده دارد و از همین رو تغییرات تنش سیلان دینامیکی در راستای

1- Strain Rate Hardening Effect
2- Cylinder Test

- [4] J. Pearson, A Fragmentation Model for Cylindrical Warheads, *Naval Weapons Center*, 1990.
- [5] S. E. Gardner, Analysis of Fragmentation and Resulting Shrapnel Penetration of Naturally Fragmenting Cylindrical Bombs, *Lawrence Livermore National Laboratory*, U.S. Department of Energy, 2000.
- [6] M. Goto, R. C. Becker, T. J. Orzechowski, H. K. Springer, A. J. Sunwoo, C. K. Syn, Explosively driven fracture and fragmentation of metal cylinders and rings, *Hypervelocity Impact Symposium*, Williamsburg, VA, United States, 2007.
- [7] Q. B. Diep, J. F. Moxnes, G. Nevstad, Fragmentation of projectiles and steel rings using numerical 3d simulation, *21st international symposium of ballistics*, Adelaide, Australia, 2004.
- [8] J. E. Reaugh P. C. Souers, A Constant-Density Gurney Approach to the Cylinder Test, *Propellants, Explosives, Pyrotechnics*, Vol. 29, No. 2, pp. 124-128, 2004.
- [9] E. Lee, Y. Lee, Autofrettage process analysis of a compound cylinder based on the elastic-perfectly plastic and strain hardening stress-strain curve, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol 23, pp. 3153-3160, 2009.
- [10] C. R. Hoggatt, R. F. Recht, Stress-Strain Data Obtained at High Rates Using an Expanding Ring, *Experimental Mechanics*, Vol. 40, pp. 441-448, 1969.
- [11] N. Perrone, On the Use of the Ring Test for Determining Rate-sensitive Material Constants, *Experimental Mechanics*, Vol. 28, pp. 232-236, 1968.
- [12] D. C. Tucker, W. R. Orr, C. R. Hoggatt, Prediction of the theoretical behavior and energy transfer when solids are subjected to explosive loading, *University of denver denver research institute*, Six Month Summary Report, DA-Z8-017-AMC-1400(A), 1965.
- [13] S. T. S. Al-Hassani, W. Johnson, The dynamics of the fragmentation process for spherical shells containing explosives, *Int. J. mech.* 8e1. Pergamon Press, Vol. 11, pp. 811-823, 1969.
- [14] D. Tan, C. Sun, Y. Wang, Acceleration and Viscoplastic Deformation of Spherical and Cylindrical Casings under Explosive Loading, *Propellants, Explosives, Pyrotechnics*, Vol. 28, No. 1, pp. 43-47, 2003.
- [15] L. Yong, W. L. Xin, X. L. Wei, Z. F. Meng, Residual stress analysis of a thick-walled cylinder in dynamic loading, *Int. J. Pres. Ves. & Piping*, Vol. 60, pp. 17-20, 1994.
- [16] E. J. Appleby, The Dynamic Viscoplastic Expansion Of A Cylindrical Tube, *Illinois Institute Of Technology Department Of Mechanics*, Domiit Rep. No. 1-Z-4, Contract No. Nonr 140604, 1963.
- [17] S. Y. Leu, Analytical and numerical investigation of strain-hardening viscoplastic thick-walled cylinders under internal pressure by using sequential limit analysis, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* Vol. 196, pp. 2713-2722, 2007.
- [18] G. X. Lin, An Exact Elasto-Plastic Solution for an Open-Ended Thick-Walled Cylinder of a Strain-Hardening Material, *Int. J. Pres. Ves. & Piping*, Vol. 52, pp. 129-144, 1992.
- [19] A. C. Yiannopoulos, A simplified solution for stresses in Thick-wall cylinders for various Loading conditions, *Computers & Structures*, Vol. 60, No. 4, pp. 571-578, 1996.
- [20] D. Durban, M. Baruch, Analysis Of An Elasto-Plastic Thick Walled Sphere Loaded By Internal And External Pressure, *Int. J. Non-Linear Mechanics*, Vol. 12, pp. 9-12, 1977.
- [21] L. M. Lin, F. M. fu, Limit analysis of viscoplastic thick-walled cylinder and spherical shell under internal pressure using a strain gradient plasticity theory, *Appl. Math. Mech. Eng.*, Vol. 12, No. 29, pp. 1553-1559, 2008.
- [22] S. Y. Leu, Convergence analysis and validation of sequential limit analysis of plane-strain problems of the von Mises model with non-linear isotropic hardening, *International Journal For Numerical Methods In Engineering*, Vol. 64, pp. 322-334, 2005.
- [23] P. T. Houston, D. Zoetermeer, Theory Manual, *Century dynamic Inc.*, Rev. 4.3, 2005, www.century-dynamics.com.
- [24] M. A. Meyers, Dynamic behavior of materials, *John Wiley & Sons*, Canada, 1994.
- [25] G. R. Cowper, P S Symonds, Strain-hardening and strain-rate effects in the impact loading of cantilever beams, *Providence, R.I. : Division of Applied Mathematics*, Brown University, Technical report C11, no. 28, 1957.
- [26] N. Jones, Structural Impact, *Cambridge University Press*, United Kingdom, 1989.

سایر متغیرهای قابل استخراج و وابسته به سرعت شعاعی، از صحت کافی برخوردار می‌باشند.

باتوجه به ماهیت وجود اثر نرخ کرنش‌سختی در فرآیندهای انفجاری، این پدیده به خوبی در تحلیل صورت گرفته بکار گرفته شده و استحکام دینامیکی ماده که حدود 3 برابر مقدار استحکام استاتیکی می‌باشد، در رفتار انبساطی استوانه کاملاً مشهود است. بنابراین در تحلیل فرآیند با نرخ کرنش بالا می‌بایست همواره استحکام دینامیکی ماده نسبت به حالت استاتیکی آن مدنظر قرار داشته باشد.

7- فهرست علائم

a	شعاع داخلی (m)
b	شعاع خارجی (m)
c	شعاع استوپر (m)
F_t	نیروی محوری (N)
F_r	نیروی شعاعی (N)
r	مختصات استوانه‌ای (m)
t	زمان (s)
V	حجم بدون بعد
v_r	سرعت انبساط شعاعی (ms^{-1})
$\dot{v}_r$	شتاب انبساط شعاعی (ms^{-1})

علائم یونانی

ε	کرنش (بی بعد)
$\dot{\varepsilon}$	نرخ کرنش (s^{-1})
ρ	چگالی (kgm^{-3})
σ_e	تنش برشی معادل درون ماده (Nm^{-3})
σ_θ	تنش محیطی (Nm^{-3})
σ_r	تنش شعاعی (Nm^{-3})
σ_y	تنش تسلیم (Nm^{-3})
σ_{yd}	استحکام دینامیکی (Nm^{-3})
σ_z	تنش محوری (Nm^{-3})

بالانویس‌ها

JWL	معادله حالت ماده منفجره و محصولات انفجاری
MF	ضریب مش‌بندی

8- فهرست مراجع

- [1] E. Paffumi, N. Taylor, Structural Response of a Large Pressure Vessel to Dynamic Loading, *JRC scientific and technical reports*, Luxembourg, 2008.
- [2] C. L. Aseltine, Analytical predictions of the effect of warhead asymmetries on shaped charge jets, *DTIC*, 1980.
- [3] W. Walters, Introduction to Shaped Charges, *Army Research Laboratory*, USA, 2007.