3مجله مهندسی مکانیک مدرس، خرداد 1394، دوره 15، شماره 9، ص‌ص 260-270

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

حل عددی جریان الکترواسموتیک در ریزمجراهای با خواص سطحی ناهمگن

جعفر جماعتی[1]، علی‌رضا فراهی‌نیا[2]، حمید نیازمند[3*]

1- دانش آموخته دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

3- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

*مشهد، صندوق پستی 1111-91775، niazmand@um.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 26 آذر 1393

پذیرش: 21 دی 1393

ارائه در سایت: 19 بهمن 1393

کلید واژگان:

جریان الکترواسموتیک

ریز مجرای ناهمگن

مدل هلمهولتز- اسمولوکوفسکی

چکیده

در این مقاله مدل‌سازی عددی جریان الکترواسموتیک درون ریزمجراهای با خواص سطحی ناهمگن به دو روش انجام شده است. برای مدل سازی کامل این جریان‌ها، معادلات به هم مرتبط ناویر- استوکس، ارنست- پلانک و پواسان- بولتزمن به ترتیب برای جریان، انتقال بارهای الکتریکی و توزیع میدان الکتریکی حل می‌شوند. حل عددی این معادلات برای ریزمجراهای با زتاپتانسیل غیریکنواخت، پیچیده و دشوار است. به همین دلیل مدل‌های ساده و تقریبی مانند مدل هلمهولتز- اسمولوکوفسکی نیز برای حل این جریان‌ها پیشنهاد شده است که در آن به جای حل معادلات ارنست- پلانک و پواسان- بولتزمن، اثرات میدان الکتریکی بر حرکت سیال توسط اعمال سرعت لغزشی مناسب در دیواره‌ی ریزمجرا مدل می‌شود. میدان جریان الکترواسموتیک درون ریزمجراهای ناهمگن می‌تواند پیچیده و دارای نواحی چرخشی باشد که برای ایجاد اختلاط بسیار ایده‌آل است. بنابراین در این مقاله ریزمجراهایی طرح و بررسی شده‌اند که بتوانند به عنوان ریزمخلوط‌گر در کاربردهای اختلاطی مورد استفاده قرار گیرند. برای ریزمخلوط‌گرهای طراحی شده در این مقاله علاوه بر این‌که حل دقیق معادلات جریان الکترواسموتیک انجام شده است، نتایج مربوط به مدل تقریبی هلمهولتز- اسمولوکوفسکی نیز به‌دست آمده است تا کارایی و دقت این مدل تقریبی نیز مورد ارزیابی قرار گیرد. نتایج این مطالعه می‌تواند برای مدل‌سازی میدان جریان الکترواسموتیک درون ریزمجراهای ناهمگن مورد استفاده قرار گیرد.

Numerical Investigation of Electro-osmotic Flow in Heterogeneous Micro-channels

Jafar Jamaati, Ali Reza Farahinia, Hamid Niazmand*

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran
*P.O.B. 91775-1111, Mashhad, Iran, niazmand@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 17 December 2014
Accepted 11 January 2015
Available Online 08 February 2015

Keywords:
Electro-osmotic Flow
Heterogeneous Micro-channels
Helmholtz-Smoluchowski Model

ABSTRACT

Numerical modeling of electro-osmotic flow in heterogeneous micro-channels using two different models is presented in this article. For the thorough modeling of such flows, the coupled equations of Navier-Stokes, Nernst-Planck and the Poisson-Boltzmann are solved for the flow field, electric charges transport and electric field, respectively. Numerical solution of these equations for the heterogeneous micro-channels is complicated and difficult. Therefore, a simple and approximate model such as Helmholtz-Smoluchowski has been proposed. In this model the solutions of Poisson-Boltzmann, Nernst-Planck equations are neglected and the effect of the electric field on the flow field is applied through a prescribed slip boundary condition. The electro-osmotic flow fields within the heterogeneous micro-channels are usually complex and contain the vortex region which is ideal for mixing purposes. Hence, in this paper, the micro-channels are designed so that they will be capable of serving as micro-mixers in the mixing applications. For the micro-channels proposed here, the flow fields are obtained both with approximate modeling and the full simulation of electro-osmotic flows so that a comparison can be made to discuss the accuracy of the approximate model. The results of this study can be used to model the electro-osmotic flow field within heterogeneous micro-channels.

1- مقدمه

در دهه اخیر استفاده از ریزابزارها برای تجزیه و تحلیل‌های شیمیایی و بیولوژیکی رشد چشمگیری داشته است [1-3]. در مقایسه با روش‌های قدیمی‌تر، این ابزارها دارای مزایای مهمی از جمله کاهش مواد مصرفی، تجزیه و تحلیل سریع‌تر و بهبود قابل توجه در عملکرد فرآیندها هستند. یک جنبه اساسی و مهم در اغلب این دستگاه‌ها، اختلاط گونه‌ها است، چون واکنش‌های بیوشیمیایی برای عملکرد موفقیت‌آمیز، نیازمند اختلاط مناسب هستند. به طورکلی عدد رینولدز در ریزابزارها محدود به رژیم جریان آرام می‌باشد و بنابراین اختلاط گونه‌ها غالبا توسط پخش مولکولی صورت می‌گیرد که ذاتا پدیده کندی است و برای دست‌یابی به اختلاط مناسب نیاز به یک کانال طویل و زمان حضور طولانی درون کانال می‌باشد. ایجاد آشفتگی و دست‌کاری در میدان جریان می‌تواند بهبود اختلاط را به همراه داشته باشد.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

J. Jamaati, A. R. Farahinia, H. Niazmand, Numerical Investigation of Electro-osmotic Flow in Heterogeneous Micro-channels, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 260-270, 2015 (In Persian)

ایجاد جریان‌های پیچیده درون ریزسیستم‌ها می‌تواند از طریق مکانیزم‌های فعال[1] و غیرفعال[2] انجام شود [4].

در روش فعال یک منبع انرژی خارجی علاوه بر محرک اصلی جریان برای ایجاد آشفتگی جریان به کار گرفته می‌شود. این انرژی می‌تواند توسط روش‌های مختلفی مانند میدان الکتریکی [5-7]، میدان مغناطیسی [8, 9]، میدان حرارتی [11,10]، دی الکتروفورسیس[3] [12]، ایجاد ارتعاشات فراصوتی [13] و یا استفاده از ورودی نوسانی در میکروکانال‌ها [15,14] تامین گردد. از طرف دیگر، مکانیزم‌های غیرفعال از طریق عوامل هندسی [16-18] و تغییر مسیر سیال مانند ورقه ورقه کردن سیال [20,19]، تقاطع یا پیچ خوردن جریان [21] و یا از طریق ایجاد موانع [23,22] باعث افزایش آشفتگی جریان می‌شوند.

یکی از روش‌های موثر در ایجاد جریان‌های پیچیده در ریزمجراها استفاده از پدیده‌های الکتروکنتیک[4] [26-24،11] است. این پدیده‌ها در ابعاد بسیار کوچک نقش جدی در میدان جریان دارند. یک پدیده شناخته شده در این زمینه، جریان الکترواسموتیک[5] است که در آن بر اثر اعمال میدان الکتریکی، سیال حاوی یون در مجاورت سطح به حرکت واداشته می‌شود. میدان جریان الکترواسموتیک به شدت وابسته به خواص الکتروشیمیایی سطح دیواره ریزمجرا و سیال است و در ریزمجراهایی که خواص دیواره آن‌ها به ویژه مقدار زتاپتانسیل دیواره ناهمگن باشد، می‌تواند جریان‌های بسیار پیچیده و دارای نواحی چرخشی ایجاد کند. در این حالت می‌توان به صورت هم‌زمان از مزایای روش‌های فعال و غیرفعال بهره‌مند شد به این صورت که طراحی مناسب ناهمگنی‌های سطحی [28,27] به صورت مکانیزم غیرفعال و استفاده از میدان الکتریکی به‌عنوان مکانیزم فعال باعث تولید نواحی چرخشی می‌شوند [30,29]. برای تعیین میدان جریان الکترواسموتیک علاوه بر حل معادلات پیوستگی و انتقال مومنتوم، معادلات پتانسیل الکتریکی و انتقال بارهای الکتریکی نیز بایستی حل شوند. جز در برخی موارد خاص [32,31] حل این معادلات به‌صورت تحلیلی ممکن نیست و حل این معادلات برای هندسه و یا خواص دیواره ناهمگن، نیازمند روش‌های عددی کارآمدی می‌باشد که حجم محاسباتی آن‌ها قابل توجه است [33,7]، از این رو برخی مدل‌سازی‌های ساده‌تر مانند مدل هلمهولتز- اسمولوکوفسکی نیز برای حل این جریان‌ها ارایه شده است [35,34,6].

ارزیابی مدل تقریبی هلمهولتز- اسمولوکوفسکی برای جریان‌های پیچیده کمتر صورت گرفته است، لذا در این مقاله برای مطالعه اثرات ناهمگنی خواص سطحی ریزمجرا بر میدان جریان الکترواسموتیک، جریان درون چند ریزمجرا مستقیم با زتاپتانسیل غیریکنواخت روی دیواره بصورت کامل و نیز توسط حل تقریبی هلمهولتز- اسمولوکوفسکی مورد بررسی قرار گرفته است. نکته قابل توجه در طراحی ناهمگنی‌های زتاپتانسیل این است که به علت سادگی، قابلیت ساخت آن‌ها با فناوری موجود ممکن است و در عین‌حال میدان جریان ناشی از آن‌ها به‌خوبی می‌تواند برای اختلاط استفاده شود.

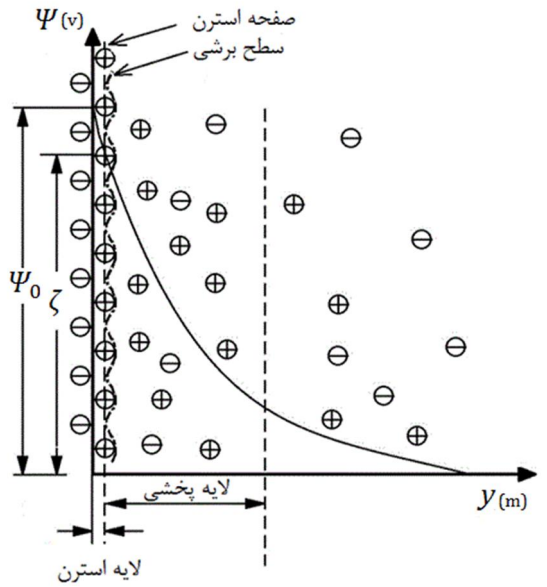
2- معادلات حاکم

هرگاه یک سطح باردار در مجاورت یک محلول الکترولیت قرار گیرد، توزیع یون‌های نزدیک دیواره تحت تاثیر قرار می‌گیرد، به‌طوری که یون‌های ناهمنام با بار سطح دیواره، به دیواره جذب می‌شوند و یون‌های همنام با سطح از دیواره دفع می‌گردند. به این آرایش بارهای در سطح یک دیواره و بارهای مخالف در مجاورت آن درون الکترولیت، لایه دوگانه الکتریکی[6] [36] گفته می‌شود. درون این لایه و در مجاورت دیواره، لایه‌ی استرن[7] با ضخامت کمتر از یک نانومتر وجود دارد که در آن یون‌های الکتریکی ناهمنام با دیواره به علت جاذبه‌ی بارهای سطح، کاملا به دیواره چسبیده و بی‌حرکت هستند. بعد از این لایه، لایه‌ی پخشی[8] وجود دارد که ضخامت آن از چند نانومتر تا چند میکرومتر متغیر است و در این لایه غلظت یون‌های مخالف دیواره کاهش یافته تا سرانجام مساوی با غلظت یون‌های موافق دیواره می‌گردد. با ایجاد این آرایش بارها، یک میدان الکتریکی داخلی عرضی در مجاورت دیواره بوجود می‌آید که در شکل 1 نشان داده شده است.

یکی از پارامترهای اساسی در آرایش بارها، پتانسیل الکتریکی در سطح مشترک جامد- مایع است که در شکل 1 با Ψ_0 نشان داده شده است. اندازه‌گیری Ψ_0 بسادگی ممکن نیست و معمولا به‌جای این پارامتر مقدار پتانسیل در فصل مشترک لایه استرن و لایه پخشی اندازه‌گیری می‌شود که زتاپتانسیل[9]، ζ، نامیده می‌شود. زتاپتانسیل خاصیتی است که به خواص سطحی جامد و سیال الکترولیت وابسته است. چنان‌چه این آرایش بارها تحت اثر یک میدان الکتریکی خارجی طولی قرار گیرند، بارهای الکتریکی و به تبع آن الکترولیت در امتداد دیواره به حرکت در می‌آید. این مکانیزم، اساس جریان‌های الکترواسموتیک است. هندسه جریان مورد مطالعه که یک ریزمجرا با دو صفحه تخت است در شکل 2 نشان داده شده است.

توزیع پتانسیل الکتریکی در هر نقطه درون ریزمجرا، با معلوم بودن توزیع چگالی بار خالص، ρ_e، توسط معادله پواسان مشخص می‌شود که شکل بی‌بعد آن به‌صورت رابطه (1) است:

$$\nabla^2(\psi + \phi) = -\frac{K^2}{2}\rho_e \qquad (1)$$



شکل 1 توزیع پتانسیل الکتریکی عرضی بر اثر آرایش بارهای الکتریکی در مجاورت فصل مشترک مایع و جامد

1- Active
2- Passive
3- Electrophoretic
4- Electro-kinetic
5- Electro-osmotic
6- Electro Double Layer (EDL)
7- Stern layer
8- Diffuse layer
9- Zeta-potential

$\psi(x,y)$ توزیع پتانسیل الکتریکی ناشی از لایه دوگانه الکتریکی، $\phi(x,y)$ توزیع پتانسیل الکتریکی خارجی، $\mathrm{K} = \kappa H$ پارامتر بی‌بعد دیبای هوکل[1]، $\kappa = \mathrm{z}e(2n_0/\varepsilon K_b T)^{1/2}$ معکوس ضخامت مشخصه لایه دوگانه الکتریکی است و z، e، n_0، ε، K_b و T به‌ترتیب عدد والانس الکترولیت متقارن، بار پایه الکترون، غلظت عددی توده یون‌ها در محلول یکنواخت، ثابت دی‌الکتریک محلول، ثابت بولتزمن و دمای مطلق الکترولیت هستند. برای یک محلول الکترولیت متقارن معادله بی‌بعد حاکم بر چگالی خالص بارهای الکتریکی در لایه دوگانه الکتریکی به‌صورت رابطه (2) تعیین می‌شود:

$$\rho_e = n^+ - n^- \tag{2}$$

که n^+، n^- و ρ_e به‌ترتیب مقادیر بی‌بعد برای غلظت عددی یون‌های مثبت، غلظت عددی یون‌های منفی و چگالی خالص بارهـای الکتریکی می‌باشند. محاسبه غلظت‌های یونی از حل معادلات انتقال یون‌ها که با نام معادلات ارنست-پلانک[2] شناخته می‌شوند، به‌دست می‌آیند. شکل بی‌بعد این معادلات به‌صورت روابط (3) و (4) می‌باشد:

$$\vec{\nabla}\cdot\left(\vec{V}n^+\right) = \frac{\left\{\nabla^2 n^+ + \vec{\nabla}\cdot\left[n^+(\nabla\psi + \mathrm{A}\nabla\phi)\right]\right\}}{\mathrm{Re\,Sc^+}} \tag{3}$$

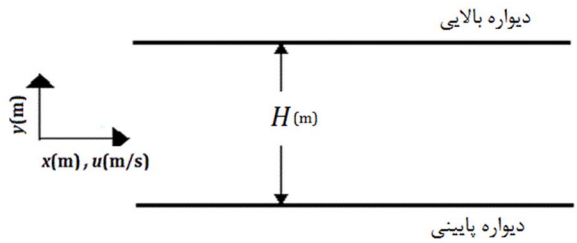
$$\vec{\nabla}\cdot\left(\vec{V}n^-\right) = \frac{\left\{\nabla^2 n^- + \vec{\nabla}\cdot\left[n^-(\nabla\psi + \mathrm{A}\nabla\phi)\right]\right\}}{\mathrm{Re\,Sc^-}} \tag{4}$$

$\vec{V}$ بردار سرعت، $\mathrm{Sc}^{\pm} = \mu/\rho \mathrm{D}^{\pm}$ عدد اشمیت، Re عدد رینولدز بر مبنای سرعت مرجع در جریان الکترواسموتیک $U_{\mathrm{ref}} = \varepsilon E_{\mathrm{ref}}\zeta/\mu$ است. D^+ و D^- به ترتیب ضرایب پخش مولکولی برای یون‌های مثبت و منفی و $\mathrm{A} = E_{\mathrm{ref}}H/(K_b T/ze)$ یک پارامتر بی بعد است که معرف نسبت ولتاژ اعمالی خارجی به ولتاژ مبنا است. مقدار ولتاژ مبنا در شرایط دمای محیط برابر $K_b T/ze = 25$ mv است. در معادله (4) جمله سمت چپ تساوی مربوط به پخش جابجایی است، جمله اول در سمت راست تساوی مربوط به پخش مولکولی یون‌ها است و جمله دوم در سمت راست تساوی مربوط به پخش ناشی از مهاجرت یون ها بر اثر پتانسیل الکتریکی است.

برای جریان سیال در شرایط دائمی و با خواص فیزیکی ثابت، معادلات جریان در یک سیستم تحت اثرات الکتروکنتیک در شکل بی‌بعد به صورت رابطه (5) نوشته می‌شود:

$$\nabla.\left(\vec{V}.\vec{V}\right) = -\vec{\nabla}\mathrm{P} + \frac{\nabla^2\vec{V}}{\mathrm{Re}} - \mathrm{B}\rho_e(\nabla\psi + \mathrm{A}\nabla\phi) \tag{5}$$

$\mathrm{B} = n_0 K_b T/\rho U_{\mathrm{ref}}^2$ یک پارامتر بی‌بعد است که معرف نسبت فشار یونی به فشار دینامیکی است و فشار بی‌بعد به صورت $\mathrm{P} = P^*/\rho U_{\mathrm{ref}}^2$ تعریف می‌شود. جمله آخر در معادله (5) نیروی حجمی ناشی از اثرات میدان الکتریکی و یون‌های باردار درون سیال است. این نیروی الکتریکی مشابه با نیروی گرانشی به صورت یک نیروی حجمی اثر می‌کند و در جریان‌های الکترواسموتیک این نیرو عامل حرکت سیال است.



شکل 2 محورهای مختصات و هندسه ریزمجرا

1- Debye-Huckel
2- ernst-Planck equation

2-1- مدل‌سازی هلمهولتز-اسمولوکوفسکی

تحت شرایط خاص از قبیل یکنواختی زتاپتانسیل در طول دیواره، نازکی لایه دوگانه الکتریکی در مقایسه با عرض کانال، نارسانا بودن دیواره‌های کانال، کم بودن عدد رینولدز جریان و یکنواخت بودن خواص و دمای الکترولیت [38,37] می‌توان همه اثرات مربوط به بارهای الکتریکی و میدان الکتریکی را توسط یک شرط مرزی مناسب برای معادله مومنتوم مدل‌سازی نمود. این شرط مرزی لغزشی برمبنای میدان الکتریکی اعمالی و اندازه بارهای دیواره به صورت رابطه (6) تعیین می‌شود:

$$u_{\mathrm{wall}} = -\frac{\varepsilon E_{\mathrm{ext}}}{\mu}\zeta_{\mathrm{wall}} \tag{6}$$

در حقیقت با اعمال شرط بالا، اثر لایه دوگانه الکتریکی و حضور یون‌ها بر سیال به صورت یک شرط مرزی لغزشی روی دیواره‌ی جامد اعمال می‌شود. با این کار اثر نیروی الکتریکی در معادله ناویر- استوکس از طریق شرط لغزش اعمال می‌شود و میدان سرعت الکترواسموتیک، بدون نیاز به حل میدان بارهای الکتریکی و پتانسیل، فقط از حل معادلات ناویر-استوکس بدون نیروی حجمی و با شرط لغزشی مذکور حل می‌شوند، یعنی:

$$\nabla.\left(\vec{V}.\vec{V}\right) = -\vec{\nabla}\mathrm{P} + \frac{1}{\mathrm{Re}}\nabla^2\vec{V} \tag{7}$$

بنابراین حل جریان الکترواسموتیک با مدل‌سازی هلمهولتز-اسمولوکوفسکی از حل معادلات ناویر-استوکس با شرط مرزی لغزشی به دست می‌آید. در حالی که حل کامل معادلات بسیار پیچیده و شامل حل چندین معادله به هم مرتبط (1-5) است.

3- روش عددی و اعتبارسنجی

برای حل عددی معادلات ابتدا میدان الکتریکی خارجی، ϕ، به‌دست می‌آید. سپس به عنوان اولین حدس، مقدار پتانسیل ناشی از لایه دوگانه الکتریکی یعنی ψ، درون حوزه برابر با صفر و روی دیواره‌ها برابر با مقدار زتاپتانسیل در نظر گرفته می‌شود. سپس معادلات مربوط به میدان الکتریکی داخلی و خارجی با مقدار اولیه $n^+ = n^- = 0$ حل می‌شوند و میدان پتانسیل داخلی، ψ، توسعه می‌یابد و بعد از آن معادلات ارنست-پلانک حل می‌شود تا توزیع غلظت برای یون‌های مثبت و منفی یعنی n^+ و n^- به دست آید. سپس چگالی بارهای الکتریکی ρ_e از رابـــطه $\rho_e = n^+ - n^-$ به‌دست می‌آید. در این مرحله اولین تخمین برای نیروی الکتریکی حجمی قابل محاسبه است و می‌توان با استفاده از آن میدان جریان را به دست آورد. برای محاسبه میدان جریان ابتدا میدان فشار حدس زده می‌شود و سپس معادلات اندازه حرکت برای حل میدان سرعت حل می‌گردد. برای این کار، از روش حجم محدود با متغیرهای هم‌مکان در شبکه‌ی غیریکنواخت استفاده شده است. ارتباط میدان سرعت و فشار توسط طرح سیمپل[3] تعیین می‌شود و برای پرهیز از جواب‌های شطرنجی در میدان جریان، در محاسبه نرخ جریان جرم جابجایی از طرح میانیابی رای- چو استفاده شده است. با استفاده از میدان سرعت به‌دست آمده، معادله پیوستگی جهت اصلاح میدان‌های فشار و سرعت حل می‌شود. از آنجا که میدان جریان، چگالی بار الکتریکی را تحت تاثیر قرار می‌دهد، لذا مجددا معادلات ارنست-پلانک حل می‌شوند تا توزیع غلظت‌های یونی و چگالی خالص بارهای الکتریکی به دست آید. در ادامه توزیع پتانسیل خارجی و داخلی محاسبه می‌شود. این مراحل آنقدر تکرار می‌شود تا همگرایی مناسب حاصل شود.

3- SIMPLEC

به عنوان اولین اعتبارسنجی، حل عددی میدان سرعت مربوط به جریان الکترواسموتیک درون ریزمجرای مستقیم و با سطح مقطع یکنواخت در حالتی که خواص دیواره همگن باشد، برای E_{ext} = 14/59 v/mm و K = 41 و ζ^* = 25 mv به‌صورت عددی حل شده است و در شکل 3 با حل تحلیلی مقایسه شده است. تحت این شرایط در ناحیه توسعه یافته، توزیع سرعت تحلیلی برای یک جریان الکترواسموتیک خالص ناشی از میدان خارجی E_{ext} به‌صورت زیر است:

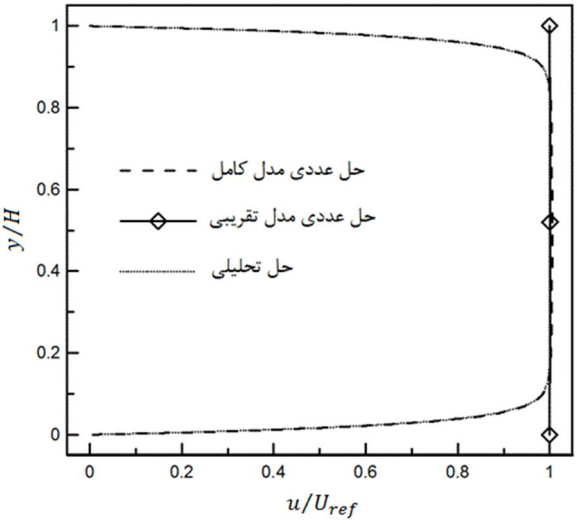
$$u(y) = \frac{\varepsilon E_{\text{ext}}\zeta}{\mu}\left(1 - \frac{\psi(y)}{\zeta}\right) \tag{8}$$

پروفیل جریان الکترواسموتیک درون ریزمجراهای همگن مطابق با شکل 3 به جز ناحیه‌ی کوچکی در مجاورت دیواره، تقریبا مقدار یکنواختی است. ضخامت این ناحیه‌ی کوچک که تحت اثر دیواره قرار دارد، بستگی به پارامتر بدون بعد دیبای- هوکل، K، دارد. هر چه مقدار K بزرگتر باشد، ضخامت این ناحیه کمتر است. این مشخصه‌ها باعث شده است تا در شرایط خاص بتوان راه‌حل ساده‌ای برای حل میدان سرعت ارائه نمود. این راه ساده و تقریبی مبتنی بر مدل هلمهولتز- اسمولوکوفسکی است. در این روش میدان جریان توسط حل معادلات ناویر- استوکس با شرایط مرزی لغزشی که از روی میدان الکتریکی اعمالی و بارهای دیواره تعیین می‌شوند، صورت می‌گیرد. در واقع در مدل تقریبی از لایه دوگانه الکتریکی و تغییرات زتاپتانسیل آن ناحیه صرف نظر می‌گردد و این تغییرات بصورت شرط مرزی لغزشی روی دیواره اعمال می‌شود.

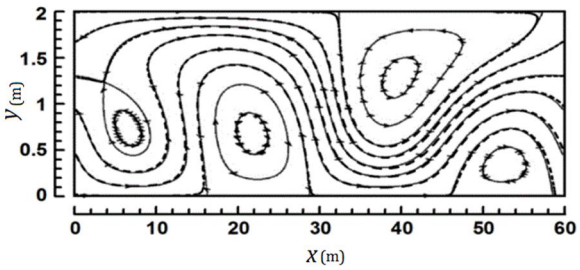
به عنوان یک مثال دیگر برای اعتبارسنجی، میدان جریان الکترواسموتیک درون ریزمجرای ناهمگن به طول L حل شده است که در آن مقدار زتاپتانسیل روی دیواره‌ی بالا برابر با $\zeta^t(x) = \zeta_0(1 + 4\sin(2\pi x/L))$ و روی دیواره پایینی برابر با $\zeta^b(x) = \zeta_0(1 + 4\sin(4\pi x/L))$ است. به‌علت توزیع ناهمگن بارهای سطحی روی دیواره، سرعت‌های لغزشی به صورت ناهمگن ایجاد می‌شوند. برای شرایط گفته شده، طبق مدل H-S در دیواره بالا شرط مرزی لغزش به صورت $u^t(x)/u_0 = 1 + 4\sin(2\pi x/L)$ و روی دیواره پایین $u^b(x)/u_0 = 1 + 4\sin(4\pi x/L)$ محاسبه می‌شود. نتایج عددی میدان جریان با استفاده از یک شبکه یکنواخت با 80×330 گره محاسباتی با میدان جریان به دست آمده از حل تحلیلی در شکل 4 مقایسه شده است [39]. یکی از اهداف این مقاله بررسی میزان کارایی این مدل در محاسبه میدان‌های جریان پیچیده درون ریزمخلوط‌گرها می‌باشد. بنابراین ریزمجراهایی که در این مقاله بررسی شده‌اند به‌منظور استفاده در یک ریزمخلوط‌گر طراحی گردیده‌اند و همگی به‌صورت یک ریزمجرای تخت دوبعدی دارای ارتفاع H و طول $L = 10H$ می‌باشند که طول آن‌ها به سه قسمت ابتدایی، میانی و انتهایی به‌ترتیب با طول‌های $L_{\text{in}} = 4H$، $L_{\text{mid}} = 2H$ و $L_{\text{out}} = 4H$ تقسیم شده است. (شکل 5)

در قسمت‌های ابتدایی و انتهایی دیواره‌ها همگن و در قسمت میانی دیواره‌ها دارای تکه‌های ناهمگنی بار الکتریکی غیریکنواخت هستند به طوری که زتاپتانسیل وابسته به آن‌ها، $\zeta(x)$، شامل مقادیر مثبت و منفی می‌شود. ریزمجراهای مورد بررسی در بخش میانی خود دارای چهار تکه ناهمگنی می‌باشد. در قسمت میانی هر یک از دیواره‌های بالایی و پایینی متشکل از دو قطعه ناهمگنی با طول‌های مساوی است که در هر قطعه، مقدار بار الکتریکی ثابت و یکنواخت است. بسته به مقدار بار، نوع بار و نحوه آرایش مکانی قطعات ناهمگنی، مقدار و جهت سرعت لغزشی در مجاورت دیواره‌ها متفاوت خواهد بود و به تبع آن طرح‌های جریان به دست آمده، نقش‌های متفاوتی در فرآیند اختلاط بازی می‌کنند. در حالتی که مقدار بارهای قطعات با هم مساوی باشد، با حذف وضعیت‌های آینه‌ای، سه وضعیت متمایز برای آرایش بارها قابل تصور است. برای اولین آرایش، جزییات مربوط به توزیع بار در قسمت میانی ریزمجرا و طرح جریان الکترواسموتیک مربوطه در حضور میدان الکتریکی مثبت بصورت شماتیک در شکل 6 نشان داده شده است.

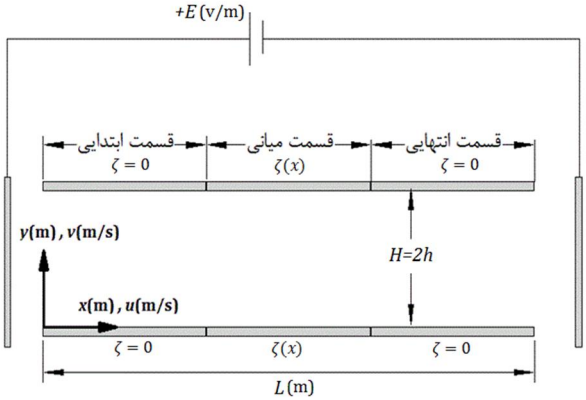
برای حالت نشان داده شده در شکل 6، قسمت میانی دارای 4 تکه ناهمگنی است. روی دیواره بالایی از راست به چپ ابتدا یک تکه ناهمگنی با بار منفی (n) و سپس یک تکه ناهمگنی با بار مثبت (p) قرار دارد و در دیواره



شکل 3 مقایسه تغییرات سرعت درون ریزمجرای همگن به ازای حل عددی مدل کامل، مدل تقریبی هلمهولتز-اسمولوکوفسکی و حل تحلیلی میدان سرعت الکترواسموتیک برای E_{ext} = 14/59 v/mm و k = 41 و ζ^* = 25 mv



شکل 4 خطوط جریان بدست آمده توسط حل تحلیلی (خطوط توپر) و حل عددی (خط چین) با شرایط مرزی: $u^t(x)/u_0 = 1 + 4\sin(2\pi x/L)$ در دیواره بالایی و $u^b(x)/u_0 = 1 + 4\sin(4\pi x/L)$ در دیواره پایینی



شکل 5 مشخصات ریزمجرای ناهمگن مورد بررسی و محورهای مختصات

پایینی همین وضعیت تکرار شده است. زمانی که اندازه بارها در این 4 تکه ناهمگنی برابر باشد، این وضعیت با نماد (np-np) مشخص می‌شود.

با توجه به جهت مثبت E_{ext} (از چپ به راست)، برای حالتی که $E_{\text{ext}} = 14/59$ v/mm و $\zeta^* = 25$ mv باشد، طبق مدل H-S سرعت لغزشی در مجاورت دیواره با زتاپتانسیل منفی مقدار مثبتی است و اندازه عددی آن $u_n = +1$ mm/s است. تحت همین شرایط سرعت لغزشی در مجاورت دیواره با زتاپتانسیل مثبت مقدار منفی است و بـــرابـر $u_p = -1$ mm/s است.

$$u^t(x) = u^b(x) = \begin{cases} u_p = -1\dfrac{\text{mm}}{\text{s}}, & 4 < x < 5 \\ u_n = +1\dfrac{\text{mm}}{\text{s}}, & 5 < x < 6 \end{cases} \qquad (9)$$

که در آن زیرنویس‌های p یا n برای سرعت u نشان دهنده بار مثبت یا منفی در قطعات است. برای چیدمان بارها در قسمت میانی برحسب علامت-های مربوط به سرعت‌های u_p و u_n می‌توان سه نوع آرایش متفاوت (با حذف حالات متقارن) بیان نمود. دو آرایش متفاوت دیگر که با همین 4 تکه ناهمگنی شکل می‌گیرد عبارتند از (pn-np) و (pp-nn).

در شکل 7 خطوط جریان الکترواسموتیک مربوط به این سه آرایش برای وضعیتی که زتاپتانسیل دیواره در قسمت‌های ورودی و خروجی برابر با صفر باشد، به‌صورت شماتیک نشان داده شده است. در هر سه آرایش (الف، ب و ج) اندازه سرعت لغزشی ناشی از بار دیواره و میدان الکتریکی خارجی برابر با 1mm/s می‌باشد و فقط جهت سرعت‌ها متفاوت می‌باشد. با توجه به این‌که بار الکتریکی دیواره‌ها در قسمت ورودی و خروجی برابر با صفر است، سرعت لغزشی در این نواحی بی‌بار برابر با صفر است.

میدان جریان برای این آرایش‌ها توسط مدل تقریبی H-S و حل کامل معادلات ارنست-پلانک در قسمت بعدی مورد تحلیل قرار می‌گیرد.

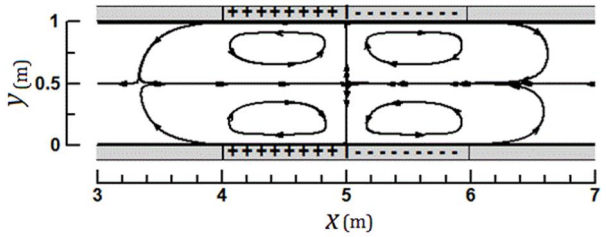
4- نتایج

نتایج به دست آمده در این قسمت به دو بخش تفکیک شده است. در بخش اول برای آرایش‌های معرفی شده در قسمت قبلی میدان جریان برای حالتی که دبی خالص برابر با صفر باشد توسط مدل تقریبی H-S و ارنست-پلانک ارایه می‌شود. سپس در قسمت بعدی این نتایج برای حالاتی بحث می‌شود که ریزمجرا دارای جریان خالصی می‌باشد.

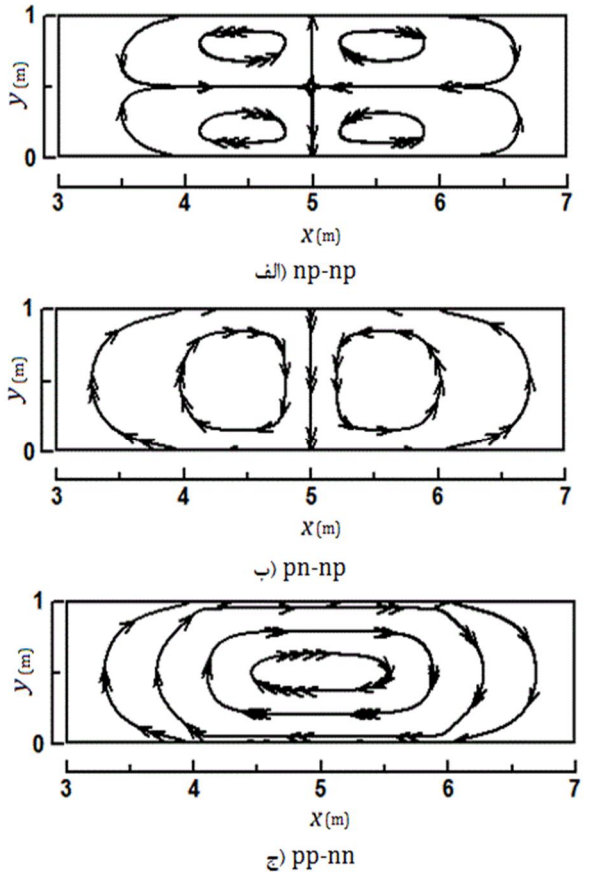
4-1- مقایسه مدل‌سازی کامل و مدل هلمهولتز- اسمولوکوفسکی: میدان جریان دوبعدی بدون دبی جرمی خالص

طبق مدل HS برای جریانی از یک الکترولیت با ثابت دی‌الکتریک نسبی $\varepsilon_r = 78.5$، چگالی $\rho = 1000$ kg/m^3 و لزجت $\mu = 1.025 \times 10^{-3}$ Pa·s و ثابت دیبای- هوکل K = 41 درون ریزمجرا با ارتفاع $H = 3.95$ µm و $\zeta = -25$ mV و قدرت میدان الکتریکی $E_{\text{ext}} = 14.59$ V/mm، سرعت لغزشی ایجاد شده در مجاورت دیواره برابر با $u_s = 0.254$ mm/s است.

چنان‌چه مقدار زتاپتانسیل روی دیواره ریزمجرا همگن نباشد، توزیع سرعت لغزشی نیز روی دیواره ناهمگن خواهد بود. به عنوان مثال در جایی که مقدار زتاپتانسیل روی دیـــواره ریزمجرا برابر با مقدار مثبت $\zeta = +25$ mv باشد، مقدار سرعت لغزشی برابر با $u_s = -0.254$ mm/s خواهد بود که جهت آن مخالف با نواحی دارای زتاپتانسیل منفی است. برای حالتی که اندازه زتاپتانسیل در قسمت میانـی $|\zeta| = 25$ mv و در سایر قسمت‌ها صفر باشد، میدان سرعت با استفاده از مدل H-S و نیز شبیه سازی کامل توسط حل معادلات ارنست- پلانک به دست آمده است و برای سه الگوی بار (np-np)، (pn-np) و (pp-nn) در شکل‌های 8 تا 10 نشان داده شده است. برای جلوگیری از نفوذ اغتشاشات در خروجی ریزمجرا به درون حوزه محاسباتی (به خصوص زمانی که جریان دبی خالصی ندارد)، خروجی ریزمجرا به اندازه‌ی سه برابر ارتفاع ریزمجرا گسترش داده شده است. برای ایجاد وضوح بیشتر میدان جریان در محدوده $1 < x < 5$ از ریزمجرا نشان داده شده است. برای الگوی بار (np-np) نتایج هر دو روش نشان می‌دهد که در قسمت میانی ریزمجرا چهار ناحیه چرخشی به وجود می‌آید که هر کدام در مجاورت یک تکه ناهمگنی قرار دارند. به علت ایجاد گردابه‌هایی که تمام عرض ریزمجرا را در بر گرفته‌اند، مقدار دبی خالص جریان برابر با صفر می‌باشد. اندازه طولی گردابه‌ها تقریبا دو برابر طول قطعه‌ی همگنی است که در مجاورت آنها قرار دارد. در حالت الگوی بار (np-np) به علت تقارن الگوی بارها روی دیواره‌های بالایی و پایینی ریزمجرا، الگوی جریان کاملا نسبت به خط میانی متقارن است. میدان جریان مربوط به الگوی بار (pn-np) در شکل 9 نشان داده شده است.



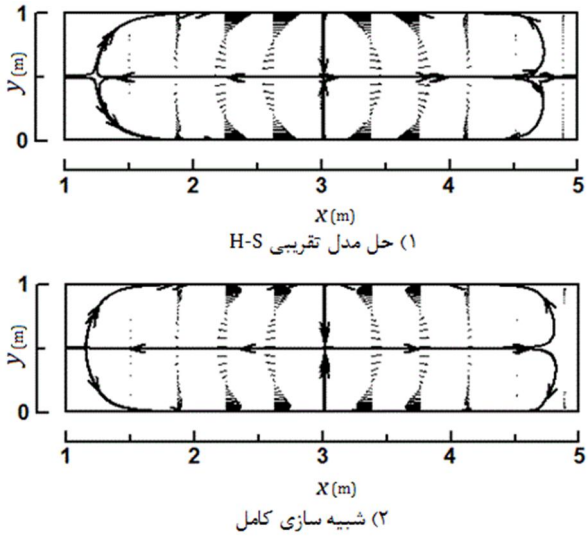
شکل 6 یک نمونه از آرایش تکه‌های ناهمگنی بار و خطوط جریان الکترواسموتیک با E مثبت از چپ به راست



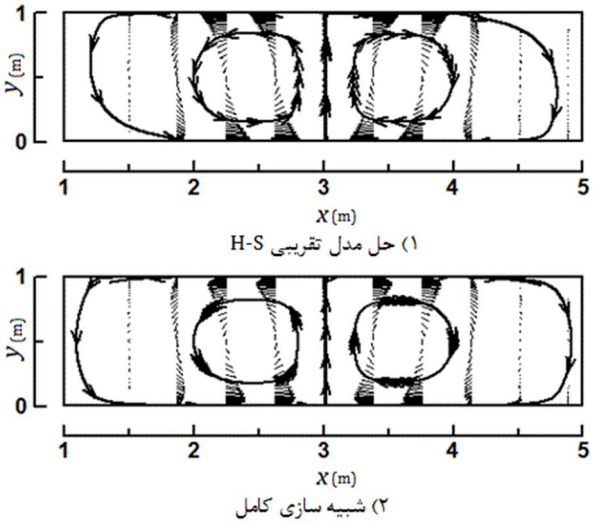
شکل 7 سه آرایش متفاوت برای بارهای قسمت میانی و جریان الکترواسموتیک ناشی از آنها

نتایج نشان می‌دهد که برای این حالت در قسمت میانی ریزمجرا دو ناحیه چرخشی به وجود می‌آید که هر کدام از آن‌ها کاملا عرض ریزمجرا را در برگرفته‌اند. بنابراین در این حالت نیز مقدار دبی خالص جریان برابر با صفر می‌باشد. مشابه با حالت قبل، اندازه طولی گردابه‌ها تقریبا دو برابر طول قطعه‌های همگنی است. در این حالت الگوی جریان در نیمه ابتدایی و انتهایی مشابه است و نسبت به خط منصف ریزمجرا متقارن است.

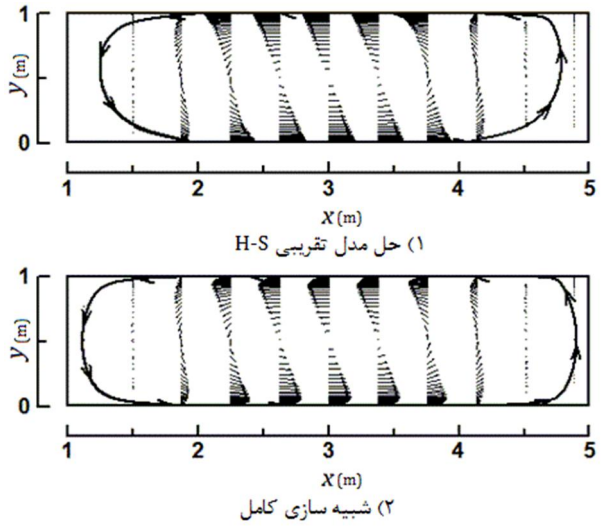
میدان جریان مربوط به الگوی بار (pp-nn) در شکل 10 نشان داده شده است. آرایش تکه‌های ناهمگنی به نحوی است که جریان مجاور آن‌ها تشکیل یک گردابه بزرگ می‌دهد که عرض ریزمجرا را در برگرفته است و طول آن چهار برابر طول تکه‌های ناهمگنی است و لذا مقدار دبی خالص جریان برابر با صفر است. نکته مشترکی در همه شکل‌های 8 تا 10 وجود دارد این است که مقدار بار خالص روی دیواره‌ها برابر با صفر است. در این حالت به علت آرایش



شکل 8 خطوط جریان و بردارهای سرعت در ریزمجرای ناهمگن با الگوی بار (np-np) در قسمت میانی: 1) حل عددی برمبنای مدل H-S، و 2) حل عددی معادلات ارنست- پلانک



شکل 9 خطوط جریان و بردارهای سرعت در ریزمجرای ناهمگن با الگوی بار (pn-np) در قسمت میانی: 1) حل عددی بر مبنای مدل H-S، و 2) حل عددی معادلات ارنست- پلانک



شکل 10 خطوط جریان و بردارهای سرعت در ریزمجرای ناهمگن با الگوی بار (pp-nn) در قسمت میانی: 1) حل عددی بر مبنای مدل H-S، و 2) حل عددی معادلات ارنست- پلانک

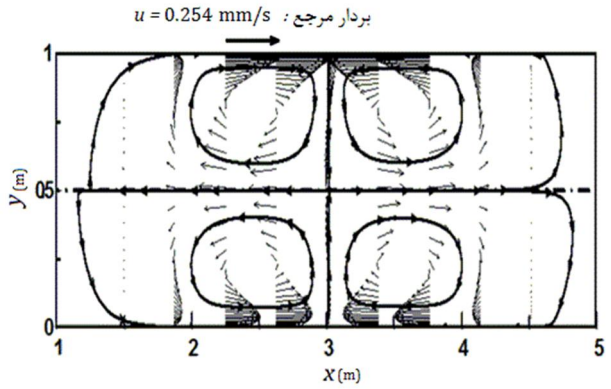
خاص بارها در قسمت میانی، مقدار جریان عبوری از ریزمجرا برابر با صفر است و ریزمجرای ناهمگن در قسمت میانی خود فقط باعث ایجاد جریان‌های چرخشی می‌گردد. این جریان‌های چرخشی می‌توانند باعث افزایش اختلاط درون ریزمجرا گردند.

مشاهده می‌شود که بسته به آرایش بارهای دیواره ریزمجرا در قسمت میانی، تعداد گردابه‌ها و اندازه آن‌ها تغییر می‌کند.

برای آرایش (pn-np) میدان جریان به چهار ناحیه چرخشی، برای آرایش (np-np) دو ناحیه چرخشی و در آرایش (pp-nn) یک ناحیه چرخشی مشاهده می‌شود. با وجودی که میدان جریان سیال در این حالت دارای نقاط تکین می‌باشد، اما استفاده از برنامه عددی مناسب باعث شده است که نتایج عددی به خوبی این نقاط تکین را نمایش دهند.

بررسی شکل‌های 8 تا 10 نشان می‌دهد که نتایج میدان جریان به دست آمده توسط مدل H-S جز در ناحیه مجاور دیواره‌ها کاملا شبیه میدان جریان حاصل از حل معادلات ارنست- پلانک می‌باشد. ضخامت این ناحیه بستگی مستقیم به پارامتر دیبای- هوکل، K، دارد.

برای مقایسه بهتر نتایج مدل H-S با شبیه‌سازی کامل، میدان‌های مربوطه در شکل 11 رسم شده‌اند.



شکل 11 خطوط جریان و بردارهای سرعت در ریزمجرای ناهمگن با الگوی بار (np-np) در قسمت میانی (2<x<4) با استفاده از حل عددی مدل H-S (نیمه بالایی شکل) و حل عددی معادلات ارنست- پلانک (نیمه پایینی شکل)

از آن‌جا که شرایط مرزی برای آرایش (np-np) روی دیواره‌های بالا و پایین متقارن است، لذا میدان جریان در نیمه بالا و پایین متقارن خواهد بود و بنابراین می‌توان میدان جریان و بردارهای سرعت به دست آمده توسط مدل H-S (نیمه بالایی شکل 11) و شبیه‌سازی کامل (نیمه پایینی شکل 11) در یک شکل واحد مقایسه کرد. در این ریزمجرا الگوی بار (np-np) در ناحیه قسمت میانی ($2 < x < 4$) اعمال شده است و مقدار زتاپتانسیل دیواره در سایر نقاط صفر است. در ناحیه میانی و در مجاورت دیواره‌ها توزیع سرعت نشان داده شده توسط بردارهای سرعت کاملا متفاوت مشاهده می‌شود و مقدار سرعت‌های محاسبه شده توسط مدل H-S بیشتر از مقادیر به‌دست آمده توسط شبیه‌سازی کامل هستند که به دلیل اختلاف شرط‌های مرزی اعمال شده در مدل H-S و شبیه‌سازی کامل است. به علاوه در قسمت مرکزی ریزمجرا نیز سرعت‌های محاسبه شده توسط مدل H-S بزرگ‌تر از مقادیر محاسبه شده توسط شبیه‌سازی کامل می‌باشند. علت این امر با توجه به معادله پیوستگی و ثابت بودن مقادیر دبی جریان در هر مقطع از ریزمجرا قابل توضیح است. با وجود اختلاف‌های قابل مشاهده در مجاورت دیواره‌ها و نیز مرکز ریزمجرا، خطوط جریان در ناحیه میانی کاملا مشابه هستند. در خارج ناحیه میانی، مقدار زتاپتانسیل در همه جا برابر با صفر است و بنابراین شرط مرزی مورد استفاده توسط مدل H-S و شبیه‌سازی کامل برای حل میدان جریان کاملا مشابه است و بنابراین نتایج به دست آمده توسط مدل H-S برای میدان جریان و بردارهای سرعت بسیار مشابه با نتایج واقعی هستند. لازم به تذکر است که در این حالت، در میدان‌های جریان مورد بررسی، مقدار دبی عبوری خالص که توسط جریان الکتراسموتیکی ایجاد می‌شود، برابر با صفر است. علت این مطلب آن است که مقدار بار خالص تعبیه شده در دیواره‌های ریزمجرا برابر با صفر است.

4-2- مقایسه مدل‌سازی کامل و مدل تقریبی هلمهولتز-اسمولوکوفسکی: میدان جریان دوبعدی با دبی جرمی

میزان نیروی محرکه‌ی سیال در یک جریان الکترواسموتیک خالص، مستقیما به مقدار خالص بارها روی دیواره ریزمجرا بستگی دارد. با توجه به ترکیب انتخاب شده برای بار قطعات ناهمگنی در قسمت میانی، مقدار خالص بار در این قسمت برابر با صفر است و لذا مقدار جریان جرمی خالص ناشی از این قسمت در جریان الکترواسموتیک خالص برابر با صفر است. یکی از دلایلی که این قسمت به عنوان بخش اختلاط‌گر معرفی شد، همین مطلب می‌باشد. هر چند وجود قسمت اختلاط‌گر و جریان‌های چرخشی حادث در آن باعث ایجاد اختلاط بیشتر می‌شود، اما باید توجه داشت که در کانال مورد بررسی، دبی جرمی حائز اهمیت می‌باشد لذا بررسی حالت بدون جریان جرمی صرفا به این جهت بوده است که بتوانیم در مورد مکانیزم و الگوی جریان اظهارنظر کنیم. بنابراین سیستم اختلاطی را به نحوی طراحی می‌کنیم که اختلاط و پمپاژ سیال را به‌صورت همزمان داشته باشیم. برای تامین جریان جرمی مناسب مقدار بار الکتریکی در قسمت‌های ورودی و خروجی به‌صورت یکنواخت و برابر با یک مقدار غیر صفر در نظر گرفته می‌شود. میدان جریان مربوط به حالتی که مقدار زتاپتانسیل بخش پمپاژ برابر با $\zeta_P = 0.05\,\zeta_M$ (که ζ_M مقدار زتاپتانسیل در ناحیه میانی است) باشد، برای سه آرایش معرفی شده در بخش قبلی در شکل‌های 12 تا 14 نشان داده شده است.

وجود زتاپتانسیل روی دیواره قسمت پمپاژ باعث شده است تا خطوط بسته گردابه‌های ایجاد شده در ناحیه میانی شکسته شود و اختلاط موثرتر همراه با جریان جرمی خالص به وجود آید. از شکل‌های 12 تا 14 دیده می‌شود برای حالتی که دیواره‌های قسمت پمپاژ دارای زتاپتانسیل خالص باشند، مدل H-S به خوبی میدان سرعت را پیش‌بینی می‌نماید و می‌تواند برای تحلیل جریان‌های الکترواسموتیک مورد استفاده قرار گیرد.

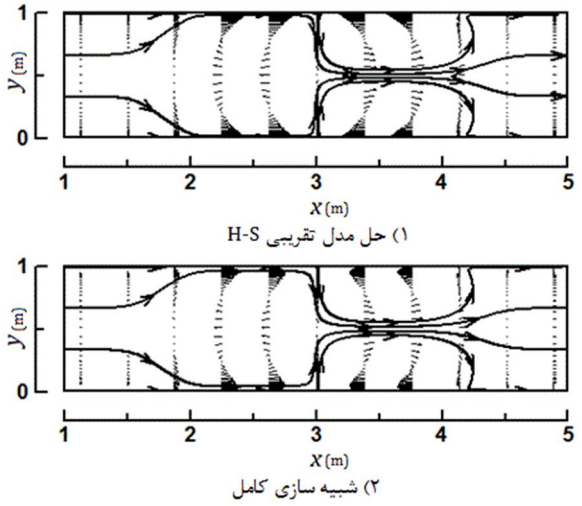
بررسی شکل‌های 12 تا 14 نشان می‌دهد که نتایج میدان جریان به دست آمده توسط مدل H-S جز در ناحیه مجاور دیواره‌ها کاملا شبیه میدان جریان حاصل از حل معادلات ارنست- پلانک می‌باشد. ضخامت این ناحیه بستگی مستقیم به پارامتر دیبای- هوکل، K، دارد.

برای مشخص شدن دقت روش H-S در زتاپتانسیل‌های مختلف برای دیواره، شکل 15 رسم شده است. در این شکل میدان جریان مربوط به الگوی بار (np-np) برای مقادیر مختلف زتاپتانسیل در قسمت پمپاژ رسم شده است و نتایج روش H-S و شبیه‌سازی کامل برای مقایسه در کنار هم آمده است.

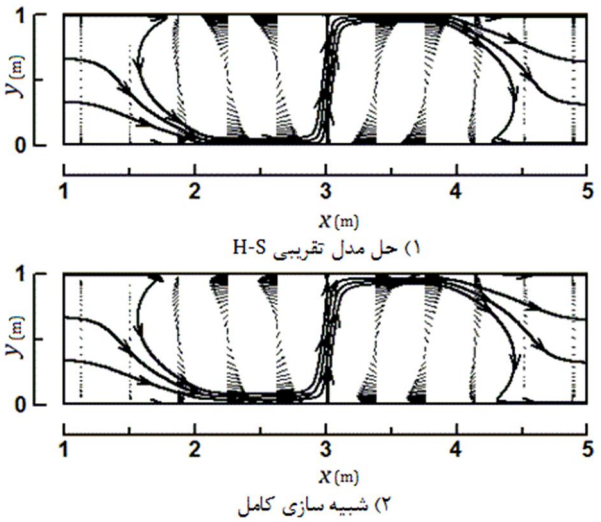
مدل‌سازی کامل جریان الکترواسموتیک (شکل 15 سمت چپ) نشان می‌دهد که افزایش میزان زتاپتانسیل در قسمت مخصوص پمپاژ سیال (یعنی همه نواحی ریزمجرا به جز قسمت میانی) منجر به افزایش مقدار جریان خالص می‌شود و با قدرت گرفتن این جریان دبی ساز، گردابه‌های موجود در قسمت اختلاطی (یعنی قسمت میانی) شکسته می‌شوند و ابعاد آن‌ها کاهش می‌یابد و حتی در مقادیر بزرگتر ζ_P/ζ_M گردابه‌های قسمت میانی به صورت کامل از بین می‌روند. مطابق با شکل 15 در همه این حالات، نتایج به دست آمده از مدل H-S در شرایط متفاوت برای میدان جریان، به خوبی مشابه با نتایج شبیه‌سازی کامل جریان الکترواسموتیک است. برای سایر آرایش‌ها یعنی وضعیت الگوی بار (pn-np) و الگوی بار (pp-nn) نیز مقایسه بین مدل H-S و شبیه‌سازی کامل انجام شده است و نتایج به دست آمده با دقت قابل‌قبولی مشابه می‌باشند.

همان‌طوری که بیان شد با افزایش نسبت زتاپتانسیل‌ها قدرت گردابه‌ها کاهش می‌یابد، این موضوع صحیح است چراکه با افزایش نسبت زتاپتانسیل، دبی جریان یا به عبارتی عدد رینولدز جریان افزایش یافته و جریان با سرعت بیشتری عبور خواهد کرد، این موضوع باعث کاهش اثرات اختلاطی و در نتیجه قدرت گردابه‌ها می‌شود و جریان فرصت کمتری جهت اختلاط پیدا خواهد نمود. این نتایج در شکل 16 نشان داده شده است.

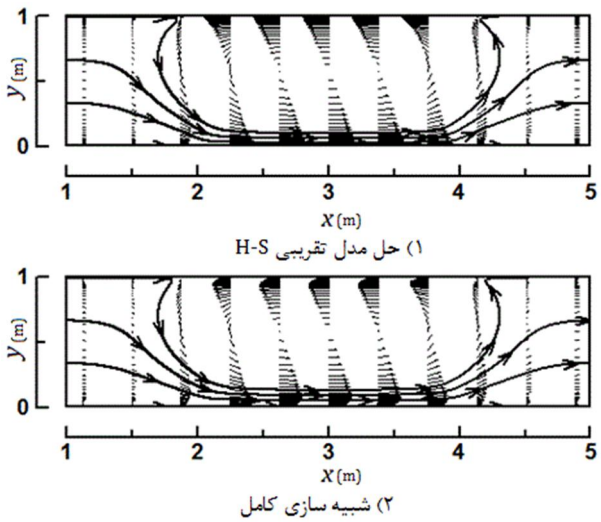
مقایسه سرعت متوسط محاسبه شده توسط مدل H-S و شبیه‌سازی کامل جریان الکترواسموتیک در شکل 17 نشان داده شده است.



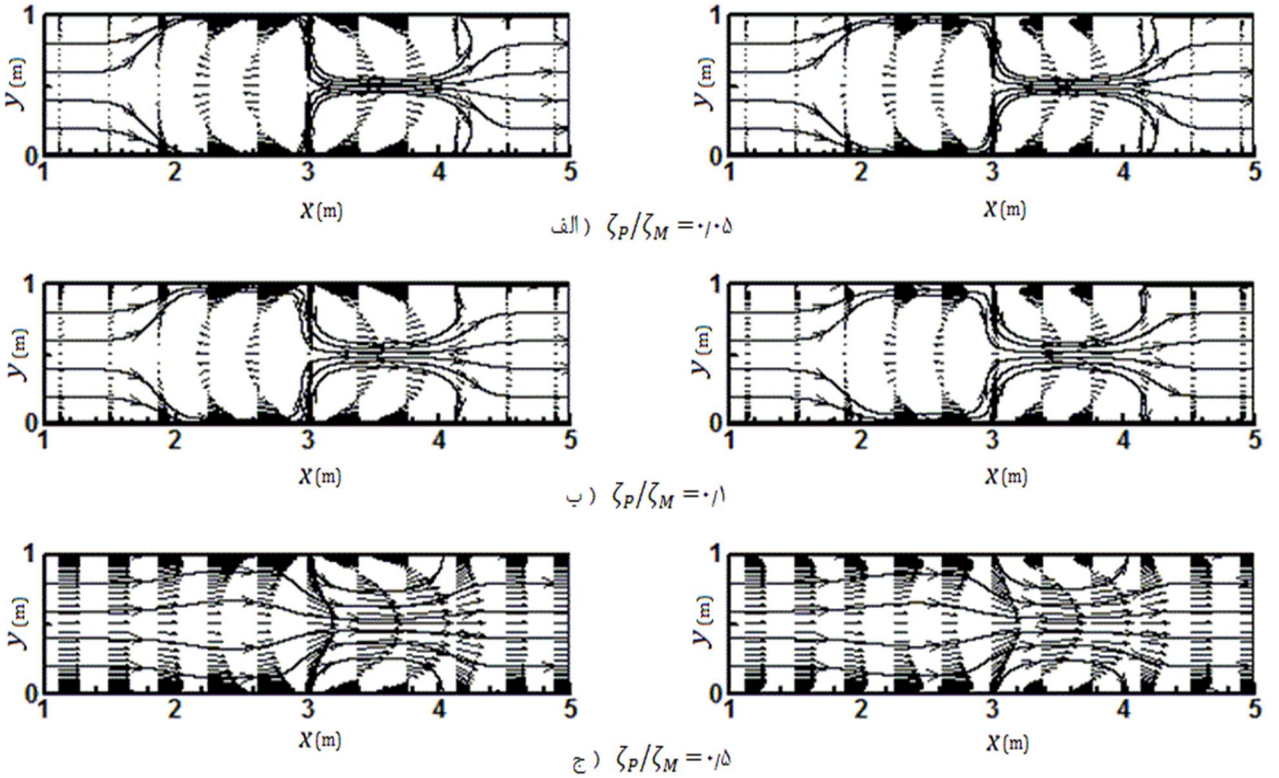
شکل 12 خطوط جریان و بردارهای سرعت در ریزمجرای ناهمگن با الگوی بار (np-np) در قسمت میانی: 1) حل عددی بر مبنای مدل H-S، و 2) حل عددی معادلات ارنست- پلانک



شکل 13 خطوط جریان و بردارهای سرعت در ریزمجرای ناهمگن با الگوی بار (pn-np) در قسمت میانی: 1) حل عددی برمبنای مدل H-S، و 2) حل عددی معادلات ارنست- پلانک



شکل 14 خطوط جریان و بردارهای سرعت در ریزمجرای ناهمگن با الگوی بار (pp-nn) در قسمت میانی: 1) حل عددی بر مبنای مدل H-S، و 2) حل عددی معادلات ارنست- پلانک



شکل 15 خطوط جریان و بردارهای سرعت در ریزمجرای ناهمگن با الگوی بار (np-np) برای سه مقدار مختلف ζ_P/ζ_M توسط حل عددی برمبنای مدل H-S (سمت چپ) و حل عددی معادلات ارنست- پلانک (سمت راست)

در شکل 17 دیده می‌شود که مقدار دبی محاسبه شده برای همه الگوهای معرفی شده به صورت خطی با مقدار ζ_P/ζ_M تغییر می‌کند. نکته مهمی که در این شکل دیده می‌شود این است که نتایج به دست آمده برای مقدار دبی توسط هر دو روش مستقل از نوع الگوی بار دیواره است.

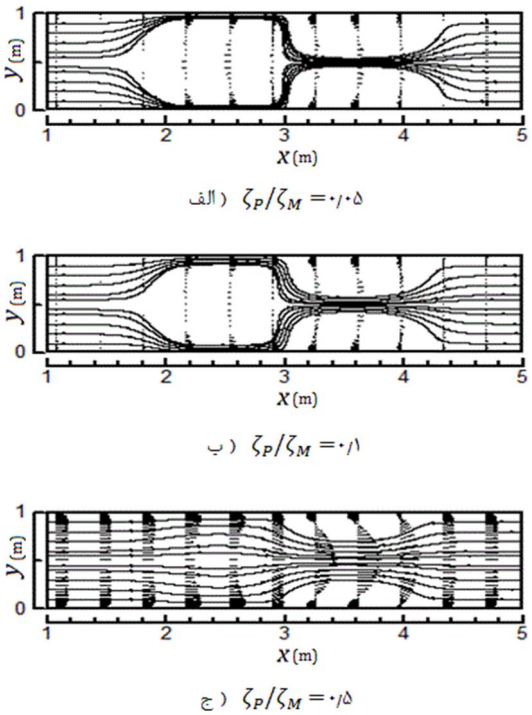
این نتیجه در حالت کلی صادق نیست و در حقیقت میزان دبی در یک جریان الکترواسموتیک خالص رابطه مستقیم با بارهای روی دیواره دارد. با درنظر گرفتن این نکته واضح است که الگوهای مورد استفاده در حالت‌های (الف، ب و ج) هیچ دبی خالصی تولید نمی‌کنند چون میزان بار خالص دیواره‌ها در این قسمت صفر است و میزان دبی فقط توسط قسمت‌های ابتدایی و انتهایی تعیین می‌شود. به همین دلیل قسمت میانی تحت عنوان قسمت اختلاطی و قسمت‌های ابتدایی و انتهایی تحت عنوان قسمت پمپاژ معرفی شده‌اند. مقادیر مربوط به شکل 17 در جدول 1 تا 2 نشان داده شده است.

مقدار سرعت متوسط محاسبه شده توسط مدل تقریبی H-S اندکی

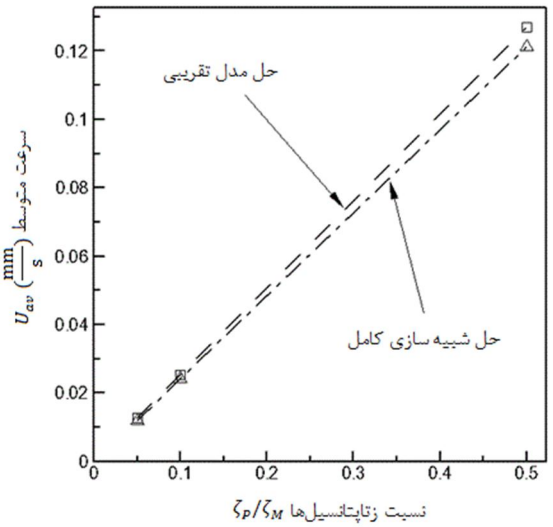
بیشتر از مقدار واقعی آن است که توسط شبیه سازی کامل معادلات به دست می‌آید. دلیل این اختلاف این است که در روش تقریبی H-S سرعت لغزشی مستقیما روی جداره اعمال می‌شود در حالی که در واقعیت این سرعت لغزشی در لبه لایه دوگانه الکتریکی حادث می‌شود که اندکی با دیواره فاصله دارد.

5- نتیجه گیری

نتایج مدل تقریبی هلمهولتز- اسمولوکوفسکی با شبیه‌سازی کامل در میدان‌های جریان دوبعدی بررسی شد و نشان داده شد که جریان در فاصله



شکل 16 خطوط جریان و بردارهای سرعت در ریزمجرای ناهمگن با الگوی بار (np-np) برمبنای حل عددی معادلات ارنست- پلانک



شکل 17 سرعت متوسط محاسبه شده توسط مدل تقریبی H-S (منحنی خط‌چین) و شبیه‌سازی کامل (منحنی خط- نقطه چین) درون ریزمجرای ناهمگن با الگوی بار (np-np) برای سه مقدار مختلف ζ_P/ζ_M

جدول 1 مقادیر سرعت متوسط پیش‌بینی شده توسط شبیه‌سازی کامل برای آرایش بارهای مختلف و نسبت زتاپتانسیل‌های مختلف

نوع توزیع بار	ζ_P/ζ_M =0/05	ζ_P/ζ_M =0/1	ζ_P/ζ_M =0/5
(np-np)	0/012068	0/024117	0/121212
(pn-np)	0/012060	0/024116	0/121211
(pp-nn)	0/012060	0/024116	0/121211

جدول 2 مقادیر سرعت متوسط پیش‌بینی شده توسط مدل تقریبی هلمهولتز- اسمولوکوفسکی برای آرایش بارهای مختلف و نسبت زتاپتانسیل‌های مختلف

نوع توزیع بار	ζ_P/ζ_M =0/05	ζ_P/ζ_M =0/1	ζ_P/ζ_M =0/5
(np-np)	0/012703	0/025380	0/126799
(pn-np)	0/012718	0/025380	0/126799
(pp-nn)	0/012719	0/025380	0/126799

دور از دیواره تقریبا مشابه است در حالی که در مجاورت دیواره‌ها، نتایج دو مدل اختلاف فاحش دارند و میدان‌های جریان کاملا متفاوت هستند. این نتایج برای K = 41 بدست آمده تا بتوان با اطمینان از مدل تقریبی استفاده نمود (این عدد به این دلیل انتخاب شده است که کوچک بودن لایه دوگانه الکتریکی در مقایسه با ابعاد کانال یکی از شروط خاص استفاده از مدل تقریبی هلمهولتز اسمولوکوفسکی است و ضخامت این ناحیه‌ی کوچک که تحت اثر دیواره قرار دارد، بستگی به پارامتر بدون بعد دیبای- هوکل ،K ، دارد. هر چه مقدار K بزرگتر باشد، ضخامت این ناحیه کمتر است، بنابراین در مدل تقریبی از ناحیه کوچکتری صرف‌نظر می‌گردد)، بدیهی است برای مقادیر کمتر از آن اختلاف نتایج بیشتر می‌گردد. تطابق خوب نتایج مدل تقریبی H-S با شبیه‌سازی کامل در میدان‌های جریان دوبعدی دارای دو نکته کلی است اول این‌که در مساله بررسی شده برای اختلاط، فصل مشترک دو جریان مورد اختلاط در وسط دو دیواره قرار گرفته است و لذا فرآیند اختلاط در دورترین فاصله از دیواره‌ها، یعنی مکانی که نتایج دو مدل اختلاف فاحش دارند، در حال شکل گرفتن است. بنابراین هرچند که میدان‌های جریان کاملا مشابه نیستند، اما فرآیند اختلاط ناشی از آن‌ها نتایج مشابهی دارد. نکته دیگری که باعث شده است مدل تقریبی H-S نتایج کاملا ایده‌الی ارائه نماید مربوط به نوع ناپیوستگی‌های اعمال شده در محل الگوی بار است. هر چند که درمدل فیزیکی مساله توزیع زتاپتانسیل دیواره به صورت ناپیوسته است، در مدل عددی برای هر دو روش (یعنی مدل H-S و نیز شبیه‌سازی کامل) ناپیوستگی بین دو تکه ناهمگنی توسط یک پروفیل پیوسته جایگزین شده است.

6- فهرست علائم

D	ضریب پخش مولکولی [$m^2 s^{-1}$]
e	بار پایه الکترون [c]
E	شدت میدان الکتریکی [$v\ m^{-1}$]
E_{ext}	شدت میدان الکتریکی اعمالی [$v\ m^{-1}$]
H	عرض مجرا [m]
K	پارامتر بی بعد دیبای هوکل
K_b	ثابت بولتزمن [$J\ K^{-1}$]
L	طول مجرا [m]
n_0	غلظت عددی یون‌ها در محلول یکنواخت [$ions\ m^{-3}$]

P	فشار $[\mathrm{kg\ m^{-1}\ s^{-2}}]$
Re	عدد رینولدز
Sc	عدد اشمیت
T	دمای مطلق الکترولیت [K]
u_{wall}	بردار سرعت روی دیواره $[\mathrm{m\ s^{-1}}]$
$\vec{V}$	بردار سرعت $[\mathrm{m\ s^{-1}}]$
Z	عدد والانس الکترولیت متقارن

علایم یونانی

ρ	چگالی $[\mathrm{c\ m^{-3}}]$
ρ_e	چگالی خالص بارهای الکتریکی $[\mathrm{c\ m^{-3}}]$
ζ	زتاپتانسیل [v]
ζ_P	زتاپتانسیل بخش پمپاژ [v]
ζ_M	زتاپتانسیل بخش میانی [v]
ζ_{Wall}	زتاپتانسیل روی دیواره [v]
ε	ضریب گذردهی الکترولیت $[\mathrm{c\ v^{-1}\ m^{-1}}]$
μ	لزجت دینامیکی $[\mathrm{kg\ m^{-1}\ s^{-1}}]$
κ	معکوس ضخامت مشخصه لایه دو گانه الکتریکی $[\mathrm{m^{-1}}]$
ϕ	میدان الکتریکی خارجی [v]
ψ	میدان الکتریکی ناشی از لایه دوگانه الکتریکی [v]

بالانویس‌ها

b	پایین
t	بالا
$*$	بی بعد
$+$	یون مثبت
$-$	یون منفی

زیرنویس‌ها

Av	مقدار متوسط
Ext	خارجی
In	ابتدا
Mid	وسط
n	بار منفی روی قطعه
Out	انتها
p	بار مثبت روی قطعه
Ref	مرجع
S	لغزش
Wall	دیواره

7- مراجع

[1] L. M. Fu, R. J. Yang, G. B. Lee, H. H. Liu, Electrokinetic injection techniques in microfluidic chips, *Anal Chem,* Vol. 74, No. 19, pp. 5084-91, 2002.
[2] C. M. Ho, Y. C. Tai, Micro-Electro-Mechanical-Systems (MEMS) and fluid flows, *Annual Review of Fluid Mechanics,* Vol. 30, No. 1, pp. 579-612, 1998.
[3] A. Manz, C. S. Effenhauser, N. Burggraf, D. J. Harrison, K. Seiler, K. Fluri, Electroosmotic pumping and electrophoretic separations for miniaturized chemical analysis systems, *Journal of Micromechanics and Microengineering,* Vol. 4, No. 4, pp. 257, 1994.
[4] C. C. Chang, R. J. Yang, Electrokinetic mixing in microfluidic systems, *Microfluidics and Nanofluidics,* Vol. 3, No. 5, pp. 501-525, 2007.
[5] M. H. Oddy, J. G. Santiago, J. C. Mikkelsen, Electrokinetic Instability Micromixing, *Analytical Chemistry,* Vol. 73, No. 24, pp. 5822-5832, 2001.
[6] Y. Y. Liang, G. A. Fimbres Weihs, D. E. Wiley, Approximation for modelling electro-osmotic mixing in the boundary layer of membrane systems, *Journal of Membrane Science,* Vol. 450, pp. 18-27, 2014.
[7] A. K. Nayak, Analysis of mixing for electroosmotic flow in micro/nano channels with heterogeneous surface potential, *International Journal of Heat and Mass Transfer,* Vol. 75, pp. 135-144, 2014.
[8] Y. Wang, J. Zhe, B. T. F. Chung, P. Dutta, A rapid magnetic particle driven micromixer, *Microfluid. Nanofluid.,* Vol. 4, pp. 375–389., 2008.
[9] H. H. Bau, J. Zhong, M. Yi, A minute magneto hydro dynamic (MHD) mixer, *Sensors and Actuators B: Chemical,* Vol. 79, pp. 207–215, 2001.
[10] B. Xu, T. Wong, N. Nguyen, Z. Che, J. Chai, Thermal mixing of two miscible fluids in a T-shaped microchannel, *Biomicrofluidics,* Vol. 4, 2010.
[11] A. Alizadeh, L. Zhang, M. Wang, Mixing enhancement of low-Reynolds electro-osmotic flows in microchannels with temperature-patterned walls, *Journal of Colloid and Interface Science,* Vol. 431, pp. 50-63, 2014.
[12] M. Campisi, D. Accoto, F. Damiani, P. Dario, A soft-lithographed chaotic electrokinetic micromixer for efficient chemical reactions in lab-on-chips, *J. Micro-Nano Mech.,* Vol. 5, pp. 69–76, 2009.
[13] R. H. Liu, R. Lenigk, R. L. Druyor Sanchez, J. Yang, P. Grodzinski, Hybridization Enhancement Using Cavitation Microstreaming, *Analytical Chemistry,* Vol. 75, No. 8, pp. 1911-1917, 2003.
[14] F. Bottausci, I. Mezic, C. D. Meinhart, C. Cardonne, Mixing in the shear superposition micromixer: three-dimensional analysis: One contribution of 11 to a Theme 'Transport and mixing at the microscale', *Philosophical Transactions of The Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences,* Vol. 362, No. 1818, pp. 1001-1018, 2004.
[15] A. Goullet, I. Glasgow, N. Aubry, Effects of microchannel geometry on pulsed flow mixing, *Mechanics Research Communications,* Vol. 33, No. 5, pp. 739-746, 2006.
[16] H. Le The, H. Le Thanh, T. Dong, B. Q. Ta, N. Tran Minh, F. Karlsen, An effective passive micromixer with shifted trapezoidal blades using wide Reynolds number range, *Chemical Engineering Research and Design,* Vol. 93, pp. 1-11, 2015.
[17] S. Baheri Islami, S. Ahmadi, Numerical investigation on the effect of various geometries on mixing efficiency of passive micromixers with oscillatory inlet velocities, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 14, No. 7, pp. 27-34, 2014 (In Persian)
[18] V. E. Papadopoulos, I. N. Kefala, G. Kaprou, G. Kokkoris, D. Moschou, G. Papadakis, E. Gizeli, A. Tserepi, A passive micromixer for enzymatic digestion of DNA, *Microelectronic Engineering,* Vol. 124, pp. 42-46, 2014.
[19] W. Buchegger, C. Wagner, B. Lendl, M. Kraft, M. Vellekoop, A highly uniform lamination micromixer with wedge shaped inlet channels for time resolved infrared spectroscopy, *Microfluid. Nanofluid.,* Vol. 10, pp. 889–897, 2011.
[20] T. Tofteberg, M. Skolimowski, E. Andreassen, O. Geschke, A novel passive micromixer: Lamination in a planar channel system, *Microfluid. Nanofluid.,* Vol. 8, pp. 209–215, 2010.
[21] S. Hardt, H. Pennemann, F. Schönfeld, Theoretical and experimental characterization of a low-Reynolds number split-and-recombine mixer, *Microfluidics and Nanofluidics,* Vol. 2, No. 3, pp. 237-248, 2006.
[22] S. Bhattacharyya, S. Bera, Combined electroosmosis-pressure driven flow and mixing in a microchannel with surface heterogeneity, *Applied Mathematical Modelling,* 2015.
[23] A. Alam, A. Afzal, K. Y. Kim, Mixing performance of a planar micromixer with circular obstructions in a curved microchannel, *Chemical Engineering Research and Design,* Vol. 92, No. 3, pp. 423-434, 2014.
[24] A. Ahmadian Yazdi, A. Sadeghi, M. H. Saidi, Electrokinetic mixing at high zeta potentials: Ionic size effects on cross stream diffusion, *Journal of Colloid and Interface Science,* Vol. 442, pp. 8-14, 2015.
[25] S. Ebrahimi, A. Hasanzadeh-Barforoushi, A. Nejat, F. Kowsary, Numerical study of mixing and heat transfer in mixed electroosmotic/pressure driven flow through T-shaped microchannels, *International Journal of Heat and Mass Transfer,* Vol. 75, pp. 565-580, 2014.
[26] R. Peng, D. Li, Effects of ionic concentration gradient on electroosmotic flow mixing in a microchannel, *Journal of Colloid and Interface Science,* Vol. 440, pp. 126-132, 2015.
[27] A. Stroock, M. Weck, D. Chiu, W. Huck, P. Kenis, R. Ismagilov, G. Whitesides, Patterning Electro-osmotic Flow with Patterned Surface Charge, *Physical Review Letters,* Vol. 84, No. 15, pp. 3314-17, 2000.
[28] W. L. W. Hau , D. W. Trau , N. J. Sucher , M. Wong , Y. Zohar, Surface-chemistry technology for microfluidics, *J. of Micromechanics and Microengineering,* Vol. 13, No. 2, pp. 272-278, 2003.
[29] C. K. Chen, C. C. Cho, A combined active/passive scheme for enhancing the mixing efficiency of microfluidic devices, *Chemical Engineering Science,* Vol. 63, No. 12, pp. 3081-3087, 2008.
[30] C. Y. Lim, Y. C. Lam, C. Yang, Mixing enhancement in microfluidic channel with a constriction under periodic electro-osmotic flow, *Biomicrofluidics,* Vol. 4, No. 1, 2010.
[31] M. Mondal, R. P. Misra, S. De, Combined electroosmotic and pressure driven flow in a microchannel at high zeta potential and overlapping electrical double layer, *International Journal of Thermal Sciences,* Vol. 86, pp. 48-59, 2014.
[32] A. Sadeghi, M. H. Saidi, Z. Waezi, S. Chakraborty, Variational formulation on Joule heating in combined electroosmotic and pressure driven microflows, *International Journal of Heat and Mass Transfer,* Vol. 61, pp. 254-265, 2013.
[33] S. Bera, S. Bhattacharyya, On mixed electroosmotic-pressure driven flow

and mass transport in microchannels, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 62, pp. 165-176, 2013.
[34] C. O. Ng, C. Qi, Electroosmotic flow of a power-law fluid in a non-uniform microchannel, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics,* Vol. 208–209, pp. 118-125, 2014.
[35] H. Niazmand, J. Jamaati, M. Renlsizbulut, Investigation of electrokinetic mixing in 3D non-homogenous microchannels, *Journal Of Computational And Applied Research In Mechanical Engineering,* Vol. 3, No. 1, pp. 41-52, 2013.
[36] M. Wang, J. Wang, S. Chen, N. Pan, Electrokinetic pumping effects of charged porous media in microchannels using the lattice Poisson-Boltzmann method, *J. Colloid Interface Sci.,* Vol. 304, No. 1, pp. 246-53, 2006.
[37] E. B. Cummings, S. K. Griffiths, R. H. Nilson, P. H. Paul, Conditions for similitude between the fluid velocity and electric field in electroosmotic flow, *Anal Chem,* Vol. 72, No. 11, pp. 2526-32, 2000.
[38] J. G. Santiago, Electroosmotic Flows in Microchannels with Finite Inertial and Pressure Forces, *Analytical Chemistry,* Vol. 73, No. 10, pp. 2353-2365, 2001.
[39] J. Zhang, G. He, F. Liu, Electro-osmotic flow and mixing in heterogeneous microchannels, *Physical Review E*, Vol. 73, No. 5, 2006.