



کنترل فعال چندهدفه مقاوم تابش صوتی صفحه پیزو کامپوزیت مستطیلی با ضخامت دلخواه

حماد کشاورزپور¹، سید محمد هاشمی نژاد^{2*}

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

* تهران، صندوق پستی 16846-13114، hashemi@iust.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 27 آذر 1393

پذیرش: 05 بهمن 1393

ارائه در سایت: 28 بهمن 1393

کلید واژگان:

پاسخ ارتعاشی-صوتی

کنترل فعال آکوستیک سازه‌ای

ورق ضخیم هوشمند

حذف اغتشاش

عدم قطعیت بدون ساختار

چکیده

کنترل فعال تابش صوت سازه‌ای از یک ورق مستطیلی پیزو-لایه‌ای با ضخامت دلخواه از طریق کنترل‌کننده مقاوم نرم ترکیبی $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ مورد مطالعه قرار گرفته است. سازه مورد بحث از یک لایه میزبان به طور عرضی همسانگرد به همراه یک لایه حسگر پیزوالکتریک گسترده و یک لایه عملگر پیزوالکتریک منطبق با آن ساخته شده، در حالی که، تحت عدم قطعیت‌های فرکانس بالا و اغتشاشات خارجی تصادفی قرار دارد. فرمول‌بندی الاستو-آکوستیک، بر اساس تئوری دقیق پیزو-الاستیسیته خطی سه‌بعدی برای مسأله سازه و محیط‌های سیال کوپل شده با آن توسعه داده شده است. شناسایی سیستم مسأله تعامل سازه/سیال از طریق الگوریتم زیرفضا روی مجموعه داده‌های حاصل از عملگر/حسگر انجام شده است. یک کنترل‌کننده چندهدفه با جانمایی منطقه‌ای قطب، در چارچوب نامساوی‌های ماتریسی خطی، طراحی شده در حالی که دینامیک‌های مدل نشده به صورت عدم قطعیت‌های ضرب‌شونده در نظر گرفته شده‌اند. مثال‌های عددی کارایی استراتژی کنترل مقاوم چندهدفه اتخاذ شده برای کاهش تابش توان صوتی از صفحه پیزو کامپوزیت، بدون ایجاد ناپایداری در سیستم حلقه-بسته را نشان می‌دهند. همچنین، عملکرد ردیابی و حذف اغتشاش مطلوب‌تر در مقایسه با کنترل‌کننده‌های $\mathcal{H}_2$ و $\mathcal{H}_\infty$ مشاهده شده است. در آخر، اعتبار مدل الاستو-آکوستیک به کمک نتایج حاصل از یک نرم‌افزار اجزاء محدود و اطلاعات موجود در مقالات تایید شده است.

Multi-objective robust active acoustic radiation control of a piezocomposite arbitrary thick rectangular panel

Hemad Keshavarzpour, Seyyed Mohammad Hasheminejad*

Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science & Technology, Tehran, Iran

* P.O.B. 16846-13114 Tehran, Iran, hashemi@iust.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 18 December 2014
Accepted 25 January 2015
Available Online 17 February 2015

Keywords:
Vibro-Acoustic Response
ASAC
Intelligent Thick Plate
Disturbance Attenuation
Unstructured Uncertainty

ABSTRACT

Active structural acoustic radiation control of a piezolaminated arbitrary thick rectangular plate with a mixed-norm $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ robust controller is developed. The structure is made of a transversely isotropic host layer with a distributed piezoelectric sensor layer as well as a matched piezoelectric actuator layer, facing high frequency uncertainties and random external disturbances. The elasto-acoustic formulation, based on the exact linear 3D piezo-elasticity theory, is developed for problem of fully coupled structure and acoustic mediums. Identification of the fluid/structure interaction system with subspace algorithm is implemented on actuator/sensor data sets. A multi-objective controller with regional pole placement, formulated in LMI framework is synthesized while unmodeled dynamics are treated as multiplicative uncertainties. Numerical simulations confirm effectiveness of the implemented multi-objective robust active control scheme for reduction of radiated acoustic power from a piezocomposite plate, without stimulating any instability. Also, better tracking performance and disturbance rejection of mixed-norm controller is observed in comparison to that of $\mathcal{H}_2$ and $\mathcal{H}_\infty$ controllers. Finally, validity of the elasto-acoustic model is proved by results obtained from a finite element software, as well as with the data available in the literature.

1- مقدمه

روش برای محدوده فرکانس‌های متوسط و بالا می‌باشد)، موضوعی است که در چند دهه اخیر مورد توجه هر دو صنعت نظامی و غیرنظامی قرار گرفته است. دو استراتژی اصلی در این زمینه به کار گرفته می‌شود: کنترل فعال

کنترل فعال صداها و ارتعاشات سیستم‌های ارتعاشی-صوتی، به عنوان رویکردی مکمل برای روش‌های کنترل غیرفعال (که مناسب ترین

دینامیک‌های مدل نشده فرکانس بالا را نیز در نظر گرفتند. کامینو و آرودا [18] به انجام شبیه‌سازی‌های عددی برای مطالعه عملکرد استراتژی‌های کنترلی $\mathcal{H}_\infty$ و $\mathcal{H}_2$ (بازخوردی و پیشخوردی) مبتنی بر LMI برای کاهش صدای تابش شده از یک صفحه دو لایه با مواد جذب کننده صدا، پرداختند. اخیراً نیز حلیم و همکارانش [19] با استفاده از حسگرهای پیزوالکتریک، روش طراحی یک حسگر مقاوم مجازی را توسعه دادند که بتواند فشار صوت را در داخل یک سیستم پنل-حفره مستطیلی به نحو مقاوم در برابر عدم قطعیت‌های دینامیکی مشخص، تخمین زده و کنترل کنند.

بررسی‌های بالا نشان می‌دهد در حالی که تعداد زیادی از محققان با استفاده از روش‌های کنترلی مقاوم بر روی پاسخ‌های ارتعاشی-صوتی صفحات مسطح نازک مطالعه نموده‌اند، خلاء شبیه‌سازی‌های دقیق شامل کنترل فعال تابش صوت صفحات پیزو کامپوزیت کوپل شده با سیال با ضخامت‌های اختیاری، احساس می‌شود. بر این اساس، در این مقاله با استفاده از فرمول‌بندی الاستو-آکوستیک سه بعدی که توسط هاشمی نژاد و کشاورزپور [20] توسعه داده شده است، به همراه کنترل مقاوم بازخورد خروجی با بهره‌گیری از استراتژی ترکیبی $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ چندهدفه به همراه قیود جانشانی منطقه‌ای قطب‌ها در ساختار LMI [12,13]، استفاده می‌شود تا خلاء موجود برای ورق‌های پیزو-لایه‌ای مستطیلی هوشمند با تکیه‌گاه ساده، کاملاً جاداشده⁸ (با جدا کننده بی‌نهایت)، با ضخامت اختیاری، در حضور عدم قطعیت‌های بدون ساختار⁹ مرتبه بالا، برطرف شود. سیستم کنترلی پیشنهادی که شامل زوج حسگر/عملگر منطبق¹⁰ توزیع شده می‌باشد، اساساً اولین مود تابشی¹¹ صفحه مرتعش را تحریک و حس می‌کند [21,22]. این روش به طور مؤثری می‌تواند سرعت حجمی خالص¹² را که بیشترین تأثیر را بر روی تابش توان صوتی در محدوده فرکانس‌های پایین دارد، کنترل نماید [22,23]. همچنین از مشکلات عمومی نظیر نیازمندی به وزن/حجم/سرعت، مسائل رویت پذیری/کنترل پذیری و اثرات سرریز که اغلب مربوط به حسگرها و عملگرهای گسسته است، جلوگیری می‌کند [2,23]. مدل توسعه یافته تمامی برهم کنش‌های مکانیکی بین لایه‌های حسگر/میزبان/عملگر را در نظر گرفته و بنابراین به دلیل ارزش ذاتی‌اش می‌تواند به عنوان یک مسئله استاندارد در مسائل آکوستیک سازه‌ای، که در معرض عدم قطعیت‌ها قرار دارند، مطرح شود [9,19,24]. در نهایت مجموعه شبیه‌سازی‌های ارائه شده می‌تواند به عنوان معیاری برای ارزیابی پاسخ‌های به دست آمده توسط روش‌های عددی یا مجانبی، عمل کند.

2- فرمول‌بندی

یک صفحه مستطیلی به طور عرضی همسانگرد با طول a ، عرض b و ضخامت h_c به عنوان لایه میزبان در نظر گرفته می‌شود که یک لایه پیزوالکتریک حسگر سرعت حجمی (با ضخامت h_s) در سطح پایینی و یک لایه عملگر پیزوالکتریک منطبق با آن (با ضخامت h_a) در سطح بالایی لایه میزبان، متصل شده‌اند (شکل 1). لازم به یادآوری است که حسگر/عملگر را زمانی منطبق گویند که یک حسگر توزیع شده و یک عملگر توزیع شده مشابه با آن در دو سطح بالایی و پایینی سازه قرار گرفته باشند [22]. همچنین فرض می‌شود که سیستم مختصات $(Oxyz)$ در گوشه صفحه هوشمند و در پایین

طنین¹ (ANC) [1] و کنترل فعال صوت سازه‌ای² (ASAC) [2,3]، در روش کنترل فعال صوت سازه‌ای، معمولاً از حسگرهای خطا به همراه رویه‌ای برای کمینه‌سازی یک تابع هزینه مناسب به وسیله اعمال مستقیم نیروهای قابل کنترل برای کنترل تابش صوتی از سازه‌های در حال ارتعاش استفاده می‌شود. این عملگرهای نیرو می‌توانند شامل لرزاننده‌های مکانیکی، آلیاژهای حافظه‌دار و مواد پیزوالکتریک باشد. مواد پیزوالکتریک به دلیل مصرف پایین توان، وزن سبک، انعطاف‌پذیری، دامنه گسترده دینامیکی و زمان پاسخ‌گویی سریع معمولاً در سازه‌های هوشمند جدید به منظور کنترل ارتعاش و صوت به کار می‌روند [4]. استراتژی‌های مختلف کنترل [5-9]، به منظور کنترل فعال تابش صوتی از سازه‌های در حال ارتعاش مجاور با سیال توسعه یافته‌اند. در این میان، کنترل کننده $\mathcal{H}_\infty$ دارای مزیت تضمین کردن عملکرد مقاوم/پایداری مقاوم به همراه فرونشانی ارتعاشات در مواجهه با عدم قطعیت‌ها در سیستم نامی³ و در حضور اغتشاشات خارجی است [10,11]. اهداف کنترل $\mathcal{H}_2$ و $\mathcal{H}_\infty$ را می‌توان به صورت چارچوب طراحی حوزه زمان-فرکانس یکپارچه کرد تا بتوان به صورت همزمان عملکرد سیستم را بهینه نموده و قیدهای مقاوم‌سازی را اعمال کرد [12,13]. به طور خاص، طراحی این چنین کنترل کننده‌های چندهدفه را می‌توان با به کارگیری نامساوی‌های ماتریسی خطی⁴ (LMI) به دست آورد که با تغییر طراحی کنترل کننده به یک مسئله بهینه‌سازی محدب استاندارد، محاسبات کارآمد و طراحی شیوه‌مند کنترل کننده مقاوم را امکان‌پذیر می‌کند [12,14]. به علاوه، با اعمال کردن قیدهای جانشانی منطقه‌ای قطب⁵ می‌توان هم مقاومت پایداری و هم عملکرد زمانی مطلوب سیستم را جستجو کرد [15].

مقدمه حال حاضر به طور عمده به کنترل فعال تابش صوتی سازه‌های صفحه‌ای با استفاده از استراتژی‌های مختلف کنترل مقاوم، محدود می‌شود. محققان مختلفی به این مسئله پرداخته‌اند. برای مثال فلادر و کاشانی [16] برای کاهش میزان صوت تابش شده از یک صفحه که توسط نیروی نقطه‌ای پهن‌بند تحریک می‌شد، کنترل کننده‌های $\mathcal{H}_\infty$ و سنتز- μ طراحی نمودند. ایشان، از آنجا که استراتژی کنترل کننده آنها از مدل دینامیکی مناسب استفاده نمی‌کرد و برای دستیابی به اهداف عملکردی نیازمند نیروی کنترلی بزرگی بود، رسیدن به کنترل کننده‌ای که هم عملکرد مقاوم و هم پایداری مقاوم را برآورده کند مشکل یافتند. کاکس و همکارانش [8] روش‌های طراحی $\mathcal{H}_\infty$ و سنتز- μ را برای طراحی کنترل کننده‌های بازخوردی مقاوم با استفاده از حسگر/عملگرهای پیزوالکتریک به کار گرفتند که توان تابش شده از یک پنل مسطح را کمینه می‌نموده و همزمان از ناپایداری ناشی از دینامیک مدل نشده مودهای ارتعاشی مرتبه بالاتر سیستم، جلوگیری می‌کرد. کلارک و کاکس [13] با استفاده از طراحی کنترل صوت سازه‌ای نُرْم ترکیبی⁶ $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ مبتنی بر نامساوی‌های ماتریسی خطی برای صفحه مستطیلی نازک با تکیه‌گاه ساده، به توازنی بین کمینه‌سازی توان صوتی تابش شده و بیشینه مقدار بهره ریشه میانگین مربعات دست یافتند.

سیوریوگلو و همکارانش [17] یک سیستم کنترل $\mathcal{H}_\infty$ بازخورد خروجی مقاوم را برای حذف مؤثر توان صوتی تابش یافته از یک ورق مسطح هوشمند با تکیه‌گاه ساده، طراحی کردند به طوری که اثرات سرریز کنترلی⁷ ناشی از

1- Active Noise Control
2- Active Structural Acoustic Control
3- Nominal Plant
4- Linear Matrix Inequalities
5- Regional Pole Placement
6- Mixed Norm
7- Control Spillover

8- Baffled
9- Unstructured
10- Matched
11- Radiation Mode
12- Net Volume Velocity

با جاگذاری مستقیم معادله (2) در معادلات متشکله، معادلات حرکت و تعادل (1) و پس از مرتب سازی، معادلات (3) به دست خواهند آمد:

$$\frac{\partial}{\partial z} V_N = N_p V_N, \quad \frac{\partial}{\partial z} V_M = M_p V_M \quad (3)$$

که در آن $V_N = [\chi_1, \psi_1]^T$ و $V_M = [\chi_2, \sigma_{zz}, D_z, \psi_2, w, \varphi]^T$ بردارهای حالت بوده و ماتریس ضرایب N_p و M_p نیز در پیوست تعریف شده‌اند. با فرض شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده، بردارهای پاسخ زیر برای معادله (3) در نظر گرفته می‌شوند [25]:

$$V_N = \begin{Bmatrix} \chi_1 \\ \psi_1 \end{Bmatrix} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \frac{H^2 \bar{\chi}_1(\zeta)}{H c_{44}^s \bar{\psi}_1(\zeta)} \right\} \cos(n\pi\xi) \cos(m\pi\eta) e^{i\omega t} \quad (4-الف)$$

$$V_M = \begin{Bmatrix} \chi_2 \\ \sigma_{zz} \\ D_z \\ \psi_2 \\ w \\ \varphi \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \begin{array}{c} H^2 \bar{\chi}_2(\zeta) / J_{nm} \\ c_{44}^s \bar{\sigma}_{zz}(\zeta) \\ e_{33}^s \bar{D}_z(\zeta) \\ H c_{44}^s \bar{\psi}_2(\zeta) \\ H \bar{w}(\zeta) \\ H e_{33}^s \bar{\varphi}(\zeta) / \epsilon_{33}^s \end{array} \right\} \times \sin(n\pi\xi) \sin(m\pi\eta) e^{i\omega t} \quad (4-ب)$$

که در آن، $\xi = x/a$ ، $\eta = y/b$ ، $\zeta = z/H$ مختصات بدون بعد، $J_{nm} = -[(n\pi H/a)^2 + (m\pi H/b)^2]$ و $i = \sqrt{-1}$ فرکانس دایره‌ای است. به علاوه، c_{44}^s ، e_{33}^s و ϵ_{33}^s ثابت‌های پیزوالکتریک در سطح زیرین لایه حسگر ($\zeta = 0$) هستند که به عنوان ثابت‌های نرمال‌سازی در فرمول‌بندی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

با جایگذاری مستقیم پاسخ‌های (4) در معادلات حالت (3) و پس از استفاده از ویژگی تعادل استاندارد توابع مثلثاتی، معادلات حالت مودال زیر برای زوج مود (n, m) به صورت رابطه (5) به دست خواهند آمد:

$$\frac{d}{d\zeta} \bar{V}_N(\zeta) = \bar{N}_p \bar{V}_N(\zeta), \quad \frac{d}{d\zeta} \bar{V}_M(\zeta) = \bar{M}_p \bar{V}_M(\zeta) \quad (5)$$

که، $\bar{V}_N(\zeta) = [\bar{\chi}_1, \bar{\psi}_1]^T$ و $\bar{V}_M(\zeta) = [\bar{\chi}_2, \bar{\sigma}_{zz}, \bar{D}_z, \bar{\psi}_2, \bar{w}, \bar{\varphi}]^T$ بردارهای حالت مودال بوده و ماتریس ضرایب $\bar{N}_p$ و $\bar{M}_p$ در پیوست تعریف شده‌اند. در اینجا باید اشاره شود که ماتریس‌های ضرایب $\bar{N}_p$ و $\bar{M}_p$ می‌توانند مربوط به لایه پیزوالکتریک حسگر یا عملگر باشند که از این رو به صورت $\bar{N}_s$ ، $\bar{M}_s$ و $\bar{N}_a$ و $\bar{M}_a$ نشان داده خواهند شد.

در گام بعد، برای استفاده مؤثر از فرمول‌بندی فضای حالت مکانی، باید لایه‌های عملگر و حسگر را به ترتیب به تعداد l_a و l_s زیر-لایه به اندازه کافی کوچک تقسیم نمود. از آنجایی که هر زیر-لایه به اندازه کافی باریک و نازک می‌باشد، مشخصه‌های ماده می‌تواند ثابت باقی بماند [26]. بنابراین، با حل معادلات حالت مودال (5) در هر زیر-لایه و در نظر داشتن شرط پیوستگی متغیرهای حالت در محل اتصال زیر-لایه‌های فرضی، به سادگی می‌توان متغیرهای حالت در سطح پایینی لایه حسگر و عملگر را با متغیرهای متناظر در سطح بالایی آنها مرتبط کرد [20]:

$$\bar{V}_N(\zeta = \zeta_s) = T_N^s \bar{V}_N(\zeta = 0) \quad (6-الف)$$

$$\bar{V}_M(\zeta = \zeta_s) = T_M^s \bar{V}_M(\zeta = 0) \quad (6-ب)$$

که در آن ماتریس‌های انتقال محلی مربوط به لایه‌های حسگر و عملگر می‌باشند. $T_M^{s,a} = \prod_{j=l_{s,a}}^1 \exp(\bar{M}_{s,a}/l_{s,a})$ و $T_N^{s,a} = \prod_{j=l_{s,a}}^1 \exp(\bar{N}_{s,a}/l_{s,a})$

برای لایه همسانگرد میزبان، می‌توان با طی کردن روندی مشابه، ماتریس‌های انتقال محلی مربوطه را نیز به دست آورد. مؤلفه‌های معادله

سطح لایه حسگر قرار داده شده، و H نیز ضخامت کل است (شکل 1). در مجاورت صفحه، و در نیم-فضاهای بالایی و پایینی، دو محیط سیال با چگالی‌های (ρ_U, ρ_L) به عنوان رساناهای آکوستیکی قرار دارند.

قبل از شرح استراتژی کنترلی، به طور خلاصه مدل الاستو-آکوستیک برای صفحه پیزو کامپوزیت کوپل شده با سیال [20] در بخش بعدی بیان می‌شود. به عبارت دیگر، معادلات پایه‌ای حاکم و پاسخ‌های مربوط به فضای حالت یک ورق مسطح پیزو-لایه‌ای، که از لایه میزبان (هسته) و لایه‌های حسگر/عملگر پیزوالکتریک منطبق تشکیل شده است، شرح داده خواهد شد.

1-2- ورق پیزو-لایه‌ای

معادلات متشکله، معادلات حرکت و معادله تعادل الکتریکی را در غیاب نیروهای بدنی (حجمی) و چگالی بار آزاد، می‌توان برای مواد پیزوالکتریک خطی به شکل ماتریسی به صورت رابطه (1) نوشت:

$$\sigma = cS - e^T E, \quad D = eS + \epsilon E \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \sigma = \rho_p \ddot{r}, \quad \nabla \cdot D = 0$$

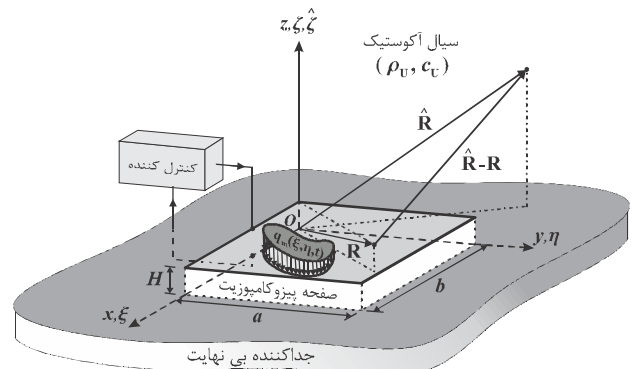
که در آن، بردارهای $S = [\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{yz}, \sigma_{xz}, \sigma_{xy}]^T$

$$D = [D_x, D_y, D_z]^T \quad \text{و} \quad E = -\left[\frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial y}, \frac{\partial \phi}{\partial z}\right]^T, \quad [\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{zz}, 2\epsilon_{yz}, 2\epsilon_{xz}, 2\epsilon_{xy}]^T$$

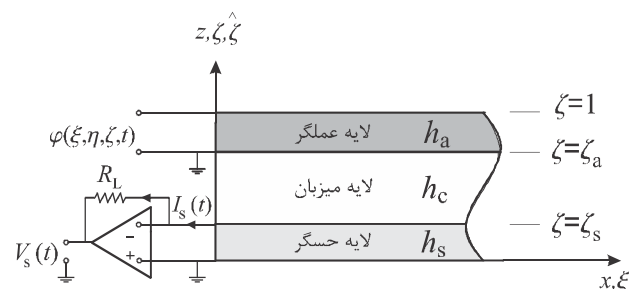
تنسور مرتب بردارهای تنش، کرنش، میدان الکتریکی و جابجایی الکتریکی بوده و ∇ اپراتور گرادیان، $r = [u, v, w]^T$ بردار جابجایی مکانیکی، ρ_p چگالی ماده پیزوالکتریک، ϵ تانسور تنش کوشی و ϕ نیز پتانسیل الکتریکی هستند. به علاوه، ماتریس ثابت الاستیک، c ، ماتریس کوپلینگ پیزوالکتریک، e ، ماتریس ثابت دی‌الکتریک، ϵ ، به همراه تعاریف کرنش‌های ϵ_{ij} بر حسب جابجایی‌های مکانیکی در پیوست ارائه شده‌اند. در ادامه، مؤلفه‌های جابجایی و تنش را می‌توان بر حسب تابع‌های جابجایی (χ_1, χ_2) و تنش (ψ_1, ψ_2) به صورت رابطه (2) بیان کرد [25]:

$$u = -\frac{\partial \chi_1}{\partial y} - \frac{\partial \chi_2}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \chi_1}{\partial x} - \frac{\partial \chi_2}{\partial y}$$

$$\sigma_{xz} = -\frac{\partial \psi_1}{\partial y} - \frac{\partial \psi_2}{\partial x}, \quad \sigma_{yz} = \frac{\partial \psi_1}{\partial x} - \frac{\partial \psi_2}{\partial y} \quad (2)$$



شکل 1- الف مسئله تابش صوتی



شکل 1- ب ورق پیزو-لایه‌ای

همچنین، شرایط مرزی الکتریکی لایه حسگر پیزوالکتریک به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [26]:

$$D_z(\xi, \eta, \zeta = 0, t) = 0, \quad \varphi(\xi, \eta, \zeta = \zeta_s, t) = 0 \quad (15)$$

بنابراین به موجب معادله (6- الف) و (15) و با مرتب‌سازی، رابطه (16) بدست می‌آید:

$$\bar{V}_M^m(\zeta = \zeta_s) = \hat{T}_M^s \bar{V}_M^m(\zeta = 0) \quad (16)$$

که در آن می‌توان رابطه (17) را نوشت:

$$\hat{T}_M^s = [C_s^{(1)} \quad C_s^{(2)} \quad C_s^{(4)} \quad C_s^{(5)}] - \frac{1}{T_{66}^s} C_s^{(6)} G_s^{(6)} \quad (17)$$

به نحوی که T_{ij}^s بیانگر ij -امین درایه ماتریس انتقال T_M^s ، $G_s^{(6)} = [T_{61}^s, T_{62}^s, T_{64}^s, T_{65}^s]$ و $C_s^{(i)} = [T_{1i}^s, T_{2i}^s, T_{4i}^s, T_{5i}^s]^T$ در نهایت، می‌توان پاسخ‌های حالت (10)، (13) و (16) را با یکدیگر ترکیب نمود و به رابطه انتقال کلی به صورت رابطه (18) دست یافت:

$$\bar{V}_M^m(\zeta = 1) = \mathcal{T} \bar{V}_M^m(\zeta = 0) + \bar{B}_a \quad (18)$$

که در آن $\mathcal{T} = \hat{T}_M^a T_M^c \hat{T}_M^s$ یک ماتریس انتقال کلی 4×4 مربوط به تمام سازه هوشمند است.

2-2- تابش صوتی و کوپلینگ سازه/سیال

با دنبال کردن پروسه استاندارد مورد استفاده در مسائل تابش صوتی صفحات مسطح کاملاً جداشده، و با بهره‌گیری از رابطه انتگرال رایلی [28] فشار صوتی در محیط آکوستیک بالایی و پایینی به شکل رابطه (19) به دست می‌آید [20]:

$$P(\bar{R}_j) = -\frac{\rho_j a b \omega^2 H}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \bar{w}(\zeta_j) \kappa_{nm}(\bar{R}_j) \quad (19)$$

با $(j = U, L)$ به طوری که اندیس‌های U و L به ترتیب به کمیت‌های مربوط به سیال بالایی و پایینی مربوط بوده، $\bar{R}_j = [\xi, \eta, \zeta_j]^T$ با شرط $\zeta_j \geq 1$ و $\zeta_j \leq 0$ به نقطه دریافت کننده (صوت) در سیال بالایی و پایینی اشاره دارند، $R_j = [\xi, \eta, \zeta_j]^T$ با شرط $\zeta_j = 1$ و $\zeta_j = 0$ نیز به نقاط منبع (صوت) روی سطوح بالایی و پایینی صفحه مستطیلی بر می‌گردند، ρ_j چگالی سیال، $k_j = \omega/c_j$ عدد موج آکوستیکی، c_j سرعت صوت و:

$$\kappa_{nm}(\bar{R}_j) = \int_0^1 \int_0^1 \left[\frac{e^{ik_j |\bar{R}_j - R_j|}}{|\bar{R}_j - R_j|} \right] \sin(n\pi\xi) \sin(m\pi\eta) d\xi d\eta$$

حال فرض می‌شود که بر سطح بالایی صفحه پیزوالکتریک (سطح روبین لایه عملگر) بار مکانیکی عمودی هارمونیک توزیع شده (گسترده) به شکل عمومی $q_m(\xi, \eta, t) = Q_m(\xi, \eta) e^{i\omega t}$ وارد شود. بدین ترتیب می‌توان شرایط برهم‌کنشی بین سازه و سیال که باید در سطوح بالایی و پایینی ورق برقرار باشند را به شکل رابطه (20) نوشت [20]:

$$\begin{aligned} \sigma_{zz}(\zeta = 0) &= -P(\bar{R}_L), & (\zeta_L = 0) \\ \sigma_{zz}(\zeta = 1) &= Q_m - P(\bar{R}_U), & (\zeta_U = 1) \\ \sigma_{xz} &= 0, & \sigma_{yz} = 0, & (\zeta = 0, 1) \end{aligned} \quad (20)$$

به طوری که دامنه نیروی مکانیکی $Q_m(\xi, \eta)$ به صورت رابطه (21) بسط داده می‌شود:

$$Q_m(\xi, \eta) = c_{44}^s \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \bar{Q}_m \sin(n\pi\xi) \sin(m\pi\eta) \quad (21)$$

که در آن ضریب بی‌بعد به صورت زیر است:

$$\bar{Q}_m = 4/c_{44}^s \int_0^1 \int_0^1 Q_m(\xi, \eta) \sin(n\pi\xi) \sin(m\pi\eta) d\xi d\eta$$

متشکله برای لایه میزبان ($T_c = CS_c$)، در پیوست آورده شده‌اند. همچنین، معادلات فضای حالت متناظر نیز بر حسب توابع جابجایی (X_1, X_2) و تنش (Ψ_1, Ψ_2) مناسب، به صورت رابطه (7) قابل بیان می‌باشند:

$$\frac{\partial}{\partial z} Y_N = N_c Y_N, \quad \frac{\partial}{\partial z} Y_M = M_c Y_M \quad (7)$$

که، $Y_N = [X_1, \Psi_1]^T$ ، $Y_M = [X_2, \Sigma_{zz}, \Psi_2, W]^T$ ، بیانگر جابجایی عرضی، تنش عمودی در جهت z بوده، و ماتریس ضرایب N_c و M_c در پیوست تعریف شده‌اند. بردارهای حالت پاسخ نیز به فرم رابطه (8) فرض می‌شوند [27]:

$$\begin{aligned} Y_N &= \begin{Bmatrix} X_1 \\ \Psi_1 \end{Bmatrix} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \frac{H^2 \bar{X}_1(\zeta)}{H c_{44}^s \bar{\Psi}_1(\zeta)} \right\} \cos(n\pi\xi) \cos(m\pi\eta) e^{i\omega t} \\ Y_M &= \begin{Bmatrix} X_2 \\ \Sigma_{zz} \\ \Psi_2 \\ W \end{Bmatrix} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \frac{H^2 \bar{X}_2(\zeta)}{H c_{44}^s \bar{\Psi}_2(\zeta)} \right\} \sin(n\pi\xi) \sin(m\pi\eta) e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (8)$$

در نتیجه معادله حالت (7) برای لایه به طور عرضی همسانگرد میزبان، برای هر زوج مود (n, m) به صورت رابطه (9) قابل بازنویسی است:

$$\frac{d}{d\zeta} \bar{Y}_N(\zeta) = \bar{N}_c \bar{Y}_N(\zeta), \quad \frac{d}{d\zeta} \bar{Y}_M(\zeta) = \bar{M}_c \bar{Y}_M(\zeta) \quad (9)$$

که در آن، $\bar{Y}_N(\zeta) = [\bar{X}_1, \bar{\Psi}_1]^T$ و $\bar{Y}_M(\zeta) = [\bar{X}_2, \bar{\Sigma}_{zz}, \bar{\Psi}_2, \bar{W}]^T$ بردارهای حالت مودال بوده و ماتریس ضرایب $\bar{N}_c$ و $\bar{M}_c$ در پیوست آورده شده‌اند. لذا با حل معادلات (9) و همچنین در نظر داشتن شرط پیوستگی متغیرهای حالت، به سادگی می‌توان متغیرهای حالت در سطح پایینی لایه میزبان را با متغیرهای متناظر در سطح بالایی آن مرتبط کرد [20]:

$$\begin{aligned} \bar{Y}_N(\zeta = \zeta_a) &= T_N^c \bar{Y}_N(\zeta = \zeta_s) \\ \bar{Y}_M(\zeta = \zeta_a) &= T_M^c \bar{Y}_M(\zeta = \zeta_s) \end{aligned} \quad (10)$$

به نحوی که ماتریس‌های $T_N^c = \prod_{j=l_c}^1 \exp(\bar{N}_c h_c / H l_c)$ و $T_M^c = \prod_{j=l_c}^1 \exp(\bar{M}_c h_c / H l_c)$ بردارهای فرضی در لایه میزبان است. در ادامه، شرایط مرزی الکتریکی در سطح بالایی و زیرین لایه عملگر پیزوالکتریک را به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\varphi(\xi, \eta, 1, t) = \Phi(\xi, \eta) e^{i\omega t}, \quad \varphi(\xi, \eta, \zeta_a, t) = 0 \quad (11)$$

که $\Phi(\xi, \eta)$ بیانگر دامنه پتانسیل الکتریکی اعمال شده است که به صورت زیر قابل بسط است:

$$\Phi(\xi, \eta) = H \frac{\epsilon_{33}^s}{\epsilon_{33}^s} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \bar{\varphi}(1) \sin(n\pi\xi) \sin(m\pi\eta) \quad (12)$$

که، $\bar{\varphi}(1) = 4 \frac{\epsilon_{33}^s}{H \epsilon_{33}^s} \int_0^1 \int_0^1 \Phi(\xi, \eta) \sin(n\pi\xi) \sin(m\pi\eta) d\xi d\eta$ ، با ترکیب معادلات (6- ب) و (11) و پس از مرتب‌سازی رابطه (13) بدست می‌آید:

$$\bar{V}_M^m(\zeta = 1) = \hat{T}_M^a \bar{V}_M^m(\zeta = \zeta_a) + \bar{B}_a \quad (13)$$

که، $\bar{V}_M^m = [\bar{X}_2, \bar{\Sigma}_{zz}, \bar{\Psi}_2, \bar{W}]^T$ قسمت مکانیکی بردار $\bar{V}_M$ بوده و

$$\begin{aligned} \hat{T}_M^a &= [C_a^{(1)} \quad C_a^{(2)} \quad C_a^{(4)} \quad C_a^{(5)}] - \frac{1}{T_{63}^a} C_a^{(3)} G_a^{(6)} \\ \bar{B}_a &= \frac{\bar{\varphi}(1)}{T_{63}^a} C_a^{(3)} \end{aligned} \quad (14)$$

به نحوی که، T_{ij}^a بیانگر ij -امین درایه ماتریس انتقال محلی T_M^a ، $G_a^{(6)} = [T_{61}^a, T_{62}^a, T_{64}^a, T_{65}^a]$ و $C_a^{(i)} = [T_{1i}^a, T_{2i}^a, T_{4i}^a, T_{5i}^a]^T$

توان صوتی تابش شده، تنها اندازه گیری و کنترل فعال این تک متغیر (دامنه مود تابشی اول) کافی خواهد بود [5,20]. روش بسیار موثری برای تخمین دامنه اولین مود تابشی (سرعت حجمی خالص) استفاده از لایه حسگر گسترده است چرا که اساساً تنها به توزیع سرعت متناظر با اولین مود تابشی واکنش نشان می دهد [22]. صفحه پیزوالکتریک نشان داده شده در شکل 1، شامل یک لایه حسگر پیزوالکتریک توزیع شده است که سطوح بالایی و زیرین آن به طور کامل الکتروگذاری شده در حالی که به صورت کامل به سطح زیرین لایه مرکزی (میزبان) متصل شده است. لایه حسگر با یک عملگر پیزوالکتریک، گسترده شده بر کل سطح بالایی ورق، منطبق شده است که می تواند نیروی یکنواختی بر روی لایه همسانگرد مرکزی وارد کند. چنین پیکربندی زوج عملگر/حسگر توزیع شده منطبق، عمده‌تاً اولین مود تابش پلن هوشمند را اندازه گیری و تحریک می کند و لذا انتظار می رود سیستم کنترل مربوطه، علاوه بر حذف ارتعاشات، کاهش خوبی را نیز در تابش توان صوتی در فرکانس های پایین در اختیار قرار دهد [29]. واضح است که به منظور دستیابی به کاهش در فرکانس های بالاتر، کنترل تعداد مدهای تابشی بیشتری مورد نیاز خواهد بود.

ارتعاشات صفحه، موجب تغییر شکل لایه حسگر پیزوالکتریک شده به طوری که به دلیل اثر مستقیم پیزوالکتریک باعث پراکنش بار الکتریکی بر سطح دو الکترو آن می شود. با توجه به این موضوع، بار الکتریکی شرایط مدار بسته لایه حسگر را می توان با انتگرال گیری جابجایی الکتریکی، D_z ، بر روی سطح مؤثر الکترودها، به صورت رابطه (24) به دست آورد [30]:

$$q_s(t) = \int_S D_z dS \quad (24)$$

حال به دلیل امپدانس ورودی بزرگ حسگر، سیگنال خروجی حسگر قبل از اندازه گیری باید آماده شود. در عمل، زمانی که اندازه گیری سرعت مورد نیاز باشد، یک تقویت کننده جریان الکتریکی باید مورد استفاده قرار گیرد که در این مورد الکترودهای حسگر باید به یک مقاومت نشی R_L متصل شوند (شکل 1-ب). به علاوه، جریان خروجی حسگر پیزوالکتریک که متناسب با سرعت سطح تابش کننده است را می توان با مشتق گیری از بار $q_s(t)$ نسبت به زمان، به دست آورد. بنابراین، سیگنال ولتاژ تولیدی توسط لایه های حسگر از طریق رابطه (25) به سرعت حجمی مرتبط خواهد شد [31]:

$$V_s(t) = R_L \frac{dq_s}{dt} \quad (25)$$

این سیگنال ولتاژ به کنترل کننده، که به نوبه خود یک ولتاژ ورودی به عملگر پیزوالکتریک تولید می کند، بازخورد داده می شود.

4-2- شناسایی سیستم

در دهه های اخیر، روش های شناسایی فضای حالت زیرفضا⁵ که می تواند مرتبه سیستم و ماتریس های سیستم را از داده های ورودی-خروجی و بدون دانش قبلی از سیستم مورد مطالعه به دست آورد، به طور قابل ملاحظه ای برای شناسایی مدل های فضای حالت به کار رفته اند [32]. الگوریتم N4SID یکی از انواع به خصوص الگوریتم های زیرفضا است که پیاده سازی عددی آن در جعبه ابزار شناسایی سیستم نرم افزار متلب⁶ نیز وجود دارد [33]. در این مقاله، رویه تخمین محدوده فرکانسی مبتنی بر روش زیرفضا و الگوریتم N4SID، برای تخمین مرتبه و ماتریس های سیستم نهایی کوپل شده سازه-سیال، مورد استفاده قرار خواهد گرفت. این پروسه با جمع آوری داده های ورودی-خروجی

با نگاهی به معادله (4-ب) و با استفاده از معادلات (19) و (21)، شرایط مرزی (20) به فرم متغیرهای حالت بدون بعد تبدیل خواهند شد (روابط 22):

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{zz}(\zeta = 0) &= - \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} Z_{nmpq}^{(L)} \bar{w}(\zeta_L), \quad (\zeta_L = 0) \\ \bar{\sigma}_{zz}(\zeta = 1) &= \bar{Q}_m + \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} Z_{nmpq}^{(U)} \bar{w}(\zeta_U), \quad (\zeta_U = 1) \\ \bar{\psi}_1 &= 0, \quad \bar{\psi}_2 = 0, \quad (\zeta = 0, 1) \end{aligned} \quad (22)$$

که در آن $Z_{nmpq}^{(j)} = \mu_j^2 \int_0^1 \int_0^1 \kappa_{nm} \sin(r\pi\xi) \sin(q\pi\eta) d\xi d\eta$ و $\mu_j^2 = 2ab \rho_f \omega^2 H / \pi c_{44}^s$ در معادله (18) و پس از مرتب سازی، سیستم معادلات خطی بریده شده¹ بر حسب متغیرهای حالت مجهول به صورت رابطه (23) به دست می آید:

$$H\Theta = \Gamma \quad (23)$$

که در آن ماتریس ضرایب H در پیوست معرفی شده و به علاوه:

$$\begin{aligned} \Theta &= [\theta_{11}, \theta_{12}, \dots, \theta_{1M}; \theta_{21}, \dots, \theta_{2M}; \dots; \theta_{N1}, \dots, \theta_{NM}]^T \\ \Gamma &= [\Gamma_{11}, \Gamma_{12}, \dots, \Gamma_{1M}; \Gamma_{21}, \dots, \Gamma_{2M}; \dots; \Gamma_{N1}, \dots, \Gamma_{NM}]^T \end{aligned}$$

که N و M ثابت کوتاه ساز، $\Theta_{nm} = [\bar{\chi}_z(0), \bar{w}(0), \bar{\chi}_z(1), \bar{w}(1)]^T$ و $\Gamma_{nm} = [-\bar{B}_a^{(1)}, \bar{Q}_m - \bar{B}_a^{(2)}, -\bar{B}_a^{(3)}, -\bar{B}_a^{(4)}]^T$ در آن $\bar{B}_a^{(i)}$ (i = 1, 2, 3, 4) درایه های بردار بار الکتریکی $\bar{B}_a$ می باشند. بنابراین، پاسخ دینامیکی سیستم سازه/سیال کوپل شده توسط پاسخ سیستم خطی (23) به همراه معادلات (4)، (8) و (19) قابل دستیابی خواهد بود.

2-3- استقلال مدهای تابشی و توان آکوستیک تابش شده

واضح است که توان صوتی تابش شده را می توان از طریق انتگرال گیری شدت صوت بر روی سطح صفحه به دست آورد که منجر به ظاهر شدن ماتریس مثبت معین، حقیقی و متقارن، با عبارات قطری (مقاومت های خود تابشی²) و غیرقطری (مقاومت های تابش متقابل³) می شود که هر دوی آنها به صورت عمومی در توان صوتی تابش شده سهم دارند [28]. روش دیگر، فرمول بندی تابش کننده مقدماتی⁴ است که در آن فرض می شود سطح مرتعش از تعداد محدودی تابش کننده پایه تشکیل شده باشد؛ که در نهایت منجر به دستیابی به بردارهای پایه متعامد (مدهای تابشی) می گردد [22]. همچنین، الیوت و جانسون [21] نشان دادند که برخلاف مدهای سازه ای، توان خروجی از هر مود تابشی به دامنه مدهای تابشی دیگر وابسته نخواهد بود، و به عبارت دیگر، به صورت مستقل تابش می کنند. در نتیجه، برای توصیف صوت تابش شده از طریق سازه، به ویژه در فرکانس های پایین، به تعداد کمی از مدهای تابشی، در مقایسه با مدهای سازه ای، نیاز خواهد بود. این حقیقت، برای اهداف کنترلی امری ضروری است از آنجا که اطمینان می دهد در صورتی که دامنه مود تابشی کاهش یابد، توان صوتی متناظر با آن نیز کاهش خواهد یافت. به ویژه، در فرکانس های پایین ($ka \ll 1$) تنها اولین مود تابشی دارای تابش قابل ملاحظه ای بوده و مدهای تابشی بالاتر دارای بازده های تابشی ضعیفی هستند. مود تابشی اول معیاری از اندازه سرعت حجمی خالص سازه تابش کننده صوتی فراهم می آورد [23]. لازم به ذکر است که سرعت حجمی خالص انتگرال سرعت عرضی ورق، $\dot{w}$ ، بر روی کل سطح سازه است. این بدان معنا است که برای فرکانس های پایین و برای دستیابی به کاهش مناسبی در

1- Truncated
2- Self-radiation Resistance
3- Mutual-radiation Resistance
4- Elemental Radiators

5- Subspace
6- MATLAB®

که در آن A ، ماتریس واحد است. در نتیجه، برای سیستم تعمیم یافته در شکل 2- الف، رابطه بین خروجی های تنظیم شده و ورودی مورد نظر (شبهه به یک سیگنال مرجع)، به صورت رابطه (28) داده می شود:

$$\begin{bmatrix} Z_{\infty} \\ Z_s \\ Z_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_T(s)T(s) \\ W_S(s)S(s) \\ W_U(s)K(s)S(s) \end{bmatrix} [w] \quad (28)$$

که در آن $S(s) = 1/[1 + G_r(s)K(s)]$ ، تابع حساسیت² حلقه بسته نام داشته و به عنوان تابع تبدیل از ورودی w به خطای e تعریف می شود. همچنین، $T(s) = G_r(s)K(s)/[1 + G_r(s)K(s)]$ تابع مکمل حساسیت³ بوده که تابع تبدیل از ورودی w به خروجی y است. لذا استنتاج کنترل کننده چندهدفه بازخورد خروجی برای سیستم تک ورودی-تک خروجی تغییرناپذیر با زمان را می توان با تحقق رابطه (29)، در نظر گرفت [12]:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A x(t) + B_w w(t) + B_u u(t) \\ Z_{\infty}(t) &= C_{\infty} x(t) + D_{\infty w} w(t) + D_{\infty u} u(t) \\ Z_2(t) &= C_2 x(t) + D_{2w} w(t) + D_{2u} u(t) \\ y(t) &= C x(t) + D_w w(t) + D_u u(t) \end{aligned} \quad (29)$$

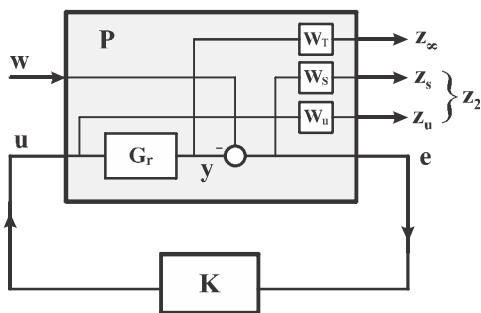
هدف اصلی در اینجا طراحی یک کنترل کننده دینامیکی بازخورد خروجی است که نرم $\mathcal{H}_2$ تابع تبدیل حلقه بسته از ورودی w به خروجی Z_2 را کمینه کرده و نرم $\mathcal{H}_{\infty}$ تابع تبدیل از w به $\mathcal{H}_{\infty}$ را در سطح مناسبی نگاه دارد. بر این اساس، معادلات حالت کنترل کننده $K(s)$ توسط رابطه (30) بیان خواهد شد:

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}(t) &= A_K \zeta(t) + B_K e(t) \\ u(t) &= C_K \zeta(t) + D_K e(t) \end{aligned} \quad (30)$$

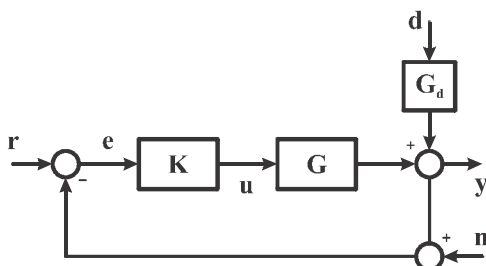
که در آن $\zeta(t)$ ، متغیرهای حالت کنترل کننده است. بنابراین، بیان فضای حالت حلقه بسته به صورت رابطه (31) قابل بیان است:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{cl}(t) &= A x_{cl}(t) + B w(t) \\ Z_{\infty}(t) &= C_{\infty} x_{cl}(t) + D_{\infty} w(t) \\ Z_2(t) &= C_2 x_{cl}(t) + D_2 w(t) \end{aligned} \quad (31)$$

که $x_{cl} = [x(t), \zeta(t)]^T$ بردار حالت حلقه بسته بوده و روابط زیر برقرارند:



شکل 2- الف سیستم تعمیم یافته، مسئله کنترل چندهدفه نرم ترکیبی



شکل 2- ب مدار حلقه بسته سیستم کوپل الاستو-آکوستیک

حلقه باز از طریق شبیه سازی های عددی یا تجربی، آغاز می شود. در این مقاله، داده های مورد نیاز از طریق شبیه سازی عددی جمع آوری می شود. به طور خاص، می توان ولتاژ خروجی حسگر، از معادله (25)، را در پاسخ به سیگنال ولتاژ ورودی عملگر، $\varphi(\xi, \eta, 1, t)$ ، محاسبه کرد و سپس با استفاده از داده های جمع آوری شده، مدل فضای حالت سیستم را شناسایی کرد. بر این اساس، مدل فضای حالت زمان پیوسته مرتبه n -م تک ورودی-تک خروجی سازه کوپل شده با سیال از رابطه (26) به دست می آید:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A x(t) + [B_d \mid B_u] \begin{Bmatrix} d(t) \\ u(t) \end{Bmatrix} \\ y(t) &= C x(t) + [D_d \mid D_u] \begin{Bmatrix} d(t) \\ u(t) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (26)$$

که در آن $u(t) = \varphi(\xi, \eta, 1, t) \in R^1$ بردار ورودی (ولتاژ عملگر)، $y(t) = V_s(t) \in R^1$ بردار خروجی (ولتاژ حسگر)، $x(t) \in R^n$ بردار حالت، $d(t) = q_m(\xi, \eta, t) \in R^1$ اغتشاش مکانیکی و ماتریس های A, B_d, B_u, C, D_d و D_u از طریق بردار ورودی $u(t)$ و بردار خروجی $y(t)$ ، مشابه آنچه در بالا توضیح داده شد، تخمین زده می شوند.

2-5- طراحی کنترل کننده

با پیروی از چگونگی ساخت تابع تبدیل تخمین زده شده سازه صفحه ای با استفاده از تکنیک شناسایی سیستم [32,33] اشاره شده در بخش پیشین (معادله 26)، می توان در ادامه یک کنترل کننده مقاوم چندهدفه ترکیبی $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_{\infty}$ طراحی کرده و برای حذف توان تابشی آکوستیکی ناشی از اغتشاش خارجی $q_m(\xi, \eta, t)$ و اطمینان از پایداری و عملکرد سیستم حلقه بسته در مواجهه با دینامیک های مدل نشده فرکانس بالا، مورد استفاده قرار داد. چنین طراحی هایی به طور همزمان از نرم $\mathcal{H}_2$ برای اداره جنبه های تصادفی مانند جلوگیری از اشباع سیگنال کنترلی، بهینه سازی عملکرد گذرا با حداقل توان کنترل کننده، و از نرم $\mathcal{H}_{\infty}$ برای مدل کردن عدم قطعیت ها و اجرای قیود مقاوم در سیستم حلقه بسته در حوزه فرکانس، استفاده می کنند.

2-5-1- سیستم تعمیم یافته

شکل 2- الف پیکربندی استاندارد طراحی یک کنترل کننده بازخورد خروجی مقاوم چندهدفه $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_{\infty}$ را که در آن سیستم تعمیم یافته نامیده می شود نشان می دهد. سیستم تعمیم یافته شامل تمامی مشخصات دینامیکی مورد نیاز برای طراحی و استنتاج کنترل کننده تعمیم یافته $K(s)$ بر اساس سیگنال خطای قابل اندازه گیری e و بردار ورودی برون زاد¹ w است. به عبارت دیگر، ورودی w می تواند شامل سیگنال مرجع، r ، اغتشاش، d ، نویز، n ، و سایر فاکتورهای خارجی باشد (شکل 2- ب مشاهده شود). کانال خروجی تنظیم شده Z_{∞} مربوط به عملکرد $\mathcal{H}_{\infty}$ و کانال خروجی تنظیم شده Z_2 مربوط به عملکرد $\mathcal{H}_2$ سیستم می باشد.

همچنین، برای دست یابی به یک مسأله طراحی کنترل کننده معنی دار و واقعی، باید مجموعه ای از توابع وزنی فرکانسی شامل W_S (مربوط به اهداف و نیازهای کنترلی)، W_U (اعمال کننده محدودیت ها بر روی سیگنال عملگر) و W_T (تحت عنوان تابع وزنی عدم قطعیت ضرب شونده)، نیز در نظر گرفته شوند. علاوه بر این، سیستم نامی $G_r(s)$ ، به عنوان مدل تخمینی سیستم کوپل شده سیال/لورق به سادگی از ماتریس های سیستم تخمین زده شده به صورت رابطه (27) به دست خواهد آمد:

$$G_r(s) = C(sI - A)^{-1}B_u + D_u \quad (27)$$

2- Sensitivity Function
3- Complementary Sensitivity Function

1- Exogenous Input

مودهای بالاتر نادیده گرفته شده با $\|\Delta_m(s)\|_\infty \leq 1$ خواهد بود. برای اطمینان یافتن از برقراری نامساوی ذکر شده و به منظور پوشش دادن حد بالایی عدم قطعیت‌ها، تابع وزنی $W_T(s)$ باید به صورت رابطه (34) انتخاب شود:

$$|W_T(i\omega)| \geq \left| \frac{G(i\omega) - G_r(i\omega)}{G_r(i\omega)} \right|, \quad \forall \omega \quad (34)$$

با توجه به تئوری بهره کم¹، به منظور اطمینان یافتن از پایداری مقاوم سیستم حلقه-بسته در برابر عدم قطعیت‌های ضرب‌شونده، نرم نامساوی رابطه (35) باید برآورده شود [11.35]:

$$\|T_{Wz_\infty}(s)\|_\infty = \|W_T(s)T(s)\|_\infty < 1 \quad (35)$$

2-5-4- مشخصه‌های حلقه-بسته

در طراحی کنترل‌کننده مقاوم با نرم ترکیبی $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ ، عملکرد مطلوب به صورت قیود و محدودیت‌هایی بر پاسخ فرکانسی سیستم حلقه-بسته تصریح می‌شود. به طور خاص، عملکرد حلقه-بسته به وسیله کمینه کردن $\|T_{Wz_2}(s)\|_2$ ، تابع تبدیل از اغتشاش به سیگنال عملکرد، قابل دستیابی می‌باشد. در اینجا، هدف دستیابی به حذف اغتشاشات از طریق کمینه‌سازی تابع حساسیت حلقه-بسته $S(s)$ ، در محدوده پهنای باند کنترلی است [36]. همچنین، با توجه به اینکه سیگنال کنترلی عملکرد نمی‌تواند نامحدود باشد، سیگنال کنترلی u ، باید به طور مناسب، محدود شود. لذا به عنوان یک هدف بعدی، تلاش کنترلی توصیف شده با نرم تابع $K(s)S(s)$ نیز باید محدود شود. حال، انتخاب مناسب تابع‌های وزنی امکان تعیین اهداف مختلف عملکردی را برای بازه‌های مختلف فرکانسی، امکان‌پذیر می‌نماید. از آنجا که قانون کنترلی باید تأثیر اغتشاشات بیرونی را در بازه فرکانسی پایین، که در آن مدل دقیق بوده و سطح عدم قطعیت‌ها نسبتاً کوچک است [10]، کمینه کند، از یک فیلتر پایین-گذر W_S باید برای وزن‌دهی $S(s)$ استفاده شود. علاوه بر این، به منظور محدود کردن دامنه سیگنال کنترلی (جلوگیری از اشباع عملکرد)، به همراه کاهش امکان تحریک مودهای مدل نشده فرکانس بالا (جلوگیری از پدیده سرریز)، می‌بایست از یک فیلتر بالا-گذر W_u برای وزن‌دهی تابع $K(s)S(s)$ در فرکانس‌های بالا بهره جست. بنابراین، اگر نرم $\mathcal{H}_2$ حساسیت مخلوط، $\|T_{Wz_2}(s)\|_2 = \left\| \frac{W_S(s)S(s)}{W_u(s)K(s)S(s)} \right\|_2$ ، کمینه شود عملکرد مطلوب کنترل‌کننده بازخورد خروجی حاصل خواهد شد.

3- نتایج عددی

در این قسمت تعدادی نمونه عددی بیان می‌شود. بر این اساس، فرض می‌شود که ماده اصلی از یک لایه آلومینیوم همسانگرد ($\rho_c = 2700 \text{ kg/m}^3$) با طول $a = 410 \text{ mm}$ ، عرض $b = 368 \text{ mm}$ و ضخامت $h_c = 5 \text{ mm}$ ساخته شده در حالی که لایه حسگر از ماده پیزوالکتریک PZT4 ($\rho_s = 7500 \text{ kg/m}^3$) با ضخامت $h_s = 2.5 \text{ mm}$ و لایه عملگر از ماده پیزوالکتریک $\text{Ba}_2\text{NaNb}_5\text{O}_{15}$ ($\rho_a = 5300 \text{ kg/m}^3$) با ضخامت $h_a = 2.5 \text{ mm}$ در نظر گرفته می‌شوند. مشخصات مکانیکی و الکتریکی مواد در مرجع [20] قابل بازیابی هستند. همچنین، فرض می‌شود که محیط آکوستیک بالایی، هوا با مشخصات ($\rho_U = 1.2 \text{ kg/m}^3$ ، $c_U = 340 \text{ m/s}$) باشد؛ در حالی که محیط آکوستیک زیرین، سیال آب با مشخصات فیزیکی ($\rho_L = 1000 \text{ kg/m}^3$ ، $c_L = 1500 \text{ m/s}$) باشد. یک برنامه عمومی در محیط نرم‌افزار متماتیکا² برای

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \begin{bmatrix} A + B_u D_K C & B_u C_K \\ B_K C & A_K \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_w + B_u D_K D_w \\ B_K D_w \end{bmatrix} \\ \mathcal{C}_\infty &= [C_\infty + D_{\infty u} D_K C \quad D_{\infty u} C_K] \\ \mathcal{C}_2 &= [C_2 + D_{2u} D_K C \quad D_{2u} C_K] \\ D_\infty &= [D_{\infty w} + D_{\infty u} D_K D_w], \quad D_2 = [D_{2w} + D_{2u} D_K D_w] \end{aligned}$$

2-5-2- بهینه‌سازی چندهدفه و قیدهای LMI

یک قانون کنترلی به طور کلی باید نیازهای متناقضی از قبیل اطمینان از پایداری و سطح مشخصی از عملکرد مطلوب (به عنوان مثال، حذف نویز و اغتشاش) بدون اشباع شدن عملگرها را برآورده کند. مشخصه‌های مختلف حوزه زمان و فرکانس را می‌توان به شکل قیدهای LMI بر روی سیستم حلقه-بسته، به عنوان اهداف طراحی چندهدفه، در نظر گرفت. به طور خاص، هدف اولیه، کمینه‌سازی توان صوتی تابش شده است. این هدف توسط نرم $\mathcal{H}_2$ تابع تبدیل T_{Wz_2} با کنترل‌کننده $K(s)$ در حضور قیدهای $\mathcal{H}_\infty$ و جانشانی قطب قابل تعریف بوده و به فرم بهینه‌سازی $\min_{\|T_{Wz_\infty}\|_\infty < 1} \|T_{Wz_2}(s)\|_2$ بیان می‌شود. برای دستیابی به تحذیر در این مسأله بهینه‌سازی، تمام اهداف باید با جستجوی یک تابع لیاپانوف $V(x_{cl}(t)) = x_{cl}(t)^T P x_{cl}(t)$ و یک ماتریس Q اعمال شوند به طوری که $Q > 0$ و $P > 0$ مسأله طراحی چندهدفه را به کمینه‌سازی $\text{trace}(Q)$ کاهش می‌دهند در حالی که P و Q باید قیدهای نامساوی ماتریسی زیر را ارضا کنند [12.34]:

$$\begin{bmatrix} \mathcal{A}P + P\mathcal{A}^T & B & P\mathcal{C}_\infty^T \\ B^T & -I & D_\infty^T \\ \mathcal{C}_\infty P & D_\infty & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \quad \begin{bmatrix} P & C_2 P \\ P\mathcal{C}_2^T & Q \end{bmatrix} > 0, \quad \begin{bmatrix} P\mathcal{A}^T + \mathcal{A}P & B \\ B^T & -I \end{bmatrix} < 0, \quad [L P + M \mathcal{A} P + M^T P \mathcal{A}^T] < 0 \quad (32)$$

که در آن $L = L^T$ و $M = M^T$ ماتریس‌های حقیقی ثابت هستند [15]. نحوه حل مسأله بهینه‌سازی فوق در مراجع [12.13] به تفصیل شرح داده شده است. مسأله کنترل بازخورد خروجی نرم ترکیبی $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ فوق به همراه قیود جانشانی قطب را به سادگی می‌توان با استفاده از تابع "h2hinfmix" در جعبه‌ابزار کنترل مقاوم نرم‌افزار متلب، فرمول‌بندی و حل کرد.

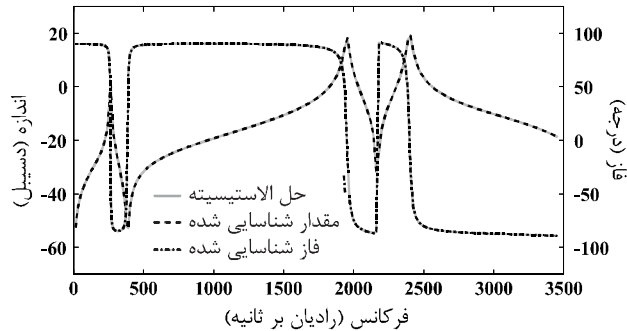
2-5-3- پایداری مقاوم

زمانی که یک سیستم به صورت تئوریک یا تجربی شناسایی شود، خطاهای مدل‌سازی اجتناب‌ناپذیر خواهند بود. لذا، مدل‌سازی دقیق سیستم مشکل خواهد بود. تغییرات در سیستم ناشی از دگرگونی شرایط فیزیکی، به انحراف مدل نامی از مدل واقعی سیستم منجر می‌شود. این موضوع تحت عنوان عدم قطعیت‌های سیستم شناخته شده که پایداری سیستم حلقه-بسته را تحت تأثیر قرار می‌دهند. سیستم نامی را می‌توان از طریق برازش یک تابع تبدیل پیوسته مناسب به تابع پاسخ فرکانسی سازه تحت بررسی به دست آورد، در حالی که، مودهای نادیده گرفته شده، عدم قطعیت‌های بدون ساختار سیستم را تشکیل می‌دهند. چنین دینامیک‌های مدل نشده‌ای، نتیجه مختصرسازی مودهای فرکانس بالای خارج از پهنای باند مطلوب کنترلی می‌باشند. یک مدل عدم قطعیت بدون ساختار ضرب‌شونده، انتخاب مناسبی برای جبران خطاهای ناشی از مختصرسازی مدل، می‌باشد. بنابراین، رابطه بین مدل واقعی سیستم، $G(s)$ ، و مدل نامی کاهش مرتبه یافته $G_r(s)$ ، به صورت رابطه (33) قابل بیان است:

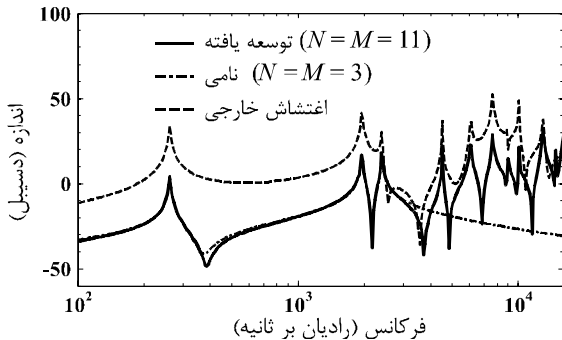
$$G(s) = G_r(s)(1 + \Delta_m(s)W_T(s)) \quad (33)$$

که در آن $W_T(s)$ تابع وزنی ضربی عدم قطعیت می‌باشد که برای نرمال کردن باند عدم قطعیت استفاده می‌شود و $\Delta_m(s)$ نیز بیانگر دینامیک

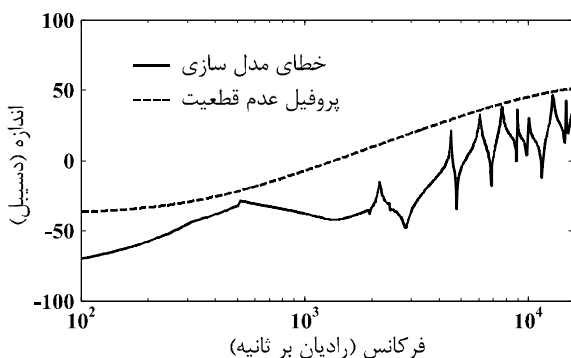
1- Small Gain Theorem
2- Mathematica®



شکل 4 اندازه و فاز ولتاژ خروجی حسگر در مقایسه با مدل شناسایی شده



شکل 5 پاسخ فرکانسی مدل نامی، توسعه یافته و اغتشاش خارجی

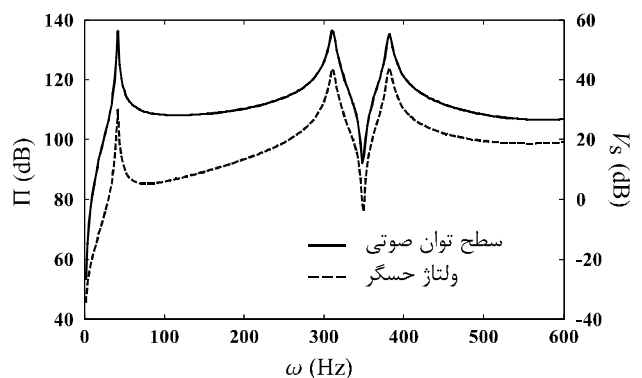
شکل 6 خطای مدل سازی و تابع وزنی عدم قطعیت ضربشونده W_T

به منظور حذف اثر اغتشاشات خارجی، d ، بر سیگنال خطای e ، دامنه تابع حساسیت $S(s)$ ، باید در محدوده فرکانسی پایین، کوچک نگاه داشته شود [35]. این موضوع از طریق انتخاب مناسب یک فیلتر پایین گذر به شکل $W_{S1} = W_S$ امکان پذیر خواهد بود که در آن، تابع وزنی $W_{S1} = \left[\frac{\left(\frac{s}{500} + 100 \right)}{(s+1)} \right]$ نیازمندی های عملکرد کنترل را تنظیم کرده و تابع $W_{S2} = \left[\frac{1}{\left(\frac{s}{3500} + 1 \right)^2} \right]$ برای قرار دادن وزن بیشتر بر روی مودهای اغتشاش خارجی $G_d(s)$ در بازه $0 < \omega \leq 3500$ rad/s انتخاب شده است [39]. به علاوه، به منظور محدود کردن دامنه سیگنال کنترلی و جلوگیری از بی قطب شدن² عملگر پیزوالکتریک (یا محدود کردن بیشینه ولتاژ کنترلی بر 200 ولت) و کاهش احتمال تحریک مودهای دور ریز، یک فیلتر بالاگذر به فرم $K(s)S(s)$ تابع $W_{ii} = 2.5(s+850)^3/(s+6000)^3$ برای وزن دهی تابع W_{ii} ، سیستم تعمیم یافته $P(s)$ و ادامه آن کنترل کننده، قابل استنتاج خواهند بود.

شکل 7 عملکرد حلقه-بسته حوزه فرکانس کنترل کننده مقاوم طراحی شده با نرم ترکیبی $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ را در مقایسه با عملکرد حلقه-بسته کنترل کننده

محاسبه پاسخ فرکانسی مسأله سازه/سیال کوپل شده به وسیله پاسخ سیستم خطی معادله (23) با بیشینه ثابت های مختصر سازی $N = M = 11$ ، نوشته شد. شکل 3 دیاگرام بودی سطح توان صوتی تابش شده از ورق را که از طریق رابطه $\Pi = \frac{1}{2} \int_S \text{Re}[w^*(R_f)P(\bar{R}_f)] dS$ [31]، و ولتاژ حسگر سرعت حجمی $V_s(t)$ ، را که از معادله (25) با $R_L = 100$ kΩ محاسبه می شوند، نشان می دهد. ارتباط و همبستگی بسیار خوبی بین توان تابش شده و ولتاژ حسگر وجود دارد که نشان دهنده مؤثر بودن پیکربندی حسگر سرعت حجمی انتخابی در اندازه گیری توان تابش شده است.

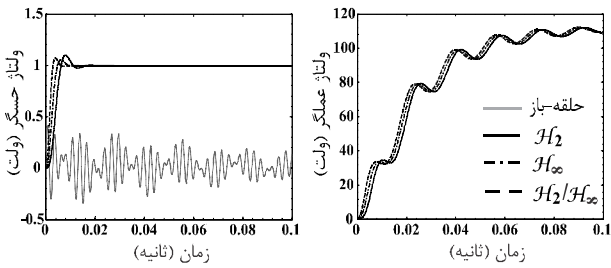
در ادامه، از الگوریتم N4SID جعبه ابزار شناسایی سیستم متلب برای شناسایی مدل فضای حالت (A, B_{ii}, C, D_{ii}) سازه هوشمند با بهره گیری از داده های ورودی/خروجی محاسبه شده (ولتاژ عملگر/حسگر)، استفاده می شود که مدلی از مرتبه 6 شناسایی می شود. شکل 4 دامنه و فاز محاسبه شده ولتاژ خروجی حسگر را برای مدل نامی به ازای $N = M = 3$ و مدل مرتبه 6 شناسایی شده برای یک ولتاژ ورودی واحد هارمونیک عملگر، نشان می دهد. واضح است که مدل شناسایی شده، دینامیک های سیستم را به خوبی در محدوده فرکانسی هدف $0 < \omega \leq 3500$ rad/s، بازسازی می کند. این مدل تخمین زده شده به عنوان سیستم نامی G_T در نظر گرفته شده و از آن و با بکارگیری نرم افزار سیمولینک¹ و جعبه ابزار کنترل مقاوم متلب، برای طراحی و شبیه سازی سیستم کنترلی بهره جسته می شود. شکل 5 پاسخ فرکانسی مدل نامی شناسایی شده $G_T(s)$ (مرتبه 6)، را با مدل شناسایی شده توسعه یافته (تا فرکانس های بالاتر) $G(s)$ (مرتبه 22)، مقایسه می کند. پاسخ فرکانسی مدل شناسایی شده اغتشاش $G_d(s)$ (مرتبه 6)، به ازای یک نیروی مکانیکی خارجی اعمال شده بر روی سطح بالایی ورق $q_m(\xi) = 0.4196, \eta = 0.6875, t$ ، نشان داده شده است. بدیهی است که مدل نامی، از مدل توسعه یافته، در محدوده فرکانسی خارج از محدوده هدف $(\omega > 3500$ rad/s) منحرف می شود. به عبارت دیگر، مدل نامی شناسایی شده برای فرکانس های بالاتر از 3500 rad/s مناسب نبوده و بنابراین مودهای خارج از این بازه فرکانسی به عنوان عدم قطعیت سیستم کاهش یافته (نامی)، در نظر گرفته خواهند شد. شکل 6، علاوه بر خطای مدل سازی، به عبارت دیگر، اختلاف نسبی $|[G(i\omega) - G_T(i\omega)]/G_T(i\omega)|$ ، تابع وزنی عدم قطعیت ضربشونده (گذرنده از کران بالای خطای مدل سازی) $W_T(s) = \left(\frac{s}{300} + 1 \right)^2 \left(\frac{s}{2} + 200 \right) / \left[\left(\frac{s}{12000} + 1 \right)^2 (s + 15000) \right]$ را نمایش می دهد. این تابع به منظور توصیف کران بالای خطای مدل سازی، جلوگیری از اثر مودهای دور ریز و سرریز کنترلی، طراحی شده است [37,38].



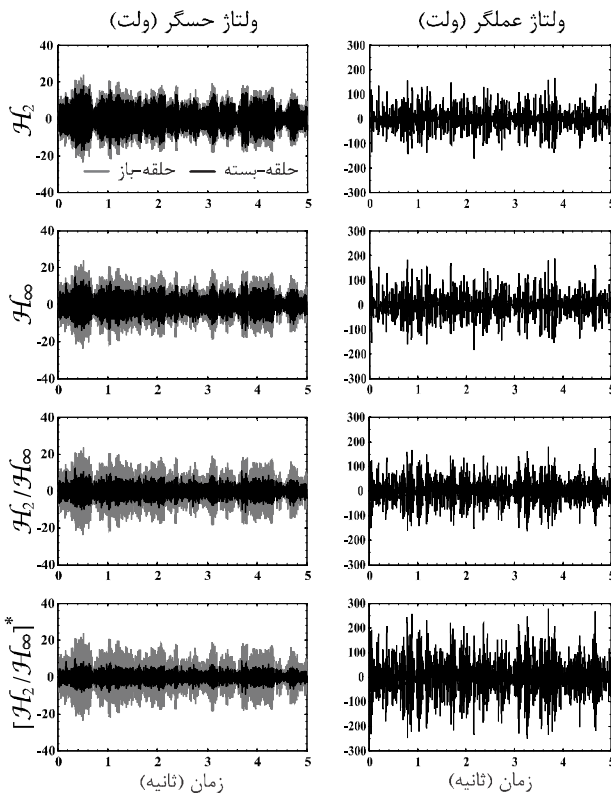
شکل 3 رابطه بین سطح توان صوتی تابش شده و ولتاژ خروجی از حسگر

2- Depolarization

1- Simulink®



شکل 8 مقایسه پاسخ پله سیستم حلقه-بسته و حلقه-باز و ولتاژ کنترلی اعمال شده

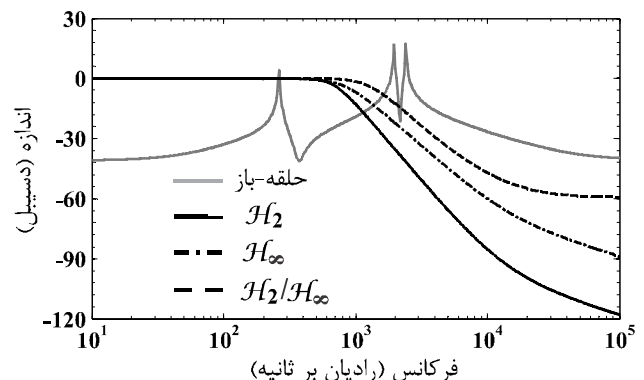


شکل 9 حذف اغتشاش مکانیکی پهن باند ورق هوشمند و ولتاژ کنترلی متناظر

در نهایت به منظور تأیید صحت کلی فرمول بندی الاستو-آکوستیک، ابتدا یک ورق مربعی سه لایه شامل لایه میزبان فولادی (ρ_c) 7850 kg/m^3 با ضخامت $h_c = 2 \text{ mm}$ و ابعاد $a = b = 400 \text{ mm}$ لایه حسگر PZT4 و لایه عملگر $\text{Ba}_2\text{NaNb}_5\text{O}_{15}$ با ضخامت‌های $h_a = h_s$ 1 mm و مستغرق در آب $\rho_U = \rho_L = 1000 \text{ kg/m}^3$ ، $c_U = c_L$ در 1500 m/s در نظر بگیرد. که بارهای زیر بر روی آن اعمال شده است: یک بار مکانیکی عرضی نقطه‌ای هارمونیک که در مرکز ورق وارد می‌شود $q_m(\xi = 0.5, \eta = 0.5, t) = 100e^{i\omega t} \text{ N}$ یک ولتاژ یکنواخت گسترده هارمونیک با دامنه ثابت که بر کل سطح بالایی لایه عملگر اعمال می‌شود $\varphi(\xi, \eta, 1, t) = 100e^{i\omega t} \text{ V}$ و در نهایت، یک تحریک هارمونیک الکترومکانیکی مرکب از بار نقطه‌ای مکانیکی عرضی $q_m(\xi = 0.5, \eta = 0.313, t) = 100e^{i\omega t} \text{ N}$ همراه با بار الکتریکی یکنواخت با دامنه ثابت که به صورت منطقه‌ای بر روی قسمتی از لایه عملگر $\varphi(\xi, \eta, 1, t) = 200e^{i\omega t} \text{ V}$; ($0.5 \leq \xi, \eta \leq 0.813$) اعمال می‌شود. شکل 10- الف پاسخ جابجایی عرضی صفحه در نقطه مشاهده $A(x = 0.2 \text{ m}, y = 0.2 \text{ m}, z = 0.016 \text{ m})$ بر روی سطح صفحه هوشمند را نشان می‌دهد. تطبیق خوبی بین محاسبات ارائه شده و نتایج به دست آمده از

H_2 و H_∞ نشان می‌دهد. در اینجا برای کنترل کننده با نرم ترکیبی H_2/H_∞ قیود پایداری مقاوم به صورت $\|W_T T\|_\infty \leq 0.95$ به همراه یک قید جانمایی منطقه‌ای قطب در نیم-صفحه چپ مختلط، اعمال شده است. دیده می‌شود که کنترل کننده H_2/H_∞ حساسیت مخلوط $\|W_u KS\|_2 \leq 1.69$ را برآورده می‌کند. همچنین، کنترل کننده‌های H_∞ و H_2 به ترتیب، نرم‌های $\|W_T T\|_\infty \leq 0.235$ و $\|W_u KS\|_2 \leq 1.32$ را برآورده می‌کنند. علاوه بر این، هر سه این کنترل کننده‌ها از مرتبه 12 هستند. با توجه به شکل 7 بدیهی است که اگرچه سیستم‌های کنترل حلقه-بسته طراحی شده، بهره فرکانس پایین سیستم (DC) را به صفر افزایش می‌دهند، اما قله‌های پاسخ در سیستم حلقه باز را خنثی می‌کنند. همچنین، فرکانس پهنای باند مربوط به کنترل کننده با نرم ترکیبی H_2/H_∞ حداقل 50 درصد از فرکانس پهنای باند هر یک از کنترل کننده‌های H_2 یا H_∞ بیشتر است. در نتیجه انتظار می‌رود کنترل کننده H_2/H_∞ دارای زمان پاسخگویی سریعتری باشد. این امر در شکل 8 که پاسخ‌های سیستم حلقه-بسته را به یک سیگنال مرجع پله، $r(t) = 1 (t \geq 0)$ نشان می‌دهد، دیده می‌شود. اگرچه سه سیستم کنترلی، به سرعت سیگنال مرجع را دنبال کرده‌اند (بالاچسبندگی کمتر از 10 درصد) اما بهترین عملکرد به کنترل کننده با نرم ترکیبی H_2/H_∞ تعلق دارد ($t < 0.01 \text{ s}$). همچنین، ولتاژهای کنترلی متناظر با عملگر، $\varphi(\xi, \eta, 1, t)$ که همگی آنها در محدوده مجاز 110 ولت همگرا می‌شوند، نشان داده شده‌اند.

شکل 9 عملکرد حذف اغتشاش ورق هوشمند را، در حوزه زمان، برای یک اغتشاش مکانیکی تصادفی پهن باند اعمال شده بر نقطه‌ای بر روی سطح ورق ($\xi = 0.4196, \eta = 0.6875, \zeta = 1$)، نشان می‌دهد در حالی که، کنترل کننده H_2/H_∞ کنترل کننده H_2 و H_∞ به مدل توسعه یافته $G(s)$ اعمال شده‌اند، نشان می‌دهد. ولتاژهای کنترلی متناظر نیز در شکل 9 در ستون دوم نشان داده شده‌اند. به علاوه، نتایج یک استراتژی ثانویه نرم ترکیبی $[H_2/H_\infty]^*$ نشان داده شده است که مربوط به خارج کردن کانال خروجی تنظیم شده z_u از نرم عملکرد H_2 می‌باشد (به عبارت دیگر، برداشتن محدودیت از روی سیگنال عملگر). در این استراتژی قید پایداری مقاوم $\|W_T T\|_\infty \leq 0.95$ در نظر گرفته شده و نتیجه نرم H_2 به صورت $\|W_S S\|_2 \leq 1.14$ به دست آمده است. موفقیت هر دو استراتژی کنترل مقاوم برای حذف مناسب اغتشاشات خارجی و بدون به وجود آمدن هیچ گونه ناپایداری، واضح دیده می‌شود. عملکرد حوزه زمانی کنترل کننده $[H_2/H_\infty]^*$ دارای برتری مشخصی است اگرچه که ولتاژ عملگر در این حالت از محدوده امن 200 ولت برای ماده پیزوالکتریک گذر کرده است.



شکل 7 مقایسه عملکرد سیستم حلقه-بسته و حلقه-باز در فضای فرکانسی

است. همچنین، در حدود 200000 جزء هرمی آکوستیک ده نقطه‌ای درجه دوم، AC3D10، در نواحی به شکل نیم کره با شعاع 3 متر برای مدل سازی نیم فضای آکوستیک بالایی و زیرین، استفاده شد.

در آخر، ضخامت لایه‌های پیزوالکتریک برابر صفر ($h_a = h_s = 0$) قرار داده می‌شود و توان آکوستیک تابشی برای صفحه فولادی مستغرق در آب با $a = 400 \text{ mm}$ ، $b = 379 \text{ mm}$ و ضخامت $h_c = 3 \text{ mm}$ ، تحت نیروی هارمونیک مرکزی با دامنه واحد، محاسبه گردید. تطابق خوبی با نتایج موجود در مرجع [41] وجود دارد که در شکل 11 نشان داده شده است.

4- نتیجه گیری

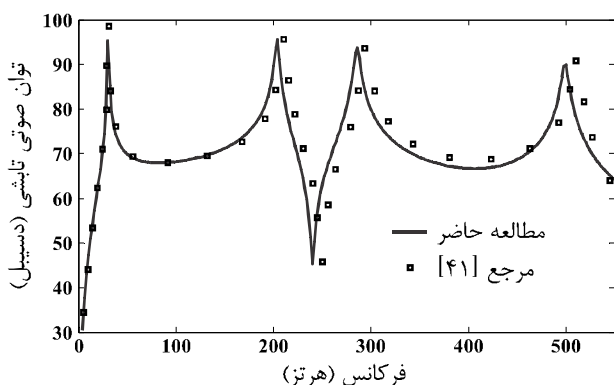
کنترل مقاوم بازخورد خروجی تابش آکوستیک یک صفحه پیزو کامپوزیت مستطیلی با ضخامت دلخواه، با لایه‌های حسگر/عملگر منطبق گسترده، تحت شرایط تحریک الکترو-مکانیکی پهن باند، با استفاده از تئوری پیزو-الاستیسیته و بدون هیچ فرض ساده کننده و یک استراتژی کنترل چندهدفه ترکیبی H_2/H_∞ با قیود جانشانی منطقه‌ای قطب، مورد بررسی قرار گرفت. سپس شناسایی سیستم سازه/سیال کوپل شده صورت گرفته و سیستم نامی و توسعه یافته به منظور طراحی سیستم کنترل، با به کارگیری جعبه ابزار کنترل مقاوم متلب و نرم افزار سیمولینک، مورد استفاده قرار گرفت. یک تابع وزنی عدم قطعیت ضرب شونده نیز به منظور تعیین کران بالا بر روی خطای مدل سازی و کاهش اثر مدهای نادیده گرفته شده فرکانس بالا، طراحی گردید. همچنین، به منظور حذف اثر اغتشاشات خارجی بر روی سیگنال خطا و تنظیم نیازهای عملکرد کنترلی، یک فیلتر پایین گذر انتخاب شد. همچنین از یک فیلتر بالا گذر برای محدود کردن دامنه سیگنال کنترلی، به منظور جلوگیری از بی‌قطب شدن عملگر و نیز کاهش احتمال تحریک مدهای فرکانس بالا، استفاده شد. دیده شد که بهترین فرکانس پهنای باند و عملکرد ردیابی برای پاسخ پله حلقه بسته متناظر با کنترل کننده با نرم ترکیبی H_2/H_∞ بدست آمد. در نهایت تأثیر استراتژی کنترل مقاوم چندهدفه، برای حذف اغتشاشات تصادفی خارجی، بدون به وجود آمدن هیچ گونه ناپایداری، بیان شد.

5- پیوست

5-1- کرنش‌ها بر حسب جابجایی

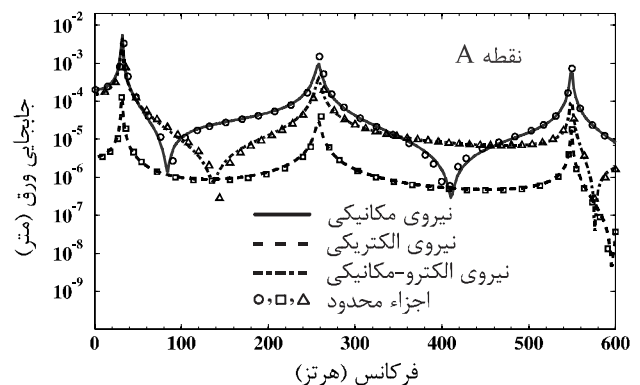
$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z},$$

$$\varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right), \quad \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \quad \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right),$$

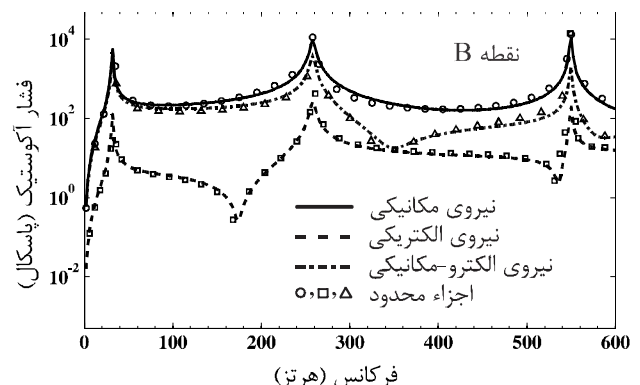


شکل 11 توان صوتی تابشی از یک صفحه فولادی مستغرق تحت نیروی مرکزی واحد

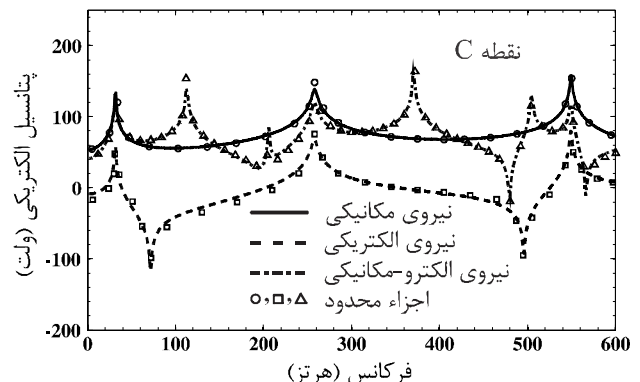
روش اجزاء محدود مبتنی بر نرم افزار تجاری آباکوس¹ [40]، دیده می‌شود. شکل 10- ب نیز تطابق خوبی بین مقادیر محاسبه شده فشار صوتی در نقطه $B(x = 0.2 \text{ m}, y = 0.2 \text{ m}, z = -0.4 \text{ m})$ که بر روی محور مرکزی صفحه در محیط آکوستیک زیرین قرار دارد، را نشان می‌دهد. علاوه بر این، شکل 10- ج نیز بر مقادیر پتانسیل الکتریکی محاسبه شده در نقطه مشاهده $C(x = 0.325 \text{ m}, y = 0.325 \text{ m}, z = 0 \text{ m})$ ، بر روی صفحه زیرین لایه حسگر پیزوالکتریک، صحنه می‌گذارد. در مدل اجزاء محدود، در حدود 2000 جزء آجری پیزوالکتریک بیست نقطه‌ای درجه دوم، C3D20RE، برای لایه‌های بالایی و زیرین پیزوالکتریک استفاده گردید. در حالی که، در حدود 1500 جزء آجری بیست نقطه‌ای درجه دوم، C3D20R، برای لایه فولادی استفاده شده



شکل 10- الف جابجایی عرضی ورق سه لایه مستغرق در نقطه مشاهده انتخابی A



شکل 10- ب فشار آکوستیک ورق سه لایه مستغرق در نقطه مشاهده انتخابی B



شکل 10- ج پتانسیل الکتریکی ورق سه لایه مستغرق در نقطه مشاهده انتخابی C

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ \text{sym.} & & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix}$$

همچنین:

$$N_c = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{C_{44}} \\ \rho_c \frac{\partial^2}{\partial t^2} - C_{66}\Lambda & 0 \end{pmatrix}$$

$$M_c = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{C_{44}} & 1 \\ 0 & 0 & \Lambda & \rho_c \frac{\partial^2}{\partial t^2} \\ \rho_c \frac{\partial^2}{\partial t^2} - (C_{11} - \frac{C_{13}^2}{C_{33}})\Lambda & \frac{C_{13}}{C_{33}} & 0 & 0 \\ \frac{C_{13}}{C_{33}}\Lambda & \frac{1}{C_{33}} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

که در آن ρ_c چگالی لایه میزبان است. به علاوه:

$$\bar{N}_c = \begin{pmatrix} 0 & \frac{C_{44}^s}{C_{44}} \\ -\frac{C_{66}J_{nm}}{C_{44}^s} - \frac{\Omega^2\rho_c}{\rho_s} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\bar{M}_c = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{C_{44}^s}{C_{44}}J_{nm} & J_{nm} \\ 0 & 0 & J_{nm} & -\frac{\rho_c}{\rho_s}\Omega^2 \\ \frac{C_{13}^2 - C_{11}C_{33}}{C_{33}C_{44}^s} & \frac{C_{13}}{C_{33}} & 0 & 0 \\ \frac{C_{13}}{C_{33}} & \frac{C_{44}^s}{C_{33}} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

5-5- ماتریس ضرایب دستگاه معادلات نهایی

$$H = \begin{pmatrix} \Delta_{11} & \Upsilon_{11}^{12} & \Upsilon_{11}^{13} & \dots & \Upsilon_{11}^{nm} \\ \Upsilon_{12}^{11} & \Delta_{12} & \Upsilon_{12}^{13} & \dots & \Upsilon_{12}^{nm} \\ \Upsilon_{13}^{11} & \Upsilon_{13}^{12} & \Delta_{13} & \dots & \Upsilon_{13}^{nm} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Upsilon_{nm}^{11} & \Upsilon_{nm}^{12} & \Upsilon_{nm}^{13} & \dots & \Delta_{nm} \end{pmatrix}$$

$$\Delta_{nm} = \begin{pmatrix} \mathcal{T}_{11} & -Z_{nmnm}^{(L)}\mathcal{T}_{12} + \mathcal{T}_{14} & -1 & 0 \\ \mathcal{T}_{21} & -Z_{nmnm}^{(L)}\mathcal{T}_{22} + \mathcal{T}_{24} & 0 & -Z_{nmnm}^{(U)} \\ \mathcal{T}_{31} & -Z_{nmnm}^{(L)}\mathcal{T}_{32} + \mathcal{T}_{34} & 0 & 0 \\ \mathcal{T}_{41} & -Z_{nmnm}^{(L)}\mathcal{T}_{42} + \mathcal{T}_{44} & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\Upsilon_{nm}^{rq} = \begin{pmatrix} 0 & -Z_{nmrq}^{(L)}\mathcal{T}_{12} & 0 & 0 \\ 0 & -Z_{nmrq}^{(L)}\mathcal{T}_{22} & 0 & -Z_{nmrq}^{(U)} \\ 0 & -Z_{nmrq}^{(L)}\mathcal{T}_{32} & 0 & 0 \\ 0 & -Z_{nmrq}^{(L)}\mathcal{T}_{42} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

که در آن $\mathcal{T}_{ij}$ درایه‌های ماتریس انتقال کلی $\mathcal{T}$ هستند.

6- مراجع

- [1] T. Samejima, D. Yamamoto, Active modal control of sound fields by finite element modeling and H_∞ control theory, *Acoustical Science and Technology*, Vol. 23, No. 6, pp. 313–322, 2002.

2-5- ماتریس ثابت‌های ماده پیزوالکتریک

$$c = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & c_{44} & 0 & 0 \\ \text{sym.} & & & & c_{55} & 0 \\ & & & & & c_{66} \end{pmatrix},$$

$$\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{pmatrix}$$

$$e = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{24} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{32} & e_{32} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3-5- ماتریس ضرایب معادلات حالت (لایه پیزوالکتریک)

$$N_p = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{C_{44}} \\ \rho_p \frac{\partial^2}{\partial t^2} - c_{66}\Lambda & 0 \end{pmatrix}$$

$$M_p = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{44}} & 1 & \frac{e_{15}}{C_{44}} \\ 0 & 0 & 0 & \Lambda & \rho_p \frac{\partial^2}{\partial t^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{e_{15}}{C_{44}}\Lambda & 0 & k_3\Lambda \\ \rho_p \frac{\partial^2}{\partial t^2} + k_2\Lambda & \beta & \gamma & 0 & 0 & 0 \\ \beta\Lambda & \frac{\epsilon_{33}}{\alpha} & \frac{e_{33}}{\alpha} & 0 & 0 & 0 \\ \gamma\Lambda & \frac{e_{33}}{\alpha} & \frac{-C_{33}}{\alpha} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

که در آن، $\Lambda = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ ، $\beta = \frac{c_{13}\epsilon_{33} + e_{31}e_{33}}{\alpha}$ ، $\alpha = c_{33}\epsilon_{33} + e_{33}^2$ ، $\gamma = \frac{c_{13}\epsilon_{33} + e_{31}e_{33}}{\alpha}$ و $k_2 = \frac{k_1}{2} - c_{66}$ ، $k_1 = 2(c_{13}\beta + e_{13}\gamma) - c_{11} - c_{12}$ ، $k_3 = \epsilon_{11} + \frac{e_{15}^2}{C_{44}}$

$$\bar{N}_p = \begin{pmatrix} 0 & \frac{C_{44}^s}{C_{44}} \\ -\frac{c_{66}J_{nm}}{C_{44}^s} - \frac{\Omega^2\rho_p}{\rho_s} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\bar{M}_p = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{C_{44}^s J_{nm}}{C_{44}} & J_{nm} & \frac{e_{15}e_{33}^s}{C_{44}\epsilon_{33}^s}J_{nm} \\ 0 & 0 & 0 & J_{nm} & -\frac{\Omega^2\rho_p}{\rho_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{e_{15}C_{44}^s J_{nm}}{C_{44}\epsilon_{33}^s} & 0 & \frac{k_3}{\epsilon_{33}^s}J_{nm} \\ \frac{k_2}{C_{44}^s} - \frac{\Omega^2\rho_p}{J_{nm}\rho_s} & \beta & \frac{\gamma e_{33}^s}{C_{44}^s} & 0 & 0 & 0 \\ \beta & \frac{\epsilon_{33}C_{44}^s}{\alpha} & \frac{e_{33}e_{33}^s}{\alpha} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\gamma e_{33}^s}{\epsilon_{33}^s} & \frac{e_{33}C_{44}^s \epsilon_{33}^s}{\alpha \epsilon_{33}^s} & \frac{-C_{33}\epsilon_{33}^s}{\alpha} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

که در آن $\Omega^2 = \rho_s \omega^2 H^2 / C_{44}^s$ و ρ_s نیز به چگالی لایه حسگر اشاره دارد.

4-5- ماتریس ضرایب معادلات حالت (میزبان)

 $\Sigma_c = C\Sigma_c$ که در آن:

$$\Sigma_c = [\Sigma_{xx}, \Sigma_{yy}, \Sigma_{zz}, \Sigma_{yz}, \Sigma_{xz}, \Sigma_{xy}]^T$$

و

$$S_c = [E_{xx}, E_{yy}, E_{zz}, 2E_{yz}, 2E_{xz}, 2E_{xy}]^T$$

- 2194–2204, 1993.
- [22] M. Johnson, S. Elliott, Active control of sound radiation using volume velocity cancellation, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 98, No. 4, pp. 2174–2186, 1995.
- [23] P. Gardonio, Y.S. Lee, S.J. Elliott, S. Debost, Analysis and measurement of a matched volume velocity sensor and uniform force actuator for active structural acoustic control, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 110, No. 6, pp. 3025–3031, 2001.
- [24] E.S. Kim, Acoustic MEMS transducers for biomedical applications In: *2010 IEEE International Frequency Control Symposium*, Los Angeles, USA, 2010.
- [25] W.Q. Chen, H.J. Ding, On free vibration of a functionally graded piezoelectric rectangular plate, *Acta Mechanica*, Vol. 153, No. 3–4, pp. 207–216, 2002.
- [26] Z. Bian, C. Lim, W. Chen, On functionally graded beams with integrated surface piezoelectric layers, *Composite Structures*, Vol. 72, No. 3, pp. 339–351, 2006.
- [27] H. Ding, W. Chen, R. Xu, On the bending, vibration and stability of laminated rectangular plates with transversely isotropic layers, *Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 22, No. 1, pp. 17–24, 2001.
- [28] M.C. Junger, D. Feit, *Sound, Structures, and Their Interaction*, Second Edition, Cambridge, MA: The MIT Press, 1986.
- [29] K. Henriouille, P. Sas, Experimental validation of a collocated PVDF volume velocity sensor/actuator pair, *Journal of sound and vibration*, Vol. 265, No. 3, pp. 489–506, 2003.
- [30] K. Chandrashekhara, R. Tenneti, Thermally induced vibration suppression of laminated plates with piezoelectric sensors and actuators, *Smart Materials and Structures*, Vol. 4, No. 4, pp. 281–290, 1995.
- [31] A. Preumont, *Vibration control of active structures: An Introduction*, third Edition, Berlin: Springer-Verlag, 2011.
- [32] P. Van Overschee, B. De Moor, *Subspace identification for linear systems: theory, implementation, applications*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [33] L. Ljung, *System Identification Toolbox: For Use with MATLAB*, Natick, MA: The MathWorks Inc., 2001.
- [34] S.M. Hasheminejad, M. Vahedi, A.H.D. Markazi, Multi-objective robust active vibration control of an arbitrary thick piezolaminated beam, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 2014, doi: 10.1080/15376494.2014.882460.
- [35] S. Skogestad, I. Postlethwaite, *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design*. New York: Wiley-Interscience, 2005.
- [36] P. Kytka, C. Ehmann, R. Nordmann, Active vibration μ -synthesis-control of a hydrostatically supported flexible beam, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 21, pp. 924–929, 2007.
- [37] I.N. Kar, T. Miyakura, K. Seto, Bending and torsional vibration control of a flexible plate structure using H_∞ -based robust control law, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 8, No. 3, pp. 545–553, 2000.
- [38] B. Rahmani, A model predictive-based robust method for remote control of industrial plants, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 15, pp. 23–37, 2013. (In Persian)
- [39] W. You, H. Chen, X. He, Tracking control research of high-order flexible structures on the H-infinity control method, In: *2010 2nd International Conference on Advanced Computer Control*, pp. 111–115, China, 2010.
- [40] ABAQUS Analysis User's Manual V6.10. Pawtucket, RI, USA: Dassault Systèmes Simulia Corp., 2010.
- [41] S. Li, X. Li, The effects of distributed masses on acoustic radiation behavior of plates, *Applied Acoustics*, Vol. 69, No. 3, pp. 272–279, 2008.
- [2] J.P. Maillard, C.R. Fuller, Comparison of two structural sensing approaches for active structural acoustic control, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 103, No. 1, pp. 396–400, 1998.
- [3] M.C. Ray, A. Faye, S. Patra, R. Bhattacharyya, Theoretical and experimental investigations on the active structural-acoustic control of a thin plate using a vertically reinforced 1-3 piezoelectric composite, *Smart Materials and Structures*, Vol. 18, No. 1, pp. 015012, 2009.
- [4] B.T. Wang, R.A. Burdisso, C.R. Fuller, Optimal placement of piezoelectric actuators for active structural acoustic control, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 5, No. 1, pp. 67–77, 1994.
- [5] P. Gardonio, S. J. Elliott, Smart panels for active structural acoustic control, *Smart Materials and Structures*, Vol. 13, No. 6, pp. 1314–1336, 2004.
- [6] W.T. Baumann, F.S. Ho, H.H. Robertshaw, Active structural acoustic control of broadband disturbances, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 92, No. 4, pp. 1998–2005, 1992.
- [7] J.S. Vipperman, R.L. Clark, Multivariable feedback active structural acoustic control using adaptive piezoelectric sensor/actuators, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 105, No. 1, pp. 219–25, 1999.
- [8] D. E. Cox, G. P. Gibbs, R. L. Clark, J. S. Vipperman, Experimental Robust Control of Structural Acoustic Radiation, *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 121, No. 4, pp. 433–439, 1999.
- [9] S. Sivrioglu, H_∞ Control for suppressing acoustic modes of a distributed structure using cluster sensing and actuation. *Journal of Vibration and Control*, Vol. 16, No. 3, pp. 439–453, 2010.
- [10] L. Iorga, H. Baruh, I. Ursu, A Review of H_∞ Robust Control of Piezoelectric Smart Structures, *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 61, pp. 040802, 2008.
- [11] K. Zhou, J. C. Doyle, K. Glover, *Robust and Optimal Control*. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 1996.
- [12] C. Scherer, P. Gahinet, M. Chilali, Multiobjective output-feedback control via LMI optimization, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 42, No. 7, pp. 896–911, 1997.
- [13] R. Clark, D. Cox, Active control design for acoustic radiation using mixed-norm optimization, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 108, No. 3, pp. 1345–1348, 2000.
- [14] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, V. Balakrishnan, *Linear matrix inequalities in system and control theory*, Philadelphia: SIAM, 1994.
- [15] M. Chilali, P. Gahinet, H_∞ design with pole placement constraints: an LMI approach, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 41, No. 3, pp. 358–367, 1996.
- [16] O. Fluder, R. Kashani, Robust control of structure-borne noise using H_∞ methods, *ASME Active Control of Noise and Vibration*, Vol. 38, pp. 191–204, 1992.
- [17] S. Sivrioglu, N. Tanaka, I. Yuksek, Acoustic power suppression of a panel structure using H_∞ output feedback control, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 249, No. 5, pp. 885–897, 2002.
- [18] J.F. Camino, J.R.F. Arruda, H_2 and H_∞ feedforward and feedback compensators for acoustic isolation, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 23, No. 8, pp. 2538–2556, 2009.
- [19] D. Halim, L. Cheng, Z. Su, Virtual sensors for active noise control in acoustic-structural coupled enclosures using structural sensing: robust virtual sensor design, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 129, No. 3, pp. 1390–1399, 2011.
- [20] S.M. Hasheminejad, H. Keshavarzpour, Active sound radiation control of a thick piezolaminated smart rectangular plate, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 332, No. 20, pp. 4798–4816, 2013.
- [21] S.J. Elliott, M.E. Johnson, Radiation modes and the active control of sound power, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 94, No. 4, pp.