



مدل سازی دوبعدی جریان دوفازی در بین پره های توربین بخار با استفاده از تلفیق روش حجم محدود جیمسون و روش کاسپ

ادریس یوسفی راد¹، محمدرضا مه پیکر^{2*}

1- دانشجوی دکتری، گروه مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

2- استاد، گروه مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

*مشهد، صندوق پستی 917751111، mahpeymr@um.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 26 آبان 1393

پذیرش: 04 بهمن 1393

ارائه در سایت: 06 اسفند 1393

کلید واژگان:

جریان بخار دوفازی

جوانه زایی

کاسپ

شوگ چگالش

پره های توربین

چکیده

جریان بخار در گذرگاه پره های طبقه کم فشار توربین بخار، بعلا انبساط سریع و تأخیر در چگالش سیال، به شرایط بخار فوق سرد خشک تبدیل می گردد و در نهایت با جوانه زایی و با شوگ چگالش، تغییر فاز از بخار به قطره های مایع صورت می گیرد که جریان بخار مرطوب یا دوفازی نامیده می شود. در این مقاله هدف توسعه جریان حجم محدود جیمسون مرطوب با بکارگیری مزایای روش عددی کاسپ بوده است که برای اولین بار در حالت دو بعدی مورد نظر قرار گرفته است. در این مقاله معادله های حاکم بر تشکیل فاز مایع با معادله های بقایی ترکیب شده و با بکارگیری روش عددی کاسپ در روش حجم محدود جیمسون (روش تلفیقی) می توان ویژگی های مثبت هر دو روش بیان شده را همزمان در مدل سازی جریان دوفازی استفاده کرد. برای محاسبه جوانه زایی از معادله کلاسیک جوانه زایی با تصحیح مناسب و همچنین حل لاگرانژی رشد قطره ها در روش تلفیقی استفاده شده و اثر شوگ چگالش در توزیع فشار و نیز اندازه قطره ها محاسبه و با داده های تجربی مقایسه شده است. با توجه به اهمیت ناحیه شوک ها در قسمت سطح مکش پره، تمرکز روش تلفیقی بیان شده به این ناحیه متمرکز شده است. نتیجه های مدل دوفازی تلفیقی در جریان های خروجی مادون صوت و مافوق صوت مورد بررسی قرار گرفته است که در منطقه شوک روی سطح مکش پره در مقایسه با داده های تجربی، روش تلفیقی حجم محدود با روش کاسپ با کاهش حدود 20 درصدی خطاهای عددی، پوشش بهتری را در پیش بینی خواص جریان در ناحیه هدف نشان می دهد.

Modeling of 2D Two-Phase Flow in Cascade Blades of Steam Turbine Using Jameson's Finite Volume Method with CUSP Technique

Edris Yousefi Rad, Mohammad Reza Mahpeykar*

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

*P.O.B. 917751111, Mashhad, Iran, mahpeymr@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 17 November 2014
Accepted 24 January 2014
Available Online 25 February 2015

Keywords:
Two-Phase Steam Flow
Nucleation
CUSP
Condensation Shock
Turbine

ABSTRACT

Steam flow at blade passages of low pressure steam turbines becomes a supercooled dry steam due to rapid expansion and crossing the saturation line. But after nucleation and condensation shock, phase change from vapor to liquid droplets occurs which is called two-phase or wet steam flow. In this paper, the aim of developing finite-volume flow of wet Jameson is considered for the first time in two-dimensional study by using the advantages of CUSP's numerical method. In this paper, equations governing the formation of liquid phase are combined with equations of survival and by using CUSP's numerical approach in Jameson's finite-volume method (the integrated method) the positive features of both of these methods can be simultaneously used in the modeling of two-phase flow. To calculate nucleation, the classical equation of nucleation with appropriate correction and also Lagrangian solution for growth of droplets are used in integrated method. Additionally, condensation shock effect on the pressure distribution and the droplet size has been calculated and compared with experimental data. Given the importance of areas of shocks on the suction surface of the blade, the focus of integrated method is shifted to this area. The results of integrated two-phase model are examined in subsonic and supersonic flow output. In the shock area on suction surface blade, using the CUSP's method (the integrated method) demonstrates better coverage in predicting attributes of flow in target area in comparison with the experimental data by a reduction of 20 percent in numerical errors.

حل های عددی مختلفی ارائه شده است و با داشتن اهمیتی که در راندمان این تجهیزها وجود دارد، افزایش راندمان همیشه مورد توجه بوده است. در نیروگاه های بخار، گذرگاه پره های توربین فشار پایین از جمله قسمت هایی

1- مقدمه

به منظور شناسایی دقیق عملکرد توربین های بخار، روش های تحلیلی و یا

Please cite this article using:

E. Yousefi Rad, M. R. Mahpeykar, Modeling of 2D Two-Phase Flow in Cascade Blades of Steam Turbine Using Jameson's Finite Volume Method with CUSP Technique, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 4, pp. 141-150, 2015 (In Persian)

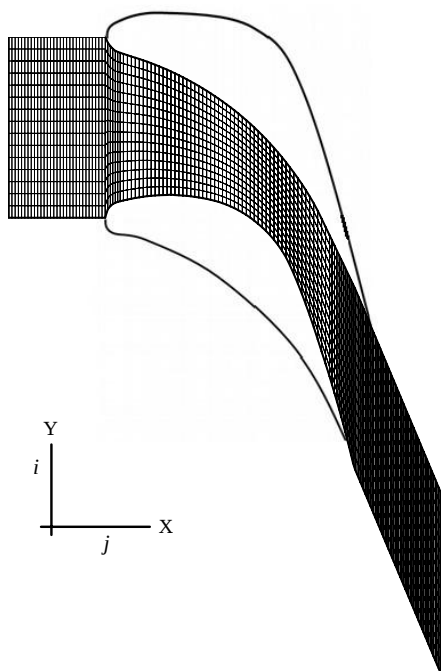
برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

اولین بار با بکارگیری روش کاسپ در روش حجم محدود جیمسون در پره ثابت توربین بخار، بهبود قابل ملاحظه ای را در نتیجه های مدل سازی جریان دوفازی از خود نشان می دهد. لازم به یادآوری است که منطقه بخش میانی سطح مکش پره به سمت انتهایی آن، به علت وجود شوک میعان و شوک های آیرودینامیکی در جریان دوفازی بخار، از اهمیت ویژه ای برخوردار است.

به همین جهت هدف، بهبود روش های حجم محدود از جمله روش جیمسون به کمک تلفیق با روش کاسپ است، که در دو حالت جریان خروجی مافوق صوت و مادون صوت از پره مورد بررسی قرار گرفته است. در ادامه نحوه تولید فاز مایع و چگونگی وارد شدن آن در معادله های اصلی بقای جریان بخار و همچنین روش کاسپ به همراه خلاصه ای از روش حجم محدود جیمسون تشریح می شود. در این مقاله هدف توسعه برنامه جریان دوفازی همگن و دوبعدی روش حجم محدود جیمسون مربوط است که با بکارگیری مزایای روش عددی کاسپ [11,12] برای اولین بار در حالت دو بعدی در هندسه شبکه استاندارد ساده (شکل 1)، استفاده از مزیت های دو روش در بهبود حل جریان مورد نظر قرار گرفته است. لازم به ذکر است از هر روش عددی حجم محدود دیگری نیز می توان به جهت این تلفیق استفاده نمود.

2- طرح جریان دوفازی

یکی از مشخصه جریان بخار در گذرگاه های پره های توربین، انبساط سریع آن و انحراف بخار از حالت تعادل ترمودینامیکی است. به طوری که بخار بدون تشکیل فاز مایع در شرایط بخار مافوق سرد³ و غیرتعادلی تا خط ویلسون در دیاگرام مولیر می تواند انبساط یابد که در این وضعیت بازگشت به حالت تعادل به روش تشکیل خودبخودی قطره های آب و رشد تدریجی آنها صورت می پذیرد. لازم بذکرست که در جریان غیرتعادلی بخار، معمولاً به بخاری که در انبساط سریع، خط اشباع را قطع کرده و به تعادل دوفازی کامل نرسیده باشد، بخار مافوق سرد یا بخار مافوق اشباع⁴ گفته می شود. در این تحقیق رشد



شکل 1 شبکه استاندارد نوع H

بوده که به علت دوفازی شدن جریان همیشه مورد توجه طراحان بوده است، همچنین با وجود روش های عددی مختلف برای پیش بینی رفتار توربین ها، برای مدل سازی این جریان ها به طور معمول از روش عددی حجم محدود استفاده می شود [1]. در پدیده های دوفازی حاکم بر جریان، به دلیل پیچیدگی های نسبتاً زیاد، بهبود روش های عددی مدل سازی جریان همچنان احساس نیاز می شود. به همین دلیل بدست آوردن یک روش عددی دقیق برای نمایش شوک میعان، شوک های آیرودینامیک و یا ناپیوستگی های جریان که دارای حداقل خطاهای عددی و نوسان ها در حل باشد را شاید بتوان یکی از مهمترین چالش های روش دینامیک سیالات عددی دانست [2].

تغییر فاز از بخار به قطره ی مایع، موجب آزاد شدن گرمای نهان شده که بخشی از این گرما در درون قطره باقی مانده و باعث افزایش دمای آن می گردد، و بخش دیگر آن به محیط بخار منتقل شده تا از بخار شدن مجدد قطره جلوگیری شود. ایجاد فاز مایع با معادله جوازایی همگن (بخار خالص) و رشد قطره ها، قابل محاسبه است. این تأثیر باعث افزایش فشار موضعی که شوک چگالش نامیده می شود شده، که باعث کاهش عملکرد توربین ها می گردد. اولین حل دوبعدی، به روش حجم محدود دنتون برای جریان بخار دوفازی بین تیغه های توربین توسط باختر و توچای [3]، براساس یک روش حجم محدود توسعه و پیشنهاد گردید. هر چند که اختلاف های مهمی بین جریان بخار خشک و جریان بخار دوفازی ارائه شده است، ولی آن نتیجه ها به دلیل کمبود داده های تجربی مورد تأیید قرار نگرفت. بعدها نتیجه های آزمایش، نشان دادند که حل اولیه، ویژگی های عمومی جریان دوفازی را تا حدودی پیش بینی نموده، اما دقت جواب ها راضی کننده نیست. بیشتر اختلاف های موجود در محث دو فاز به روش حل و نوع شبکه عددی مربوط می شود، که از مهمترین آنها اعمال روش دنتون بهبود یافته بر یک شبکه شبه متعامد شده را می توان نام برد [1]. باختر [4] برای دستیابی به جواب های بهتر از الگوریتم رانج کوتا منسوب به جیمسون که از دقت رسته دو در فضا برخوردار است، برای جریان غیرلزج استفاده کرد و نشان داد که روش جیمسون در آشکارسازی شوک ها در جریان بخار دوفازی قابلیت بهتری دارد. در جریان های دوفازی نیز به علت عدم سادگی در همگرایی و پیچیدگی محاسبه ها برای میدان اصلی جریان بخار، دیدگاه لاگرانژی برای محاسبه ی رشد قطره ها [5] به همراه شبکه استاندارد [1] توصیه می گردد.

از دهه هشتاد به بعد تلاش های گسترده ای بر روی طرح های بالادست جریان صورت گرفت که به دو دسته روش های تجزیه بردار شار و روش های اختلاف بردار شار طبقه بندی گردید که از خاصیت انتشاری موج جهت حل معادله های اویلر استفاده شده است. نقطه مشترک در این گونه روش ها، در رابطه بین راستای انتشار دامنه، راستای گسسته نمودن معادله های دیفرانسیل و همچنین هماهنگ سازی محدوده حل با رفتار جریان غیرلزج است [6,7].

در تحقیق حاضر به بررسی تأثیر بکارگیری طرح کاسپ¹ دوبعدی [8] در روش عددی حجم محدود پرداخته می شود که در ادامه ی تحقیق های منتشر شده ی یوسفی راد و مه پیکر [9,10,11] بوده است. این تحقیق در ادامه کار آنها در مرجع [11] است که ابتدا روش جیمسون به همراه کاسپ (مدل تلفیقی) در جریان دوبعدی تک فاز بخار (بخار خشک) استفاده شده است ولی در تحقیق حاضر این تجربه در جریان دوبعدی جوازایی دوفازی بخار به مایع آب برای ورودی جریان مافوق گرم² توسعه یافته است، بنابراین برای

3- Supercooled Vapour
4- Supersaturation Vapour

1- Convective Upstream Split Pressure
2- Superheat

$$\omega = \frac{(\text{جرم مایع})}{(\text{جرم بخار}) + (\text{جرم مایع})} \quad (4)$$

بنابراین آنتالپی، انرژی داخلی و حجم مخصوص برای مخلوط دوفازی همگن در رابطه های (5) تا (7) ارائه می شود:

$$h = (1 - \omega) \cdot h_G + \omega \cdot h_L \quad (5)$$

$$e = h + \frac{p}{\rho} \quad (6)$$

$$\frac{1}{\rho} = (1 - \omega) \cdot \frac{1}{\rho_G} + \omega \cdot \frac{1}{\rho_L} \quad (7)$$

زیر نویس های G و L به ترتیب اشاره بر فاز های بخار و مایع داشته و کمیت های بدون زیر نویس مربوط به کل مخلوط است. داده های مورد نیاز دیگر نیز در مطالعه این رابطه ها توصیف کننده خواص سیال برای فاز های مایع و بخار آب است که از روابط آب در کینان و کیز استخراج شده است [13].

کسر رطوبت عملاً توسط شعاع قطره ها، r ، و تعداد قطره ها در خروجی المان، N ، در رابطه (8) قابل محاسبه است.

$$\omega = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho_L \cdot N \quad (8)$$

اندازه شعاع از تئوری جوانه زایی و معادله های رشد قطره بدست می آید و تعداد کل قطره ها در انتهای هر مرحله حل عددی معلوم می گردد. کمیت بیان شده شامل مجموع قطره های موجود در جریان قبل از مرحله حل، N ، و قطره های حاصل از پدیده جوانه زایی در طی انجام فرآیند است و در رابطه (9) تعریف می گردد:

$$N = N_1 + N_{nuc} \quad (9)$$

2-1-3- معادله جوانه زایی

تعداد قطره های حاصل از فرآیند جوانه زایی در طول هر مرحله را می توان با دانستن نرخ جوانه زایی و زمان پیمایش مرحله حل توسط سیال و حجم المان محاسبه کرد که در رابطه (10) نشان داده شده است:

$$N_{nuc} = J_{st} \cdot \delta t \cdot \text{حجم المان} \quad (10)$$

J_{st} ، نرخ جوانه زایی بهبود یافته است و بصورت رابطه (11) ارائه می گردد [1]:

$$J_{st} = \frac{q}{1 + \nu} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma}{\pi \cdot m^3}} \times \frac{\rho_s(T_G)}{\rho_L} \cdot \exp\left(\frac{-\Delta G}{k \cdot T_G}\right) \quad (11)$$

که در رابطه بیان شده q ضریب تقطیر، ν ضریب اصلاح در معادله جوانه زایی و k ثابت بولتزمن است. شعاع بحرانی جوانه ها یا قطره های جدید توسط رابطه کلین هلمتز به حالت بخار وابسته است. شکل بهبود یافته این رابطه که شامل ضریب ویرال است در رابطه (12) ذکر شده است:

$$r^* = \frac{2 \cdot \sigma}{\rho_L \cdot R \cdot T_G \left[\ln\left(\frac{\rho}{\rho_s(T_G)}\right) + 2 \cdot B(\rho - \rho_s(T_G)) \right]} \quad (12)$$

قطره های آب به صورت لاگرانژی و تحلیل فاز بخار به صورت اویلری از طریق روش حجم محدود مدل شده است [13]. بررسی جریان چگالشی در کسکید توربین های بخار در مقایسه با جریان بخار خشک بسیار پیچیده تر است. قطره هایی که به واسطه ی چگالش ناگهانی در گذرگاه تیغه های توربین در جریان همگن تولید می شوند بسیار کوچک اند و معمولاً از شعاعی در حد کسری از میکرون برخوردار می باشند و در این حالت لغزش بین فاز بخار و قطره ها به علت کوچک بودن قطره های مایع قابل صرف نظر است. در ادامه معادله های اصلی جریان و همچنین معادله های مربوط به فاز مایع تشریح می شود.

2-1-1- معادله های بقای حاکم بر جریان اصلی

معادله های بقای حاکم بر جریان اصلی جریان بخار دوبعدی، تراکم پذیر، آدیاباتیک¹، پایدار و غیر لزج در مختصات کارتزین دوبعدی در رابطه های (1) و (2) بیان شده است:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$w = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho \cdot u \\ \rho \cdot v \\ \rho \cdot e_0 \end{bmatrix} \quad F_x = \begin{bmatrix} \rho \cdot u \\ \rho \cdot u^2 + p \\ \rho \cdot u \cdot v \\ \rho \cdot u \cdot h_0 \end{bmatrix} \quad F_y = \begin{bmatrix} \rho \cdot v \\ \rho \cdot u \cdot v \\ \rho \cdot v^2 + p \\ \rho \cdot v \cdot h_0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

در معادله فوق، بردار w شامل متغیرهای بقایی جریان، بردارهای F_x و F_y بیانگر شارهای غیر لزج و e_0 انرژی کل است. فرض غیر لزج بودن سیال، به علت انبساطی بودن جریان و همچنین ضخامت بسیار کم لایه مرزی در این گونه جریان ها است [4، 1].

2-1-1-1- معادله حالت

معادله حالت برای فاز بخار بایستی با معادله های مورد استفاده در تعیین خواص ترمودینامیکی آن سازگار بوده و در نزدیکی خط اشباع و به ویژه بخار مافوق سرد غیر تعادلی از دقت قابل قبولی برخوردار باشد. بر این اساس یک معادله حالت مناسب از نوع سری ویرال و کالویج در رابطه (3) استفاده شده است [4]:

$$\frac{p}{\rho_G \cdot R \cdot T_G} = 1 + B \cdot \rho_G \quad (3)$$

در این عبارت، T_G و R به ترتیب دانسیته، دما و ثابت گاز برای بخار آب بوده و B ضریب ویرال است.

2-1-1-2- کسر رطوبت

در جریان های چگالشی مهمترین اثر تغییر فاز، با آزاد شدن گرمای نهان تقطیر مشخص می شود. برای بررسی این ویژگی و نیز اعمال اثرهای دوفازی شدن جریان بایستی پارامتری تحت عنوان کسر رطوبت به معادله ها وارد شود. پارامتر بیان شده در رابطه (4) تعریف شده است:

2-1-4- رابطه های رشد قطره

نرخ رشد قطره ها براساس فرآیند انتقال حرارت و انتقال جرم بین قطره و بخار در ناحیه های مختلف جریان محاسبه می شود و بایستی مورد توجه قرار داد که انتقال حرارت بیان شده به دمای نامعلوم قطره، (T_L) ، بستگی دارد. در این تحقیق دمای قطره با استفاده از تقریب گارماسی بدست آمده است که توسط پژوهشگرهای بسیاری بکارگرفته شده است [1,14]. گرماسی دمای قطره ای به شعاع r که در توده ای از بخار تحت فشار p و دمای T_G غوطه ور باشد را در رابطه (13) پیشنهاد نموده است:

$$T_L = T_s(p) - \frac{r^*}{r} \cdot (T_s(p) - T_G) \quad (13)$$

که در رابطه (13)، دمای $T_s(p)$ اشباع در فشار بیان شده است، و اختلاف آن با دمای بخار را درجه فوق سردی¹ می نامند، بر این اساس و نیز کمک تقریب ارائه شده توسط باختر و توچای [3]، شعاع اولیه هر قطره r_1 پس از زمان δt ، از رابطه (14) محاسبه می شود:

$$\frac{a}{2} \cdot (r^2 - r_1^2) + b \cdot (r - r_1) + c \cdot \ln\left(\frac{r - r^*}{r_1 - r^*}\right) = d \cdot \delta t \quad (14)$$

ضرایب a ، b ، c و d پارامترهای ثابتی هستند [15].

هنگامی که قطره های موجود در بخار بسیار بزرگتر از اندازه بحرانی شوند، ساده سازی دیگری ارائه می شود [15]. در این حالت به کمک یک تقریب مستقیم، رابطه ای برای محاسبه شعاع قطره بدست می آید که به علت عدم وجود جمله لگاریتمی، راه حل ساده تری محسوب می شود که در رابطه (15) تعریف شده است [16]:

$$r = -1.59 \cdot \bar{l} + \sqrt{(1.59 \cdot \bar{l})^2 + r_1 \cdot (r_1 + 2 \cdot (1.59 \cdot \bar{l})) + 2 \cdot \left(\frac{\lambda}{\rho_L}\right) \cdot \left(\frac{T_L - T_G}{h_G - h_L}\right) \cdot \delta t} \quad (15)$$

البته بایستی توجه داشت که پس از پایان جوانه زایی، قطره ای جدیدی تشکیل نشده و اندازه قطره ها به کمک رابطه های (14) یا (15) محاسبه شده [16.1] و همزمان با استفاده از فرمول گرماسی یا رابطه (13) دمای قطره مشخص می گردد.

در رابطه با نحوه متوسط گیری شعاع قطره ها در ناحیه جوانه زایی و پس از آن در دو حالت شرح داده می شود:

الف- تعداد قطره های بوجود آمده و متوسط شعاع ورودی به المان محاسباتی جدید، از خروجی المان قبلی مشخص است. در منطقه جوانه زایی تعداد قطره های جدید و شعاع آن ها نیز در داخل المان محاسباتی جدید معلوم می گردد. هر دو دسته قطره های قدیم و جدید در طول المان محاسباتی می توانند رشد کنند که برای متوسط شعاع خروجی از المان محاسباتی جدید، می توان با داشتن تعداد هر دسته از قطره ها به روش های مختلف از جمله متوسط گیری سطحی، متوسط شعاع را محاسبه نمود.

ب- در منطقه پس از جوانه زایی یا همان منطقه مرطوب، تعداد قطره ها ثابت بوده و فقط قطره ها می توانند رشد نمایند. کافی است پس از محاسبه رشد قطره ها در هر المان محاسباتی، نسبت به متوسط گیری شعاع آن ها از

روش بیان شده استفاده کرد.

3- طرح روش کاسپ

اساس این طرح، بر پایه جدا کردن جمله های فشار در رابطه های شار جریان است [9]. در این روش ها شار بر روی وجه هر سلول به دو قسمت جابجایی و فشاری تبدیل می شود و برای محاسبه شار جابجایی از تقریب بالادست در جریان و برای قسمت فشاری نیز از تخمین بالادست با در نظر گرفتن آکوستیک استفاده شده است، که با مشخص شدن مقدار و علامت آن در دو طرف هر وجه تعیین می شود. این ایده شروع طرح بوده و با توجه به قابلیت های زیاد آن خانواده در شبیه سازی های جریان، باعث شد تا از آن در طرح های تفاضل مرکزی استفاده گردیده و طرح اتمالی جدیدی با استفاده از روش های بالادست به نام کاسپ معرفی شود. با توجه به نوسان هایی که طرح های تفاضل مرکزی در حل جریان دارند، لازم به اضافه شدن طرح های اتمالی به این معادله ها خواهند بود. به همین علت این روش از گروه تفاضل مرکزی و بالادست نیست، بلکه روشی میانه و ترکیبی از دو روش است که باعث به وجود آمدن نتیجه های بسیار خوبی در حل جریان می گردد. در این طرح سعی شده است همزمان با رسیدن به یک جواب قابل قبول از پیچیدگی محاسبات و زمان لازم کاسته شود. در حالت دو بعدی بردار شار به دو جمله جابجایی شار و جمله فشار تجزیه شده که از دو مؤلفه در جهت های x, y تشکیل شده است که در رابطه های (16) تا (18) بیان شده است [17]:

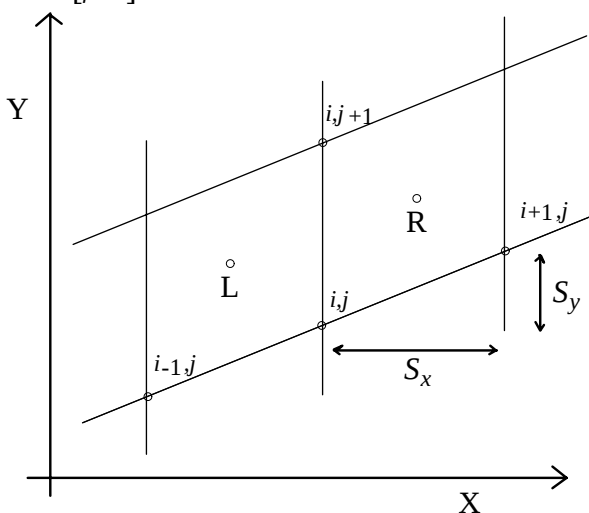
$$F = F_x \cdot S_y + F_y \cdot S_x \quad (16)$$

$$F_x = \begin{bmatrix} \rho \cdot u \\ \rho \cdot u^2 + p \\ \rho \cdot u \cdot v \\ \rho \cdot u \cdot h \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$F_y = \begin{bmatrix} \rho \cdot v \\ \rho \cdot u \cdot v \\ \rho \cdot v^2 + p \\ \rho \cdot v \cdot h \end{bmatrix} \quad (18)$$

در رابطه های فوق S_x و S_y بردارهای سطح در جهت های x, y (شکل 2) و h تعریف آنتالپی می باشند. w شامل متغیر بقایی جریان در حالت دو بعدی در رابطه (19) بیان شده است:

$$w = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho \cdot u \\ \rho \cdot v \\ \rho \cdot e \end{bmatrix} \quad (19)$$



شکل 2 نمایشی از المان در شبکه استاندارد

$$S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} F_R - F_L &= (F_x \cdot S_y + F_y \cdot S_x)_R \\ &\quad - (F_x \cdot S_y + F_y \cdot S_x)_L \\ &= (F_{x,R} - F_{x,L}) \cdot S_y \\ &\quad + (F_{y,R} - F_{y,L}) \cdot S_x \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \bar{u} &= (u_{i+1,j} + u_{i,j})/2 \\ \bar{v} &= (v_{i,j+1} + v_{i,j})/2 \\ \bar{w} &= (w_{i+1,j} + w_{i,j})/2 \end{aligned} \quad (32)$$

در این حالت مؤلفه‌های شار جریان مانند رابطه (19) در رابطه‌های (33) و (34) محاسبه می‌گردد [11]:

$$\begin{aligned} F_{x,R} - F_{x,L} &= \bar{u} \cdot (w_R - w_L) + \bar{w} \cdot (u_R - u_L) \\ &\quad + F_{px,R} - F_{px,L} \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} F_{y,R} - F_{y,L} &= \bar{v} \cdot (w_R - w_L) + \bar{w} \cdot (v_R - v_L) \\ &\quad + F_{py,R} - F_{py,L} \end{aligned} \quad (34)$$

بنابراین رابطه (31) تغییر کرده که در رابطه‌های (35) تا (37) بیان می‌گردد:

$$\begin{aligned} F_R - F_L &= q \cdot (w_R - w_L) + \bar{w} \cdot (\Delta u \cdot S_y + \Delta v \cdot S_x) \\ &\quad + \Delta F_{px} \cdot S_y - \Delta F_{py} \cdot S_x \end{aligned} \quad (35)$$

$$\Delta v = (v_R - v_L), \quad \Delta u = (u_R - u_L) \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \Delta F_{px} &= F_{px,R} - F_{px,L} \\ \Delta F_{py} &= F_{py,R} - F_{py,L} \end{aligned} \quad (37)$$

عدد ماخ محلی و نوسان‌های سرعتی به ترتیب بصورت $\lambda^\pm = q \pm c \cdot S$ و $M = \frac{q}{c \cdot S}$ تعریف می‌گردند [19]. بنابراین ضریب‌های α_x و β_x در رابطه‌های (38) و (39) بیان می‌شود:

$$\alpha_x = |M| \quad (38)$$

$$\beta_x = \begin{cases} +\max\left(0, \frac{q + \lambda^-}{q - \lambda^-}\right) & 0 \leq M \leq 1 \\ -\max\left(0, \frac{q + \lambda^-}{q - \lambda^-}\right) & -1 \leq M \leq 0 \\ +\text{sign}(M) & |M| \geq 1 \end{cases} \quad (39)$$

در این حالت در نزدیکی نقطه‌های سکون، ضریب α در رابطه (40) باید تصحیح گردد:

$$\alpha_x = \frac{1}{2} \cdot \left(\alpha_0 + \frac{|M|^2}{\alpha_0} \right) \quad (40)$$

که در آن α_0 یک مقدار بسیار کوچک ($\approx 0/0001$) است [11]. برای اینکه بتوان جواب دقیق‌تری بدست آورد بایستی جمله‌های اتلاف مصنوعی در نزدیکی موج‌های ضربه‌ای با مقداری بالا، و در قسمت‌های دیگر میدان حل با مقداری پایین وارد حل شوند. به این منظور یک تابع سوئیچ $L(u, v)$ که قابلیت شناسایی جریان را دارد وارد محاسبه‌ها می‌گردد. مقدار توان Z در رابطه (20) انتخابی است که 2/66 در نظر گرفته شده است [11].

4- الگوریتم بکارگیری تلفیق دو روش حل کاسپ و حجم‌محدود

برای محدوده حل در تحقیق حاضر از شبکه استاندارد نوع H استفاده شده است و با انتخاب این شبکه ساده از پیچیدگی و حجم این محاسبه‌ها تا حدی

در اولین مرحله بایستی بردار متغیر اولیه جریان در دو سمت چپ و راست نقطه i, j به کمک تابع سوئیچ $L(u, v)$ که در رابطه (20) تعریف شده است محاسبه می‌گردد [11]:

$$\begin{aligned} L(u, v) &= \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \left| \frac{u - v}{|u| + |v|} \right|^Z \right) \cdot (u + v) \\ L(u, v) &= \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \left| \frac{u - v}{|u| + |v| + \varepsilon / (|u| + |v|)} \right|^Z \right) \times (u + v) \end{aligned} \quad (20)$$

مقدار توان Z انتخابی است و بین 2 تا 3 در نظر گرفته می‌شود، همچنین ε عددی بین 1 تا 5 پیشنهاد می‌شود [18,11].

همچنین در رابطه (21) شرایط خواص دو طرف المان تعریف شده است:

$$\begin{aligned} w_R &= w_{i+1,j} - \frac{1}{2} \cdot L(\Delta w_{i+3/2,j}, \Delta w_{i-1/2,j}) \\ w_L &= w_{i,j} + \frac{1}{2} \cdot L(\Delta w_{i+3/2,j}, \Delta w_{i-1/2,j}) \end{aligned} \quad (21)$$

که برای Δw رابطه (22) خواهد بود:

$$\Delta w_{i+1/2,j} = w_{i+1,j} - w_{i,j} \quad (22)$$

در رابطه (23) مؤلفه‌های شار جریان به دو جمله جابجایی و فشار تفکیک می‌گردد که:

$$\begin{aligned} F_x &= u \cdot w + F_{px} \\ F_y &= v \cdot w + F_{py} \end{aligned} \quad (23)$$

با در نظر گرفتن شار جابجایی q ، برای جمله‌های شار فشار جریان در رابطه‌های (24) تا (27) بدست خواهد آمد:

$$q = u \cdot S_y + v \cdot S_x \quad (24)$$

$$F = F_x \cdot S_y + F_y \cdot S_x = q \cdot w + F_{px} \cdot S_y + F_{py} \cdot S_x \quad (25)$$

$$F_{px} = \begin{bmatrix} 0 \\ p \\ 0 \\ u \cdot p \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$F_{py} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ p \\ v \cdot p \end{bmatrix} \quad (27)$$

شار عبوری از سطح، بین سلول i و $i + 1$ در رابطه (28) عبارت است از:

$$F_{i+1/2,j} = \frac{1}{2} \cdot (F_{i+1,j} + F_{i,j}) - d_{i+1/2,j} \quad (28)$$

مؤلفه اتلاف مصنوعی در جهت x در رابطه (29) بیان می‌گردد:

$$\begin{aligned} d_{i+1/2,j} &= \frac{1}{2} \cdot \alpha_{i+1/2,j}^* \cdot c \cdot (w_R - w_L) \cdot S + \frac{1}{2} \cdot \beta_x \\ &\quad \times (F_R - F_L) \\ \alpha^* \cdot c &= \alpha_x \cdot c - \beta_x \cdot \bar{u} \end{aligned} \quad (29)$$

همچنین شارها در رابطه‌های (30) تا (32) تعیین می‌گردد:

کاسته می‌شود [11.4].

برای سرعت بخشیدن برای دست‌یابی به حل پایدار در حالت دوفازی، ابتدا حل مدل بیان شده برای حالت خشک در کل مسیر پره صورت می‌گیرد و این حل به عنوان حدس اولیه برای مدل‌سازی جریان دوفازی استفاده می‌شود.

به‌طور کلی نحوه بروز کردن دما، فشار و به دنبال آن آنتالپی، بستگی به حالت سیال عامل دارد. بایستی توجه داشت، هنگامی که بخار خشک در گذرگاه تیغه‌ها انبساط می‌یابد، ابتدا به صورت خشک بوده و به تدریج درجه فوق‌سردی آن افزایش یافته و پس از جوانه‌زایی به صورت بخار دوفازی در می‌آید و در نهایت ضمن بازگشت جریان به تعادل، جوانه‌زایی متوقف می‌گردد، اما کسر رطوبت به واسطه‌ی رشد قطره‌های موجود همچنان افزایش پیدا می‌کند. بنابراین، سیال عامل حالت‌های مختلفی را تجربه می‌کند و به همین دلیل فرآیند آن به سه ناحیه خشک، جوانه‌زایی و دوفازی قابل تقسیم است.

جریان ابتدا با روش حجم‌محدود جیمسون خشک حل می‌شود تا مقداره‌ی اولیه‌ای برای دامنه حل داشته باشد، سپس مقادیر حل بعد از 10 مرحله به معادله‌های اتلافی کاسپ داده‌شده و مراحل اجرا در آن صورت می‌پذیرد و این مرحله‌ها به نوبت تکرار می‌پذیرد. برای همگرایی نهایی هر کدام از روش‌ها یک سنسور برای بررسی جواب‌ها دارند. در مرحله دوم حل جریان رابطه گاز واقعی به همراه حالت خشک جریان در نظر گرفته می‌شود که بصورت مشابه مرحله اول ادامه می‌یابد. در مرحله سوم از رابطه مرطوب استفاده شده که سنسور جیمسون به همراه سنسور کاسپ همگرایی محدوده حل را کنترل می‌نماید.

تعیین خواص جریان در ناحیه جوانه‌زایی وابسته به محاسبه کسر رطوبت است. برای این منظور می‌بایست معادله‌های جریان را به طور همزمان با معادله‌های تشکیل و رشد قطره‌ها حل نمود. یک اختلاف مهم بین دو دسته معادله‌های بیان شده آن است که معادله‌های حاکم بر تشکیل و رشد قطره‌ها نسبت به زمان حساسیت بیشتری داشته و بایستی روی فواصل زمانی کوچک‌تری انتگرال‌گیری شوند. هرچند معادله‌های جریان بر پایه دیدگاه اوپلری می‌باشند، اما معادله‌های رشد قطره به طور طبیعی فرم لاگرانژی داشته و به همین علت فرض بر آن است که قطره‌ها در امتداد خطوط جریان رشد آن‌ها محاسبه می‌شود.

5- همگرایی حل

به طور کلی، برای بقای پایداری در طرح‌های صریح، بیش‌ترین گام زمانی توسط شرط کورانت [20] در رابطه (41) تعیین می‌گردد.

$$\Delta t = FT \cdot CFL \cdot \frac{\Delta x}{|V| + a} \quad (41)$$

که در آن $|V|$ اندازه سرعت، a سرعت صوت و Δx گام مکانی است. CFL عدد کورانت است که برای روش استاندارد رانج‌کوتای چهار مرحله‌ای

جیمسون $2\sqrt{2}$ گزارش شده است و FT تا 0/4 در پایداری حل مشکلی ایجاد نمی‌کند. در این تحقیق، تغییر در مقدار سرعت محوری به عنوان معیار همگرایی در رابطه‌های (42) و (43) در نظر گرفته شده است [20.11]:

$$\left| \frac{\delta u}{u} \right|_{\max} \leq 0/01\% \quad (42)$$

$$|L_{i,j}^{t+1} - L_{i,j}^t| \leq 0/001\% \quad (43)$$

که با برقرار شدن همگرایی به روش بالا، شاخص نهایی انتخاب می‌گردد.

6- نتیجه‌ها

همانگونه که از هندسه پره در شکل (1) مشاهده می‌شود، مقطع میانی پره ثابت توربین نشان داده شده است. شرایط مرزی در نظر گرفته شده برای جریان پایدار دوبعدی با زاویه ورودی صفر، مافوق گرم، تراکم‌پذیر، آدیاباتیک و غیرلزج در دو حالت اعمال می‌شود:

1- حالت مادون‌صوت در پایین دست پره [4]:

$$P_{0 \text{ ورودی}} = 172 \text{ kPa}, \Delta T_{\text{درجه‌سردی}} = 8 \text{ K}, \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{0 \text{ ورودی}}} = 0/57$$

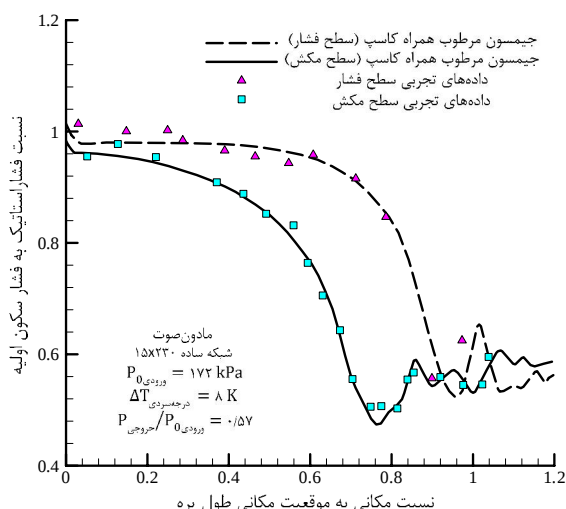
2- حالت مافوق‌صوت در پایین دست پره [4]:

$$P_{0 \text{ ورودی}} = 172 \text{ kPa}, \Delta T_{\text{درجه‌سردی}} = 8 \text{ K}, \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{0 \text{ ورودی}}} = 0/48$$

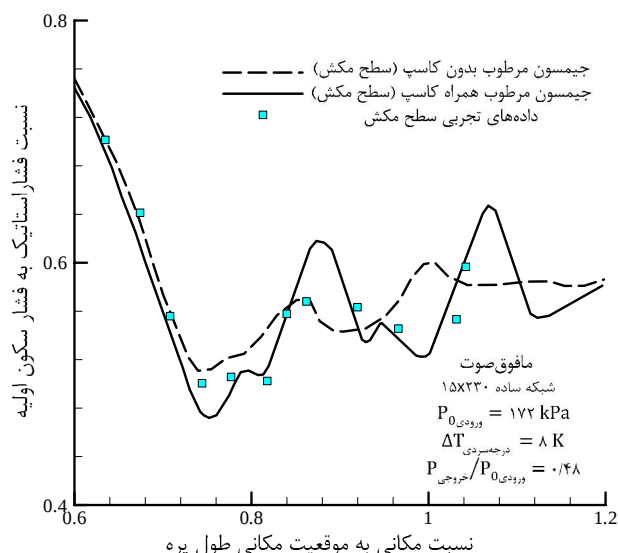
شبکه عددی استفاده شده همانگونه که در بخش مقدمه توضیح داده شد از نوع شبکه استاندارد با اندازه 15×230 در نظر گرفته شده است، که استقلال این شبکه بارها در مراجع [10.9.4.1] ثابت گردید. لازم به ذکر است که در مرجع [11] که کار تحقیقی گذشته نویسنده‌های این مقاله است نیز استقلال شبکه آزمایش شده است، به همین جهت برای شرایط جدید این تحقیق نیز استقلال شبکه بررسی و تأیید شده است.

نتیجه‌های حاصل از بهبود روش عددی حجم‌محدود جیمسون مرطوب با بکارگیری روش کاسپ (روش تلفیقی) که برای اولین بار در حالت‌های مادون‌صوت و مافوق‌صوت صورت پذیرفته، در شکل‌های (3) تا (15) ارائه شده است.

در شکل‌های (3) و (4) تغییرهای نسبت فشار استاتیک به فشار سکون اولیه در طول پره روی سطح‌های مکش¹ و فشار²، برای جریان دوفازی بهبودیافته به روش کاسپ به ترتیب در حالت‌های مادون‌صوت و مافوق‌صوت مشخص شده است. شوک چگالش در امتداد سطح مکش قابل مشاهده است و افزایش فشار در محدوده $0/7 < X/X_{\text{شوک}} < 0/65$ ناحیه حساس آیرودینامیکی است منطقه هدف $(0/9 < X/X_{\text{شوک}} < 0/65)$ ناحیه حساس

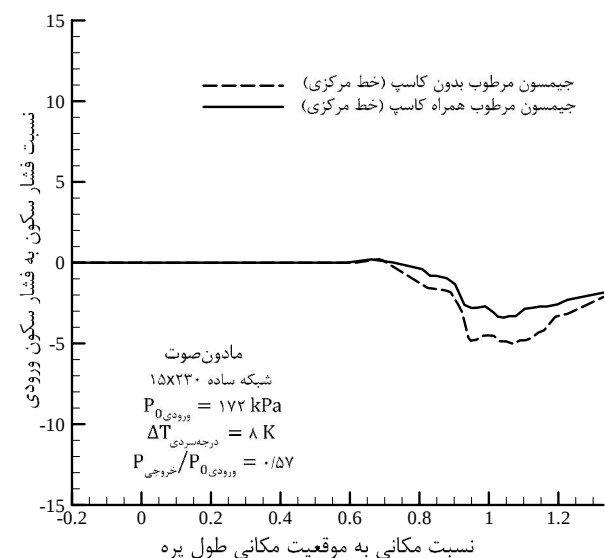


شکل 3 توزیع فشار استاتیک به فشار سکون اولیه در طول پره در سطح‌های مکش و فشار حاصل از روش عددی تلفیقی (جیمسون + کاسپ) و مقایسه با داده‌های تجربی جریان خروجی مادون‌صوت [4]

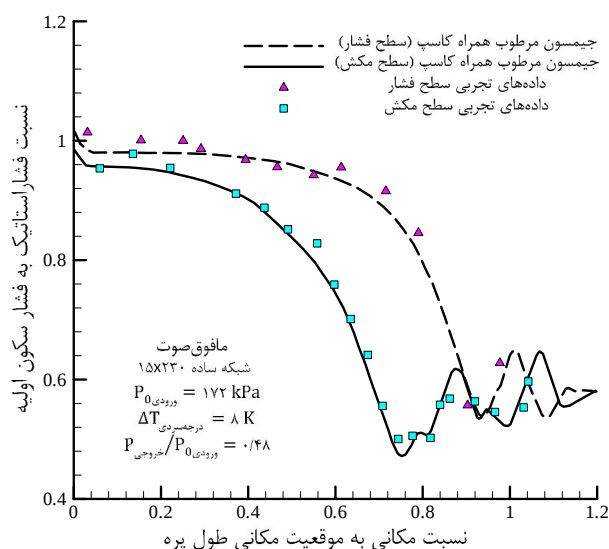


شکل 6 مقایسه توزیع فشار استاتیک به فشار سکون اولیه روی پره سطح‌های مکش حاصل از روش‌های عددی جیمسون و تلفیقی (جیمسون + کاسپ) و مقایسه با داده‌های تجربی جریان خروجی مافوق صوت [4]

در مدل‌سازی جریان شده بیان شده، به علت انبساطی بودن جریان مقدار فشار سکون تا قبل از شوک بایستی ثابت بماند. در شکل‌های (7) و (8) تغییرهای فشار سکون نسبت به فشار سکون اولیه ابتدای پره برای جریان دوفازی به روش بدون کاسپ و دوفازی تلفیقی پیشنهادی در حالت‌های مادون‌صوت و مافوق‌صوت ترسیم شده، که هرچه این تغییرها کمتر باشد حل مسئله به پیش فرض‌ها نزدیکتر است (نسبت به خط $y = 0$). از آنجا که در طرح پیشنهادی تغییرهای فشار سکون کمتر بوده و نوسان‌های خطای عددی، که ناشی از شوک‌های جریانی در مسیر روی پره است، به صورت نسبی در حالت مادون‌صوت در حدود 15 درصد بهبود یافته، همچنین در حالت مافوق‌صوت نیز در حدود 20 درصد بهبود حاصل شده است، به همین جهت نتیجه‌های حاصل از این روش تلفیقی به فرضیه‌های مسئله و یا به واقعیت جریان نیز نزدیک‌تر است.



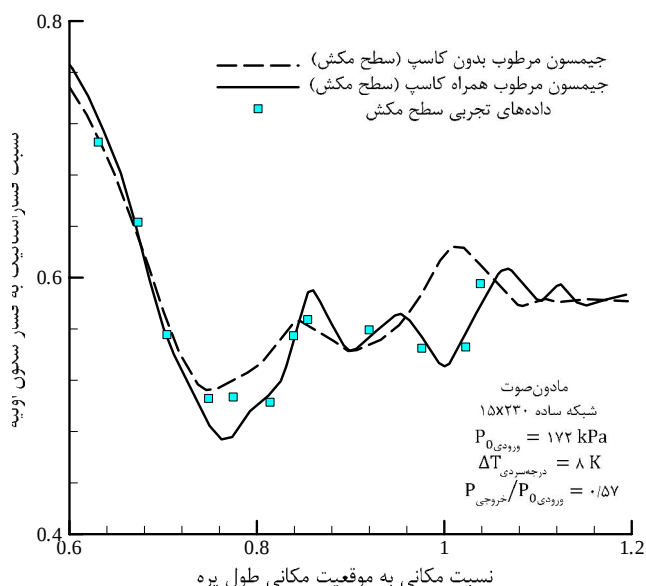
شکل 7 مقایسه توزیع درصد تغییرهای نسبت فشار سکون به فشار سکون ورودی حاصل از روش‌های عددی جیمسون و تلفیقی (جیمسون + کاسپ) در طول پره در خط مرکزی جریان خروجی مادون‌صوت



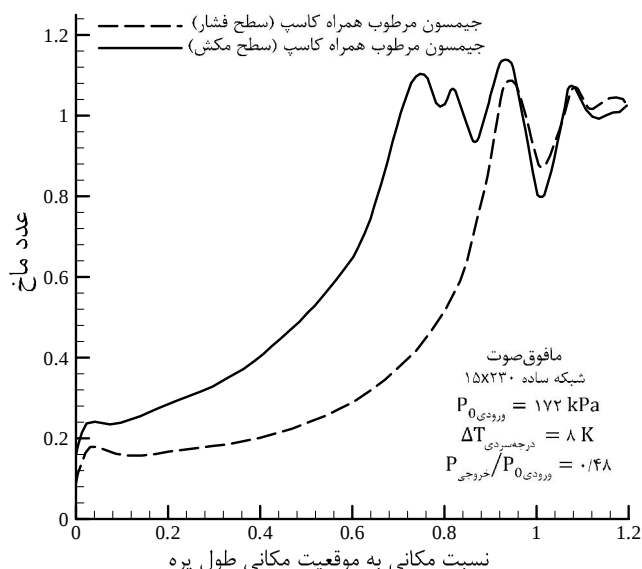
شکل 4 توزیع فشار استاتیک به فشار سکون اولیه در طول پره در سطح‌های مکش و فشار حاصل از روش عددی تلفیقی (جیمسون + کاسپ) و مقایسه با داده‌های تجربی جریان خروجی مافوق صوت [4]

و بر اهمیت شوک‌ها روی سطح مکش است که روش تلفیقی نیز در این ناحیه تمرکز یافته است، و پوشش مناسبی بین نتیجه‌های عددی و داده‌های آزمایشگاهی [4] در شکل‌ها دیده می‌شود.

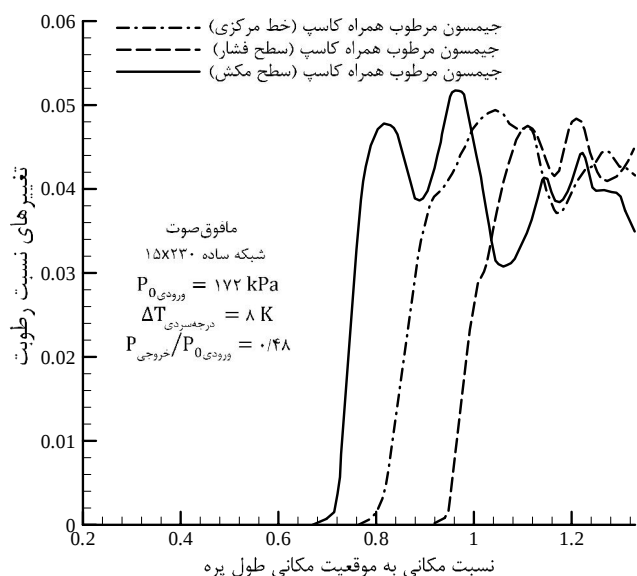
به علت اهمیت نتیجه‌های روی سطح مکش، در شکل‌های (5) و (6) تغییرهای نسبت فشار استاتیک به فشار سکون اولیه در طول پره روی سطح‌های مکش، برای جریان دوفازی و همچنین تأثیر استفاده از روش کاسپ در روش بهبود یافته به ترتیب در حالت‌های مادون‌صوت و مافوق‌صوت مشخص شده است. در مقایسه روش‌های جیمسون همراه کاسپ و بدون کاسپ با نتیجه‌های تجربی در شکل‌های (5) و (6) که در منطقه حساس شوک‌های میعان و آیرودینامیک می‌باشند، برتری روش تلفیقی به دلیل پوشش بهتر نتیجه‌های آزمایشگاهی همراه با کاهش خطاهای عددی را نشان می‌دهد.



شکل 5 مقایسه توزیع فشار استاتیک به فشار سکون اولیه در طول پره در سطح مکش حاصل از روش‌های عددی جیمسون و تلفیقی (جیمسون + کاسپ) و مقایسه با داده‌های تجربی جریان خروجی مادون‌صوت [4]



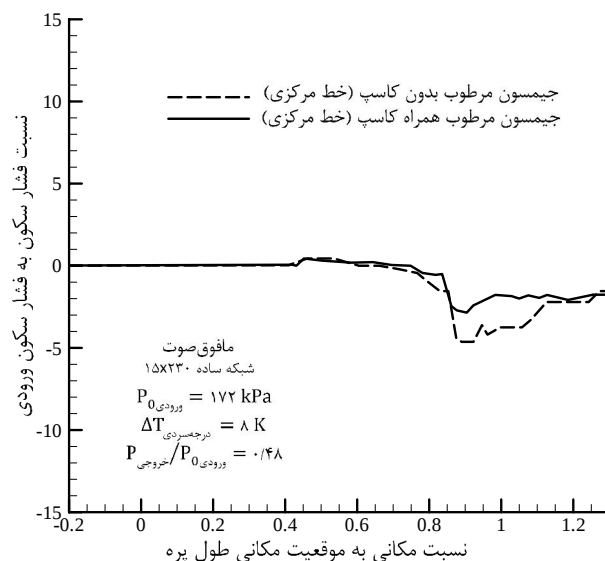
شکل 10 توزیع ماک در سطح های مکش و فشار حاصل از روش عددی تلفیقی (جیمسون + کاسپ) برای حالت خروجی مافوق صوت



شکل 11 توزیع تغییرهای نسبت رطوبت در سطح های خط مرکزی جریان، مکش و فشار حاصل از روش عددی تلفیقی (جیمسون + کاسپ) برای حالت خروجی مافوق صوت

همچنین شکل (12) میزان بهبود تغییرهای نسبت رطوبت در اثر استفاده از حالت روش تلفیقی (جیمسون+کاسپ) و روش استاندارد (بدون کاسپ) را در سطح خط مرکزی جریان در روش تلفیقی پیشنهادی بصورت مشخص نشان می دهد.

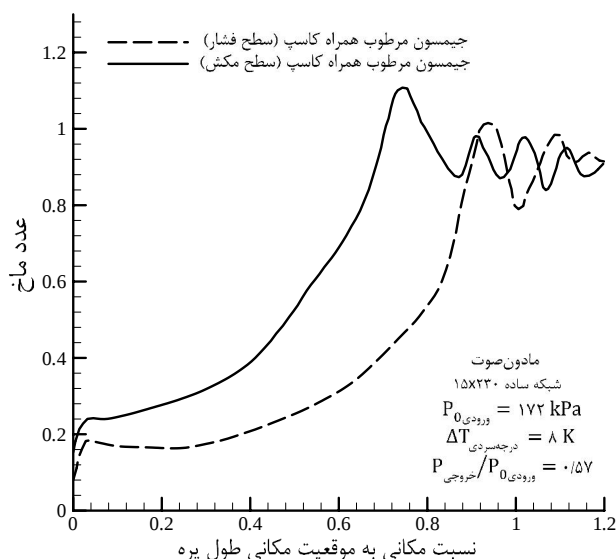
در شکل (13) نرخ جوانه زایی در مسیر جریان را برای مدل دوفازی تلفیقی در حالت مادون صوت نمایش می دهد. از آنجا که نرخ انبساط در سطح مکش نسبت به سطح فشار بیشتر است، بنابراین جوانه زایی ابتدا روی سطح مکش شروع شده و تغییرهای نرخ جوانه زایی بین پره را به خوبی مشخص و نشان می دهد.



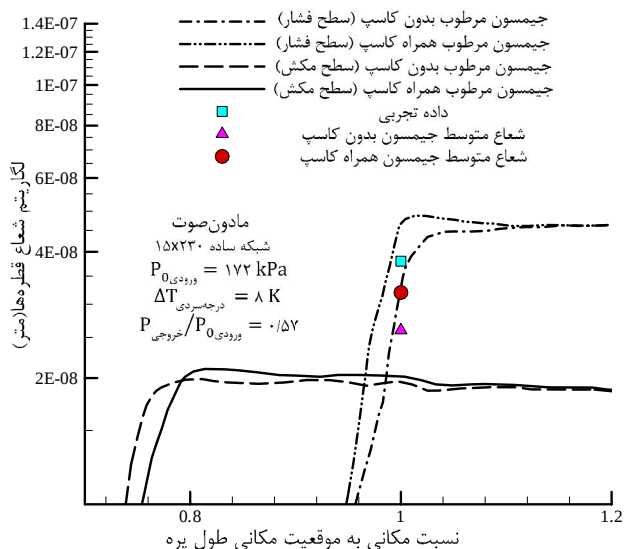
شکل 8 مقایسه توزیع درصد تغییرهای نسبت فشار سکون به فشار سکون ورودی حاصل از روش های عددی جیمسون و تلفیقی (جیمسون + کاسپ) در طول پره در خط مرکزی جریان خروجی مافوق صوت

در شکل های (9) و (10)، تغییرهای عدد ماک در طول پره در سطح های مکش و فشار برای جریان دوفازی تلفیقی پیشنهادی (جیمسون+کاسپ) در حالت های مادون صوت و مافوق صوت مشاهده می شود. با توجه به اینکه شوک باعث کاهش سرعت و در نتیجه کاهش عدد ماک می شود، استفاده از روش تلفیقی دوفازی استفاده شده، اثرهای شوک روی کاهش عدد ماک یا افزایش نسبی فشار را بهتر نشان می دهد. لازم بذکرست که منظور از جریان مادون-صوت در قسمت خروجی از پایین دست پره است.

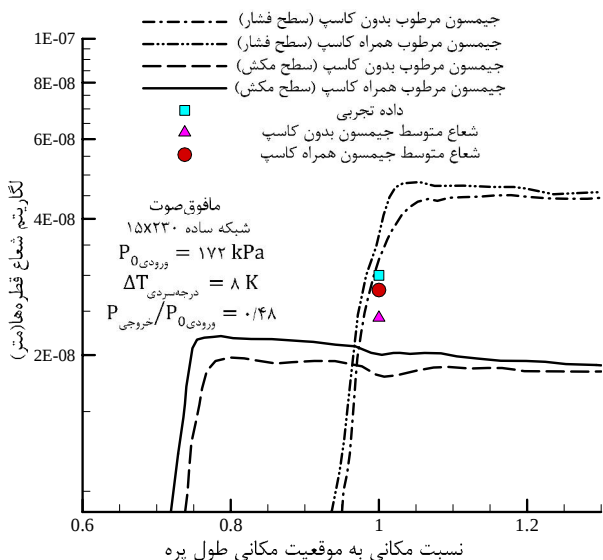
در شکل (11) ناحیه ی چگالش ناگهانی کمی پس از گلوگاه واقع گردیده و به دلیل دو بعدی بودن جریان در هنگام عبور از روی سطح های مکش و فشار، مکان رخ دادن پدیده دوفازی متفاوت است. به همین جهت مقدارهایی چون نسبت رطوبت و عددهای ماک در محدوده ی مرزها، پس از لبه فرار یکسان نیست که به علت حالت غیرپریودیک است.



شکل 9 توزیع ماک در سطح های مکش و فشار حاصل از روش عددی تلفیقی (جیمسون + کاسپ) برای حالت خروجی مادون صوت



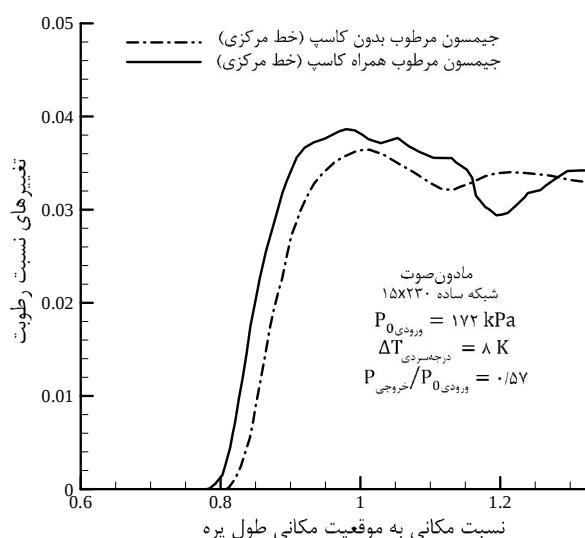
شکل 14 توزیع تغییرهای لگاریتمی شعاع قطره‌ها در امتداد سطح‌های مکش و فشار حاصل از روش‌های عددی جیمسون و تلفیقی (جیمسون + کاسپ) و مقایسه شعاع‌های متوسط با داده تجربی خروجی مادون صوت [10]



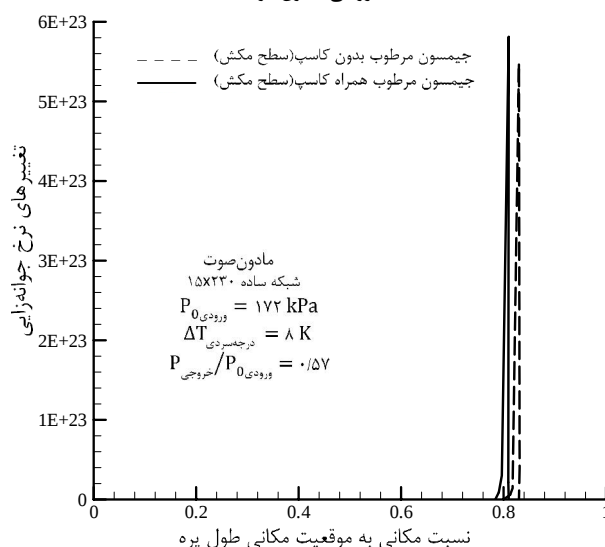
شکل 15 توزیع تغییرهای لگاریتمی شعاع قطره‌ها در امتداد سطح‌های مکش و فشار حاصل از روش‌های عددی جیمسون و تلفیقی (جیمسون + کاسپ) و مقایسه شعاع‌های متوسط با داده تجربی خروجی مافوق صوت [10]

توربین بخار استفاده شده است. مقایسه کلی نتیجه‌های دوفازی روش پیشنهادی (روش تلفیقی) با روش استاندارد (روش جیمسون بدون کاسپ) همراه نتیجه‌های آزمایشگاهی در حالت‌های مادون صوت و مافوق صوت، نشان از بهبود قابل ملاحظه‌ای نتیجه‌های حاصل از روش تلفیقی است. بهبود توزیع نسبت فشار در ناحیه حساس و پر اهمیت شوک‌ها روی سطح مکش کاملاً قابل مشاهده است که خود باعث بهبود اندازه متوسط شعاع قطره‌ها به میزان قابل توجهی نیز شده است.

خطاهای عددی ناشی از روش تلفیق پیشنهادی نیز تا میزان 20 درصد کاهش یافته است. یکی دیگر از ویژگی‌های روش تلفیقی استفاده از هر روش حجم‌محدود دیگر در تلفیق با روش کاسپ است.



شکل 12 توزیع تغییرهای نسبت رطوبت در سطح خط مرکزی جریان حاصل از روش‌های عددی جیمسون و روش عددی تلفیقی (جیمسون + کاسپ) برای حالت خروجی مادون صوت



شکل 13 توزیع تغییرهای نرخ جوانه‌زایی در سطح مکش حاصل از روش‌های عددی جیمسون و روش عددی تلفیقی (جیمسون + کاسپ) برای حالت خروجی مادون صوت

اندازه شعاع قطره‌های حاصل از مدل‌های دوفازی استاندارد (بدون کاسپ) و تلفیقی پیشنهادی در امتداد سطح‌های فشار و مکش در شکل‌های (14) و (15) با شعاع متوسط قطره‌ها در انتهای گذرگاه با شعاع تجربی در حالت‌های مادون صوت و مافوق صوت مقایسه شده است [10]. نتیجه‌های مدل تلفیقی در رابطه با اندازه قطره‌ها در مقایسه با مقدار داده تجربی برای هر دو حالت بیان شده پوشش مطلوب‌تری را نشان می‌دهد. با عبور قطره‌ها از شوک‌های آیرودینامیکی، کمی تبخیر صورت می‌پذیرد به طوری که قطر قطره‌ها کاهش می‌یابد. این کاهش قطر در موقعیت $X/X = 1$ و تر $X/X = 1$ روی سطح مکش مشخص شده است که پس از آن قطره‌ها به رشد خود ادامه می‌دهند.

7- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

همانگونه که توضیح داده شد، ایده تلفیق دو روش حجم‌محدود جیمسون و کاسپ (روش تلفیقی) برای اولین بار در مدل‌سازی جریان دوفازی در پره

9- مراجع

- [1] F. Bakhtar, M. Y. Zamri, J. M. Rodrigues-Lelis, A Comparative Study of Treatment of 2-D Two-Phase Flows of Steam by a Runge-Kutta and by Denton's Method, *Journal of Mechanical Engineering Sciences, IMechE* Vol. 221, No. 1, pp. 689-706, 2007.
- [2] E. YousefiRad, M. R. Mahpeykar, Using Inverse Methods For The Numerical Integration Of Two-Dimensional, Finite Volume And Finite Difference Between Fixed-Blade Turbine, *Iranian Journal of Mechanical Engineering Transactions of the ISME*, Vol. 12, pp. 7-25, 2010. (In Persian)
- [3] F. Bakhtar, M. T. M. Tochai, An Investigation of Two-Dimensional Flows Of Nucleating and Wet Steam by the Time-Marching Method, *Int. J. Heat and Fluid Flow* Vol. 12, No. 1, pp. 16, 1980.
- [4] F. Bakhtar, M. R. Mahpeykar, K. Abbas, An Investigation of Nucleating Flows of Steam in a Cascade of Turbine Blading-Theoretical Treatment, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 117, No. 1, 1995.
- [5] B. Zareyan, M. Mirzaei, Numerical Analysis of Supersonic Flows in Unified Coordinate System, Using Iterative Riemann Problem and Godunov Scheme, *Aerospace Mechanics Journal*, Vol. 7, No. 3, pp. 17-28, 2011. (In Persian)
- [6] K. Mazaheri, M. Darbandi, S. VakiliPour, Extension of an Implicit Upwind Scheme to an Unstructured Grid for Viscous Flow Fields, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 6, pp. 1-12, 2014. (In Persian)
- [7] V. Venkatakrishnan, Convergence to Steady State Solutions of the Euler Equations on Unstructured Grids with Limiters, *Journal of Computational Physics*, Vol. 118, No. 1, pp. 120-130, 1995.
- [8] Y. Shen, G. Zha, M. A. Huerta, E-CUSP Scheme For The Equations of Ideal Magnetohydrodynamics with High Order WENO Scheme, *Journal of Computational Physics*, Vol. 231, No. 19, pp. 6233-6247, 2012.
- [9] E. Yousefi Rad, M. R. Mahpeykar, A. Teymourtash, Using Reverse Cusp Optimization Techniques to Improve the Two-Dimensional Jameson's Finite Volume Method, in *21th Iranian Conference of Mechanical Engineering*, 2013, pp. 234-340. (In Persian)
- [10] A. R. Teymourtash, M. R. Mahpeykar, A Blade-To-Blade Inviscid Transonic Flow Analysis Of Nucleating Steam in a Turbine Cascade by the Jameson's Time-Marching Scheme Using Body Fitted Grid, *Journal of Engineering, Ferdowsi University of Mashhad*, Vol. 18, No. 1, pp. 1-20, 2006. (In Persian)
- [11] E. Yousefi Rad, M. R. Mahpeykar, A. Teymourtash, Optimization of CUSP Technique Using Inverse Modeling for Improvement of Jameson's 2-D Finite Volume Method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 8, pp. 174-182, 2014. (In Persian)
- [12] F. Liu, I. Jennions, A. Jameson, *Computation of Turbomachinery Flow by a Convective-Upwind-Split-Pressure (CUSP) Scheme*, Aerospace Sciences Meetings in: *36th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Eds.: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1998.
- [13] M. R. Mahpeykar, A. R. Teymourtash, E. Lakzian, The Effects of Viscosity on Pressure Distribution and Droplet Size in Cascade of Transonic Steam Turbine, *Iranian Journal of Mechanical Engineering Transactions, ISME*, Vol. 11, pp. 6-29, 2010. (In Persian)
- [14] G. Gyarmathy, *Bases for a Theory for Wet Steam Turbines*, Institute for Thermal Turbomachines, Federal Technical, Univ. Zurich, Vol. No. 6, 1964.
- [15] E. Lakzian, M. R. Mahpeykar, A. R. Teymourtash, Controlling the Intensity and Location of Spontaneous Condensation in a 2D Laval Nozzle by Spraying Water Droplets at the Throat of Nozzle, *Aerospace Mechanics Journal*, Vol. 7, No. 4, pp. 35-49, 2011. (In Persian)
- [16] A. Gerber, Two-Phase Eulerian/Lagrangian Model For Nucleating Steam Flow, *ASME J. Fluids Eng.* Vol. 124, pp. 465-475, 2002.
- [17] M. Nemec, D. W. Zingg, Aerodynamic Computations Using the Convective-Upstream Split-Pressure Scheme with Local Preconditioning, *AIAA Journal*, Vol. 38, No. 3, pp. 402-411, 2000.
- [18] A. Shah, L. Yuan, A. Khan, Upwind Compact Finite Difference Scheme for Time-Accurate Solution of the Incompressible Navier-Stokes Equations, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 215, No. 9, pp. 3201-3213, 2010.
- [19] B. Srinivasan, A. Jameson, S. Krishnamoorthy, An Upwind State Approximate Riemann Solver, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 70, No. 5, pp. 578-602, 2012.
- [20] A. Jamson, W. Schmidt, E. Turkel, Numerical Solutions of the Euler Equations by Finite Volume Method, Using Runge-Kutta Time-Stepping Scheme, *AIAA 14th Fluid and Plasma Dynamics Conf.*, Vol. 2, pp. 1-14, 1981.

8- فهرست علائم

A	مساحت وجه المان (m ²)
CFL	عدد کورانت
e	انرژی داخلی
F _p	بردار شار ناشی از فشار در طرح کاسپ
F _x , F _y	بردارهای شار
ΔG	انرژی گیبس
G	نماد فاز بخار
J	نرخ تشکیل قطره‌ها
k	ثابت بولتزمن
L	نماد فاز مایع یا نماد چپ در روش کاسپ
h	آنتالپی
h ₀	آنتالپی کل
L(u, v)	سویچ جمله اتلاف مصنوعی
$\bar{l}$	مسیر پیش ازاد مولکول‌های بخار
m	دبی جرمی یا جرم یک مولکول
M	ماخ
MP	خط مرکز جریان
P	فشار استاتیک (kPa)
P ₀	فشار سکون (kPa)
$\vec{p}$	پارامتر مجهول
PS	سطح فشار
$\vec{P}_{est}$	تخمینی از پارامتر مجهول
r	شعاع قطره
q	ضریب تقطیر
R _{ij}	مقدار باقی‌مانده در المان (i, j) ام
R	ثابت گاز یا نماد راست در روش کاسپ
SS	سطح مکش
S _{ij}	کل مساحت سطح المان (i, j) ام
S _y و S _x	بردار سطح المان در جهت‌های X و Y
T	دمای استاتیک (K)
T ₀	دمای سکون (K)
T _G	دمای بخار
T _L	دمای قطره
T _s	دمای اشباع
u, v	مؤلفه‌های سرعت (m/s)
ΔV	حجم المان
w	شار
x, y	مختصات در راستای جریان و عمود بر آن
z	پارامتر انتخابی در طرح کاسپ
علائم یونانی	
ω	رطوبت جرمی
σ	کشش سطحی
ν	ویسکوزیته سینماتیکی یا ضریب اصلاح در معادله جوانه‌زایی
λ	ضریب هدایت حرارتی
Ω	ماتریس قطری جهت کاهش انحراف
ρ	چگالی (kg/m ³)