



بازسازی شکل عیب در ورق آلومینیومی توسط امواج هدایت شده لب و استفاده از روش بازسازی چند ضلعی در توموگرافی

امیر اشکان مختاری¹، عبدالرضا اوحدی^{2*}، حمیدرضا امین داور³

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

3- استاد، مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

* تهران، صندوق پستی: 15875-4413، a_r_ohadi@aut.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 30 آبان 1393

پذیرش: 04 بهمن 1393

ارائه در سایت: 11 اسفند 1393

کلید واژگان:

پایش سلامت سازه

توموگرافی

بازسازی شکل عیب

بازسازی چندضلعی

یکی از مهم‌ترین مسائل در زمینه‌ی پایش سلامت سازه و آزمون غیرمخرب، به دست آوردن ویژگی‌هایی از عیب‌های موجود در سازه از جمله شکل ناحیه‌ی معیوب است. برای دستیابی به شکل عیب، از روش‌های موجود در توموگرافی استفاده می‌شود. پیش از این، از دو روش کلی بازسازی جبری و روش مبتنی بر تبدیل استفاده شده است که در آن‌ها معایبی از جمله حساسیت به ناقص بودن اطلاعات، عدم قابلیت نصب سیستم پایشگر بر روی سازه و یا دقت پایین تصویر مشاهده می‌شود. در پژوهش حاضر، روش نوینی برای به دست آوردن شکل ناحیه‌ی معیوب در ورق با استفاده از مبانی بازسازی چند ضلعی در توموگرافی از طریق تبدیل رادن معرفی شده است. در این روش ناحیه‌ی معیوب با یک چند ضلعی که تعداد ضلع‌های آن به دلخواه انتخاب می‌شود تقریب زده می‌شود و هدف یافتن رئوس این چند ضلعی است. برای سنجش درستی و توانایی روش، ورقی آلومینیومی همراه با سوراخی به شکل مثلث به عنوان عیب در نرم‌افزار مدل شد. سپس با استفاده از آرایه‌هایی متشکل از مبدل‌های پیزوالکتریک که روی ورق نصب می‌شوند اقدام به فرستادن پرتوهای از موج هدایت شده لب در تعداد محدودی زاویه به سمت ناحیه‌ی معیوب گردید و در نهایت با پردازش سیگنال‌های بازتابی، رئوس چند ضلعی موردنظر به دست آمد و نتایج به دست آمده کارآمدی این روش را تایید نمود.

Reconstructing the damage shape in aluminum plate using guided Lamb wave and polygon reconstruction technique in tomography

Amir Ashkan Mokhtari¹, Abdolreza Ohadi^{1*}, Hamidreza Amindavar²

1- Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University, Tehran, Iran

2- Department of Electrical Engineering, Amirkabir University, Tehran, Iran

* P.O.B. 15875-4413 Tehran, Iran, a_r_ohadi@aut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 21 November 2014
Accepted 24 January 2015
Available Online 02 March 2015

Keywords:
Structural Health Monitoring
Tomography
Damage Shape Reconstruction
Polygon Reconstruction

ABSTRACT

One of the most important challenges in the field of structural health monitoring and non-destructive testing is assessment of some features of damages in structures, like the shape of damaged region. To reconstruct the shape of damage, various methods in tomography. Already, researchers have used two general types of shape reconstruction techniques: transform based methods and algebraic reconstruction methods. Both methods suffer from some disadvantages like high sensitivity to incomplete data sets, bulky and expensive scanning hardware or low image resolution. In this work, a novel method to find the shape of damage via polygon reconstruction technique in tomography using the Radon transform is introduced. In this technique, damaged region is approximated by a polygon, the number of sides of which is chosen arbitrarily, the aim is to find this polygon's vertices. To achieve this goal, an aluminum plate with a triangular hole as the damage was modeled in software. Then beams of guided Lamb wave were propagated toward the damaged region using arrays of piezoelectric transducers in just a few numbers of angles. Finally the polygon's vertices were determined by processing the reflected signals from the damaged region. The results confirmed the efficiency of the proposed method.

1- مقدمه

سال‌های اخیر بوده‌اند. هدف پایش سلامت سازه دادن اطلاعات در مورد وضعیت مواد، اتصالات و قسمت‌های مختلف سازه از نظر سلامتی در هر لحظه از عمر آن است. وضعیت سازه باید در دامنه‌ای که هنگام طراحی مدنظر بوده باقی بماند، گرچه با گذر زمان دچار تغییر شود [1]. در بین روش‌های موجود،

بدون شک نگهداری از سازه‌های مهندسی برای اطمینان از یکپارچگی و ایمنی آن‌ها از اهمیت بالایی برخوردار است. به همین دلیل موضوع پایش سلامت سازه و آزمون غیرمخرب زمینه‌های مورد توجهی برای تحقیقات در

دلیل نوپا بودن روش پیشنهادی ادامگی تحقیقات می‌تواند منجر به بهینه‌سازی آن شود. پس از بیان مبانی علمی روش، با استفاده از نرم‌افزار آباکوس اقدام به شبیه‌سازی یک ورق آلومینیومی که دارای عیب سوراخ است می‌شود و سپس با پردازش سیگنال‌های دریافتی از تحلیل المان محدودی اقدام به بازسازی تصویر عیب می‌گردد.

نحوه‌ی تنظیم این مقاله بدین صورت است: ابتدا مروری بر مبانی انتشار امواج لمب آورده می‌شود، در بخش بعدی مفاهیم مربوط به شکل‌دهی پرتو بیان می‌شود، سپس مبانی بازسازی چندضلعی توسط تبدیل رادن معرفی می‌شود و پس از آن مدل‌سازی و تحلیل نتایج آورده می‌شود.

2- مبانی امواج لمب

این امواج به نام مکتشف آن هوریس لمب [8] که تئوری انتشار آن‌ها را در 1917 ایجاد کرد نام‌گذاری شده است. لمب قادر نبود که این امواج را به صورت فیزیکی ایجاد کند. این امر توسط محققان پس از او، که به فایده‌ی این امواج برای تشخیص عیب هم اشاره کردند، به دست آمد. امواج لمب در یک ماده‌ی نامحدود که توسط دو سطح محدود شده به عنوان نتیجه‌ی جمع انعکاس‌های چندگانه امواج طولی و امواج برشی از سطوح محدود کننده، منتشر می‌شود. در مورد این موج‌ها نوسانات ذرات ماده بسیار پیچیده هستند. بسته به توزیع جابجایی‌ها در سطوح محدود کننده‌ی بالایی و پایینی، دو شکل از امواج لمب ظاهر می‌شود: مودهای متقارن S_0, S_1, \dots و مودهای نامتقارن A_0, A_1, \dots . قابل توجه است که تعداد این مودها بی‌نهایت است [9].

در روند عیب‌یابی با استفاده از امواج هدایت شده‌ی لمب انتخاب دو پارامتر بسیار مهم و تعیین کننده است: مود مناسب تحریک (متقارن یا نامتقارن) و فرکانس مناسب. در کاربردهای متفاوت عیب‌یابی با توجه به ویژگی‌های مخصوص هر مود می‌توان تحریک را به شکلی را انجام داد که مود متقارن S_0 یا مود نامتقارن A_0 ایجاد شود [10]. امواج هدایت شده‌ی لمب امواجی پراکنده شونده هستند، به این معنا که سرعت انتشار آن‌ها وابسته به فرکانس موج است. برای کاربرد عیب‌یابی بسیار مهم است که فرکانس در ناحیه‌ی انتخاب شود که دو خصوصیت تا حد امکان ارضا شود: اولاً این‌که تنها یک مود تحریک شود، دوم این‌که سرعت موج در بازه‌ی محدودی اطراف فرکانس تحریک ثابت باشد. ابزاری که برای انتخاب فرکانس از آن استفاده می‌کنیم نمودارهای پراکنش³ هستند. در این نمودارها سرعت موج برحسب حاصل‌ضرب فرکانس و ضخامت برای مودهای مختلف ترسیم شده [11]. برای به دست آوردن نمودارهای پراکنش باید معادلات ریلی-لمب را برای مودهای متقارن و نامتقارن حل کنیم، این معادلات برای حالت متقارن به صورت معادله‌ی (1) است [2]:

$$\frac{\tan(qd)}{\tan(pd)} = -\frac{4k^2pq}{(k^2 - q^2)^2} \quad (1)$$

و برای حالت نامتقارن به صورت معادله‌ی (2) است:

$$\frac{\tan(qd)}{\tan(pd)} = -\frac{(k^2 - q^2)^2}{4k^2pq} \quad (2)$$

که در آن‌ها p و q به صورت زیر معادله‌های (3) و (4) تعریف می‌شوند

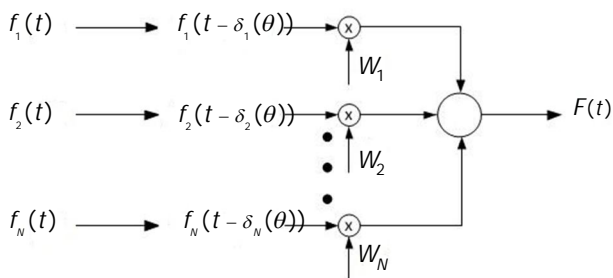
$$p^2 = \frac{\omega^2}{c_L^2} - k^2 \quad (3)$$

$$q^2 = \frac{\omega^2}{c_S^2} - k^2 \quad (4)$$

بهره‌گیری از امواج هدایت شده‌ی لمب به دلیل خصوصیات ویژه‌ی آن از جمله قابلیت انتشار در فواصل طولانی و حساسیت نسبت به عیوب [2] مورد توجه ویژه‌ای قرار گرفته است. همچنین روش‌های متعددی برای پردازش اطلاعات دریافتی از حسگرها معرفی شده است، یکی از روش‌هایی که اطلاعات بسیار مفیدی از وضعیت عیب موجود سازه می‌دهد توموگرافی است. توموگرافی روشی برای تصویرسازی از سطح مقطع یک جسم توسط امواج بازتابی یا عبوری از جسم در جهت‌های گوناگون است. به دست آوردن تصویر از عیب موجود در ورق اطلاعات بسیار مفیدی از وضعیت سلامت آن و پیش‌بینی نحوه‌ی انتشار عیب در ورق ارائه می‌دهد. استفاده از امواج هدایت شده‌ی لمب و روش توموگرافی قابلیت به‌کارگیری مزیت‌های هر دو را در اختیار ما قرار می‌دهد. تاکنون تحقیقات گوناگونی در این زمینه انجام شده است، در سال 1991 جانسن و هوچینز [3] توسط امواج ریلی برای عیب‌یابی در سازه‌های قطور و همچنین امواج لمب برای ورق‌های نازک توسط روش پروژکسیون فیلتر شده¹ اقدام به بازسازی شکل ناحیه‌ی معیوب کردند. در این روش فرستنده و گیرنده بالاتر از سطح ورق قرار داشتند و یک سیستم مکانیکی مجموعه را برای هر بار اسکن می‌چرخاند، این روش مستلزم کامل بودن اطلاعات اسکن‌ها بود و همچنین سیستم پایشگر قابلیت نصب بر روی سازه را نداشت. در سال 1994 جانسن و هوچینز [4] نتایج کار پیشین خود را به ورق‌های کامپوزیت تعمیم دادند. در سال 2001 مالیارنکو و هیندرز [5] توسط روش بازسازی جبری تصویر و با فرض پرتوهای خمیده اقدام به بازسازی ناحیه‌ی عیب در ورق آلومینیومی کردند. از مزایای این روش حساسیت کمتر به نویز و ناقص بودن اطلاعات است ولی دقت تصاویر بازسازی‌شده پایین بود و همچنین سیستم پایشگر بزرگ و پرهزینه بود و حسگرها باید در هر بار به صورت مناسبی با صفحه تماس پیدا می‌کردند، در سال 2002 لئوناردو و مالیارنکو [6] با استفاده از روش بازسازی جبری اصلاح شده‌ی اقدام به بازسازی تصویر عیب در ورق آلومینیومی و کامپوزیت کردند، آن‌ها توسط دو مبدل که روی دو لغزنده قرار داشتند و توسط موتوری جابجا می‌شدند، اقدام به اسکن کردن ورق نمودند، در این روش نیز قابلیت نصب حسگرها روی سازه وجود نداشت و تجهیزات سنگین و پرهزینه بود. در سال 2004 پراساد و بالاسورامانیان [7] با به‌کارگیری مبدل‌های پیزوالکتریک و استفاده از روش بازسازی جبری اقدام به بازسازی تصویر ناحیه‌ی معیوب در ورق‌های کامپوزیت کردند، مزیت روش آن‌ها استفاده از تعداد کمتری حسگر، قابلیت نصب حسگر روی سازه به‌منظور پایش به هنگام سازه و همچنین استفاده از انرژی کمتر برای این کار بود و از معایب آن می‌توان به تفکیک‌پذیری پایین تصویر تشکیل شده اشاره کرد.

در تحقیقات بیان شده مشکلاتی نظیر عدم امکان نصب تجهیزات به‌صورت دائمی بر روی سازه به منظور پایش بلادرنگ سازه، نیاز به تابش موج از تعداد زیادی زاویه به منطقه‌ی معیوب و تفکیک‌پذیری پایین وجود دارد، بدین منظور در این مقاله اقدام به معرفی روشی جدید بر پایه‌ی مفهوم بازسازی چند ضلعی با استفاده از تبدیل رادن² می‌شود، با استفاده از این روش می‌توان منطقه‌ی معیوب را به صورت یک چند ضلعی در نظر گرفت (تعداد ضلع‌های چند ضلعی با توجه به دقت مورد نیاز انتخاب می‌شود) و با تاباندن موج از تعداد محدودی زاویه اقدام به بازسازی تصویر ناحیه‌ی معیوب نمود. هدف اصلی در این تحقیق پایه‌ریزی این روش نوین به صورت مفهومی و بررسی امکان‌سنجی آن با استفاده از شبیه‌سازی است، واضح است که به

1- Filtered-Back Projection
2- Radon Transform



شکل 3 شماتیکی از روش شکل دهی پرتو

$$F(t) = \sum_{n=1}^N W_n f_n(t - \delta_n(\theta)) \quad (5)$$

بطوریکه $f_n(t)$ سیگنال خروجی از المان n ام آرایه، W ضریب وزن مربوط به هر المان، $\delta(t)$ تاخیر زمانی به عنوان تابعی از جهت هدایت سیگنال و $F(t)$ سیگنال خروجی آرایه که در جهت هدایت شده است، می‌باشند.

مقادیر تاخیر از معادله‌ی (6) به دست می‌آید.

$$\delta_n(\theta) = \frac{s_n \cos(\theta)}{c_p} \quad (6)$$

که در آن c_p سرعت موج و s_n فاصله‌ی بین سنسورها می‌باشد. یکی از نمودارهای مهم در تشکیل پرتو، نمودار الگوی آرایه می‌باشد. این نمودار قدرت پرتوی تشکیل شده را در جهت‌های مختلف نشان می‌دهد، برای یک آرایه‌ی 25 تایی از سنسورهای دایره‌ای الگوی آرایه‌ای به صورت شکل 4 می‌باشد.

4- بازسازی چندضلعی توسط تبدیل رادن

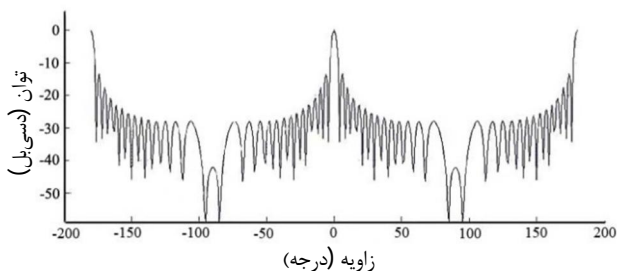
در این بخش نشان داده می‌شود که می‌توان مختصات رئوس یک چند ضلعی را توسط داشتن تعداد محدودی از ممان‌های مختلط آن به دست آورد [14]. این نتیجه را می‌توان در زمینه‌های مختلفی از جمله توموگرافی به کار برد که در آن مایلم شکل یک جسم را توسط تعداد محدودی از تصویر کردن‌های آن تخمین بزنیم. در ادامه به بیان مبانی آن پرداخته می‌شود.

4-1- تبدیل رادن

تبدیل رادن تابع $f(x, y)$ که آن را با $g(t, \theta)$ نشان می‌دهیم تبدیلی انتگرالی است که مطابق معادله‌ی (7) مقدار آن برابر با انتگرال تابع بر روی یک خط است که شیب آن برابر $\theta + \frac{\pi}{2}$ و فاصله‌ی آن از مبدا برابر t است (شکل 5).

$$g(t, \theta) \equiv \mathcal{R}f = \iint f(x, y) \delta(t - X^T \omega) dx dy \quad (7)$$

که X و ω به صورت معادله‌های (8) و (9) تعریف می‌شوند.



شکل 4 نمودار الگوی آرایه برای یک آرایه‌ی 25 تایی از سنسورهای دایره‌ای

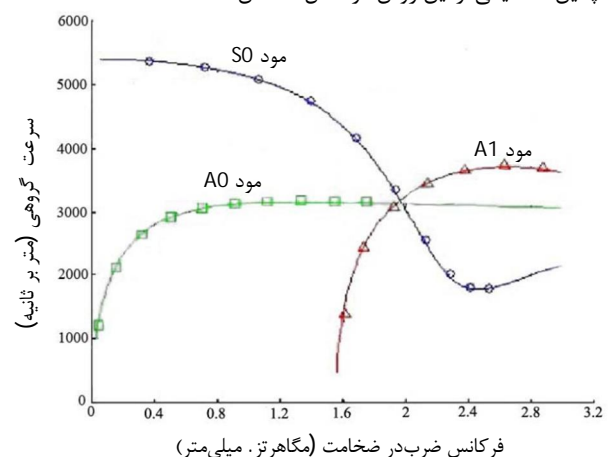
لازم به ذکر است که k عدد موج، ω فرکانس موج، c_L سرعت موج طولی و c_s سرعت موج برشی هستند که با ثابت‌های مدول یانگ E ، نسبت پواسان ν و مدول برشی G قابل محاسبه می‌باشند. بنابراین، فرکانس و سرعت فاز موج تنها متغیرهای این معادلات هستند. نمودارهای پراکنش برای یک ورق آلومینیومی در شکل‌های 1 و 2 نشان داده شده است.

3- تشکیل پرتو

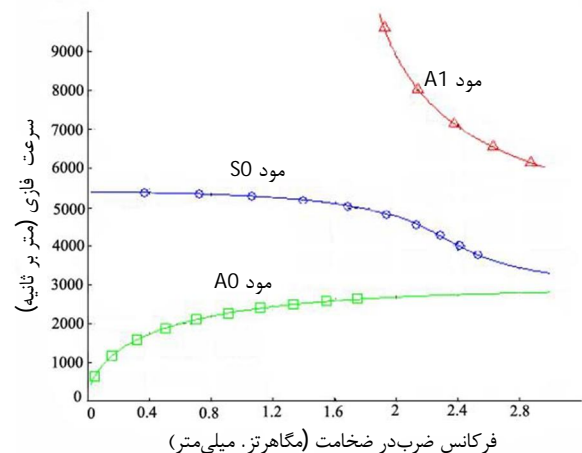
تشکیل پرتو یک روش پردازش سیگنال در آرایه‌های حسگری برای ارسال موج در یک جهت خاص یا دریافت آن از جهتی خاص است [13]. با فعال کردن هر کدام از حسگرهای آرایه با تاخیری محاسبه شده، امواج منتشر شده در جهت موردنظر تداخل سازنده خواهند داشت و در جهت‌های دیگر تداخل مخرب، بنابراین در جهت موردنظر یک پرتوی تقویت‌شده داریم. تشکیل پرتو در هر دو حالت ارسال و دریافت موج برای در اختیار داشتن جهت ارسال یا دریافت استفاده می‌شود. این روش کاربردهای متعددی در رادار، سونار، تصویر برداری‌های پزشکی، ارتباطات و مهندسی پزشکی دارد.

3-1- شکل دهی پرتو به روش تاخیر و جمع

مبنای این روش اعمال تاخیر مناسب روی سیگنال خروجی از هر المان آرایه است. در این صورت خروجی آرایه که مجموع خروجی‌های هر المان است، در جهت مطلوبی تقویت می‌شود. معادله‌ی (5) بیان ریاضی این موضوع است. همچنین شماتیکی از این روش در شکل 3 نشان داده شده است.



شکل 1 نمودار سرعت گروهی برای ورق آلومینیومی [12]



شکل 2 نمودار سرعت فازی برای ورق آلومینیومی [12]

فرض کنید $H^{(k)}(\theta_i), \forall k, i = 1, \dots, p$ ها را داریم و می‌خواهیم هرچه ممکن است $\mu^{(j)}$ ها را پیدا کنیم.

قضیه 1: (مشخص شدن p ممان توسط p پروژکسیون): فرض کنید تعداد p عدد پروژکسیون (مجموعه‌ای از انتگرال‌های خط) از $f(x, y)$ در p زاویه‌ی متفاوت θ_i در بازه‌ی $[0, \pi)$ را داریم. می‌توان به طور منحصر به فرد p ممان هندسی اول $\mu^{(j)}, 0 \leq j \leq p$ از $f(x, y)$ را پیدا کرد. این کار را می‌توان توسط p ممان هندسی $H^{(k)}(\theta), 0 \leq k < p$ پروژکسیون‌ها انجام داد [15].

قضیه 2: فرض کنید z_1, z_2, \dots, z_n رئوس چندضلعی P باشند. می‌توان ثابت‌های a_1, a_2, \dots, a_n را بر حسب z_1, z_2, \dots, z_n (و طریقه‌ی اتصال آن‌ها) پیدا کرد به شکلی که برای تابع تحلیلی h در ناحیه‌ی P معادله‌ی (16) را داشته باشیم [15].

$$\iint h''(z) dx dy \sum_{j=1}^n a_j h(z_j) \quad (16)$$

ممان مختلط ساده‌ی تابع f را به صورت معادله‌ی (17) تعریف می‌کنیم.

$$c_k = \iint f(x, y) z^k dx dy \quad (17)$$

رابطه‌ی بین ممان مختلط ساده و ممان هندسی با گسترش $(x + iy)^k$ به صورت معادله‌ی (18) به دست می‌آید.

$$c_k = u_k^T \mu^{(k)} \quad (18)$$

که در آن u_k و $\mu^{(k)}$ طبق معادلات (19) و (20) تعریف می‌شوند.

$$u_k = \left[\binom{k}{0} i^0, \dots, \binom{k}{k} i^k \right]^T \quad (19)$$

$$\mu^{(k)} = [\mu_{k,0}, \mu_{k-1,1}, \dots, \mu_{0,k}] \quad (20)$$

حال اگر O تکیه‌گاه تابع $f(x, y)$ باشد و در قضیه‌ی 2 فرض کنیم:

$$h(z) = z^k \quad (1)$$

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 & x, y \in O \\ 0 & x, y \notin O \end{cases} \quad (2)$$

آنگاه این قضیه بیان می‌کند که برای هر n ضلعی ساده‌ی P در صفحه معادله‌ی (21) را داریم:

$$\iint (z^k)'' dx dy = \sum_{j=1}^n a_j z^k \quad (21)$$

سمت چپ این رابطه را می‌توان به صورت معادله‌ی (22) نوشت.

$$\iint (z^k)'' dx dy = k(k-1) \iint z^{k-2} dx dy = k(k-1)c_{k-2} \quad (22)$$

عبارت $\tau_k = k(k-1)c_{k-2}$ را به عنوان ممان مختلط وزن دار تعریف

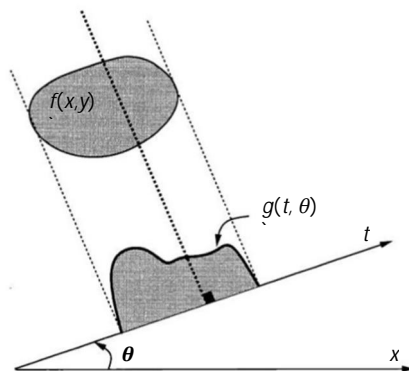
می‌کنیم که $\tau_0 = \tau_1 = 0$ معادله‌ی (23) را به صورت زیر داریم:

$$\tau_k = \sum_{j=1}^n a_j z^k \quad (23)$$

2-2-4- یافتن رئوس چندضلعی با دانستن ممان‌های مختلط توسط روش پرونی¹

برای یک n ضلعی ساده معادله‌ی (23) را به فرم ماتریسی که در رابطه‌ی (24) یا (25) آمده است می‌توان نوشت.

$$\begin{bmatrix} \tau_0 \\ \tau_1 \\ \vdots \\ \tau_{2n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ z_1 & z_2 & \dots & z_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{2n-1} & z_2^{2n-1} & \dots & z_n^{2n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \quad (24)$$



شکل 5 تبدیل رادن $f(x, y)$ در زاویه‌ی θ

$$X = [x, y]^T \quad (8)$$

$$\omega = [\cos(\theta), \sin(\theta)]^T \quad (9)$$

2-2-4- مبانی ریاضی بازسازی چندضلعی

در این بخش بیان می‌شود که رئوس یک n ضلعی که به صورت ساده به هم متصل شده‌اند را می‌توان با معلوم بودن تعداد مشخصی از ممان‌های مختلط آن به دست آورد.

2-2-4-1- به دست آوردن ممان‌های یک تابع توسط تبدیل رادن

سوالاتی که می‌خواهیم به آن پاسخ بدهیم این است: تا چه اندازه می‌توان با داشتن تعداد محدودی از تبدیل‌های رادن یک تابع $f(x, y)$ آن تابع را مشخص کرد؟ فرض کنید $\omega = [\cos(\theta), \sin(\theta)]$ نمایانگر یک بردار یکه باشد و $X = [x, y]$ یک بردار در فضای \mathbb{R}^2 باشد. فرض کنید که تکیه‌گاه تابع $f(x, y)$ در یک دایره با شعاع واحد قرار داشته باشد. استفاده از تعریف تبدیل رادن رابطه‌ی (10) را داریم.

$$H^{(k)}(\theta) \equiv \int_{-1}^1 g(t, \theta) t^k dt = \sum_{j=0}^k \binom{k}{j} \cos(\theta)^{k-j} \sin(\theta)^j \mu_{k-j,j} \quad (10)$$

سمت راست معادله‌ی (10) با گسترش $(\omega \cdot x)^k = (\cos(\theta)x + \sin(\theta)y)^k$ براساس قضیه‌ی دو جمله‌ای به دست می‌آید، و از آنجایی که $\mu_{k-j,j}$ ممان‌های هندسی تابع $f(x, y)$ هستند که به صورت معادله‌ی (11) تعریف می‌شوند،

$$\mu_{p,q} = \iint f(x, y) x^p y^q dx dy \quad (11)$$

اگر رابطه (12) را به شکل زیر تعریف کنیم:

$$\mu^{(k)} = [\mu_{k,0}, \mu_{k-1,1}, \dots, \mu_{0,k}]^T \quad (12)$$

آنگاه روابط (13) تا (15) را داریم.

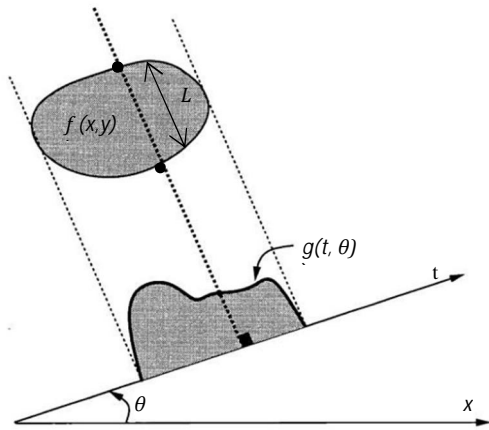
$$H^{(k)}(\theta) = D^{(k)}(\theta) \mu^{(k)} \quad (13)$$

$$D^{(k)} = [\gamma_{k,0} \cos(\theta)^k, \gamma_{k-1,1} \cos(\theta)^{k-1} \sin(\theta), \dots, \gamma_{0,k} \sin(\theta)^k] \quad (14)$$

$$\gamma_{k,j} = \binom{k}{j} \quad (15)$$

ابعاد ماتریس $D^{(k)}(\theta)$ برابر $1 \times (k+1)$ است.

حال مساله‌ای را در نظر بگیرید که در آن به تعداد p پروژکسیون $g(t, \theta_i), i = 1, 2, \dots, p$ داریم و می‌خواهیم تا جای ممکن تابع $f(x, y)$ را به صورت منحصر به فرد تعیین کنیم. ما به این مساله به صورت زیر نگاه می‌کنیم:



شکل 6 تعبیر فیزیکی تبدیل رادن

رادن استفاده می‌کنند. اما در کاربرد کنونی (پایش سلامت سازه) ابزار ما امواج هدایت‌شده‌ی لمب است که توسط مبدل‌های پیزوالکتریک تولید و دریافت می‌شوند. در این پژوهش از روش تشکیل پرتو برای ایجاد یک پرتوی باریک از موج که می‌توان جهت انتشار آن را مشخص کرد استفاده شده است. از آنجایی که امواج لمب برای انتشار نیاز به محیط مادی محصور بین دو مرز بالایی و پایینی سازه دارند، نمی‌توان از روشی که برای اشعه‌ی X استفاده می‌شود بهره گرفت، زیرا موج از درون سوراخ عبور نمی‌کند و از قضیه‌ی کاهش شدت موج نمی‌توان استفاده کرد. روش پیشنهادی در این مقاله استفاده از بازتاب پرتو است که در ادامه به شرح آن پرداخته می‌شود.

4-3-1- روش بازتاب پرتو برای به دست آوردن تبدیل رادن

همان‌طور که در بخش تشکیل پرتو شرح داده شد، اگر موج تختی در حال انتشار باشد و ما آرایه‌ای خطی از حس‌گرها داشته باشیم، می‌توان با در نظر گرفتن تاخیرهای زمانی مشخص برای حس‌گرها و اعمال آن‌ها روی سیگنال‌های خروجی از حس‌گرها، زاویه‌ی دریافت موج را به دست آورد. برای ارسال موج نیز چنین قضیه‌ای برقرار است، به بیان دیگر در هنگام ارسال موج توسط مبدل‌های دایره‌ای پیزوالکتریک، اگر این مبدل‌ها با تاخیرهای زمانی محاسبه‌شده (برحسب فاصله‌ی بین مبدل‌ها، سرعت انتشار موج و زاویه‌ی انتشار موردنظر) فعال شوند، براساس قضیه‌ی تداخل امواج، در زاویه‌ی موردنظر برآیند این امواج تقویت شده و به اصطلاح پرتو تشکیل می‌شود. هر چه این پرتو باریک‌تر باشد دقت آن برای به دست آوردن تبدیل رادن بیشتر خواهد بود. از مهم‌ترین عوامل تعیین کننده‌ی پهنای پرتو تعداد مبدل‌های موجود در آرایه است. در شکل 7 نمودار بی‌بعد پهنای لب اصلی¹ برحسب تعداد حس‌گرها ترسیم شده است.

همان‌طور که پیش از این بیان شد، تبدیل رادن $g(t, \theta)$ در واقع انتگرال خط تابع $f(x, y)$ روی خطی با زاویه‌ی $\theta + \frac{\pi}{2}$ و فاصله‌ی t از مبدا مختصات است. حال فرض کنید مطابق شکل 8 سوراخی در ورق وجود داشته باشد و آرایه‌های خطی از حس‌گرها با فاصله‌ی یکسان از یکدیگر اطراف ورق را در بر گرفته باشند. پس از انتخاب تعداد مناسبی از حس‌گرها برای هر بار تحریک سیگنال تحریک را با اعمال تاخیرهای محاسبه شده به ترتیب به مبدل‌های پیزوالکتریک موجود در آرایه اعمال می‌کنیم. همان‌طور که پیش‌تر شرح داده شد پرتویی در سازه منتشر می‌شود که کنترل جهت انتشار آن در اختیار ما است.

$$\tau_{2n} = \vartheta_{2n} a_n \quad (25)$$

با استفاده از روش پرونی [16] نشان می‌دهیم که رئوس $\{z_j\}$ را می‌توان از ممات‌های مختلط وزن‌دار محاسبه کرد.

چند جمله‌ای $P(z)$ را به صورت رابطه‌ی (26) تعریف می‌کنیم.

$$P(z) = \prod_{j=1}^n (z - z_j) = z^n + \sum_{j=1}^n p_j z^{n-j} \quad (26)$$

و ضرایب آن را به صورت بردار $p^n = [p_n, p_{n-1}, \dots, p_1]$ در نظر می‌گیریم. نشان می‌دهیم که ضرایب $P(z)$ به صورت منحصر به فرد از τ_{2n} به دست می‌آیند. رابطه‌ی (27) را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$K_{2n} = \begin{bmatrix} p_n & \dots & p_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & p_n & \dots & p_1 & 1 \end{bmatrix} \quad (27)$$

با استفاده از روش پرونی معادله‌ی (28) را داریم.

$$K_{2n} \tau_{2n} = K_{2n} \vartheta_{2n} a_n = 0 \quad (28)$$

عبارت $K_{2n} \tau_{2n} = 0$ را می‌توان به صورت معادله‌ی (29) و معادل آن در

رابطه‌ی (30) نوشت.

$$\begin{bmatrix} \tau_0 & \tau_1 & \dots & \tau_{n-1} \\ \tau_1 & \tau_2 & \dots & \tau_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tau_{n-1} & \tau_n & \dots & \tau_{2n-2} \end{bmatrix} p^{(n)} = \begin{bmatrix} \tau_n \\ \tau_{n+1} \\ \vdots \\ \tau_{2n-1} \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$H_n p^{(n)} = -h_n \quad (30)$$

می‌توان اثبات کرد که ماتریس H_n معکوس‌پذیر است اگر و تنها اگر چند ضلعی P هیچ یک از سه راس دلخواه آن روی یک خط قرار نداشته باشند [15]. پس معادله‌ی (31) را به صورت زیر داریم:

$$p^{(n)} = -H_n^{-1} h_n \quad (31)$$

پس از به دست آوردن این ضرایب، با حل معادله‌ی $P(z) = 0$ رئوس P را می‌توان به دست آورد. به طور خلاصه نتیجه‌ی زیر را نشان داده شد:

نتیجه: فرض کنید P یک n ضلعی در صفحه باشد. رئوس P را می‌توان توسط ممات‌های مختلط (τ_k) تا مرتبه‌ی $2n - 1$ مشخص کرد.

نتیجه‌ی فوق در واقع مزیت این روش را برای پیدا کردن شکل نشان می‌دهد، در واقع برای پیدا کردن رئوس یک n ضلعی تنها لازم است در $2n - 2$ زاویه ناحیه‌ی معیوب را اسکن کنیم که نسبت به روش‌های پیشین تعداد بسیار کمتری است.

4-3-2- به دست آوردن تبدیل رادن توسط روش تشکیل پرتو

اگر ناحیه‌ی عیب را به صورت تابع $f(x, y)$ در نظر بگیریم که مقدار این تابع در نواحی معیوب برابر 1 و در بقیه‌ی قسمت‌های ورق برابر 0 است، روشی که برای به دست آوردن تبدیل رادن استفاده می‌کنیم با استفاده از تئوری تشکیل پرتو است. از آنجایی که مطابق تعریف بیان شده، تبدیل رادن درواقع انتگرال خط در امتداد خطی با زاویه‌ی مشخص است می‌توان آن را به صورت فاصله‌ی بین نقاط تقاطع خط موردنظر و شکل مفروض تفسیر کرد، این موضوع در شکل 6 نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل مشخص است فاصله‌ی بین دو نقطه‌ی برخورد خط و شکل با L نشان داده شده است و ما این مقدار را برابر با مقدار تبدیل رادن در زاویه‌ی θ و فاصله‌ی t از مبدا در نظر می‌گیریم.

در تصویرسازی‌های پزشکی توسط اشعه‌ی X هنگامی که اشعه از بافت موردنظر عبور می‌کند شدت آن کم می‌شود و این کاهش شدت متناسب با طول مسیر طی شده درون بافت است، از این موضوع برای محاسبه‌ی تبدیل

قبل، اقدام به حل یک مساله‌ی بازسازی شکل عیب با در نظر گرفتن مبانی پذیرفته شده و صحیح برای شبیه‌سازی می‌کنیم. نرم‌افزار مورد استفاده برای شبیه‌سازی نسخه‌ی 6.12 آباکوس است، همچنین به دلیل نیاز به توان پردازشی بالا برای شبیه‌سازی چنین مدلی، از ابررایانه‌ای با مشخصات رم 32 گیگابایت و پردازشگر 16 هسته‌ای استفاده شد. سازه‌ی موردنظر یک ورق آلومینیومی همسانگرد با ابعاد $1200 \times 1200 \times 0.5$ میلی‌متر مکعب است که یک سوراخ (عیب) به شکل مثلث در وسط آن وجود دارد. مختصات رئوس مثلث فرض شده در جدول 1 آمده است. همچنین مبدا مختصات گوشه‌ی سمت چپ پایین ورق در نظر گرفته شده است. تصویر ورق موردنظر را می‌توان در شکل 9 مشاهده کرد.

مود تحریک در این مساله مود نامتقارن A_0 است، یکی از دلایل انتخاب این مود با توجه به شکل 1 این است که در بازه‌ی فرکانسی مشخصی سرعت انتشار این موج در ورق نسبت به تغییرات فرکانس وابستگی ناچیزی دارد و این موضوع باعث عدم مواجهه‌ی جدی با مساله‌ی پراکنش موج می‌شود. با توجه به شکل 1 که برای ورق آلومینیومی ترسیم شده است، حاصل ضرب فرکانس در ضخامت $1/2$ مگاهرتز میلی‌متر برای انتخاب سیگنال تحریک مناسب است زیرا موده‌های بالاتر در این فرکانس وجود ندارد و همچنین سرعت گروهی موج در این فرکانس وابستگی ناچیزی به تغییرات فرکانس دارد. مشخصات سیگنال تحریک در جدول 2 آمده است، همچنین نمودار سیگنال تحریک بدون اعمال تاخیر در شکل 10 آمده است. نکته‌ی بسیار مهمی که باید مورد توجه قرار گیرد این است که برای اینکه تنها مود A_0 را ایجاد کنیم، باید حس‌گرهای پیزوالکتریک به صورت متقارن در هر دو طرف ورق نصب شده باشند و سیگنال تحریک با علامت مخالف به آن‌ها اعمال شود (تحریک نامتقارن) [18].

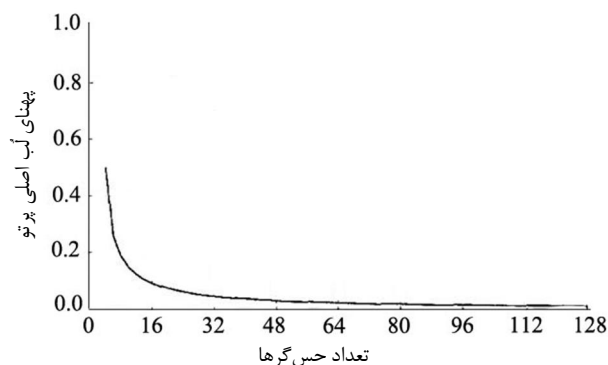
با توجه به شکل 7 تعداد حس‌گرها برای هر تحریک 25 عدد انتخاب می‌شود، هر چه تعداد حس‌گرها برای هر تحریک بیش‌تر انتخاب شود، برای حفظ شرایط دوردست بودن عیب نسبت به آرایه [19] مجبور به بزرگ‌تر در نظر گرفتن ابعاد ورق هستیم، به همین دلیل با تعداد 25 عدد حس‌گر هم پرتوی ایجاد شده به اندازه‌ی کافی باریک و هم ابعاد ورق برای شبیه‌سازی مناسب خواهد بود. حس‌گرها به صورت دایره‌ای می‌باشند و قطر هر حس‌گر و فاصله‌ی میان حس‌گرها با توجه به طول موج به ترتیب برابر 0.5 میلی‌متر و 0.75 میلی‌متر در نظر گرفته شده است [17].

جدول 1 مختصات راس‌های عیب مفروض و عیب بازسازی شده در شبیه‌سازی

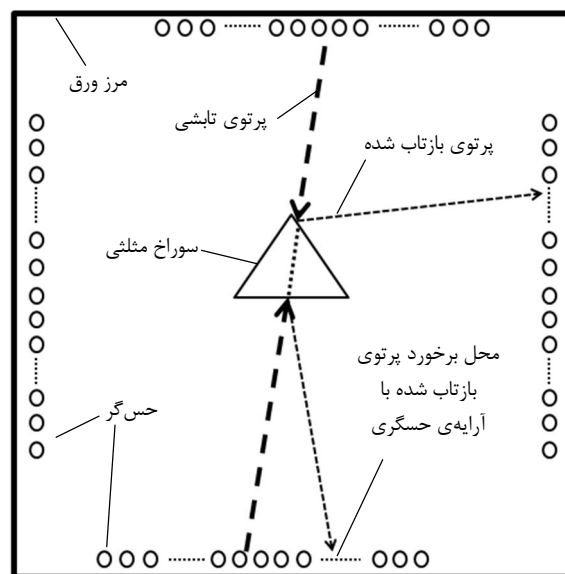
راس	مختصات عیب مفروض (mm)	مختصات عیب بازسازی شده (mm)
راس اول	(600,637)	(602,647)
راس دوم	(650,550)	(658,544)
راس سوم	(550,550)	(537,553)

جدول 2 مشخصات سیگنال تحریک

پارامتر	اندازه	واحد
فرکانس	2/4	مگاهرتز
سرعت گروهی	3200	متر بر ثانیه
سرعت فازی	2500	متر بر ثانیه
طول موج	1	میلی‌متر
نوع سیگنال تحریک	تن‌پرست با 5 سیکل	-



شکل 7 تأثیر تعداد حس‌گرها بر پهنای پرتوی اصلی [17]

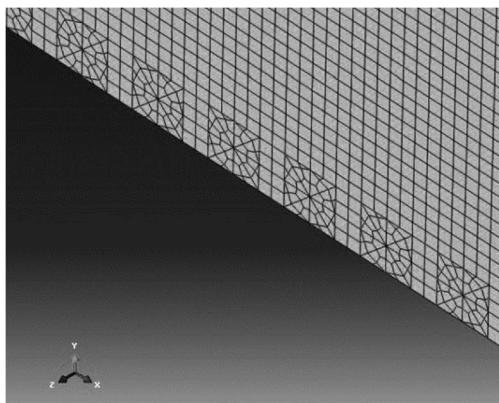


شکل 8 به دست آوردن تبدیل رادن توسط روش تشکیل پرتو

طبق قانون تابش و بازتابش موج، پرتو پس از برخورد به مرز سوراخ با همان زاویه‌ی تابش نسبت به خط عمود بر مرز در آن نقطه بازتاب می‌کند. پس از دریافت سیگنال بازتابی توسط حس‌گرها می‌توان نقطه‌ی برخورد پرتوی فرستاده شده با مرز عیب را مشخص نمود. از آنجایی که پرتو امکان عبور از درون عیب را ندارد راهکاری که برای به دست آوردن طول پاره‌خطی که به صورت نقطه‌چین در ناحیه‌ی سوراخ در شکل 8 مشخص شده ارائه می‌دهیم به این صورت است که در امتداد پرتوی تابانده شده از یک سمت ورق، پرتوی دیگری از سمت مقابل به سمت عیب تابانده شود. پس از تعیین نقاط برخورد پرتوها با مرز عیب، طول پاره‌خط نقطه‌چین که درواقع همان انتگرال خط در امتداد پرتو است قابل محاسبه خواهد بود. در نقطه‌ی برخورد بازتاب پرتو با حس‌گرها، دامنه‌ی سیگنال دریافتی توسط حس‌گری که روی قله‌ی پرتو قرار دارد ماکزیمم خواهد بود. همچنین با استفاده از روش تشکیل پرتو برای حالت دریافت سیگنال، زاویه‌ی دریافت پرتو نیز قابل محاسبه است. با معلوم بودن زاویه‌ی دریافت پرتو، نقطه‌ی دریافت پرتو و زمان دریافت پرتو می‌توان نقطه‌ی بازتاب آن از روی مرز عیب را مشخص کرد.

5- شبیه‌سازی

به‌منظور ارزیابی درستی روش پیشنهاد شده و روابط بیان شده در بخش‌های



شکل 11 بخشی از ناحیه‌ی حسگرها در لبه‌ی ورق

به سمت راست انتقال می‌دهیم و با تکرار این کار ناحیه‌ی معیوب را در یک زاویه‌ی ثابت اسکن می‌کنیم. سپس زاویه را تغییر می‌دهیم و این کار را در کل برای تعداد 4 زاویه انجام می‌دهیم. در نهایت با استفاده از تئوری بیان شده برای بازسازی چند ضلعی توسط تبدیل رادن رئوس چند ضلعی که همان ناحیه‌ی عیب است را به دست می‌آوریم.

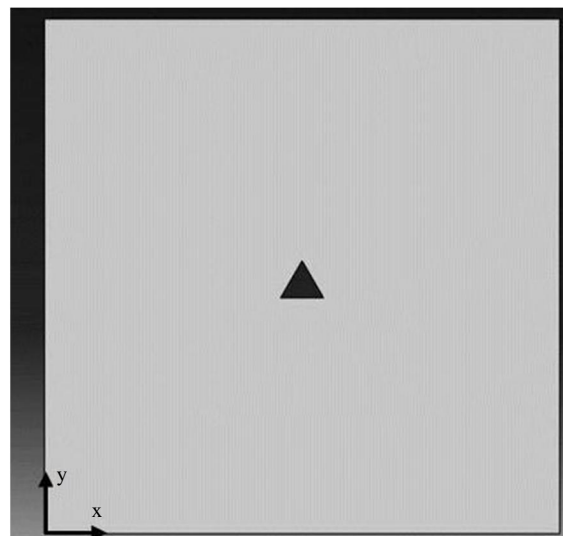
6- نتایج و بحث

در شکل 12 نمونه‌ی سیگنال‌های بازتابی حاصل از تابش پرتو با زاویه‌ی 4 درجه نسبت به خط عمود به سمت سوراخ را می‌توان مشاهده کرد. همان‌طور که از شکل پیداست دامنه‌ی سیگنال بالایی بیشتر از دامنه‌ی سیگنالی است که توسط حسگر مجاور آن به دست آمده، پس می‌توان محل برخورد پرتوی بازتابی با حسگرها را مشخص نمود. پس از انجام روند شرح داده شده برای شبیه‌سازی و استفاده از تئوری بیان شده برای بازسازی چند ضلعی، رئوس مثلث بازسازی شده در جدول 1 آمده است، همچنین نتیجه در شکل 13 نیز نمایش داده شده است. در شبیه‌سازی‌ها، همان‌طور که از نتایج نهایی مشخص است، با پارامترهای انتخاب شده برای سیگنال تحریک و همچنین هندسه و مشخصات آرایه‌ی حسگرها و سائز المان‌ها پرتو به‌خوبی تشکیل می‌شود و صحت قوانین تابش و بازتابش موج از لبه‌های عیب قابل مشاهده است، همچنین شکل بازسازی شده مطابقت بسیار خوبی با عیب فرض شده در مساله دارد. برای دستیابی به نتایجی با دقت کافی در تشخیص شکل ناحیه‌ی معیوب توسط روش بازسازی چند ضلعی باید به نکات مهمی از جمله: انتخاب مود و فرکانس مناسب برای تحریک، انتخاب تعدادی مناسبی مبدل پیزوالکتریک برای تحریک، طراحی پارامترهای مربوط به آرایه‌ی فازی از جمله شعاع مبدل‌های پیزوالکتریک و فاصله‌ی بین آن‌ها به‌صورت صحیح، توجه نمود.

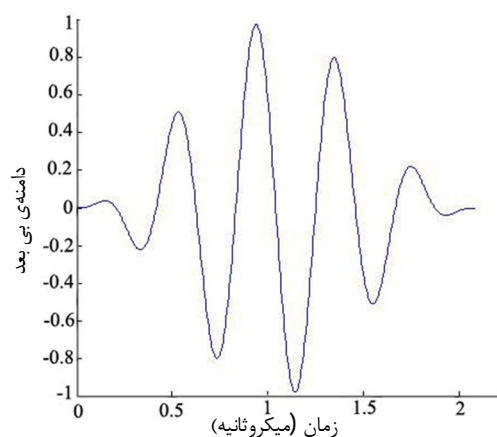
در روش پروژکسیون فیلتر شده برای بازسازی عیب به تعداد بسیار زیادی تبدیل رادن نیاز است و در صورت ناقص بودن مجموعه‌ی اطلاعات، تصویر بازسازی شده قابل قبول نخواهد بود. اما در روش بازسازی چندضلعی همان‌طور که مشاهده شد، برای بازسازی شکل عیب به تعداد محدودی تبدیل رادن نیاز است. در جدول 3 خطای رئوس بازسازی شده نسبت به رئوس اصلی آورده شده است. این خطا با در نظر گرفتن فاصله‌ی بین راس بازسازی شده و راس اصلی نسبت به فاصله‌ی راس اصلی از مبدا محاسبه شده است.

7- نتیجه‌گیری

نتایج به‌دست آمده از این پژوهش توانمندی استفاده از روش بازسازی چند



شکل 9 ورق مدل شده به همراه سوراخ مثلثی به‌عنوان عیب



شکل 10 نمودار سیگنال تحریک بدون در نظر گرفتن تاخیر

همچنین سائز المان‌ها برابر 0/125 میلی‌متر (یک هشتم طول موج) و در نواحی غیر از حسگرها نوع المان نیز مکعبی سه‌بعدی C3D8R در نظر گرفته شده است و در نواحی حسگرها المان 6 گره‌ای C3D6R هم در نظر گرفته شده است [20]. تصویری از ناحیه‌ی حسگرها در شکل 11 مشاهده می‌شود. برای تحریک توسط مبدل‌های پیزوالکتریک که در شکل 10 تعدادی از آن‌ها نشان داده شده‌اند، سیگنال تحریک در مختصات استوانه‌ای محلی در راستای شعاع حسگر به گره‌های واقع بر محیط آن اعمال می‌شود. پس از ساختن مدل مساله با مشخصات بیان‌شده در نرم‌افزار آباکوس، در چهار زاویه‌ی مختلف اقدام به دست آوردن تبدیل رادن می‌کنیم، به این صورت که با در نظر گرفتن پله‌های مکانی مشخص برای پارامتر t در $g(t, \theta)$ در یک θ ثابت، مقادیر لازم برای $g(t, \theta)$ را به دست می‌آوریم. لازم به ذکر است که طبق مبانی شکل‌دهی پرتو، برای این که موج لمب به صورت پرتویی باریک به سمت سوراخ منتشر شود، در هر بار اجرا یک دسته‌ی 25 تایی از حسگرهای مجاور یکدیگر را برای تحریک انتخاب می‌کنیم و با اعمال تاخیرهای محاسبه شده توسط رابطه‌ی 6 به ترتیب سیگنال تحریک را به آن‌ها اعمال می‌کنیم پس از دریافت سیگنال بازتابی و انجام مجدد این فرآیند از سمت دیگر عیب مطابق شکل 8، دسته‌ی جدیدی متشکل از 25 حسگر انتخاب می‌کنیم. به این صورت که دسته‌ی حسگرهای قبلی را به اندازه‌ی یک (یا چند) حسگر

همچنین استفاده از آرایه‌ی مبدل‌های پیزوالکتریک به همراه مبانی تشکیل پرتو برای انتشار و دریافت موج در ورق توانمندی و دقت خوبی از خود نشان داد و با استفاده از این موضوع در پژوهش حاضر، روش نوینی برای به دست آوردن تبدیل رادن ناحیه‌ی معیوب در زوایای مختلف معرفی شد.

8- تقدیر و تشکر

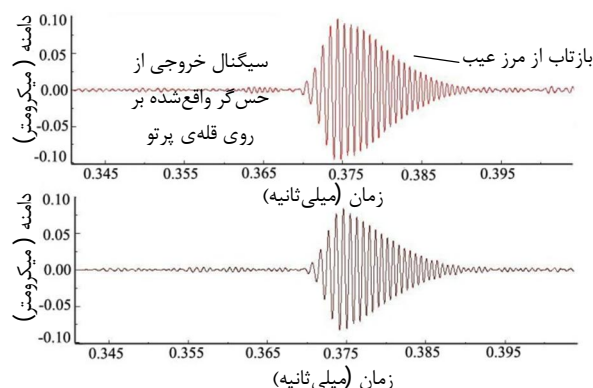
نویسندگان این مقاله بر خود لازم می‌دانند، از مرکز پردازش‌های فوق سریع دانشگاه صنعتی امیرکبیر به خاطر در اختیار گذاشتن سیستم ابررایانه برای اجرای شبیه‌سازی‌ها، کمال تقدیر و تشکر را به عمل آورند.

9- مراجع

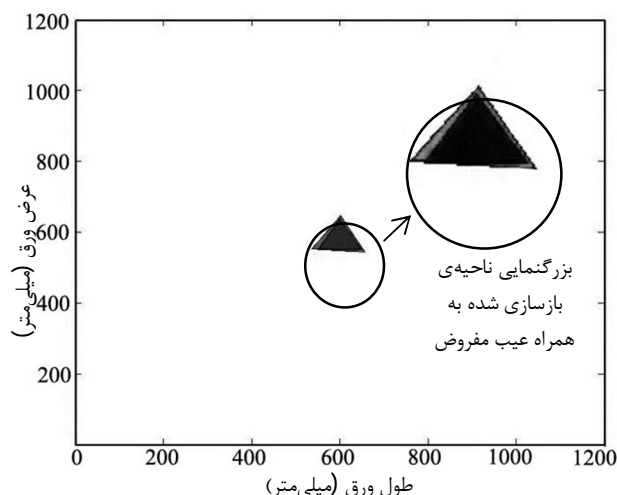
- [1] D. Balageas, C. P. Fritzen, A. Güemes, *Structural Health Monitoring*, (Vol. 90). Newport Beach: John Wiley & Sons, 2010.
- [2] J. L. Rose, *Ultrasonic Waves in Solid Media*, Cambridge: Cambridge University Press, 1999.
- [3] D. P. Jansen, D.A. Hutchins, Lamb wave immersion tomography Proceedings, *Ultrasonics*, Vol. 30, No. 4, 1991.
- [4] D. P. Jansen, D. A. Hutchins, J. T. Mottrarn, Lamb wave tomography of advanced composite laminates containing damage, *Ultrasonics*, Vol. 32, No. 2, 1994.
- [5] E. V. Malyarenko, M. K. Hinders, Ultrasonic Lamb wave diffraction tomography, *Ultrasonics*, Vol. 39, Issue 4, 2001.
- [6] K. R. Leonard, E. V. Malyarenko, M. K. Hinders, Ultrasonic Lamb wave tomography, *Inverse Problems*, Vol. 18, pp. 1795–1808, 2002.
- [7] S. M. Prasad, K. Balasubramaniam, C. V. Krishnamurthy, Structural health monitoring of composite structures using Lamb wave tomography, *Smart Materials and Structures*, Vol. 13, N73–N79, 2004.
- [8] H. Lamb, On waves in an elastic plate, *Proceedings of the Royal Society of London*, No. 93, pp. 293–312, 1917.
- [9] W. Ostachowicz, P. Kudela, M. Krawczuk, A. Zak, *Guided Waves in Structures for SHM: The Time - domain Spectral Element Method*, Wiley, 2012.
- [10] Z. Su, L. Ye, Selective generation of Lamb wave modes and their propagation characteristics in defective composite laminates, *Journal of Materials: Design and Applications*, 218, pp. 95–110, 2004.
- [11] P. Daryabor, M. Farzin, F. Honarvar, Calculation of Lamb wave modes in an aluminum sheet bonded to a composite layer with FEM and experiment, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 1, pp. 95–106, 2013. (In Persian)
- [12] S. Sorohan, N. Constantin, M. Gävan, V. Anghel, numerical extraction of dispersion curves used in lamb wave inspections, *SISOM*, 2006.
- [13] H. L. Van Trees, *Optimum Array Processing Part IV of Detection, Estimation and Modulation Theory*, New York: John Wiley & Sons, 2002.
- [14] P. Milanfar, G. C. Verghese, W. C. Karl, S. Willsky, Reconstructing polygons from moments with connections to array processing, *IEEE Transactions on signal processing*, VOL. 43, NO. 2, 1995.
- [15] P. Milanfar, *Geometric Estimation and Reconstruction From Tomographic Data*, PhD Thesis, Department of Electrical Engineering, Massachusetts Institutes of Technology, Massachusetts, 1992.
- [16] F. B. Hildebrand, *Introduction to Numerical Analysis*, Second Edition, New York: Dover Publication, 1987.
- [17] S. C. Wooh, Y. Shi, Optimum beam steering of linear phased arrays, *Wave Motion*, Vol. 29, pp. 245–265, 1999.
- [18] Z. Su, L. Ye, Selective generation of Lamb wave modes and their propagation characteristics in defective composite laminates, *Journal of Materials: Design and Applications* 218, 95–110, 2004.
- [19] L. Yu, V. Giurgiutiu, In-situ optimized PWAS phased arrays for Lamb wave structural health monitoring, *Journal of mechanics of materials and structures*, Vol. 2, No. 3, pp. 459–487, 2007.
- [20] C. Yanga, L. Yea, Z. Sua, M. Banniste, Some aspects of numerical simulation for Lamb wave propagation in composite laminates, *Composite Structures*, Vol. 75, Issues 1–4, 2006.

جدول 3 درصد خطا در بازسازی شکل ناحیه‌ی معیوب

کمیت	فاصله راس اصلی از مبدا (mm)	فاصله‌ی راس بازسازی شده از راس اصلی (mm)	درصد خطا
راس اول	875/08	10/19	1/16
راس دوم	851/46	10	1/17
راس سوم	777/81	13/34	1/71



شکل 12 سیگنال دریافتی توسط دو حسگر مجاور یکدیگر در ناحیه‌ی دریافت پرتو



شکل 13 بازسازی ناحیه‌ی معیوب، مثلث پرننگ ناحیه‌ی معیوب واقعی، مثلث

کم رنگ ناحیه‌ی معیوب بازسازی شده

ضلعی در توموگرافی با در اختیار داشتن تعداد محدودی تبدیل رادن، برای تشخیص شکل ناحیه‌ی معیوب در ورق را تایید کرد، این روش حجم محاسبات را کاهش می‌دهد و نیاز به در اختیار داشتن مجموعه‌ی کاملی از اسکن‌های ناحیه‌ی معیوب نیست. از آنجایی که حسگرهای پیزوالکتریک قابلیت نصب بر روی سازه را دارند، استفاده از این روش برای کاربردهای پایش بلادرنگ سلامت سازه دارای اهمیت ویژه‌ای است.