



## بکارگیری تئوری‌های تغییر شکل و نمو پلاستیسیته در تحلیل کمناش دینامیکی ورق مستطیلی الاستوپلاستیک

حبیب رمضان نژاد آزاربونی<sup>1</sup>، منصور درویشه<sup>2\*</sup>، ابوالفضل درویشه<sup>2</sup>، رضا انصاری<sup>3</sup>

1- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

3- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

\*رشت، صندوق پستی 41635-3756، darvizeh@guilan.ac.ir

### چکیده

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 13 دی 1393

پذیرش: 08 اسفند 1393

ارائه در سایت: 18 اسفند 1393

کلید واژگان:

کمناش الاستوپلاستیک دینامیکی

بار دینامیکی نمایی

تئوری تغییر شکل پلاستیسیته

تئوری نمو پلاستیسیته

امروزه در دسترس بودن، دوام، قابلیت اطمینان، وزن و قدرت تحمل بار، به عنوان مهم‌ترین عوامل در طراحی و مهندسی بهینه مسائل تحلیل ورق‌ها که در صنعت کاربرد گسترده‌ای دارند، محسوب می‌شوند. کمناش در محدوده الاستیک یا الاستوپلاستیک یکی از پدیده‌هایی است که ممکن است در بارگذاری محوری ورق مشاهده شود. در این مقاله تحلیل کمناش دینامیکی الاستوپلاستیک ورق مستطیلی نازک با شرایط مرزی مختلف تحت بار محوری نمایی با استفاده از روش گالرکین و به کارگیری توابع شکل مثلثاتی مورد تحلیل قرار گرفته است. به منظور استخراج روابط حاکم بر رفتار دینامیکی ورق از دو تئوری پلاستیسیته شامل تئوری تغییر شکل پلاستیسیته براساس معادلات ساختاری هنکی و تئوری نمو پلاستیسیته براساس معادلات ساختاری پراوتل-روس استفاده شده است. همچنین روابط تنش- کرنش رامبرگ - اسگود برای مدل کردن رفتار مادی پلاستیسیته ورق به کار گرفته شده است. تأثیر شرایط مرزی متقارن و غیرمتقارن، پارامترهای هندسی ورق، دامنه بار دینامیکی اعمالی و دو نوع تئوری مختلف پلاستیسیته بر پاسخ دینامیکی ورق شامل تاریخچه زمانی سرعت و جابجایی آن مورد تحلیل قرار گرفته است. براساس نتایج به دست آمده تئوری تغییر شکل پلاستیسیته تخمین پایین‌تری را نسبت به تئوری نمو پلاستیسیته ارائه می‌دهد. همچنین مقاومت در مقابل تغییر شکل ورق در تکیه‌گاه گیردار نسبت به تکیه‌گاه ساده بیشتر بوده به همین دلیل نقاط نزدیک به این نوع تکیه‌گاه دارای میدان سرعت و جابجایی کمتری نسبت به نقاط نزدیک تکیه‌گاه ساده می‌باشند.

## Application of deformation and incremental theory of plasticity in the dynamic buckling of rectangular elastoplastic plate

Habib RamezannezhadAzarboni, Mansoor Darvizeh\*, Aboolfazl Darvizeh, Reza Ansari

Department of Mechanical Engineering, Guilan University, Rasht, Iran

\*P.O.B.416353756 Rasht, Iran, darvizeh@guilan.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 03 January 2015  
Accepted 27 February 2015  
Available Online 09 March 2015

**Keywords:**  
Elastoplastic Dynamic Buckling  
Exponential Dynamic loading  
Deformation Theory of Plasticity  
Incremental Theory of Plasticity

### ABSTRACT

Nowadays, availability, durability, reliability, weight and strength, as the most important factors in optimum engineering design, are responsible for the widespread application of plates in the industry. Buckling in the elastic or elastoplastic regime is one of the phenomena that can occur in the axial compressive loading. Using Galerkin method on the basis of trigonometric shape functions, the elastoplastic dynamic buckling of a thin rectangular plate with different boundary conditions subjected to compression exponential pulse functions is investigated in this paper. Based on two theories of plasticity: deformation theory of plasticity (DT) with Hencky constitutive relations and incremental theory of plasticity (IT) with Prandtl-Reuss constitutive relations the equilibrium, stability and dynamic elastoplastic buckling equations are derived. Ramberg-Osgood stress-strain model is used to describe the elastoplastic material property of plate. The effects of symmetrical and asymmetrical boundary conditions, geometrical parameters of plate, force pulse amplitude, and type of plasticity theory on the velocity and deflection histories of plate are investigated. According to the dynamic response of plate the results obtained from DT are lower than those predicted through IT. The resistance against deformation for plate with clamped boundary condition is more than plate with simply supported boundary condition. Consequently, the adjacent points to clamped boundary condition have a lower velocity field than adjacent points to simply supported boundary condition.

### 1- مقدمه

مانند صنعت هواپیمایی، کشتی‌سازی، خودرو و صنایع دیگر مورد استفاده قرار

امروزه ورق‌ها به عنوان سازه‌های مهندسی به طور گسترده در صنایع مختلفی می‌گیرند. در دسترس بودن، دوام، قابلیت اطمینان، وزن و قدرت تحمل بار،

Please cite this article using:

H. RamezannezhadAzarboni, M. Darvizeh, A. Darvizeh, R. Ansari, Application of deformation and incremental theory of plasticity in the dynamic buckling of rectangular elastoplastic plate, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 5, pp. 25-33, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

در نظر گرفت. با این نگرش نسبت به مدل کردن رفتار ورق‌های دایروی و مستطیلی، توزیع کرنش محیطی نیز اعمال شد. این پیش‌بینی‌ها حاکی از به وجود آمدن کرنش‌های بزرگ در قسمت مرکزی و کرنش‌های کوچک در دیگر نواحی است که مطابقت کاملی با داده‌های آزمایشگاهی دارد [5].

پاسخ پلاستیک ورق‌های دایروی از جنس فولاد نرم، مس و آلومینیم تحت بارگذاری ضربه‌ای در سال 2010 توسط درویره و همکاران مورد بررسی قرار گرفت [6]. دو مدل ارائه شده در این تحقیق شامل مدل استاتیکی و دینامیکی بوده که در مدل استاتیکی متغیر نرخ کرنش متوسط به عنوان یک پارامتر در نظر گرفته نشده درحالی که در مدل دینامیکی این متغیر در نظر گرفته می‌شود. با به کارگیری روش تحلیلی در کنار داده‌های آزمایشگاهی منجر به استخراج مدل بی‌بعدی برای تغییر شکل نقطه‌ای میانی ورق شده است. به منظور استخراج فرمولی بی‌بعد برای تغییر شکل ورق دایروی از مفهوم تحلیل ابعادی و روش تجزیه مقادیر تکین استفاده شده است [7]. تحلیل غیرخطی گذرا [8]، تحلیل عددی تغییر شکل پوسته‌های استوانه‌ای [9] و بررسی تغییر شکل و پارگی ورق‌های مستطیلی [10] از جمله تحقیقاتی است که توسط وندان و همکاران به عنوان تحلیل سازه‌ها در زیر آب صورت گرفته است. در این بررسی‌ها سازه‌هایی مانند ورق مستطیلی و پوسته‌های استوانه‌ای تحت بار انفجاری در زیر آب مورد مطالعه قرار گرفته است. مودهای شکست مختلف تحت شرایط آزمایش متفاوت شناسایی شده و با نتایج المان محدود صحت‌سنجی شده است. در این تحقیقات از اثرات انعکاس موج انفجار صرف‌نظر شده و روابط ارائه شده تجربی می‌باشند.

تحلیل کمانش ورق مستطیلی تحت بارگذاری محوری با شرایط مرزی مختلف با بکارگیری دو تئوری پلاستیسیته توسط دوربان و زوکرمن انجام شده است [11]. محققان زیادی تأثیر ضرایب رامبرگ - اسگود، پارامترهای هندسی و شرایط مرزی را بر بار بحرانی کمانش ورق‌های مستطیلی و دایره‌ای با بکارگیری دو تئوری تغییر شکل و تئوری نموی پلاستیسیته مورد تحلیل قرار داده‌اند. برای حل معادلات حاکم از روش‌های مختلفی مانند روش المان محدود [12]، روش پی‌ریتر [13] و روش یک‌چهارم تفاضلی تعمیم‌یافته [14] استفاده شده است. کدخدیان و معارف دوست نیز با استفاده از روش یک‌چهارم تفاضلی تعمیم‌یافته و با بکارگیری هردو تئوری پلاستیسیته به استخراج بار بحرانی کمانش برای شرایط مرزی مختلف پرداخته‌اند [15]. همچنین تأثیر نسبت ابعادی، ضریب بار و شرایط مرزی مختلف بر بار بحرانی کمانش [16] و شکل مودهای کمانشی در این تحقیقات مورد مطالعه قرار گرفته است [17].

تحقیقات انجام شده در مراجع [12-17] در زمینه‌ی تحلیل کمانش الاستوپلاستیک ورق به منظور استخراج ضریب کمانش بحرانی تحت شرایط مرزی مختلف بوده است. استفاده از دو تئوری تغییر شکل و تئوری نموی پلاستیسیته با بکارگیری مدل رامبرگ - اسگود از وجوه مشترک این تحقیقات است. همچنین حل معادلات حاکم بر ورق برای استخراج ضریب کمانش بحرانی از روش‌های مختلفی مانند روش المان محدود، روش پی‌ریتر و روش یک‌چهارم تفاضلی تعمیم‌یافته صورت گرفته است. ورق‌ها به عنوان سازه‌های مهندسی در شرایط عملکردی ممکن است تحت بارگذاری‌های مختلف دینامیکی شامل بارگذاری محوری، عرضی، پیچشی و یا ترکیبی از آن‌ها قرار گیرند. در بارگذاری دینامیکی محوری هرگاه دامنه بار اعمالی از حد بار کمانش بحرانی تجاوز کند و یا ورق دارای تغییر شکل اولیه باشد، کمانش در ورق رخ می‌دهد و تحلیل رفتار دینامیکی بعد از کمانش آن از اهمیت

به عنوان مهم‌ترین عوامل در طراحی و مهندسی بهینه مسائل تحلیل ورق‌ها در صنعت می‌باشند. بیشتر سازه‌های ورق قابلیت تحمل بارگذاری‌های متفاوت مانند بارگذاری کششی، فشاری، پیچشی، خمشی و یا ترکیبی از این بارگذاری‌ها را دارند. کمانش در محدوده‌ی الاستیک یا الاستوپلاستیک یکی از پدیده‌هایی است که ممکن است در بارگذاری فشاری مشاهده شود. با توجه به مقدار بارگذاری اعمال شده به ورق مسطح و شرایط اولیه تعادل آن ممکن است ورق در وضعیت پایدار یا ناپایدار قرار گیرد. پیکربندی اولیه یک ورق در حالت الاستیک زمانی پایدار است که هرگاه توسط یک نیروی عرضی از حالت تعادل خود خارج شود ورق بعد از باربرداری تمایل به بازگشت به حالت اولیه را داشته باشد؛ و هرگاه بعد از باربرداری تمایل به ماندن در حالت تغییر مکان یافته‌ی خود را داشته باشد در این وضعیت ورق ناپایدار است.

در وضعیت ناپایدار ورق مکان پایدار جدیدی پیدا کرده است که این مکان ممکن است نزدیک مکان پایدار اولیه و یا به دور از آن باشد. هرگاه ورق بعد از حذف بار در موقعیت جدید خود باقی بماند گفته می‌شود که ورق در حالت پایدار خنثی قرار دارد. بنابراین در حالت پایدار خنثی ورق نه پایدار است و نه ناپایدار. گذار ورق از حالت پایدار به حالت ناپایدار به کمانش یا ناپایداری الاستیک ارجاع داده می‌شود. بنابراین کوچک‌ترین باری که منجر به بروز پدیده کمانش شود را بار بحرانی کمانش می‌گویند. اهمیت مقدار بار بحرانی زمانی مشخص می‌شود که هرگاه بار اعمالی از این حد تجاوز کند که به سرعت باعث تغییر شکل عرضی و افزایش تنش‌های خمشی شده و در نهایت منجر به شکست و تخریب سازه خواهد شد. بنابراین می‌توان گفت، برای اینکه ورق از حالت تعادل پایدار گذر کرده و به حالت تعادل ناپایدار برسد باید از وضعیت خنثی که مرز بین حالت پایدار و ناپایدار است عبور کند. براساس بیان ریاضیاتی وضعیت خنثی به حالت دوشاخه‌ای شدن تغییر شکل ارجاع داده می‌شود. بنابراین بار بحرانی با مقدار بار در حالت دوشاخه‌ای شدن وضعیت تعادل شناخته می‌شود.

در زمینه‌ی مدل کردن رفتار ورق در برابر بار ضربه‌ای دانشمندان زیادی مطالعات تجربی و عددی انجام داده‌اند. در سال 1970 ویزبایکی و فلورنس ممان‌های خمشی و نیروهای غشایی را به طور همزمان در معادلات حرکت ورق‌های دایروی در نظر گرفتند [1]. با توجه به انتخاب مدل ویسکوپلاستیک خطی، حساسیت به نرخ کرنش در محدوده‌ای از ایمپالس‌های اعمالی تأثیر داده شد. مدل ارائه شده سازگاری بسیار خوبی با نتایج تجربی حاصل از شکل - دهی انفجاری ورق‌های دایروی با شرایط مرزی گیردار دارد. در سال 1971، دویی و همکاران رفتار ورق‌های دایره‌ای را در محدوده‌ای که اثرات نیروهای غشایی و ممان‌های خمشی، هر دو حائز اهمیت هستند، مورد مطالعه قرار دادند. در این بررسی از اثر نرخ کرنش صرف‌نظر شد ولی حرکت افقی ورق در تحلیل وارد شد [2]. در سال 1974، لیمن رفتار ورق را در جریان شکل‌دهی انفجاری شبیه غشا فرض نمود و لذا از اثرات خمش صرف‌نظر کرده و تنها نیروهای غشایی را در معادلات حرکت لحاظ کرد و نیز تغییر ضخامت ورق را در نظر گرفت. نتیجه‌ی تحلیل، منجر به ثابت بودن ضخامت در مرکز ورق شد که کاملاً برخلاف نتایج تجربی بود [3].

در سال 1984، پرون و بهادرا تغییر شکل غشاهای دایره‌ای ویسکوپلاستیک را تحت بارگذاری ایمپالسی مورد تحلیل قرار دادند و با ارائه‌ی یک روش ساده تأثیر حساسیت به نرخ کرنش را که یک پارامتر مهم در تغییر شکل‌های بزرگ است، مطالعه نمودند [4]. نوریک در مدل ارائه شده برای ورق‌های دایروی و مستطیلی جابجایی‌های قائم و جابجایی‌های افقی را باهم

که  $u, v, w$  در روابط (1) تا (3) به ترتیب سرعت سطح میانی ورق در راستاهای  $x, y, z$  می‌باشند. روابط (4) تا (6) به صورت زیر نیز بین میدان سرعت و نرخ کرنش برقرار است.

$$\dot{\epsilon}_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (4)$$

$$\dot{\epsilon}_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (5)$$

$$\dot{\epsilon}_{xx} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) - 2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (6)$$

به منظور استخراج روابط نرخ تنش-نرخ کرنش در ادامه از دو تئوری تغییر شکل پلاستیسیته و تئوری نموی پلاستیسیته که روابط ساختاری را ارائه می‌دهند استفاده می‌شود.

## 2-1- تئوری تغییر شکل پلاستیسیته براساس معادلات هنکی

معادله کرنش پلاستیک هنکی را می‌توان به صورت رابطه (7) نوشت [12].

$$\epsilon_{ij}^p = \frac{3\bar{\epsilon}^p}{2\bar{\sigma}} S_{ij} \quad (7)$$

که  $\bar{\epsilon}^p, \bar{\sigma}$  و  $S_{ij}$  در رابطه‌ی (7) به ترتیب تنش مؤثر، کرنش پلاستیک مؤثر و تنش انحرافی می‌باشند. معادلات نرخ کرنش پلاستیک هنکی در فرمت نموی، رابطه (8)، با اعمال عملیات مشتق نسبت به زمان بر معادله‌ی (7) استخراج می‌شود.

$$d\epsilon_{ij}^p = \frac{3d\bar{\sigma}}{2\bar{\sigma}} \left( \frac{d\bar{\epsilon}^p}{d\bar{\sigma}} - \frac{\bar{\epsilon}^p}{\bar{\sigma}} \right) S_{ij} + \frac{3\bar{\epsilon}^p}{2\bar{\sigma}} dS_{ij} \quad (8)$$

در رابطه‌ی (8)  $dS_{ij}$  بیان‌کننده‌ی نمو زمانی تانسور تنش انحرافی است. براساس قانون هوک نیز روابط تنش-کرنش به صورت معادله‌ی (9) در فرمت تانسوری قابل استخراج است.

$$\epsilon_{ij}^e = \frac{1+\nu}{E} S_{ij} + \frac{1-2\nu}{3E} \delta_{ij} \sigma_{kk} \quad (9)$$

در معادله‌ی (9)،  $\nu$  ضریب پواسون،  $E$  مدول یانگ و  $\delta_{ij}$  دلتای کرونیکر می‌باشند. همچنین فرمت نموی معادله‌ی (9) نیز به صورت رابطه (10) بیان می‌شود.

$$d\epsilon_{ij}^e = \frac{1+\nu}{E} dS_{ij} + \frac{1-2\nu}{3E} \delta_{ij} d\sigma_{kk} \quad (10)$$

رابطه‌ی کامل تنش-کرنش در محدوده‌ی الاستوپلاستیک با ترکیب معادلات (8) و (10) در رابطه (11) آورده شده است.

$$E\dot{\epsilon}_{ij} = \left( \frac{3E}{2E_s} - \frac{1-2\nu}{2} \right) \dot{S}_{ij} + \left( \frac{1-2\nu}{3} \right) \dot{\sigma}_{kk} \delta_{ij} + \frac{3\bar{\sigma}}{2\bar{\sigma}} \left( \frac{E}{E_t} - \frac{E}{E_s} \right) S_{ij} \quad (11)$$

در معادله‌ی (11)  $E_s = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}}$  و  $E_t = \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\epsilon}}$  به ترتیب مدول مماسی و مدول سکانتی و  $\bar{\epsilon}$  کرنش کل مؤثر می‌باشند. بر طبق معیار تسلیم ون میز هرگاه بر یک ورق مستطیلی به طول  $a$ ، عرض  $b$  و ضخامت یکنواخت  $h$  تنش فشاری محوری یکنواخت اعمال شود، تنش مؤثر به صورت رابطه (12) بیان می‌شود.

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\sigma_{xy}^2} \quad (12)$$

با اعمال مشتق‌گیری مستقیم بر معادله‌ی (12) و قرار دادن تنش اصلی رابطه‌ی (13) استخراج می‌شود.

$$\frac{\dot{\bar{\sigma}}}{\bar{\sigma}} = - \frac{(2\sigma_1 - \sigma_2)\dot{\sigma}_x + (2\sigma_2 - \sigma_1)\dot{\sigma}_y}{2\bar{\sigma}^2} \quad (13)$$

با قرار دادن معادله‌ی (13) در معادله‌ی (11) و بسط آن در مختصات کارترین برای یک ماده‌ی ایزوتروپیک، رابطه‌ی نرخ کرنش برحسب نرخ تنش به فرم رابطه (14) به دست می‌آید.

بالایی برخورداری می‌شود. تحقیقات صورت گرفته در این مقالات محدود به محاسبه‌ی ضریب کمانش بحرانی بوده و در مورد رفتار ورق الاستوپلاستیک بعداز کمانش تحت بارگذاری دینامیکی با استفاده از دو تئوری تغییر شکل و تئوری نموی پلاستیسیته با بکارگیری مدل رامبرگ - اسگود مطالعاتی صورت نگرفته است.

در این مقاله با استفاده از دو تئوری پلاستیسیته شامل تئوری تغییر شکل پلاستیسیته براساس معادلات ساختاری هنکی و تئوری نموی پلاستیسیته براساس معادلات ساختاری پراوتل-روس روابط نرخ کرنش - تنش استخراج شده است. در ادامه با بکارگیری روابط تنش-کرنش رامبرگ-اسگود برای مدل کردن رفتار مادی پلاستیسیته، رفتار دینامیکی بعداز کمانش ورق مستطیلی الاستوپلاستیک با شرایط مرزی مختلف تحت بار دینامیکی لحظه-ای نمایم مورد تحلیل قرار گرفته است. به منظور حل معادلات دیفرانسیل جزئی حاکم بر رفتار ورق از روش گالرکین به همراه توابع شکل مثلثاتی استفاده شده است. تأثیر تقارن و عدم تقارن در شرایط مرزی مختلف شامل شش ترکیب از تکیه‌گاه گیردار و ساده، تغییرات نسبت طول به عرض ورق، مقدار دامنه بار دینامیکی نمایی، نسبت بار دینامیکی در دو راستا و تفاوت در بکارگیری دو تئوری مختلف پلاستیسیته شامل تئوری تغییر شکل و تئوری نموی بر پاسخ دینامیکی ورق مورد تحلیل قرار گرفته است. پاسخ دینامیکی مورد تحلیل شامل تاریخچه زمانی جابجایی و سرعت و همچنین میزان بیشینه جابجایی و سرعت برای نقاط خط میانی ورق می‌باشد.

نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که تئوری تغییر شکل پلاستیسیته تخمین پایین‌تری را نسبت به تئوری نموی ارائه می‌دهد. همچنین نقاط نزدیک به تکیه‌گاه گیردار مقاومت بیشتری را برابر تغییر شکل ورق نسبت به تکیه‌گاه ساده از خود نشان داده و به همین دلیل نقاط نزدیک به این نوع تکیه‌گاه دارای میدان سرعت و جابجایی کمتری نسبت به نقاط نزدیک تکیه‌گاه ساده می‌باشند.

## 2- معادلات حاکم

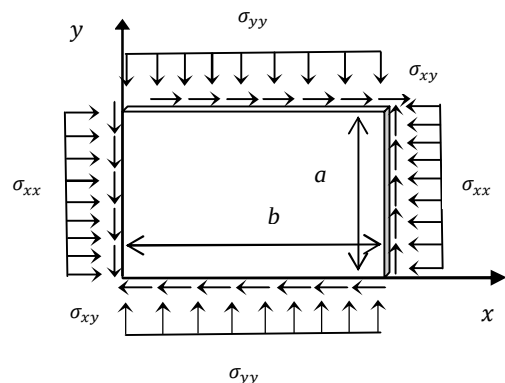
ورق مستطیلی را مطابق شکل 1 تحت بارگذاری محوری در نظر بگیرید.

با در نظر گرفتن تئوری میندیلین روابط میدان سرعت به صورت روابط (1) تا (3) قابل بیان است [12].

$$v_x = u - z \frac{\partial w}{\partial x} \quad (1)$$

$$v_y = v - z \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2)$$

$$v_z = w \quad (3)$$



شکل 1 شماتیکی از ورق مستطیلی تحت بارگذاری محوری

استفاده شده است که به صورت رابطه (32) بیان می‌شود.

$$\varepsilon = \frac{\bar{\sigma}}{E} + k \left( \frac{\bar{\sigma}}{E} \right)^c \quad (32)$$

در رابطه‌ی (32)  $\varepsilon, \bar{\sigma}, k, c$  پارامترهای مادی، تنش و کرنش معادل می‌باشند. همچنین مطابق رابطه‌ی (32) نسبت مدول یانگ به مدول مماسی و مدول سکانتی به صورت رابطه (33) تعریف می‌شود [12].

$$\begin{aligned} \frac{E}{E_t} &= 1 + ck \left( \frac{\bar{\sigma}}{E} \right)^{c-1} \\ \frac{E}{E_s} &= 1 + k \left( \frac{\bar{\sigma}}{E} \right)^{c-1} \end{aligned} \quad (33)$$

### 3- استخراج معادله‌ی دیفرانسیل حاکم بر کمانش

تغییرات انرژی کرنشی و جنبشی یک ورق مستطیلی ایزوتروپیک به صورت روابط (34) و (35) قابل بیان است.

$$U_s = \frac{1}{2} \iint (\dot{\sigma}_{xx} \dot{\varepsilon}_{xx} + \dot{\sigma}_{yy} \dot{\varepsilon}_{yy} + \dot{\sigma}_{xy} \dot{\varepsilon}_{xy}) dx dy dz \quad (34)$$

$$K_t = \frac{\rho h}{2} \iint \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dA \quad (35)$$

همچنین با در نظر گرفتن فشار یکنواخت خارجی صفحه‌ای اعمال شده به ورق انرژی پتانسیل به صورت رابطه (36) نوشته می‌شود.

$$W = -\frac{1}{2} \iiint \dot{\sigma}_{xx} w_x^2 + \dot{\sigma}_{yy} w_y^2 + 2\dot{\sigma}_{xy} w_x w_y dx dy dz \quad (36)$$

با به کارگیری روش هامیلتون به صورت رابطه (37)

$$\delta \left( \int_{t_0}^{t_1} (K_t - U_s + W) dt \right) = 0 \quad (37)$$

معادله دیفرانسیل حاکم بر رفتار کمانش دینامیکی ورق مستطیلی به صورت معادله (38) استخراج می‌شود.

$$\begin{aligned} \alpha \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\beta \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \gamma \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{12}{h^2 E} (\sigma_{xx} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \sigma_{yy} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}) \\ + \rho h \frac{\partial w}{\partial t} = 0 \end{aligned} \quad (38)$$

### 4- حل معادله دیفرانسیل حاکم بر کمانش دینامیکی ورق

به منظور حل معادله دیفرانسیل جزئی حاکم بر رفتار کمانش دینامیکی ورق الاستوپلاستیک استخراج شده در معادله‌ی (38) به روش گالرکین از توابع مجاز استفاده شده است. هر تابعی دلخواه که تمامی شرایط مرزی هندسی را برآورده کرده و در بازه  $S$  به اندازه‌ی  $R$  بار مشتق پذیر باشد جزء توابع مجاز محسوب می‌شود. در حالت کلی می‌توان این سری را به صورت رابطه (39) نوشت.

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N W_{mn}(t) \Psi_m(x) \Phi_n(y) \quad (39)$$

با قرار دادن رابطه‌ی (39) در معادله‌ی (38) این معادله به فرم رابطه (40) بازنویسی می‌شود.

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \alpha W_{mn}(t) \frac{d^4 \Psi_m(x)}{dx^4} \Phi_n(y) + 2\beta W_{mn}(t) \\ \times \frac{d^2 \Psi_m(x)}{dx^2} \frac{d^2 \Phi_n(y)}{dy^2} + \gamma W_{mn}(t) \Psi_m(x) \frac{d^4 \Phi_n(y)}{dy^4} \\ + \frac{12}{h^2 E} (\sigma_{xx} W_{mn}(t) \frac{d^2 \Psi_m(x)}{dx^2} \Phi_n(y) + \sigma_{yy} W_{mn}(t) \\ \times \Psi_m(x) \frac{d^2 \Phi_n(y)}{dy^2}) + \rho h \frac{dW_{mn}(t)}{dt} \Psi_m(x) \Phi_n(y) = 0 \end{aligned} \quad (40)$$

$$E_t \dot{\varepsilon}_x = \left[ 1 - \frac{3}{4} \left( 1 - \frac{E_t}{E_s} \right) \frac{\sigma_1^2}{\bar{\sigma}^2} \right] \dot{\sigma}_x - \left[ \vartheta - \frac{3}{4} \left( 1 - \frac{E_t}{E_s} \right) \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\bar{\sigma}^2} \right] \dot{\sigma}_y \quad (14)$$

$$E_t \dot{\varepsilon}_y = \left[ 1 - \frac{3}{4} \left( 1 - \frac{E_t}{E_s} \right) \frac{\sigma_1^2}{\bar{\sigma}^2} \right] \dot{\sigma}_y - \left[ \vartheta - \frac{3}{4} \left( 1 - \frac{E_t}{E_s} \right) \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\bar{\sigma}^2} \right] \dot{\sigma}_x \quad (15)$$

در روابط (14) و (15) نسبت انقباض بوده و به صورت رابطه (16) تعریف می‌شود.

$$\vartheta = \frac{1}{2} - \frac{(1-2\nu)E_t}{2E} \quad (16)$$

با معکوس کردن روابط (14) و (15) می‌توان رابطه‌ی نرخ تنش برحسب نرخ کرنش را به صورت روابط (17) تا (19) به دست آورد. [17].

$$\dot{\sigma}_x = E[\alpha \dot{\varepsilon}_{xx} + \beta \dot{\varepsilon}_{yy}] \quad (17)$$

$$\dot{\sigma}_y = E[\beta \dot{\varepsilon}_{xx} + \gamma \dot{\varepsilon}_{yy}] \quad (18)$$

$$\dot{\sigma}_{xy} = 2G \dot{\varepsilon}_{xy} \quad (19)$$

ضرایب موجود در معادلات ساختاری (17) تا (19) به صورت روابط (20) تا (24) قابل استخراج است.

$$\alpha = \frac{1}{\lambda} \left[ 4 - 3 \left( 1 - \frac{E_t}{E_s} \right) \frac{\sigma_1^2}{\bar{\sigma}^2} \right] \quad (20)$$

$$\beta = \frac{1}{\lambda} \left[ 2 - 2(1-2\nu) \frac{E_t}{E} - 3 \left( 1 - \frac{E_t}{E_s} \right) \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\bar{\sigma}^2} \right] \quad (21)$$

$$\gamma = \frac{1}{\lambda} \left[ 4 - 3 \left( 1 - \frac{E_t}{E_s} \right) \frac{\sigma_2^2}{\bar{\sigma}^2} \right] \quad (22)$$

$$\lambda = \frac{3E}{E_s} + (1-2\nu) \left[ 2 - (1-2\nu) \frac{E_t}{E} - 3 \left( 1 - \frac{E_t}{E_s} \right) \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\bar{\sigma}^2} \right] \quad (23)$$

$$\frac{E}{G} = 2 + 2\nu + 3 \left( \frac{E}{E_s} - 1 \right) \quad (24)$$

### 2-2- تئوری تغییرشکل پلاستیسیته براساس معادلات پراوتل - روس

معادله کرنش پلاستیک براساس روابط ساختاری پراوتل روس به صورت رابطه (25) نوشته می‌شود.

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \frac{3\dot{\bar{\sigma}}}{2\bar{\sigma}} \left( \frac{1}{E_t} - \frac{1}{E} \right) \quad (25)$$

و با استفاده از معادله‌ی (10)، فرم کلی رابطه‌ی نرخ کرنش برحسب نرخ تنش در فرمت تانسوری به صورت رابطه (26) به دست می‌آید.

$$E \dot{\varepsilon}_{ij} = (1 + \nu) \dot{S}_{ij} + \left( \frac{1-2\nu}{3} \right) \dot{\sigma}_{kk} \delta_{ij} + \frac{3\dot{\bar{\sigma}}}{2\bar{\sigma}} \left( \frac{E}{E_t} - 1 \right) S_{ij} \quad (26)$$

با پیروی از مسیر بیان شده در بخش قبلی پارامترهای معادلات (17) تا (19) بر اساس تئوری نموی پلاستیسیته به صورت روابط (27) تا (31) به دست می‌آید.

$$\alpha = \frac{1}{\lambda} \left[ 4 - 3 \left( 1 - \frac{E_t}{E} \right) \frac{\sigma_1^2}{\bar{\sigma}^2} \right] \quad (27)$$

$$\beta = \frac{1}{\lambda} \left[ 2 - 2(1-2\nu) \frac{E_t}{E} - 3 \left( 1 - \frac{E_t}{E} \right) \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\bar{\sigma}^2} \right] \quad (28)$$

$$\gamma = \frac{1}{\lambda} \left[ 4 - 3 \left( 1 - \frac{E_t}{E} \right) \frac{\sigma_2^2}{\bar{\sigma}^2} \right] \quad (29)$$

$$\lambda = (5-4\nu) + (1-2\nu)^2 \frac{E_t}{E} - 3(1-2\nu) \left( 1 - \frac{E_t}{E} \right) \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\bar{\sigma}^2} \quad (30)$$

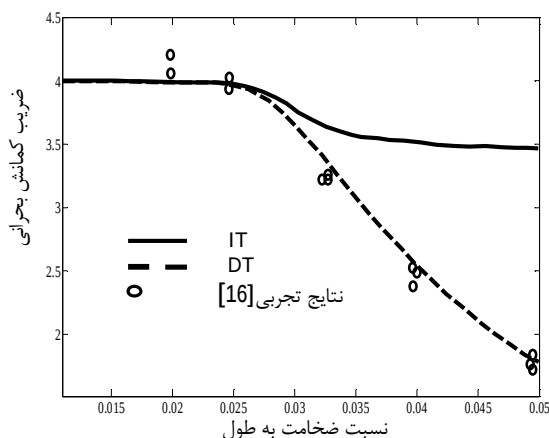
$$\frac{E}{G} = 2(1 + \nu) \quad (31)$$

در این مقاله از مدل رامبرگ - اسگود برای تعریف رفتار الاستوپلاستیک ورق

است. برای ایجاد بارگذاری ضربه‌ای مدت‌زمان بارگذاری دینامیکی به صورت  $T = 0.1 T_b$  در نظر گرفته می‌شود که  $T_b$  دوره تناوب ورق می‌باشد. برقراری یکی از دو شرط زیر باعث ایجاد کمانش در ورق شده که لزوم تحلیل رفتار بعداز کمانش را می‌طلبد. الف) دامنه بار دینامیکی از حد بار کمانش بحرانی تجاوز کند. ب) ورق دارای تغییرشکل اولیه باشد. در این مقاله از شرط اول برای ایجاد کمانش در ورق استفاده شده است. برای این منظور بار کمانش بحرانی با استفاده از روش گالرکین با بکارگیری توابع شکل مثلثاتی محاسبه شده و در ادامه مقدار دامنه بار دینامیکی از این حد بیشتر انتخاب شده است. برای این منظور با حذف ترم انرژی جنبشی از رابطه (41) معادله مقدار ویژه برای محاسبه بار کمانش بحرانی ورق الاستوپلاستیک حاصل می‌شود. با استخراج مقادیر ویژه برای شرایط مرزی مختلف بار کمانش بحرانی با استفاده از دو تئوری تغییرشکل و تئوری نموی محاسبه شده است. شکل 2 تغییرات ضریب کمانش بار را برحسب نسبت ضخامت به طول برای ورق مربعی با شرط مرزی ساده تحت بار تک‌محوره نشان می‌دهد. نتایج حاصل بکارگیری روش گالرکین در این مقاله برای محاسبه ضریب کمانش بحرانی با نتایج ارائه شده در مرجع [16] که از روش یک‌چهارم تفاضلی تعمیم یافته استفاده کرده، اعتبارسنجی شده است. برطبق نتایج ارائه شده در این مرجع نتایج حاصل از تئوری تغییرشکل نسبت به تئوری نموی برای محاسبه ضریب کمانش بحرانی با نتایج آزمایشگاهی تطابق بیشتری دارد.

همچنین با توجه به شکل 1 مقادیر  $\sigma_{xx} = P$ ,  $\sigma_{yy} = 0$ ,  $\sigma_{xy} = 0$  نظر گرفته شده است.  $\xi$  نسبت دامنه‌ی بارگذاری در دو راستای  $x$  و  $y$  می‌باشد.  $\xi = 0$  و  $\xi = 1$  به ترتیب بیانگر بارگذاری تک‌محوره در راستای  $x$  و دو محوره برابر در دو راستای  $x$  و  $y$  است. شکل‌های 2 تا 5 پاسخ دینامیکی ورق ویسکوپلاستیک برای شرط مرزی گیردار کامل به ازای نسبت طول به عرض‌های مختلف را نشان می‌دهند. مقدار دامنه‌ی بارگذاری  $P_x = 600 \text{ MPa}$  بوده و به صورت تک‌محوره در راستای  $x$  به ورق اعمال می‌شود.

با توجه به شکل 3 که جابجایی مرکز ورق برحسب زمان به ازای نسبت طول‌های مختلف را نشان می‌دهد، با کاهش مقدار این نسبت مقاومت ورق در برابر تغییرشکل بیشتر شده و نمودار جابجایی مرکز ورق سطح پایین‌تری را به ازای تمام زمان‌ها به خود اختصاص می‌دهد. شکل 4 نیز جابجایی بیشینه‌ی نقاط خط میانی ورق با مختصات عرضی صفر را به‌ازای تغییرات نسبت طول به عرض نشان می‌دهد.



شکل 2 تغییرات ضریب کمانش بحرانی برحسب ضخامت به طول برای ورق مربعی تحت بار تک‌محوره با شرط مرزی SSSS

با جایگزین کردن توابع مجاز بیان‌شده برای شرایط مرزی مختلف و استفاده از روش گالرکین با ضرب رابطه‌ی (40) در  $\Psi_r(x)\Phi_s(y)$  و در نهایت با اعمال انتگرال‌گیری در محدوده‌ی سطح ورق می‌توان رابطه‌ی (41) را استخراج نمود.

$$\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{r=1}^M \sum_{s=1}^N \{ [\alpha \Gamma_{mnrs}^1 + 2\beta \Gamma_{mnrs}^2 + \gamma \Gamma_{mnrs}^3] + \frac{12}{h^2 E} (\sigma_{xx} \Gamma_{mnrs}^4 + \sigma_{yy} \Gamma_{mnrs}^5) \} W_{mn}(t) + \rho h \Gamma_{mnrs}^6 \frac{dW_{mn}(t)}{dt} = 0 \quad (41)$$

در معادله‌ی (41) مقادیر انتگرالی به صورت روابط (42) تا (47) قابل‌بیان می‌باشند.

$$\Gamma_{mnrs}^1 = \int_0^a (\Psi_m^{xxxx} \Psi_r) dx \int_0^b (\Phi_n \Phi_s) dy \quad (42)$$

$$\Gamma_{mnrs}^2 = \int_0^a (\Psi_m^{xx} \Psi_r) dx \int_0^b (\Phi_n^{yy} \Phi_s) dy \quad (43)$$

$$\Gamma_{mnrs}^3 = \int_0^a (\Psi_m \Psi_r) dx \int_0^b (\Phi_n^{yyyy} \Phi_s) dy \quad (44)$$

$$\Gamma_{mnrs}^4 = \int_0^a (\Psi_m^{xx} \Psi_r) dx \int_0^b (\Phi_n \Phi_s) dy \quad (45)$$

$$\Gamma_{mnrs}^5 = \int_0^a (\Psi_m \Psi_r) dx \int_0^b (\Phi_n^{yy} \Phi_s) dy \quad (46)$$

$$\Gamma_{mnrs}^6 = \int_0^a (\Psi_m \Psi_r) dx \int_0^b (\Phi_n \Phi_s) dy \quad (47)$$

## 5- تحلیل نتایج

ورق مستطیلی مورد تحلیل در این مقاله از جنس آلومینیم به ابعاد  $a \times b = 0.5 \times 0.5 \text{ m}^2$  و ضخامت  $h = 0.005 \text{ m}$  است. همچنین پارامترهای مکانیکی آن به صورت  $E = 72.4 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0.32$ ,  $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$  بوده و ضرایب رامبرگ-اسکود نیز برابر  $k = 3.94 \times 10^{21}$ ,  $c = 10.9$  می‌باشند [17-12]. توابع مجاز برای برآوردن شرایط مرزی ساده-ساده، گیردار-ساده و گیردار-گیردار به ترتیب در معادلات (48) تا (50) به صورت توابع مثلثاتی به کار گرفته شده است.

$$w(x, t) = W_m \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \quad (48)$$

$$w(x, t) = W_m \sin\left(\frac{\pi x}{2a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \quad (49)$$

$$w(x, t) = W_m \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \quad (50)$$

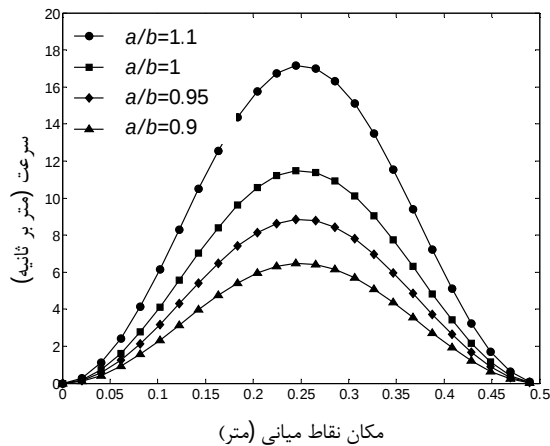
که از ترکیب توابع شکل (48) تا (50) می‌توان توابع مجاز را برای برآورده شدن شرایط مرزی در دو راستای  $x$  و  $y$  به‌دست آورد. به‌عنوان نمونه برای شرایط مرزی گیردار-ساده در راستای  $x$  و ساده-ساده در راستای  $y$  تابع شکل به فرم معادله (51) قابل‌استخراج است.

$$w(x, y, t) = \sum \sum W_{mn} \sin\left(\frac{\pi x}{2a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (51)$$

در ادامه برای سهولت در نوشتار از علامت اختصاری  $S$  برای تکیه‌گاه ساده و از علامت اختصاری  $C$  برای تکیه‌گاه گیردار استفاده شده است. بنابراین منظور از علامت CSSS این است که ورق در راستای  $x$  به ترتیب در  $x=a$  و  $x=0$  دارای تکیه‌گاه گیردار و تکیه‌گاه ساده و در راستای  $y$  در  $y=b$  و  $y=0$  دارای تکیه‌گاه ساده است. بارگذاری اعمالی بر ورق از نوع بارگذاری دینامیکی نمایی بوده که به صورت تابع ارائه‌شده در رابطه‌ی (52) بر آن وارد می‌شود.

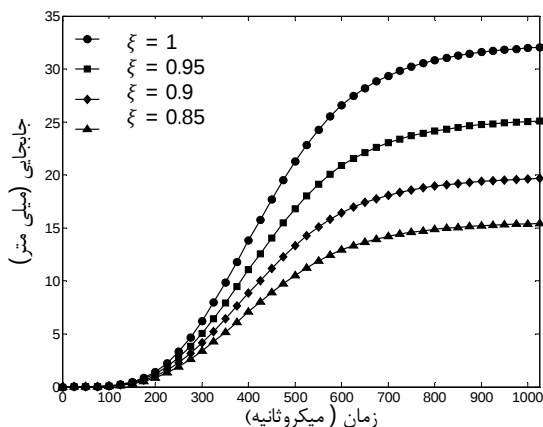
$$P = P_x e^{-\left(\frac{\pi t}{T}\right)} [1 - H(t - T)] \quad (52)$$

در رابطه‌ی (52)،  $T$  مدت‌زمان بارگذاری دینامیکی و  $H$  تابع پله‌ای هویساید

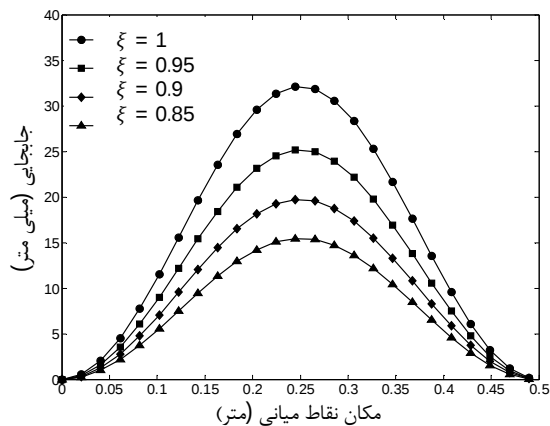


شکل 6 سرعت بیشینه‌ی نقاط خط میانی مرکز ورق شرط مرزی کاملاً گیردار (CCCC) به ازای نسبت طول به عرض مختلف با نسبت بار صفر ( $\xi = 0$ )

شکل 7 تا 10 تأثیر نسبت دامنه بارگذاری را بر جابجایی و سرعت ورق به ازای نسبت دامنه بارگذاری‌های مختلف به ازای  $P_x = 350 \text{ MPa}$  نشان می‌دهد. با افزایش نسبت بارگذاری جابجایی و سرعت مرکز ورق به ازای تمامی زمان‌ها سطوح بالاتری داشته‌اند به‌طوری‌که برای نسبت دامنه‌ی بارگذاری  $\xi = 1, \xi = 0.85$  به ازای جابجایی و سرعت به ترتیب پایین‌ترین و بالاترین مقادیر را به ازای تمامی زمان‌های محاسبه‌شده دارا می‌باشند.

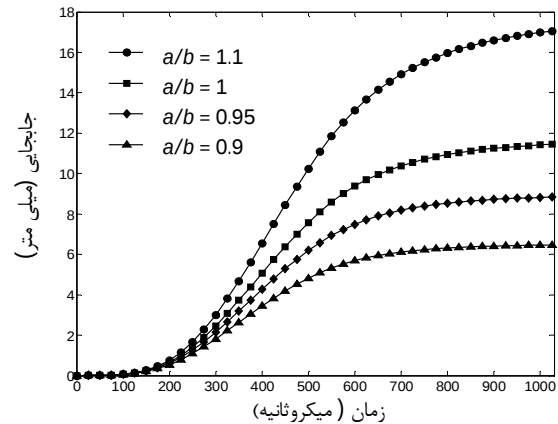


شکل 7 جابجایی مرکز ورق برحسب زمان برای شرط مرزی کاملاً گیردار (CCCC) به ازای نسبت بارگذاری مختلف

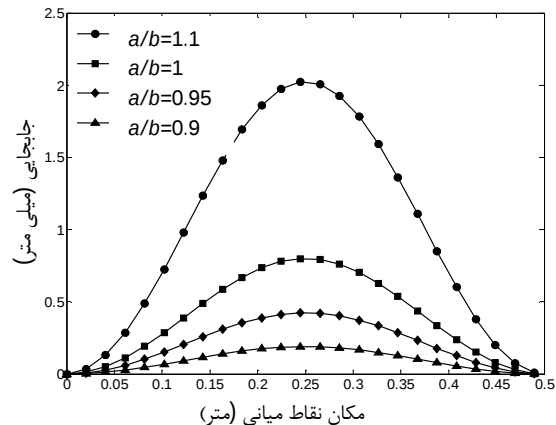


شکل 8 جابجایی بیشینه‌ی خط میانی ورق برای شرط مرزی کاملاً گیردار (CCCC) به ازای نسبت بارگذاری مختلف

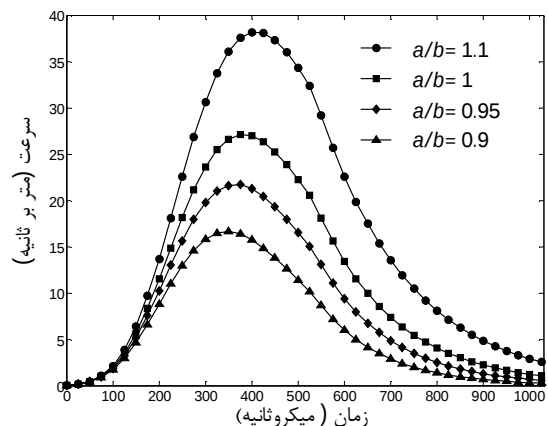
همانند روند بیان‌شده برای شکل 3 با کاهش مقدار نسبت طول به عرض کلیه نقاط قرار گرفته در مختصات  $(x, b/2)$  جابجایی بیشینه‌ی کمتری را دارا هستند. روند ارائه‌شده برای جابجایی در نمودارهای سرعت نشان داده‌شده در شکل‌های 5 و 6 نیز صادق است با این تفاوت که بیشینه سرعت مرکز ورق در زمان انتهای بارگذاری رخ نداده بلکه در زمان قبل از بارگذاری اتفاق می‌افتد. دوره‌ی بارگذاری برای ورق با شرط مرزی گیردار  $T = 540 \mu\text{s}$  می‌باشد.



شکل 9 جابجایی مرکز ورق برحسب زمان برای شرط مرزی کاملاً گیردار (CCCC) به ازای نسبت طول به عرض مختلف با نسبت بار صفر ( $\xi = 0$ )

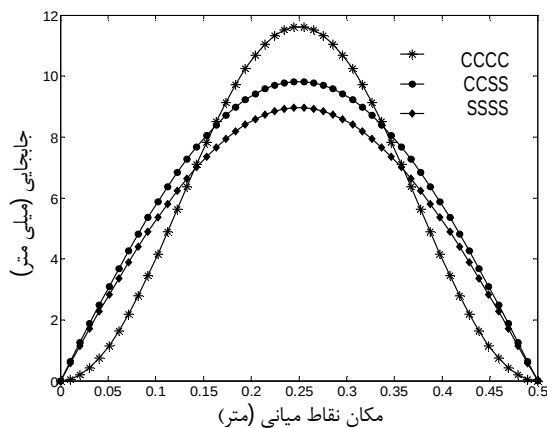


شکل 10 جابجایی بیشینه‌ی نقاط خط میانی ورق برای شرط مرزی کاملاً گیردار (CCCC) به ازای نسبت طول به عرض مختلف با نسبت بار صفر ( $\xi = 0$ )

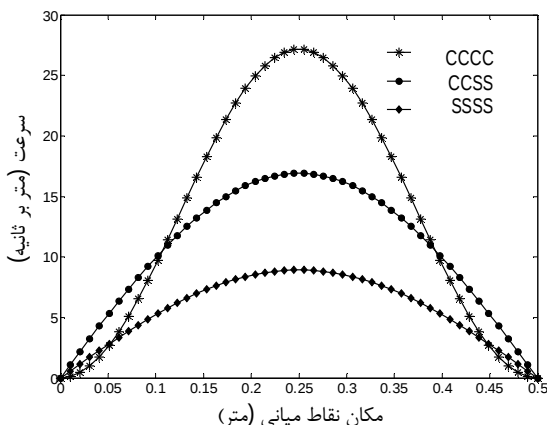


شکل 11 سرعت مرکز ورق برحسب زمان برای شرط مرزی کاملاً گیردار (CCCC) به ازای نسبت طول به عرض مختلف با نسبت بار صفر ( $\xi = 0$ )

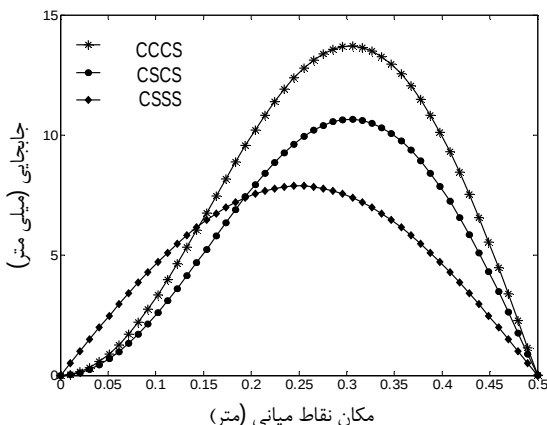
نامتقارن برای شرایط مرزی مختلف می‌توان نتیجه گرفت که در بارگذاری یکسان با توجه به بالاتر بودن مقاومت ورق در برابر تغییر شکل با شرط مرزی گیردار نسبت به شرط مرزی ساده، ورق با شرایط SSSS، CCSS و CCCC به ترتیب بیشترین جابجایی و سرعت را خواهد داشت. همچنین برای شرایط مرزی نامتقارن در بارگذاری یکسان CCCC، CCSS و CCCC به ترتیب بیشترین جابجایی و سرعت را دارا می‌باشد. همچنین تعداد شرط مرزی ساده یا گیردار در چهار لبه ورق مستطیلی تعیین‌کننده نحوه پاسخ دینامیکی ورق در شرایط یکسان نسبت به حالت‌های مختلف است.



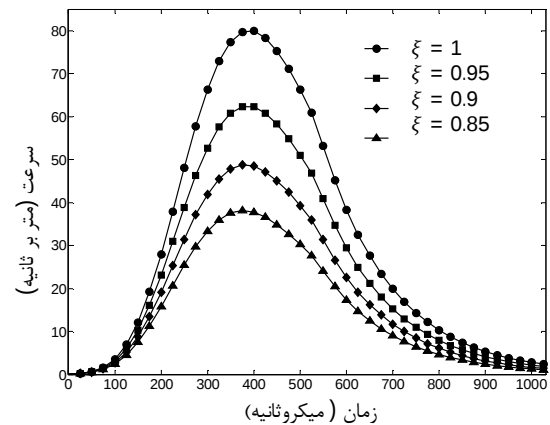
شکل 11 جابجایی بیشینه‌ی مرکز ورق برای شرایط مرزی متقارن



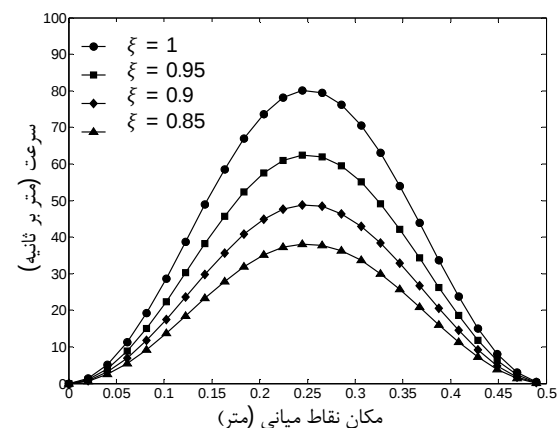
شکل 12 سرعت بیشینه‌ی مرکز ورق برای شرایط مرزی متقارن



شکل 13 جابجایی بیشینه‌ی مرکز ورق برای شرایط مرزی نامتقارن



شکل 9 سرعت مرکز ورق بر حسب زمان برای شرط مرزی کاملاً گیردار (CCCC) به ازای نسبت بارگذاری مختلف

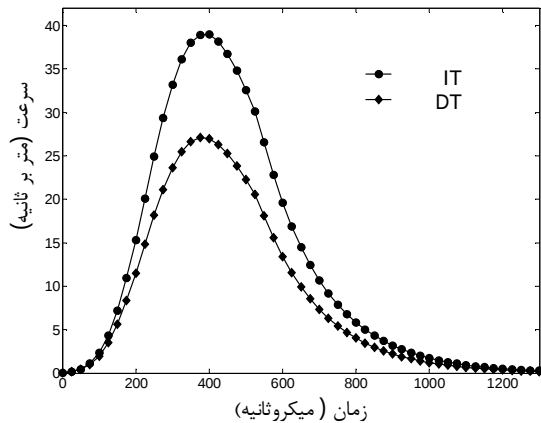


شکل 10 سرعت بیشینه‌ی خط میانی ورق برای شرط مرزی کاملاً گیردار (CCCC) به ازای نسبت بارگذاری مختلف

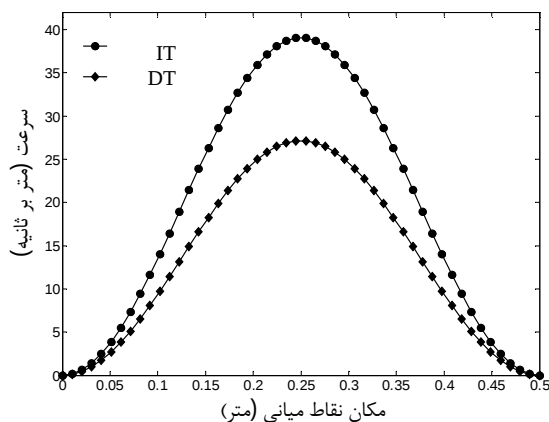
یکی از عوامل مهم تأثیرگذار بر پاسخ دینامیکی ورق ویسکوپلاستیک نوع شرایط مرزی حاکم بر لبه‌های ورق مستطیلی می‌باشد. این شرایط مرزی می‌تواند به دو دسته شرایط مرزی متقارن شامل شرایط SSSS، CCSS و CCCC و شرایط مرزی نامتقارن شامل شرایط CCCC، CCSS و CCCC تقسیم‌بندی نمود. پاسخ دینامیکی ورق برای شرایط مرزی متقارن در بارگذاری تک‌محوره در شکل‌های 11 و 12 نشان داده شده است.

با توجه به این دو نمودار به علت وجود شرایط متقارن بیشینه جابجایی و سرعت در مرکز ورق صورت گرفته است. مقادیر دامنه‌ی بار اعمالی برای سه شرط مرزی متقارن SSSS، CCSS و CCCC به ترتیب برابر  $P_x = 325 \text{ MPa}$ ،  $P_x = 580 \text{ MPa}$  و  $P_x = 600 \text{ MPa}$  می‌باشد. در بارگذاری یکسان با توجه به بالاتر بودن مقاومت ورق در برابر تغییر شکل با شرط مرزی گیردار، ورق با شرایط SSSS، CCSS و CCCC به ترتیب بیشترین جابجایی و سرعت را خواهد داشت. جابجایی و سرعت بیشینه مرکز ورق برای شرایط مرزی نامتقارن در بارگذاری تک‌محوره در شکل‌های 13 و 14 نشان داده شده است. با توجه به این دو نمودار به علت وجود شرایط نامتقارن، بیشینه جابجایی و سرعت در نقاط نزدیک به تکیه‌گاه ساده به علت مقاومت کمتر در برابر تغییر شکل رخ می‌دهد.

مقادیر دامنه‌ی بار اعمالی برای سه شرط مرزی نامتقارن CCCC، CCSS و CCCC به ترتیب برابر  $P_x = 450 \text{ MPa}$ ،  $P_x = 480 \text{ MPa}$  و  $P_x = 580 \text{ MPa}$  می‌باشد. با توجه به پاسخ دینامیکی ارائه شده برای شرایط مرزی متقارن و



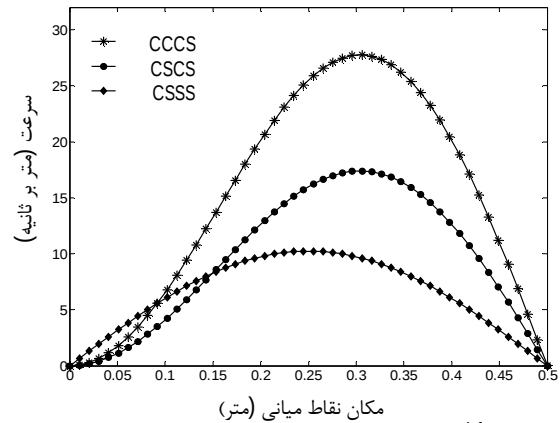
شکل 17 مقایسه تئوری‌های تغییرشکل و نموی پلاستیسیته سرعت مرکز ورق برحسب زمان با شرط مرزی کاملاً گیردار (CCCC)



شکل 18 مقایسه تئوری‌های تغییرشکل و نموی پلاستیسیته برای سرعت بیشینه‌ی مرکز ورق با شرط مرزی کاملاً گیردار (CCCC)

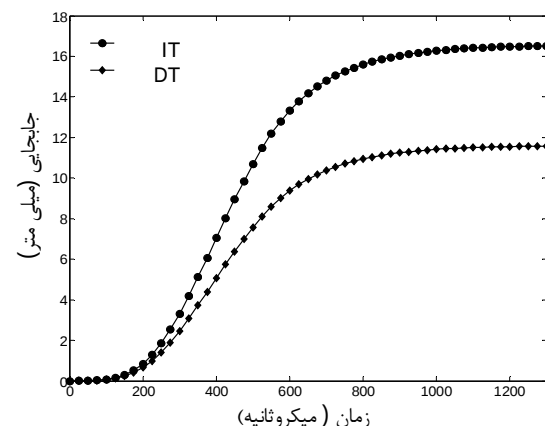
## 6- نتیجه‌گیری

نتایج به دست آمده از تحلیل کمانش دینامیکی ورق مستطیلی ویسکوپلاستیک از جنس آلومینیم تحت بار دینامیکی لحظه‌ای نمایی نشان می‌دهد که استفاده از توابع شکل مثلثاتی توابعی مناسب به شمار می‌آیند، در محاسبه ضریب کمانش بحرانی، تئوری تغییرشکل نسبت به تئوری نموی تخمین پایین‌تری را پیش‌بینی کرده که این نتایج با داده‌های آزمایشگاهی تطابق بیشتری دارد، به این دلیل، از تئوری تغییرشکل برای استخراج پاسخ کمانش دینامیکی ورق استفاده شده است. پاسخ دینامیکی ورق شامل تغییرات جابجایی و سرعت مرکز ورق برحسب زمان و همچنین تغییرات جابجایی و سرعت نقاط خط میانی ورق در زمان بیشینه جابجایی و سرعت با افزایش نسبت طول به عرض آن افزایش یافته بطوری‌که برای نسبت طول به عرض 1/0/85 به ترتیب دارای مقادیر بیشینه و کمینه می‌باشند. این روند برای تغییرات نسبت بار محوری در دو راستای  $x$  و  $y$  نیز صادق است. به عبارت دیگر با توجه به نتایج حاصل شده، با افزایش نسبت بار محوری در دو راستا، سطوح جابجایی و سرعت افزایش می‌یابد. در این حالت برای نسبت بار محوری واحد که معرف بارگذاری دومحوره یکسان است، بیشینه پاسخ دینامیکی و برای نسبت بار محوری 0/85 کمینه پاسخ دینامیکی مشاهده شده است. تقارن در شرایط مرزی برای بارگذاری تک‌محوره باعث تولید پاسخ دینامیکی متقارن و عدم تقارن در شرایط مرزی باعث تولید پاسخ دینامیکی نامتقارن می‌شود. بر

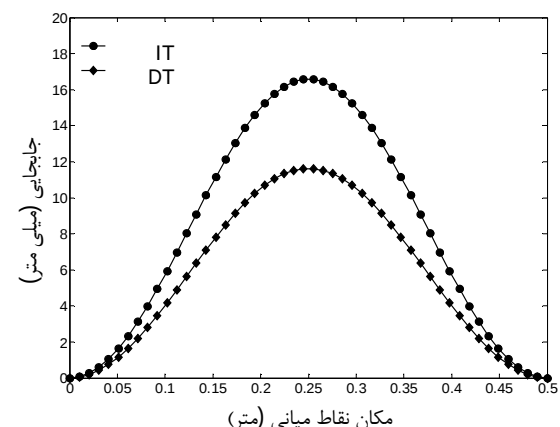


شکل 14 سرعت بیشینه‌ی مرکز ورق برای شرایط مرزی نامتقارن

دو تئوری استفاده شده برای استخراج معادلات میدانی تنش و کرنش شامل تئوری تغییرشکل و تئوری نموی پلاستیسیته می‌باشند. براساس نتایج ارائه شده در مرجع [16] در حالت استاتیکی برای محاسبه بار بحرانی کمانش، تئوری تغییرشکل نسبت به تئوری نموی تخمین پایین‌تری پیش‌بینی می‌کند. این تخمین پایین‌تر با داده‌های تجربی تطابق بیشتری دارد [16]. با توجه به پاسخ دینامیکی نشان داده شده برای ورق با شرایط مرزی کاملاً گیردار در شکل‌های 15 تا 18 در حالت بارگذاری دینامیکی تئوری تغییرشکل نسبت به تئوری نموی پاسخ پایین‌تری را ارائه می‌دهد.



شکل 15 مقایسه تئوری‌های تغییرشکل و نموی پلاستیسیته برای جابجایی مرکز ورق برحسب زمان با شرط مرزی کاملاً گیردار (CCCC)



شکل 16 مقایسه تئوری‌های تغییرشکل و نموی پلاستیسیته برای جابجایی بیشینه‌ی مرکز ورق با شرط مرزی کاملاً گیردار (CCCC)

- [8] K. Ramajeyathilagam, C.P. Vendhan, R.V. Bhujanga, Nonlinear transient dynamic response of rectangular plates under shock loading, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 24, No. 10, pp. 999-1015, 2001.
- [9] K. Ramajeyathilagam, C.P. Vendhan, R.V. Bhujanga, Experimental and numerical investigations of deformation of cylindrical shell and panels to underwater explosion, *Journal of Shock Vibration*, Vol. 8, No. 8, pp. 253-270, 2001.
- [10] K. Ramajeyathilagam, C.P. Vendhan, R.V. Bhujanga, Deformation and rupture of thin rectangular plates subjected to underwater shock, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 30, No. 6, pp. 699-719, 2004.
- [11] D. Durban, Z. Zuckerman, Elastic plastic buckling of rectangular plates in biaxial compression tension. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 41, No. 7, pp. 751-765, 1999.
- [12] C.M. Wang, Y. Xiang, J. Chakrabarty, Elasticplastic buckling of thick plates, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 38, No. 48, pp. 8617-8640, 2004.
- [13] C. Wang, T.M. Aung, Plastic buckling analysis of thick plates using P-Ritz method, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 44, pp. 6239-6255, 2007.
- [14] X. Wang, J. Huang, Elastoplastic buckling analyses of rectangular plates under biaxial loadings by the DQM, *Thin-Walled Structures*, Vol. 47, No. 18, pp. 14-20, 2009.
- [15] M. Maarefdoust, M. Kadkhodayan, Elastoplastic buckling analysis of plates involving free edges by deformation theory of plasticity, *International Journal of Engineering*, Vol. 26, No. 4, pp. 421-432, 2013.
- [16] M. Kadkhodayan, M. Maarefdoust, Elastic plastic buckling of isotropic thin plates subjected to uniform and linearly varying inplane loading using incremental and deformation theories, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 32, No. 1, pp. 66-83, 2013.
- [17] M. Maarefdoust, M. Kadkhodayan, A comparison between the incremental and deformation theories to analyze elastoplastic buckling of thin rectangular plates by GDQ method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 12, No. 3, pp. 11-26, 2011. (In Persian)

اساس این مشاهدات برای شرایط مرزی متقارن شامل SSSS، CCSS و CCCC جابجایی و سرعت ورق نسبت به نقطه میانی ورق متقارن بوده و برای شرایط مرزی نامتقارن شامل SSSS، CCSS و CCCC بیشینه جابجایی و سرعت ورق به سمت تکیه‌گاه با شرط مرزی ساده تمایل دارد. همچنین در بارگذاری یکسان با توجه به بالاتر بودن مقاومت ورق در برابر تغییرشکل با شرط مرزی گیردار، ورق با شرایط SSSS، CCSS و CCCC به ترتیب بیشترین جابجایی و سرعت و برای شرایط مرزی نامتقارن در بارگذاری یکسان SSSS، CCSS و CCCC به ترتیب بیشترین جابجایی و سرعت را خواهند داشت.

## 7- مراجع

- [1] T. Wierzbicki, A.L. Florence, A theoretical and experimental investigation of impulsively loaded clamped circular viscoplastic plates, *International journal of Solids Struct*, Vol. 6, No. 5, pp. 55-580, 1970.
- [2] R.C. Batra, R.N. Dubey, Impulsively loaded circular plates, *International journal Solids Struct*, Vol. 7, pp. 965-978, 1971.
- [3] H. Lippman, Kinetics of the axisymmetric rigid-plastic membrane supplied to initial impact, *Internatioanl Journal of Mechanic science*, Vol. 16, No. 8, pp. 297-303, 1974.
- [4] N. Perrone, P. Bhadra, Simplified large deflection mode solutions for impulsively loaded viscoplastic circular membranes, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 51, No. 8, pp. 505-509, 1984.
- [5] G.N. Nurick, J.B. Martin, Deformation of thin plates subjected to impulsive loading a review part I, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 8, No. 2, pp. 159-170, 1989.
- [6] H. Gharababaei, A. Darvizeh, Experimental and analytical investigation of large deformation of thin circular plates subjected to localized and uniform loading, *Mechanics based design of structures and machines*, Vol. 38, No. 2, pp. 171-189, 2010.
- [7] H. Gharababaei, A. Darvizeh, M. Darvizeh, Analytical and experimental studies for deformation of circular plates subjected to blast loading, *Journal of mechanical Science and Technology*, Vol. 24. No. 9, pp. 1855-1864, 2010.