مجله مهندسی مکانیک مدرس، مرداد 1394، دوره 15، شماره 5، ص‌ص 115-126

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

بررسی اثر پیش‌بار بر رفتار دینامیکی خطی و غیرخطی یاتاقان ژورنال غیرمُدور دو لُب با روانکار میکروپلار

اصغر دشتی رحمت آبادی[1*]، مهدی زارع مهرجردی[2]، رضا رشیدی میبدی[3]

1- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد
2- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد
3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه پیام نور، تهران
* یزد، صندوق پستی 741- 89195، dashti@yazd.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 09 آذر 1393
پذیرش: 19 بهمن 1393
ارائه در سایت: 15 فروردین 1394

کلید واژگان:
یاتاقان ژورنال غیرمدور دو لُب
پیش‌بار
تحلیل دینامیکی خطی و غیرخطی
جرم بحرانی
فرکانس چرخش گردابی

چکیده

در پژوهش حاضر تأثیر میزان پیش‌بار بر پایداری دینامیکی یاتاقان ژورنال هیدرودینامیکی غیرمدور دو لُب تحت روانکاری میکروپلار بر پایه مدل‌های تحلیلی دینامیکی خطی و غیرخطی با استفاده از روش حل عددی اجزاء محدود ارزیابی شده‌است. به این منظور معادله رینولدز حاکم بر روانکاری هیدرودینامیکی یاتاقان ژورنال با سیال تراکم‌ناپذیر با فرض صُلبیت روتور و بکارگیری تئوری سیال میکروپلار اصلاح گردیده‌است. در ادامه مدل دینامیکی خطی با فرض حرکت اغتشاشی هارمونیک مشخص و مدل دینامیکی غیرخطی با تعقیب گام به گام مسیر حرکت روتور در طول زمان با کمک روش رانگ-کوتای مرتبه چهار جهت بررسی وضعیت پایداری یاتاقان مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در نهایت پارامترهای جرم بحرانی و نسبت فرکانس چرخش گردابی روتور به عنوان مشخصه‌های پایداری یاتاقان به ازای مقادیر مختلف پیش بار توسط هر دو مدل تحلیل دینامیکی توسط روش اجزاء محدود استخراج و با یکدیگر مقایسه شده‌اند. نتایج گویای بهبود پایداری دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال دو لُب در قالب ارتقاء پارامتر جرم بحرانی و اُفت فرکانس چرخش گردابی توام با افزایش میزان غیرمدوری یاتاقان هستند. مقایسه دو مدل ارائه شده بیانگر نتایج محتاطانه‌تر تحلیل دینامیکی خطی نسبت به نوع غیرخطی در حالت‌های گوناگون بررسی می‌باشد. همچنین نتایج تحلیل دینامیکی غیرخطی یاتاقان از رخداد رفتارهای نوسانی بازگشتی به نقطه تعادل استاتیکی، پریودیکی با دامنه محدود و اغتشاشات واگرای منجر به برخورد روتور و پوسته یاتاقان با افزایش میزان پیش‌بار حکایت دارند.

Investigation of Preload Effects on the Linear and Nonlinear Dynamic Analysis of Noncircular Two Lobe Journal Bearing with Micropolar Lubricant

Asghar Dashti Rahmatabadi[1*], Mahdi Zare Mehrjardi[1], Reza Rashidi Meybodi[2]

1- Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran.
2- Department of Mechanical Engineering, Payame Noor University, Tehran, Iran.
*P.O.B. 89195-741 Yazd, Iran, dashti@yazd.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 30 November 2014
Accepted 08 February 2015
Available Online 04 April 2015

Keywords:
Noncircular two lobe journal bearing
Preload
Linear and nonlinear dynamic analysis
Critical mass parameter
Whirl frequency ratio

ABSTRACT

In this work, using finite element method (FEM) the effects of preload factor on the dynamic stability of noncircular two lobe hydrodynamic micropolar lubricated journal bearing based on the linear and nonlinear analytical dynamic models are presented. Assuming that the rotor is solid, the governing Reynolds equations for incompressible lubrication of journal bearing have been modified using micropolar theory. Later, the linear and nonlinear dynamic models, including certain harmonic disturbances and time dependent trajectory of rotor center are applied to obtain the stability performance of bearing. The 4th order Runge-Kutta method has been used to solve the time dependent equations of rotor motion. Finally, the numerical results for the critical mass parameter and whirl frequency ratio of rotor as the stability characteristics of bearing are evaluated for different values of preload factor and compared together. Results show that the stability performance of two lobe bearing enhances by increasing the amount of bearing noncircularity in terms of the critical mass parameter increase and decrease of the whirl frequency ratio. Also, by comparing two dynamic analysis methods, it is obvious that the results of linear dynamic model are more cautious in different investigated cases. The results of nonlinear dynamic analysis reveal that by increasing the value of preload factor the dynamic response of rotor center involves return to steady state equilibrium position, limit cycle periodic motions and contact between rotor and bearing's shell.

1- مقدمه

بکارگیری انواع یاتاقان‌های ژورنال گازی و روغنی بعنوان یکی از اجزاء تأثیرگذار در ساختار سیستم‌های دوار در سال‌های اخیر از رشد چشمگیری برخوردار بوده‌است. این دسته از یاتاقان‌ها بعنوان تکیه‌گاه‌هایی مناسب بویژه

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:
A. Dashti Rahmatabadi, M. Zare Mehrjardi, R. Rashidi Meybodi, Investigation of Preload Effects on the Linear and Nonlinear Dynamic Analysis of Noncircular Two Lobe Journal Bearing with Micropolar Lubricant, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 15, No. 5, pp. 115-126, 2015 (In Persian)

برای قطعات دوار ماشین، امروزه بطور گسترده‌ای در تجهیزاتی نظیر توربوماشین‌ها، ماشین‌آلات صنایع غذایی، کمپرسورها، تجهیزات پزشکی، راکتورهای هسته‌ای، صنایع هوایی و ژیرسکوپ‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند. تجزیه و تحلیل رفتار یاتاقان‌های ژورنال در شرایط متفاوت طراحی، مونتاژ و روانکاری به منظور شناسایی عوامل مؤثر بر ارتقاء عملکرد استاتیکی و پایداری دینامیکی آن‌ها از گذشته یکی از موضوعات مورد توجه پژوهشگران حوزه روانکاری بوده‌است. تغییر در نوع روانکار بویژه در حیطه سیالات روغنی و استفاده از یاتاقان‌های ژورنال با اشکال هندسی متفاوت از جمله راهکارهای پیشنهادی پژوهشگران عرصه روانکاری در راستای بهبود عملکرد استاتیکی و دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی می‌باشند.

استفاده از روانکارهای مختلف و یا افزودن ترکیبات شیمیایی خاص به آن‌ها برای رسیدن به ویژگی‌های نظیر تسهیل فرآیند خنک‌کاری، افزایش قابلیت حمل بار، کاهش اصطکاک و نشتی روانکار و بهبود پایداری دینامیکی مجموعه یاتاقان و روتور از جمله روش‌های پیشنهادی در حیطه انتخاب نوع سیال روانکار هستند. بکارگیری مواد افزودنی جهت ارتقاء عملکرد روانکارهای موجود و همچنین امکان اختلاط هرگونه آلودگی، گرد و غبار و ذرات فلزی و غیرفلزی ساییده شده از سطوح قطعات با روانکار در شرایط کارکرد و نیز ابعاد بسیار کوچک فضای لقی بین یاتاقان و روتور بویژه در ناحیه متناظر با فشار ماکزیمم در فیلم روانکار سبب می‌شود تا استفاده از معادلات ناویر استوکس و فرض سیال نیوتنی در تحلیل عملکرد مجموعه، زمینه انحراف نتایج تحلیل از شرایط واقعی را فراهم آورد. ماهیت روانکارهای تراکم‌ناپذیر پس از ورود ذرات ریز معلق که بُروز ویژگی‌های میکروسکوپیک خاص نظیر جابجایی، چرخش و تغییر شکل در المان‌های کوچک داخلی سیال، مجزا از مشخصات کلی جریان را تشدید می‌نمایند، در قالب تئوری میکروسیالات قابل بررسی خواهد بود. مدل سیال میکروپلار ارائه شده توسط ارینگن برای نخستین بار در سال 1964، زیر شاخه‌ای از تئوری عام سیالات میکرو به شمار می‌آید [1].

با توجه به تعاریف ارینگن میکروسیالات بعنوان جریان‌های دارای اثرات میکروسکوپیک ناشی از وجود ریز ساختارها، توسط 22 ضریب لزجتی و حرکتی مجزا شناخته می‌شوند. میکروساختارهای موجود در اینگونه سیال‌ها می‌توانند بصورت آزادانه و مستقل از حجم معیار کلی، جابجایی و چرخش داشته‌باشند. از سوی دیگر بر پایه مدل ارینگن سیالات میکروپلار قادر به تحمل گشتاورهای حجمی بوده و تنها از تغییر شکل‌های جزئی میکروساختارهای آن‌ها بر پایه نتایج تحقیقات صرف‌نظر می‌گردد. با توجه به تحلیل‌ها و آزمایش‌های صورت گرفته توسط محققان حوزه روانکاری از دیرباز تاکنون از میان مدل‌های متنوع برای ارزیابی روانکارهای تراکم‌ناپذیر بویژه سیالات حاوی ذرات معلق و افزودنی‌های پایه پلیمری و کریستالی با تطابق زیاد نسبت به اغلب روانکارهای روغنی امروزی و نیز با در نظر گرفتن عرض بسیار اندک فضای لقی یاتاقان و نزدیکی آن به ابعاد ملکول‌های روانکار، مدل سیال میکروپلار نزدیکترین نتایج به شرایط واقعی را ارائه خواهد نمود. از این رو در پژوهش حاضر تحلیل رفتار دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور با فرض مدل روانکار میکروپلار انجام گرفته‌است. تعمیم مدل سیال میکروپلار به حوزه روانکاری یاتاقان‌های ژورنال اولین بار توسط آلن و کلاین در سال 1971 انجام گرفت [2]. در ادامه در سال 1989 بررسی‌های مقدماتی در زمینه تحلیل استاتیکی یاتاقان‌های ژورنال با طول محدود با روانکار میکروپلار با روش حل عددی اجزاء محدود توسط خونساری و بریوو انجام شد [3]. این پژوهشگران افزایش محسوس در قابلیت حمل بار و کاهش ضریب اصطکاک یاتاقان در ازای بکارگیری سیال میکروپلار به جای نوع نیوتنی را گزارش نمودند. بررسی رفتار دینامیکی یاتاقان‌های مدور روغنی با سیال میکروپلار نیز اولین بار توسط داس و همکارانش در سال 2004 صورت گرفت [4]. نتایج آنان گویای بهبود عملکرد دینامیکی یاتاقان‌های مدور در مقابل اغتشاشات احتمالی در وضعیت حرکتی روتور در صورت جایگزینی روانکار نیوتنی با میکروپلار بود. در ادامه پژوهش‌های پیشین، کومار و چاتوپادهیای در سال 2013 تأثیر روانکار میکروپلار بر رفتار دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال یک بعدی با فرض انعطاف‌پذیری روتور را ارائه نمودند [5]. نتایج آنان افزایش پایداری دینامیکی یاتاقان در صورت تقویت خواص میکروپلاریته روانکار با یک انتخاب بهینه برای ابعاد میکرو ذرات معلق را تایید می‌نمود.

استفاده از یاتاقان‌های ژورنال با شکل‌های هندسی گوناگون نظیر یاتاقان‌های بیضوی، سه و چهار لُب و انواع کفشک لولایی بعنوان جایگزین انواع مدور مشابه از دیگر طرح‌های کاربردی در راستای ارتقاء عملکرد سیستم‌های دوار در سال‌های اخیر بوده‌است. یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور اولین بار توسط پینکاس در سال 1956 معرفی شدند [6]. در ادامه مالک و همکارانش مطالعاتی پیرامون اثر نسبت منظری[1]، میزان غیرمدوری و خروج از مرکزی[2] بر عملکرد استاتیکی یاتاقان‌های دو لُب و سه لُب را ارائه دادند [7، 8]. نتایج آنان بیانگر کاهش قابلیت حمل بار و زاویه وضعی یاتاقان‌های غیرمدور در مقایسه با انواع مدور بود. مولر و همکارانش در سال 1997 و در ادامه رائو و ساویکی در سال 2003 تخمینی از ضرایب سختی و میرایی معادل یاتاقان‌های غیرمدور را با بکارگیری الگوریتم جدید پایستاری جرم ارائه نمودند [9،10]. بررسی صورت گرفته پیرامون چهار گروه از یاتاقان‌های غیرمدور در این پژوهش‌ها گویای تطابق مناسب بین نتایج الگوریتم جدید پیشنهادی و شرط مرزی رینولدز مورد استفاده در مراجع جهت تعیین محل کاویتاسیون درون فیلم روانکار بود. همچنین اثر پارامترهای طراحی و نصب یاتاقان نظیر پریلود، نسبت منظری و زاویه چرخش[3] و مشخصه‌های روانکار میکروپلار شامل عدد کوپلینگ[4] و طول مشخصه بی‌بعد[5] بر عملکرد استاتیکی یاتاقان‌های دو، سه و چهار لُب در سال‌های اخیر توسط رحمت‌آبادی و همکارانش بررسی شدند [11-13]. نتایج بیانگر افزایش قابلیت حمل بار یاتاقان با افزایش میزان پریلود و تقویت خواص میکروپلاریته سیال روانکار بودند. همچنین برخلاف یاتاقان‌های مدور، نتایج امکان بهبود عملکرد یاتاقان‌های غیرمدور با تغییر در میزان زاویه نصب حتی در صورت ثبات دیگر پارامترهای طراحی و روانکاری را تأیید می‌نمود. چِتی در سال 2011 تأثیر میزان ناهمراستایی خط المرکزین یاتاقان و محور به علت تغییر شکل‌های الاستیکی روتور را بر عملکرد استاتیکی یاتاقان‌های مدور بررسی نمود [14]. نتایج این تحقیق از وضوح بیشتر اثرات ناهمراستایی بر عملکرد مجموعه در صورت بکارگیری روانکار میکروپلار به جای نوع نیوتنی حکایت داشت. شرما و راجپوت در سال 2012 تأثیر روانکاری میکروپلار بر عملکرد استاتیکی یاتاقان‌های مخروطی شکل همراه با چهار مجرای ورودی و جبران کننده روانکار را بررسی نمودند [15]. نتایج آنان از تاثیر قابل توجه جایگزینی روانکار نیوتنی با میکروپلار بر عملکرد یاتاقان‌های مورد بررسی بویژه در زوایای شیب 10 و 20 درجه پوسته مخروطی یاتاقان حکایت داشت. مطالعه تأثیر پیش‌بار بر عملکرد استاتیکی یاتاقان‌های غیرمدور تحت روانکاری میکروپلار در سال 2013 توسط نکویی‌مهر و همکارانش انجام گرفت [16]. در این بررسی چگونگی انتخاب بهینه میزان پیش‌بار یاتاقان غیرمدور جهت حصول عملکرد مناسب‌تر ارزیابی شده‌بود. نتایج اثرگذاری مشخص تعداد لُب‌های یاتاقان و

1- Aspect Ratio
2- Eccentricity Ratio
3- Mount Angle
4- Coupling Number
5- Nondimensional Characteristic Length

شکل آن‌ها بر قابلیت حمل بار و زاویه وضعی یاتاقان را نشان می‌داد.

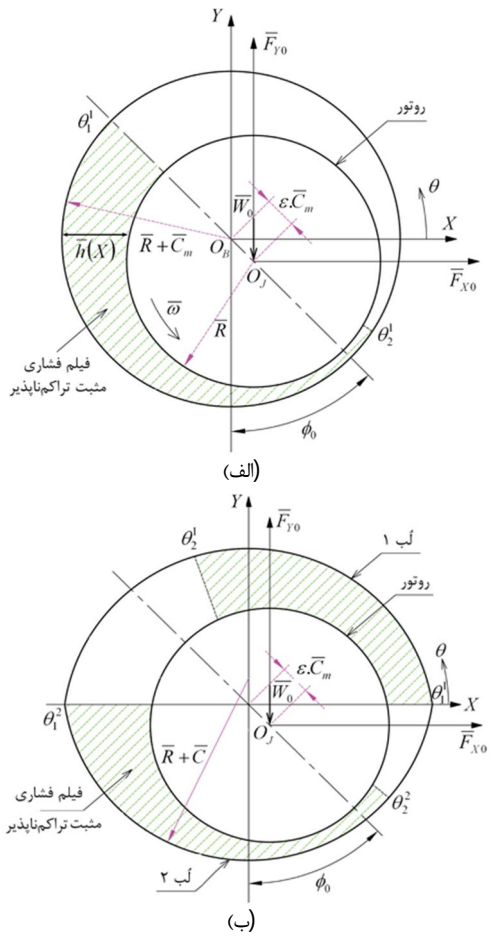
تحلیل رفتار دینامیکی یاتاقان‌های غیرمدور و شناسایی عوامل تأثیرگذار بر بهبود پایداری آن‌ها با توجه به اغتشاشات محتمل در جریان حرکت روتور، در سال‌های اخیر مورد توجه پژوهشگران حوزه روانکاری قرار گرفته‌است. نایر و همکارانش در سال 2007 تحلیل دینامیکی خطی یاتاقان بیضوی با روانکار میکروپلار را انجام دادند [17]. بررسی آن‌ها تأثیرگذاری قابل ملاحظه افزایش غلظت حجمی مواد افزودنی بر پارامترهای عملکرد یاتاقان‌های مورد بررسی را نشان می‌داد. رشیدی و همکارانش در سال 2010 اثر پریلود بر رفتار دینامیکی غیرخطی یاتاقان‌های غیرمدور گازی را ارائه نمودند [18]. نتایج بروز رفتارهای نوسانی[1] و شبه نوسانی روتور با افزایش میزان پریلود را نشان می‌داد. در سال 2013 چِتی اثر پارامترهای مشخصه سیال میکروپلار بر رفتار دینامیکی خطی یاتاقان‌های چهار لُب را بررسی نمود [19]. نتایج این پژوهش بهبود ضرایب سختی و میرایی و پایداری دینامیکی خطی یاتاقان با جایگزینی سیال نیوتنی با میکروپلار را نشان می‌داد. بررسی دینامیکی غیرخطی یاتاقان‌های گازی شیار محوری در سال 2014 توسط ژانگ و همکارانش انجام شد [20]. نمودارهای دوشاخه‌گی[2] و نگاشت پوانکاره[3] مرکز روتور حاصل از این پژوهش با الگوریتم جدید بر پایه روش اجزاء محدود، از بروز رفتارهای نوسانی، KT پریودیکی، شبه نوسانی[4] و آشوبی[5] حکایت داشت. در ادامه رانا و همکارانش در سال 2014 ضرایب دینامیکی معادل فیلم روانکار برای یاتاقان ژورنال کوتاه در سرعت‌های بالای دوران روتور با فرض اثرات اغتشاشی جریان روانکار را استخراج نمودند [21]. آنان از ضرایب برش جریان مغشوش پیشنهادی تیلور و داوسون بر پایه مدل کنستانتینسکو جهت اصلاح معادله رینولدز استفاده نموده‌بودند. نتایج موید ارتقاء پایداری یاتاقان‌های مورد بررسی در قالب افزایش جرم بحرانی و کاهش نسبت فرکانس چرخش گردابی با افزایش میزان خروج از مرکزی و سرعت روتور بود.

مرور مراجع بر عدم سنجش اثر پارامترهای مختلف طراحی یاتاقان و خواص سیال روانکار بر عملکرد دینامیکی و پایداری یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور تحت روانکاری میکروپلار توسط مدل‌های خطی و غیرخطی دلالت دارد. از این رو در پژوهش حاضر تأثیر میزان پیش‌بار یا غیرمدوری بر پایداری دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور دو لُب به کمک مدل‌های تحلیلی خطی و غیرخطی و با استفاده از روش‌های حل عددی اجزاء محدود بر اساس مدل گالرکین[6] و رانگ-کوتای مرتبه چهار[7] بررسی شده‌است. جهت فراهم نمودن امکان ارزیابی مطلوب، نتایج در قالب نمودارهای جرم بحرانی[8]، فرکانس چرخش گردابی[9]، مسیر دینامیکی، تصویر فاز، طیف توانی، دیاگرام دوشاخه‌گی و نگاشت پوانکاره ارائه و با یکدیگر مقایسه گردیده‌اند.

2- تئوری

مطابق شکل 1 در مقایسه با یاتاقان‌های ژورنال مدور، انواع غیرمدور از کنار هم قرار گرفتن چندین یاتاقان ژورنال جزئی تحت عنوان لُب تشکیل می‌شوند. عملکرد کلی یاتاقان‌های غیرمدور بسته به نوع پارامتر مورد ارزیابی از برآیند جبری و یا برداری نتایج حاصل از توزیع فشار ایجاد شده در فیلم روانکار مابین روتور و لُب‌های یاتاقان قابل دستیابی خواهد بود.

1- Periodic
2- Bifurcation Diagram
3- Poincare Map
4- Quasi Periodic
5- Chaotic
6- Galerkin Finite Element Method (GFEM)
7- Fourth Order Runge-Kutta Method
8- Critical Mass Parameter
9- Whirl Frequency Ratio



شکل 1 یاتاقان ژورنال هیدرودینامیکی (الف) مدور (ب) غیرمدور دو لُب

قرارگیری روتور دوار بصورت خارج از مرکز در فضای لقی یاتاقان توانایی حمل بار خارجی توسط یاتاقان را فراهم می‌آورد. همانگونه که در شکل 1 نشان داده شده برخلاف یاتاقان‌های ژورنال مدور در انواع غیرمدور ضخامت فضای لقی بین روتور و پوسته در نقاط مختلف محیط پیرامونی متغیر می‌باشد. این عامل سبب اختلاف توزیع فشار تولیدی در یاتاقان‌های مدور و غیرمدور گشته و عملکرد استاتیکی و دینامیکی متفاوت آن‌ها را در پی خواهد داشت.

بکارگیری انواع یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور در سال‌های اخیر به دلیل ویژگی‌های منحصربفردی نظیر بُروز رفتارهای دینامیکی مناسب‌تر در مقابل اغتشاشات احتمالی سیستم، تنوع گسترده، هزینه اندک و امکان استفاده در سیستم‌های با محدودیت فضایی روند رو به رشدی را تجربه نموده‌است. با توجه به اهمیت پدیده اغتشاش در عملکرد سیستم‌های دینامیکی بویژه سیستم‌های دوار، پایداری دینامیکی مطلوب‌تر انواع یاتاقان‌های غیرمدور گازی و روغنی سبب تسریع بکارگیری آن‌ها بعنوان جایگزین انواع مدور متداول پیشین در بسیاری از تجهیزات صنعتی و غیرصنعتی نظیر ماشین‌آلات صنایع غذایی، تجهیزات پزشکی و دندانپزشکی، موتور انواع جت، ژیرسکوپ‌ها، کمپرسورها، پمپ‌ها و توربوماشین‌ها بوده‌است.

2-1- معادلات حاکم

معادله رینولدز اصلاحی حاکم بر روانکاری یاتاقان ژورنال هیدرودینامیکی با سیال میکروپلار با فرض شرایط همدما، طول محدود یاتاقان و صُلبیت روتور عبارتست از [4]:

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}}\left(\bar{\psi}(N,\bar{\Lambda},\bar{h})\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}}\right)+\frac{\partial}{\partial \bar{z}}\left(\bar{\psi}(N,\bar{\Lambda},\bar{h})\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}}\right)=6\bar{R}\bar{\omega}\frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{x}}+12\frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{t}} \qquad (1)$$

که

$$\bar{\psi}(N,\bar{\Lambda},\bar{h}) = \bar{h}^3 + 12\bar{\Lambda}^2\bar{h} - 6N\bar{\Lambda}\bar{h}^2\coth\left(\frac{N\bar{h}}{2\bar{\Lambda}}\right) \quad (2)$$

پارامترهای N و $\bar{\Lambda}$ در رابطه (2)، بیانگر اثرات میکروپلاریته سیال روانکار بوده و در صورت حذف آن‌ها خواهیم داشت:

$$\bar{\psi}(N,\bar{\Lambda},\bar{h}) = \bar{h}^3 \quad (3)$$

در این صورت معادله (1) به معادله (4) که در واقع همان معادله رینولدز حاکم بر روانکاری نیوتنی یاتاقان‌های ژورنال است، تغییر خواهد کرد[3].

$$\frac{\partial}{\partial\bar{x}}\left(\frac{\bar{h}^3}{\bar{\mu}}\frac{\partial\bar{p}}{\partial\bar{x}}\right) + \frac{\partial}{\partial\bar{z}}\left(\frac{\bar{h}^3}{\bar{\mu}}\frac{\partial\bar{p}}{\partial\bar{z}}\right) = 6\bar{R}\bar{\omega}\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{x}} + 12\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{t}} \quad (4)$$

در روابط (1) تا (4) $\bar{h}$ به ضخامت فیلم روانکار مابین سطح روتور و لُب‌های یاتاقان اشاره دارد. پارامتر N کمیتی بی‌بُعد است که معادلات مومنتوم خطی و زاویه‌ای سیال میکروپلار را به هم مرتبط ساخته و عدد کوپلینگ نامیده می‌شود. پارامتر $\bar{\Lambda}$ یا طول مشخصه سیال میکروپلار از جنس طول بوده و با ابعاد میکرو ذرات معلق در روانکار مرتبط است. مقدار پارامتر N با توجه به شدت خواص میکروپلاریته روانکار در بازه [1,0] متغیر می‌باشد. با نزدیکی عدد کوپلینگ به صفر ($N \to 0$) خواص میکروپلاریته روانکار تضعیف و با تمایل آن به یک ($N \to 1$) ویژگی‌های میکروپلاریته روانکار تقویت گردیده و دامنه اختلافات مابین روانکار نیوتنی و میکروپلار گسترده‌تر می‌شود. مقادیر بزرگتر عدد کوپلینگ از تقویت ساختار میکرو ذرات موجود در روانکار حکایت دارند. طول مشخصه بی‌بُعد ($l_m = \bar{C}_m/\bar{\Lambda}$) دیگر پارامتر مشخصه روانکار میکروپلار بوده و مقدار آن با توجه به تعریف در بازه $(0, \infty)$ تغییر می‌کند. مقادیر بزرگ l_m به معنای عریض بودن فضای لقی و یا طول مشخصه کوچک ذرات میکرو هستند. لذا رشد طول مشخصه ($l_m \to \infty$) عاملی جهت کاهش اثر پارامترهای مشخصه میکرو ذرات در ساختار کلی روانکار می‌باشد [12].

با معرفی پارامترهای رابطه (5)

$$\theta = \frac{\bar{x}}{\bar{R}}, z = 2\frac{\bar{z}}{\bar{L}}, h = \frac{\bar{h}}{\bar{C}_m}, p = \frac{\bar{p}\bar{C}_m^2}{\bar{\mu}\bar{\omega}\bar{R}^2}, \tau = \bar{t}\bar{\omega} \quad (5)$$

فرم بی‌بُعد معادله رینولدز اصلاحی (1) همانند رابطه (6) قابل بازنویسی خواهد بود [4]:

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\psi(N,l_m,h)\frac{\partial p}{\partial\theta}\right) + \left(\frac{\bar{D}}{\bar{L}}\right)^2\frac{\partial}{\partial z}\left(\psi(N,l_m,h)\frac{\partial p}{\partial z}\right) = 6\frac{\partial h}{\partial\theta} + 12\frac{\partial h}{\partial\tau} \quad (6)$$

که در رابطه (6):

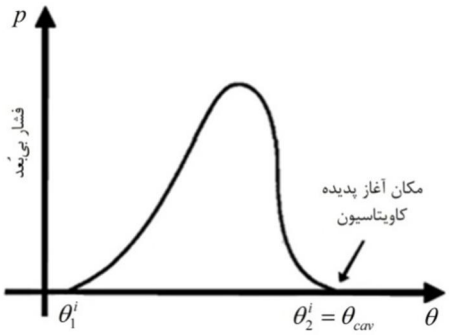
$$\psi(N,l_m,h) = \bar{\psi}(N,\bar{\Lambda},\bar{h})/\bar{C}_m^3 = h^3 + 12\frac{h}{l_m^2} - 6\frac{Nhl_m}{l_m}\coth\left(\frac{Nhl_m}{2}\right) \quad (7)$$

می‌باشد. با توجه به هندسه یاتاقان دو لُب در شکل 1-ب، ضخامت بی‌بعد فیلم روانکار در هر نقطه از محیط پیرامون یاتاقان عبارتست از [14]:

$$h_n = \frac{1}{\delta} - X_{J0}\cos(\theta) - Y_{J0}\sin(\theta) + \left(\frac{1}{\delta} - 1\right)\cos(\theta - \theta_0^n) \quad (8)$$

که $n = 1,2,\dots,N$ به شماره لُب‌های یاتاقان اشاره دارد. در رابطه (8)، پارامترهای (X_{J0}, Y_{J0}) و θ_0^n به ترتیب به مختصات مرکز روتور در موقعیت تعادل استاتیکی و زاویه خط‌المرکزین لُب‌های یاتاقان نسبت به محور X اشاره دارند. پیش‌بار (پریلود، δ) در رابطه فوق میزان غیرمُدوری یاتاقان را نشان می‌دهد و با توجه به تعریف آن بصورت نسبت لقی شعاعی مینیمم به لقی شعاعی متداول در هنگام هم مرکزی یاتاقان و روتور ($\delta = \bar{C}_m/\bar{C}$)، برای یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور همواره در بازه (0,1) قرار خواهد داشت. به عبارت دیگر $\delta = 1$ بیانگر تطابق مرکز لُب‌ها با مرکز هندسی یاتاقان و تغییر شکل یاتاقان ژورنال غیرمدور به نوع مدور مشابه خواهد بود [12].

معادله (6) یک معادله دیفرانسیل جزئی است که برای تحلیل آن با کمک روش حل عددی اجزاء محدود شرایط مرزی ذیل بکار گرفته می‌شوند.



شکل2 توزیع فشار محیطی یاتاقان بر اساس شرط مرزی رینولدز

(9- الف) $\theta = \theta_1^n$ در $\bar{p}_n = 0$

(9- ب) $\theta = \theta_2^n = \theta_{cav}^n$ برای $\bar{p}_n = d\bar{p}_n/d\theta = 0$

(9- ج) $\bar{z} = \pm\bar{L}/2$ در $\bar{p}_n = 0$

رابطه (9- ب) بیانگر شرط مرزی رینولدز جهت تعیین فیلم فشاری همگرا در هر یک از لُب‌های یاتاقان می‌باشد. پارامتر θ_2^n مطابق شکل 1 به نقطه پایانی فیلم فشاری مثبت و آغاز ناحیه کاویتاسیون در هر لُب اشاره دارد. برخلاف یاتاقان‌های ژورنال گازی که در آنها رخداد فشارهای پایین‌تر از فشار محیط امکان‌پذیر است، در یاتاقان‌های روغنی با توجه به ترکیبات روانکار و تراکم‌ناپذیری آن فرض وجود فشارهای منفی نتایج تحلیل را از حالت واقعی دور خواهد نمود. به علت وجود مقداری هوای نامحلول در اغلب روغن‌های معدنی و صنعتی، کاهش فشار توزیعی در فیلم روانکار به زیر فشار محیط در شرایط کارکرد با خروج هوای نامحلول جبران شده و فشار نهایی در نواحی مرتبط درون فضای لقی یاتاقان در حد فشار اشباع باقی خواهد ماند. از میان مدل‌های مختلف متداول جهت بررسی معادلات حاکم بر روانکاری تراکم‌ناپذیر نظیر فرض سامرفیلد، نیمه سامرفیلد و رینولدز، با توجه به موارد فوق و لزوم حفظ پیوستگی جریان در نقاط مختلف فیلم روانکار، شرط مرزی رینولدز از کارایی افزون‌تری برخوردار است. بر اساس این فرض فشار در فیلم روانکار درون یاتاقان در نواحی همگرا مثبت بوده و در نواحی که تحلیل‌ها فشار زیر اشباع را نشان می‌دهند، بعبارت دیگر نواحی فیلم فشاری واگرا، فشار معادل صفر منظور خواهد شد. از این رو در بررسی حاضر برای تفکیک نواحی فشاری همگرا و واگرا همزمان با رخداد پدیده کاویتاسیون از شرط مرزی رینولدز مطابق شکل 2 استفاده شده است [22].

2-2- تحلیل رفتار دینامیکی روتور با مدل خطی

در مدل دینامیکی خطی، جابجایی اغتشاشی مرکز روتور پیرامون نقطه تعادل استاتیکی در اثر اغتشاشات ناشی از بُروز عوامل نامطلوبی نظیر تغییر در شرایط بارگذاری، عبور سرعت دوران روتور از مقدار بحرانی، جابجایی ناگهانی روتور و تغییر مشخصه‌های سیال روانکار، مطابق شکل 3 بصورت هارمونیک با دامنه محدود فرض می‌گردد. در این صورت مولفه‌های جابجایی مرکز روتور در جهت محورهای مختصات را می‌توان در قالب رابطه ذیل بیان نمود [13].

$$X' = \mathrm{Re}(|X'|e^{i\gamma\bar{t}}), Y' = \mathrm{Re}(|Y'|e^{i\gamma\bar{t}}) \quad (10)$$

در رابطه فوق X' و Y' مولفه‌های جابجایی اغتشاشی مرکز روتور در راستای محورهای دستگاه مختصات کارتزین منطبق بر نقطه تعادل استاتیکی مرکز روتور بوده و $|X'|$ و $|Y'|$ به بزرگی این مؤلفه‌ها اشاره دارند. با توجه به روابط فوق ضخامت فیلم روانکار در حالت دینامیکی عبارتست از:

$$h = h_0 - X'\cos(\theta) - Y'\sin(\theta) \quad (11)$$

پارامتر h_0 در رابطه (11) به ضخامت فیلم روانکار در فضای لقی یاتاقان در حالت تعادل استاتیکی مرکز روتور اشاره دارد.

فشار دینامیکی ایجاد شده در فیلم روانکار نیز با فرض تقریب مرتبه اول و صرف‌نظر از جملات مراتب بالاتر بفرم رابطه (12) بیان می‌گردد:

$$p = p_0 + p'_X X' + p'_Y Y' \tag{12}$$

پارامترهای p'_X و p'_Y در رابطه فوق به مؤلفه‌های دینامیکی فشار اشاره داشته و بصورت (13) تعریف می‌گردند.

$$p'_X = p_X + i\gamma p_{\dot{X}}\,,\; p'_Y = p_Y + i\gamma p_{\dot{Y}} \tag{13}$$

معادله رینولدز اصلاحی برای استخراج فشار مربوط به شرایط تعادل استاتیکی روتور p_0 با جایگذاری رابطه (12) در رابطه (6) و معادل صفر قرار دادن مقادیر X' و Y' حاصل خواهد شد.

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\psi_0(N,l_m,h_0)\frac{\partial p_0}{\partial\theta}\right) + \left(\frac{\bar{D}}{\bar{L}}\right)^2\frac{\partial}{\partial z}\left(\psi_0(N,l_m,h_0)\frac{\partial p_0}{\partial z}\right) = 6\frac{\partial h_0}{\partial\theta} \tag{14}$$

$$\psi_0(N,l_m,h_0) = h_0^3 + 12\frac{h_0}{l_m^2} - 6\frac{Nh_0^2}{l_m}\coth\left(\frac{Nh_0 l_m}{2}\right)$$

برای تعیین مقادیر مولفه‌های فشار دینامیکی (p'_X, p'_Y) روی دامنه مسأله می‌توان معادله حاصل از مشتق‌گیری رابطه (6) نسبت به مؤلفه‌های مختصات دینامیکی (Y' و X') را بکار گرفت.

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\psi_0(N,l_m,h_0)\frac{\partial p'_Z}{\partial\theta}\right) + \left(\frac{\bar{D}}{\bar{L}}\right)^2\frac{\partial}{\partial z}\left(\psi_0(N,l_m,h_0)\frac{\partial p'_Z}{\partial z}\right)\\ = \frac{\partial}{\partial\theta}\left(\left[\frac{\partial\psi_0(N,l_m,h_0)}{\partial h_0}\frac{\partial p_0}{\partial\theta} - 6\right]f(\theta)\right)\\ + \left(\frac{\bar{D}}{\bar{L}}\right)^2\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\psi_0(N,l_m,h_0)}{\partial h_0}f(\theta)\frac{\partial p_0}{\partial z}\right)\\ - 12i\gamma f(\theta)\end{aligned} \tag{15}$$

پارامترهای p'_z و $f(\theta)$ در رابطه (15) عبارتند از:

$$p'_z = p_z + i\gamma p_{\dot{z}}\,,\; Z = x, y \tag{16}$$

$$f(\theta) = \begin{cases}\cos(\theta) & \text{برای } p'_X\\ \sin(\theta) & \text{برای } p'_Y\end{cases} \tag{17}$$

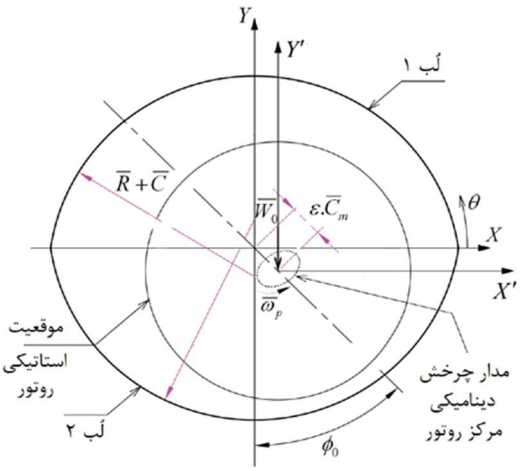
در پژوهش حاضر از روش حل عددی اجزاء محدود بر پایه مدل گالرکین برای حل معادلات حاکم بر روانکاری یاتاقان ژورنال دو لُب استفاده شده‌است [23]. معادله فشار دینامیکی (15) معادله‌ای خطی و مختلط بوده و روابط بازنویسی شده آن بر اساس روش حل عددی اجزاء محدود نیز مختلط خواهند شد. در ادامه جزئیات روابط اجزاء محدود مورد نیاز جهت استخراج مولفه‌های فشار دینامیکی ارائه شده‌اند.

$$\begin{aligned}\iint_{A_e}\Bigg\{\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\psi_0(N,l_m,h_0)\frac{\partial p'_Z}{\partial\theta}\right) + \left(\frac{\bar{D}}{\bar{L}}\right)^2\frac{\partial}{\partial z}\left(\psi_0(N,l_m,h_0)\frac{\partial p'_Z}{\partial z}\right)\\ - \frac{\partial}{\partial\theta}\left(\left[\frac{\partial\psi_0(N,l_m,h_0)}{\partial h_0}\frac{\partial p_0}{\partial\theta} - 6\right]f(\theta)\right)\\ - \left(\frac{\bar{D}}{\bar{L}}\right)^2\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\psi_0(N,l_m,h_0)}{\partial h_0}f(\theta)\frac{\partial p_0}{\partial z}\right)\\ + 12i\gamma f(\theta)\Bigg\}N_k^e\,d\theta dz = 0\end{aligned} \tag{18}$$

در رابطه فوق $\acute{p}_z$ به مولفه‌های فشار دینامیکی (p'_X و p'_Y)، A_e به سطح المان‌های دامنه مساله و N_k^e به توابع شکل روی هر المان اشاره دارند. فرم کلی معادلات حاکم بر پایه روش حل عددی اجزاء محدود با فرض مقادیر تقریبی برای مولفه‌های فشار دینامیکی روی هر المان از دامنه مسأله شامل تعداد n_e گره بصورت $\acute{p}_z^e = \sum_{m=1}^{n_e} N_m^e p'_{zm}$ و جایگذاری آن در رابطه (18) حاصل می‌گردد. همچنین در صورت بازنویسی روابط حاصل به شکل ماتریسی خواهیم داشت:

$$[F_{Ze}]_{n_e\times n_e}\{p'_{ze}\}_{n_e\times 1} + \{Q_{ze}\}_{n_e\times 1} = \{H_{ze}\}_{n_e\times 1} \tag{19}$$

قسمت‌های حقیقی و موهومی ماتریس‌های مختلط رابطه (19) عبارتند از:



شکل 3 هندسه یاتاقان و مسیر جابجایی مرکز روتور در مدل دینامیکی خطی

$$\begin{aligned}F_{ze,km}^r = \iint_{A_e}\Bigg\{\psi_0(N,l_m,h_0)\Bigg(\frac{\partial N_k^e}{\partial\theta}\frac{\partial N_m^e}{\partial\theta}\\ + \left(\frac{\bar{D}}{\bar{L}}\right)^2\frac{\partial N_k^e}{\partial z}\frac{\partial N_m^e}{\partial z}\Bigg)\Bigg\}d\theta dz\end{aligned} \tag{20}$$

$$F_{ze,km}^i = 0 \tag{21}$$

$$\begin{aligned}H_{ze,k}^r\\ = \iint_{A_e}\Bigg\{\left(6 - \frac{\partial\psi_0(N,l_m,h_0)}{\partial h_0}\frac{\partial p_0}{\partial\theta}\right)f(\theta)\frac{\partial N_k^e}{\partial\theta}\\ - \left(\frac{\bar{D}}{\bar{L}}\right)^2\left(\frac{\partial\psi_0(N,l_m,h_0)}{\partial h_0}\frac{\partial p_0}{\partial z}\right)f(\theta)\frac{\partial N_k^e}{\partial z}\Bigg\}d\theta dz\end{aligned} \tag{22}$$

$$H_{ze,k}^i = \iint_{A_e} 12\gamma f(\theta)d\theta dz \tag{23}$$

در روابط (20) تا (23) زیرنویس‌های r و i به ترتیب به قسمت‌های حقیقی و موهومی اشاره داشته و فرم کلی ماتریس‌های $[F]$ و $[H]$ عبارتست از [13]:

$$[F_{ze}] = [F_{ze}^r] + i[F_{ze}^i] \tag{24}$$

$$[H_{ze}] = [H_{ze}^r] + i[H_{ze}^i] \tag{25}$$

همچنین بردار ستونی $\{Q\}$ نیز بر اساس معادله (26) قابل بیان خواهد بود.

$$\begin{aligned}Q_{ze,k} = \oint_{S_e}\Bigg[\left\{\frac{\partial\psi_0(N,l_m,h_0)}{\partial h_0}\frac{\partial p_0}{\partial\theta} - 6\right\}f(\theta)\\ - \psi_0(N,l_m,h_0)\frac{\partial p_z'^e}{\partial\theta}\Bigg]N_k^{eKe}dz\\ + \oint_{S_e}\left(\frac{\bar{D}}{\bar{L}}\right)^2\Bigg[\left\{\frac{\partial\psi_0(N,l_m,h_0)}{\partial h_0}\frac{\partial p_0}{\partial z}\right\}f(\theta)\\ - \psi_0(N,l_m,h_0)\frac{\partial p_z'^e}{\partial z}\Bigg]N_k^{eKe}\,d\theta\end{aligned} \tag{26}$$

پارامتر S_e در رابطه انتگرالی فوق به مرزهای هر المان اشاره دارد. با فرض $p_z'^e = \sum_{m=1}^{n_e} N_m^e p'_{zm}$ برای هر المان روی دامنه سیال، معادلات حاکم بر جریان روانکار با توجه به مدل خطی را می‌توان بصورت (27) نوشت.

$$[F_z]_{n\times n}\{p'_z\}_{n\times 1} + \{Q_z\}_{n\times 1} = \{H_z\}_{n\times 1}\,,\; z = x, y \tag{27}$$

مقدار p'_z برای حل معادله فوق در تمامی مرزهای دامنه جریان ($\theta = \theta_1^i, \theta_2^i$ و $z = \pm 1$) برابر صفر خواهد بود. همچنین پارامتر Q_z در تمامی نقاط نمونه داخلی روی دامنه جریان مقدار صفر را خواهد داشت.

2-2-1- پارامترهای عملکرد استاتیکی یاتاقان

توزیع فشار ایجاد شده در فیلم روانکار در شرایط استاتیکی پایدار روتور از حل رابطه (14) قابل دستیابی است. پارامترهای عملکرد استاتیکی یاتاقان نظیر قابلیت حمل بار[1] و زاویه وضعی[2] بر پایه فشار حالت پایدار بصورت (28) قابل

1- Load Carrying Capacity
2- Attitude Angle

تعریف می‌باشند [3].

$$\begin{bmatrix}F_{X0}\\F_{Y0}\end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{L}\begin{bmatrix}F_{X0}^{i}\\F_{Y0}^{i}\end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{L}\int_{-1}^{+1}\int_{\theta_1^i}^{\theta_2^i} p_{0i}\begin{bmatrix}\cos(\theta)\\ \sin(\theta)\end{bmatrix} d\theta dz \qquad \text{(28-الف)}$$

کمیت‌های F_{X0} و F_{Y0} در رابطه (28-الف) به ترتیب به مؤلفه‌های بار قابل حمل یاتاقان در راستای محورهای مختصات X و Y اشاره دارند. برآیند کلی بار قابل حمل توسط یاتاقان عبارتست از:

$$W_0 = \frac{2\bar{C}_m^2}{\bar{\mu}\bar{\omega}\bar{R}^3\bar{L}}\bar{W}_0 = \sqrt{F_{X0}^2 + F_{Y0}^2} \qquad \text{(28-ب)}$$

همچنین مقدار زاویه وضعی یاتاقان با توجه به موقعیت تعادل استاتیکی مرکز روتور از رابطه (29) محاسبه می‌گردد.

$$\theta_0 = \arctan(X_{J0}/Y_{J0}) \qquad (29)$$

2-2-2- مشخصه‌های پایداری دینامیکی یاتاقان ژورنال بر اساس مدل خطی

عامل تعیین کننده بزرگی پارامترهای مشخصه پایداری دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی شامل جرم بحرانی و فرکانس چرخش گردابی مرکز روتور در مدل خطی مطابق شکل 4 به مقادیر ضرایب سختی و میرایی معادل قابل محاسبه برای فیلم روانکار از حل معادلات حاکم وابسته‌است.

2-2-3- ضرایب سختی و میرایی دینامیکی

رابطه (30) چگونگی محاسبه مؤلفه‌های نیروی دینامیکی ایجاد شده توسط فیلم روانکار بعلت جابجایی اغتشاشی مرکز روتور را بیان می‌کند.

$$\begin{bmatrix}F_X\\F_Y\end{bmatrix} = \frac{2\bar{C}_m^2}{\bar{\mu}\bar{\omega}\bar{R}^3\bar{L}}\begin{bmatrix}\bar{F}_X\\\bar{F}_Y\end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{L}\begin{bmatrix}F_X^i\\F_Y^i\end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{L}\int_{-1}^{+1}\int_{\theta_1^i}^{\theta_2^i} p_i\begin{bmatrix}\cos(\theta)\\ \sin(\theta)\end{bmatrix} d\theta dz \qquad (30)$$

فرم برداری نیروهای فیلم سیال در حالت دینامیکی از مجموع نیروهای تعادلی حالت پایدار و نیروهای ناپایدار اغتشاشی قابل محاسبه خواهد بود.

$$\begin{bmatrix}F_X\\F_Y\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}F_{X0}\\F_{Y0}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\Delta F_X\\\Delta F_Y\end{bmatrix} \qquad (31)$$

$(\Delta F_X, \Delta F_Y)$ در رابطه (31) به نیروهای اغتشاشی ناپایدار اثرگذار بر روتور در حالت دینامیکی اشاره دارند. در مدل تحلیلی دینامیکی خطی نیروهای غیرتعادلی تحمیلی فیلم روانکار به روتور به صورت توابع خطی از مؤلفه‌های جابجایی اغتشاشی مرکز روتور $(X' \text{ و } Y')$ و مولفه‌های سرعت دینامیکی $(\dot{X}' \text{ و } \dot{Y}')$ مطابق رابطه (32) فرض می‌گردند.

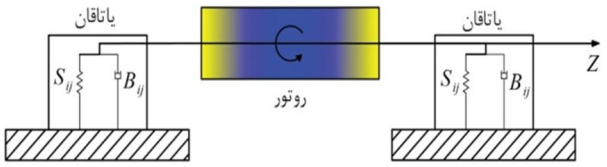
$$\begin{bmatrix}\Delta F_X\\\Delta F_Y\end{bmatrix} = -\begin{bmatrix}S_{XX} & S_{XY}\\S_{YX} & S_{YY}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}X'\\Y'\end{Bmatrix} - \begin{bmatrix}B_{XX} & B_{XY}\\B_{YX} & B_{YY}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\dot{X}'\\\dot{Y}'\end{Bmatrix} \qquad (32)$$

در رابطه فوق پارامترهای $S_{ij}, B_{ij}(\, i,j = x,y)$ معرف ضرایب سختی و میرایی فیلم روانکار در حالت دینامیکی هستند. مطابق شکل 5 زیرنویس‌های ضرایب سختی و میرایی در مدل دینامیکی خطی به جهت نیروی وارده و مؤلفه‌های جابجایی و سرعت دینامیکی روتور وابسته می‌باشند.

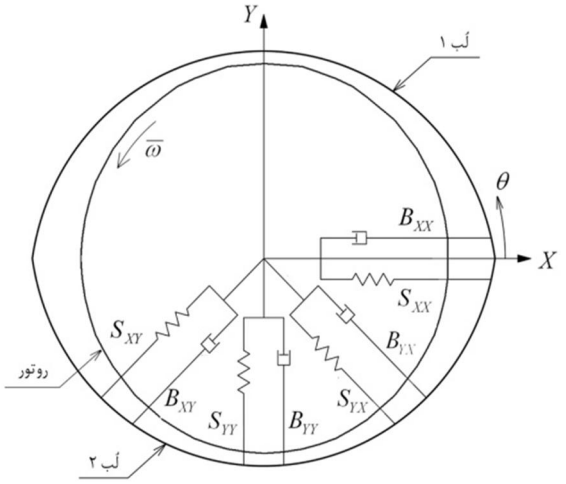
با استفاده از رابطه (10)، معادله (32) را می‌توان بصورت (33) بازنویسی نمود.

$$\begin{bmatrix}\Delta F_X\\\Delta F_Y\end{bmatrix} = -\begin{bmatrix}Z_{XX} & Z_{XY}\\Z_{YX} & Z_{YY}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\dot{X}'\\\dot{Y}'\end{Bmatrix} \qquad (33)$$

در رابطه (33) کمیت Z_{ij} به ضرایب دینامیکی مختلط اشاره دارد [13].



شکل4 سیستم دوار شامل روتور و تکیه‌گاه یاتاقان ژورنال



شکل5 مدل دینامیکی خطی فیلم سیال روانکار

$$Z_{ij} = S_{ij} + iB_{ij}, (i,j = x,y) \qquad (34)$$

با فراخوانی روابط (28)، (30) و (32) و جداسازی متغیرها، صورت بی‌بُعد مولفه‌های سختی و میرایی معادل فیلم سیال روانکار مطابق روابط (35) و (36) محاسبه می‌گردند.

$$\begin{bmatrix}S_{XX} & S_{XY}\\S_{YX} & S_{YY}\end{bmatrix} = \frac{2\bar{C}_m^3}{\bar{\mu}\bar{\omega}\bar{R}^3\bar{L}}\bar{S}_{ij} = \sum_{i=1}^{L}\int_{-1}^{+1}\int_{\theta_1^i}^{\theta_2^i}\begin{bmatrix}p_x\\p_y\end{bmatrix}\{\cos(\theta) \quad \sin(\theta)\}\, d\theta dz \qquad (35)$$

$$\begin{bmatrix}B_{XX} & B_{XY}\\B_{YX} & B_{YY}\end{bmatrix} = \frac{2\bar{C}_m^3}{\bar{\mu}\bar{R}^3\bar{L}}\bar{B}_{ij} = \sum_{i=1}^{L}\int_{-1}^{+1}\int_{\theta_1^i}^{\theta_2^i}\begin{bmatrix}p_{\dot{x}}\\p_{\dot{y}}\end{bmatrix}\{\cos(\theta) \quad \sin(\theta)\}\, d\theta dz \qquad (36)$$

همچنین با توجه به معادله (16) ضرایب دینامیکی مختلط به عبارتند از:

$$\begin{bmatrix}Z_{XX} & Z_{XY}\\Z_{YX} & Z_{YY}\end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{L}\int_{-1}^{+1}\int_{\theta_1^i}^{\theta_2^i}\begin{bmatrix}p_x'\\p_y'\end{bmatrix}\{\cos(\theta) \quad \sin(\theta)\}\, d\theta dz \qquad (37)$$

همانگونه که از معادله (15) مشخص‌است مؤلفه‌های فشار دینامیکی $(p_x'$ و $p_y')$ و بطور مشابه ضرایب سختی و میرایی معادل برای فیلم روانکار $(S_{ij}, B_{ij}\ (i,j = x,y))$ به مقدار نسبت فرکانس چرخش گردابی مرکز روتور $(\gamma = \bar{\omega}_p/\bar{\omega})$ وابسته می‌باشند.

2-2-4- پارامترهای پایداری دینامیکی یاتاقان بر پایه مدل خطی

معادلات جابجایی دینامیکی مرکز روتور حول نقطه تعادل استاتیکی در راستای محورهای مختصات (X و Y) بصورت (38) قابل بیان می‌باشند.

$$M_J\begin{Bmatrix}\ddot{X}'\\\ddot{Y}'\end{Bmatrix} + \begin{bmatrix}B_{XX} & B_{XY}\\B_{YX} & B_{YY}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\dot{X}'\\\dot{Y}'\end{Bmatrix} + \begin{bmatrix}S_{XX} & S_{XY}\\S_{YX} & S_{YY}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}X'\\Y'\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}0\\0\end{Bmatrix} \qquad (38)$$

در رابطه (38) پارامتر $M_J = \bar{M}_J(2\bar{C}_m^3\bar{\omega}/\bar{\mu}\bar{R}^3\bar{L}W_0)$ به جرم بی‌بُعد روتور اشاره دارد. معادله مشخصه سیستم دینامیکی خطی با فرض سیکل محدود[1] بسته برای جابجایی مرکز روتور در آستانه ناپایداری عبارتست از:

$$(-M_J\gamma^2 + S_{XX} + i\gamma B_{XX})(-M_J\gamma^2 + S_{YY} + i\gamma B_{YY}) - (S_{XY} + i\gamma B_{XY})(S_{YX} + i\gamma B_{YX}) = 0 \qquad (39)$$

با جداسازی بخش‌های حقیقی و موهومی معادله (39)، ضرایب دینامیکی و نسبت فرکانس چرخش گردابی روتور در آستانه تغییر نوع حرکت از نوسانات همگرا به نقطه تعادل استاتیکی به نوسانات واگرا، از معادلات (40) و (41) قابل محاسبه خواهد بود.

1- Limit Cycle

$$M_J\gamma^2 = \frac{(S_{XX}B_{YY} + S_{YY}B_{XX} - S_{XY}B_{YX} - S_{YX}B_{XY})}{(B_{XX} + B_{YY})} \quad (40)$$

$$\gamma^2 = \frac{[(S_{XX} - M_J\gamma^2)(S_{YY} - M_J\gamma^2) - S_{XY}S_{YX}]}{(B_{XX}B_{YY} - B_{XY}B_{YX})} \quad (41)$$

معادلات فوق معیاری برای تعیین حاشیه پایداری دینامیکی روتور بر اساس جرم روتور و نسبت فرکانس گردابی (M_J, γ) هستند. بررسی‌ها از وجود یک مجموعه منحصربفرد از ضرایب دینامیکی و نسبت فرکانس چرخش گردابی با قابلیت برآورده نمودن همزمان شرایط معادلات (15) و (41) حکایت دارند. با مشخص شدن مقدار نهایی نسبت فرکانس چرخش گردابی، حوزه پایداری مدل دینامیکی خطی روتور و یاتاقان مورد بررسی را می‌توان با بکارگیری معادله (42) تعیین نمود [13].

$$M_C = \frac{(S_{XX}B_{YY} + S_{YY}B_{XX} - S_{XY}B_{YX} - S_{YX}B_{XY})}{[(B_{XX} + B_{YY})\gamma^2]} \quad (42)$$

در رابطه (42) M_C به جرم بحرانی روتور جهت قرارگیری سیستم در آستانه ناپایداری اشاره دارد. با شروع از یک مقدار تخمینی برای γ، مقادیر پارامتر جرم بحرانی و نسبت فرکانس چرخش گردابی در آستانه ناپایداری دینامیکی سیستم دوار مدل شده، با روش تکرار قابل دستیابی خواهند بود.

2-3- تحلیل رفتار دینامیکی روتور با مدل غیرخطی

در مدل دینامیکی غیرخطی موقعیت مرکز روتور پس از خروج از نقطه تعادل استاتیکی با محاسبه گام به گام مولفه‌های نیروهای اغتشاشی وابسته به زمان در راستای محورهای مختصات و مولفه‌های سرعت و شتاب روتور ناشی از آن‌ها مورد پیگیری قرار خواهد گرفت. به این منظور در ابتدا موقعیت تعادلی مرکز روتور در فضای یاتاقان با حل معادله (14) معین می‌گردد. فرم اجزاء محدود معادله (6) برای تعیین فشار دینامیکی در هر لحظه عبارتست از:

$$\iint_{A_e}\left\{\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\psi(N, l_m, h)\frac{\partial p}{\partial\theta}\right) + \left(\frac{\bar{D}}{\bar{L}}\right)^2\frac{\partial}{\partial z}\left(\psi(N, l_m, h)\frac{\partial p}{\partial z}\right) - \left(6\frac{\partial h}{\partial\theta} + 12\frac{\partial h}{\partial\tau}\right)\right\}N_i^e\, d\theta dz = 0 \quad (43)$$

در رابطه (43)، N_i^e تابع تقریب و A_e سطح المان مورد بررسی می‌باشند. با توجه به دامنه مش‌بندی شده یاتاقان برای تعیین توزیع فشار دینامیکی، تابع p را می‌توان به‌فرم (44) تقریب زد.

$$p^e = \sum_{j=1}^{n_e} N_j^e\, p_j(\tau) \quad (44)$$

در رابطه (44) e به یک المان خاص، n_e تعداد گره‌های المان، N_j^e توابع شکل و p_j مقدار گرهی تابع فشار در زمان τ می‌باشند. بررسی‌ها گویای همگرایی سریع‌تر، کاهش حجم محاسبات و افزایش دقت نتایج با بکارگیری المان‌های مستطیلی خطی ایزوپارامتریک و توابع شکل متناسب با آن‌ها می‌باشند [23]. با بکارگیری تابع تقریب معادله (44) در رابطه (43) و تعمیم روابط روش اجزاء محدود به آن، دستگاهی از معادلات خطی بفرم رابطه (45) حاصل خواهد شد.

$$[F]_{n_f\times n_f}\{p\}_{n_f\times 1} + \{Q\}_{n_f\times 1} = \{V\}_{n_f\times 1} \quad (45)$$

در رابطه (45) پارامتر n_f به تعداد تمامی نقاط نمونه منتخب روی دامنه مسأله اشاره دارد. با توجه به وضعیت یاتاقان ژورنال و نحوه توزیع فشار در فیلم سیال روانکار تراکم‌ناپذیر شرایط مرزی (46) در مدل تحلیلی دینامیکی غیرخطی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

$$p(\theta_1^i, z, \tau) = 0 \quad \text{(46- الف)}$$

$$p(\theta_2^i, z, \tau) = \frac{\partial p}{\partial\theta}(\theta_2^i, z, \tau) = 0 \quad \text{(46- ب)}$$

$$p(\theta, \pm 1, \tau) = 0 \quad \text{(46- ج)}$$

با توجه به شرایط مرزی رابطه (46) مقادیر فشار دینامیکی روی مرزهای دامنه مسأله برابر صفر می‌باشد. همچنین به علت عدم وجود مجرای تزریق و یا خروج روانکار مقدار مولفه‌های بردار شار Q در رابطه (45) نیز برای تمامی نقاط نمونه داخلی دامنه مسأله صفر بوده و به همین دلیل تعداد معادلات و مجهولات معادله (45) با هم برابرند. با حل این دستگاه معادلات توزیع فشار دینامیکی ناشی از جابجایی روتور در هر گام زمانی قابل استخراج می‌باشد.

2-3-1- معادلات دینامیکی حرکت روتور

جابجایی اغتشاشی مرکز روتور در وضعیت دینامیکی مطابق شکل 6 سبب اعمال نیروهای متفاوتی نسبت به حالت تعادل استاتیکی یاتاقان از سوی فیلم روانکار به روتور خواهد شد. تغییر مقدار نیروهای فیلم روانکار، شتاب روتور در راستای محورهای مختصات را به دنبال خواهد داشت. معادلات جابجایی دینامیکی روتور در راستای محورهای مختصات X و Y عبارتند از [18]:

$$\bar{m}_r\frac{d^2\bar{X}}{d\bar{t}^2} = \bar{F}_X - \bar{F}_{X0}\,,\ \bar{m}_r\frac{d^2\bar{Y}}{d\bar{t}^2} = \bar{F}_Y - \bar{F}_{Y0} \quad (47)$$

در رابطه (47) $\bar{m}_r$ جرم روتور و $(\bar{X}, \bar{Y})$ مؤلفه‌های جابجایی اغتشاشی مرکز روتور در راستای محورهای مختصات هستند و بصورت (48) تعریف می‌گردند:

$$\bar{X} = \bar{X}_j - \bar{X}_{j0}\,,\ \bar{Y} = \bar{Y}_j - \bar{Y}_{j0} \quad (48)$$

همچنین $(\bar{F}_X, \bar{F}_Y)$ و $(\bar{F}_{X0}, \bar{F}_{Y0})$ به ترتیب مؤلفه‌های نیروهای دینامیکی و استاتیکی وارد بر محور ناشی از توزیع فشار ایجاد شده درون فیلم روانکار می‌باشند. مؤلفه‌های نیروی فیلم روانکار وارد بر روتور در حالت تعادل استاتیکی و دینامیکی از روابط (49) و (50) قابل محاسبه می‌باشند.

$$\begin{Bmatrix}\bar{F}_{X0}\\ \bar{F}_{Y0}\end{Bmatrix} = \frac{\bar{\mu}\bar{\omega}\bar{L}\bar{R}^3}{2\bar{C}_m^2}\begin{Bmatrix}F_{X0}\\ F_{Y0}\end{Bmatrix} = \iint_A p_0\begin{Bmatrix}\cos(\theta)\\ \sin(\theta)\end{Bmatrix}d\theta dz \quad (49)$$

$$\begin{Bmatrix}\bar{F}_X\\ \bar{F}_Y\end{Bmatrix} = \frac{\bar{\mu}\bar{\omega}\bar{L}\bar{R}^3}{2\bar{C}_m^2}\begin{Bmatrix}F_X\\ F_Y\end{Bmatrix} = \iint_A p\begin{Bmatrix}\cos(\theta)\\ \sin(\theta)\end{Bmatrix}d\theta dz \quad (50)$$

در روابط (49) و(50) A سطح مقطع تحت فشار روتور، $p_0 = p_0(X_{J0}, Y_{J0})$ و $p = p(X_j, Y_j, V_x, V_{y,}, \tau)$ فشار فیلم سیال روانکار به ترتیب در حالت‌های استاتیکی و دینامیکی می‌باشند.

با بازنویسی معادله (47) بر اساس پارامترهای بی‌بُعد رابطه (51)

$$\bar{X} = \bar{C}_m X, \bar{Y} = \bar{C}_m Y, m_r = \frac{2\bar{C}_m^3\bar{\omega}}{\bar{\mu}\bar{R}^3\bar{L}W_0}\,\bar{m}_r \quad (51)$$

خواهیم داشت:

$$A_x = \frac{d^2X}{d\tau^2} = \frac{F_X - F_{X0}}{m_r}\,, A_y = \frac{d^2Y}{d\tau^2} = \frac{F_Y - F_{Y0}}{m_r} \quad (52)$$

همچنین با معرفی متغیرهای (53)

$$S_1 = X,\ S_2 = Y, S_3 = V_X\,, S_4 = V_Y \quad (53)$$

می‌توان معادلات حرکت را به حوزه فضای حالت منتقل نمود [18].

$$\frac{dS_1}{d\tau} = S_3\,, \frac{dS_2}{d\tau} = S_4 \quad \text{(54 - الف)}$$

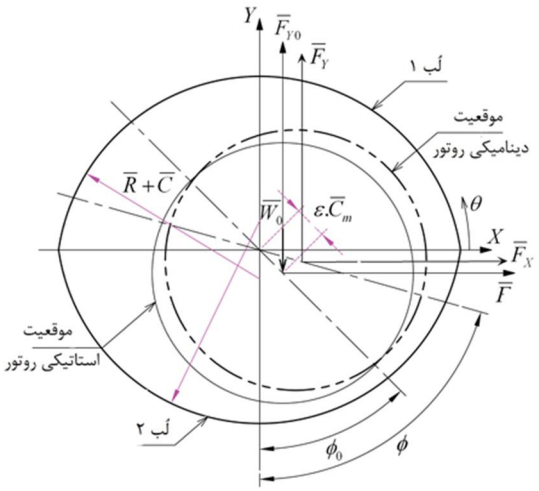
$$\frac{dS_3}{d\tau} = \frac{F_X - F_{X0}}{m_r}\,, \frac{dS_4}{d\tau} = \frac{F_Y - F_{Y0}}{m_r} \quad \text{(54 - ب)}$$

معادلات (45) و (54) نمایشگر یک سیستم دینامیکی غیرخطی هستند که شکل کلی معادلات آن را می‌توان بصورت (55) بیان نمود:

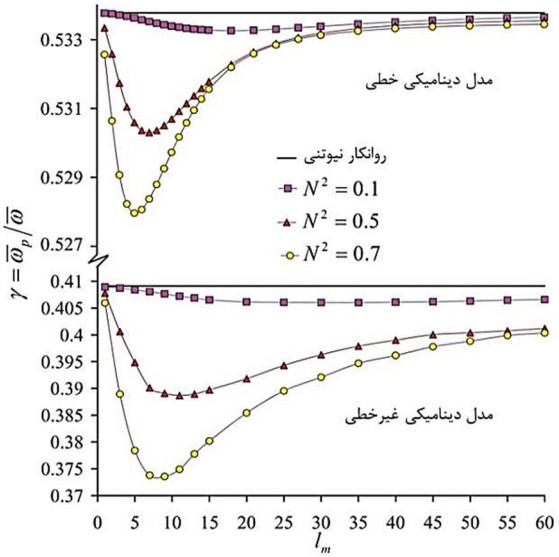
$$\frac{dS_i}{d\tau} = f_i(p, S_1, S_2, S_3, S_4, \tau)\,, i = 1,2,3,4 \quad \text{(55 - الف)}$$

$$p_i = g_i(S_1, S_2, S_3, S_4, \tau)\,, i = 1,2, \dots, n_f \quad \text{(55 - ب)}$$

مسیر تحلیل دینامیکی غیرخطی یاتاقان با تعیین نقطه تعادل استاتیکی آغاز و پارامترهای ورودی مورد نیاز حل دینامیکی از خروجی تحلیل استاتیکی فراهم می‌شوند. بنابراین در ابتدا معادله رینولدز حاکم در حالت استاتیکی مورد بررسی قرار گرفته و پارامترهای (X_{J0}, Y_{J0}) و p_0 جهت استفاده در تحلیل دینامیکی استخراج می‌گردند.



شکل 6 بارگذاری روتور در شرایط دینامیکی یاتاقان ژورنال غیرمدور دو لُب

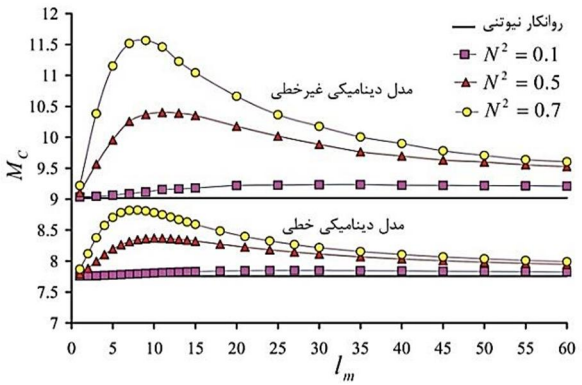


شکل 7 اثر تغییر ویژگی‌های سیال میکروپلار شامل عدد کوپلینگ (N) و طول مشخصه (l_m) بر نسبت فرکانس چرخش گردابی مرکز روتور (γ) یاتاقان ژورنال مدور، $\lambda = 1.0$ ، $\varepsilon = 0.50$

طی مراحل حل دینامیکی غیرخطی یاتاقان سرعت اولیه روتور برابر صفر فرض گردیده و برای لحاظ اثرات زمانی در انتگرال‌گیری عددی معادلات (55) از روش رانگ-کوتای مرتبه چهار استفاده می‌شود. با استفاده از این روش امکان محاسبه مؤلفه‌های جدید شتاب، سرعت و جابجایی مرکز روتور در هر گام زمانی فراهم می‌گردد. نتایج حاصل از تحلیل معادلات دینامیکی در هر گام زمانی بعنوان پارامتر ورودی و شرط اولیه گام زمانی بعدی بکارگرفته می‌شود. همچنین مکان جدید قرارگیری مرکز روتور در هر گام برای تعیین ضخامت فیلم روانکار و توزیع فشار جدید بکار گرفته شده و محاسبه بزرگی نیروهای دینامیکی در هر مرحله با کمک رابطه (55) امکان‌پذیر خواهد شد.

3- بحث و بررسی

به منظور بررسی تأثیر میزان پیش‌بار بر پایداری یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور دولُب با روانکار میکروپلار، در ابتدا صحت عملکرد کُدهای تحلیل دینامیکی خطی و غیر خطی تدوین شده در محیط نرم افزار فُرترن ارزیابی گردیده‌است. در شکل‌های 7 و 8 نتایج حاصل از برنامه برای تحلیل دینامیکی خطی و غیرخطی یاتاقان‌های ژورنال مدور ارائه شده‌اند.



شکل 8 اثر تغییر ویژگی‌های سیال میکروپلار شامل عدد کوپلینگ (N) و طول مشخصه (l_m) بر میزان جرم بحرانی روتور (M_C) یاتاقان ژورنال مدور، $\varepsilon = 0.50$ ، $\lambda = 1.0$

مقایسه نتایج شکل‌های 7 و 8 با مرجع [4] بیانگر عملکرد مطلوب کُدهای تدوینی جهت تحلیل پایداری دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی مدور می‌باشد. در ادامه نتایج حاصل از تعمیم برنامه‌ها به حوزه یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور دولُب ارائه گردیده‌اند.

3-1- اثر پریلود بر پایداری دینامیکی یاتاقان ژورنال غیرمدور دو لُب (مدل تحلیلی دینامیکی خطی)

تحلیل دینامیکی خطی پایداری یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی مطابق با روابط بخش (2-2) با تعیین توزیع فشار استاتیکی درون فیلم روانکار آغاز می‌شود. پس از آن مؤلفه‌های فشار دینامیکی مختلط با فرض حرکت هارمونیک مرکز روتور حول نقطه تعادل استاتیکی محاسبه می‌گردد. در ادامه مؤلفه‌های سختی و میرایی معادل فیلم سیال روانکار با مقایسه نیروهای دینامیکی و استاتیکی وارد بر روتور محاسبه شده و پارامترهای ضروری جهت شبیه‌سازی سیستم دینامیکی معادل مجموعه روتور و یاتاقان ژورنال تکمیل خواهد شد. در نهایت با فرض وجود حل غیربدیهی برای معادله مشخصه سیستم امکان تعیین پارامترهای بی‌بُعد جرم بحرانی و نسبت فرکانس چرخش گردابی بر اساس معیار بروز نوسانات با سیکل محدود[1] توسط مرکز روتور در جریان خطی‌سازی وجود خواهد داشت.

نتایج بررسی اثر تغییر پارامترهای مشخصه روانکار میکروپلار بر پایداری یاتاقان ژورنال غیرمدور دولُب با استفاده مدل دینامیکی خطی در جدول 1 ارائه شده‌است.

جدول 1 اثر تغییر ویژگی‌های سیال میکروپلار (N, l_m) بر پایداری دینامیکی خطی یاتاقان ژورنال غیرمدور دولُب، $W_0 = 1.0$، $\lambda = 1.0$ ، $\delta = 0.7$

N^2	پارامتر	l_m				
		5	10	15	20	25
نیوتنی	γ	0/454	0/454	0/454	0/454	0/454
	M_C	9/920	9/920	9/920	9/920	9/920
0/2	γ	0/454	0/453	0/452	0/452	0/452
	M_C	10/97	10/92	10/80	10/69	10/59
0/4	γ	0/453	0/450	0/450	0/450	0/451
	M_C	12/35	12/00	11/57	11/26	11/03
0/6	γ	0/452	0/448	0/449	0/449	0/450
	M_C	14/13	13/13	12/27	11/74	11/40
0/8	γ	0/452	0/447	0/447	0/448	0/449
	M_C	16/54	14/30	12/94	12/19	11/73

1- Limit Cycle Oscillations

نتایج جدول 1 گویای تقویت مؤلفه‌های پایداری دینامیکی یاتاقان دولُب در صورت تشدید خواص میکروپلاریته سیال روانکار می‌باشند. بهبود پایداری دینامیکی در صورت ثبات سرعت دوران روتور حول محور خود ($\bar{\omega}$) ، با نوسانات اغتشاشی کُندتر مرکز روتور حول نقطه تعادل استاتیکی ($\bar{\omega}_p$) و افزایش جرم بحرانی روتور قابل تحمل توسط تکیه‌گاه‌های یاتاقانی همراه خواهد بود. بعبارت دیگر به علت افزایش توانمندی روانکار با تقویت لزجت معادل ناشی از تشدید خواص میکروپلاریته، مولفه‌های سختی و میرایی معادل فیلم سیال روانکار نیز ارتقاء یافته و توان مجموعه در کنترل اغتشاشات و پیشگیری از سایش روتور و پوسته یاتاقان بهبود خواهد یافت [17].

3-2- اثر پریلود بر پایداری دینامیکی یاتاقان ژورنال غیرمدور دو لُب (مدل تحلیلی دینامیکی غیرخطی)

پایداری مجموعه روتور و یاتاقان ژورنال دولُب در مقابل عوامل محرک خارجی نامطلوب نظیر افزایش سرعت، تغییر شرایط بارگذاری و مشخصه‌های سیال روانکار را می‌توان در قالب روابط بخش (2-3) بررسی نمود. در تحلیل دینامیکی غیرخطی یاتاقان، مسیر حرکت اغتشاشی مرکز روتور از نقطه تعادل استاتیکی در گام‌های مختلف زمانی با استفاده از حل همزمان معادله رینولدز حاکم بر روانکاری و معادلات جابجایی دینامیکی روتور به کمک روش‌های حل عددی اجزاء محدود و رانگ-کوتا قابل دستیابی است. پارامترهای مورد استفاده در پژوهش حاضر جهت شبیه‌سازی سیستم دینامیکی معادل یاتاقان و روتور بر اساس مدل غیرخطی در جدول 2 آمده‌اند.

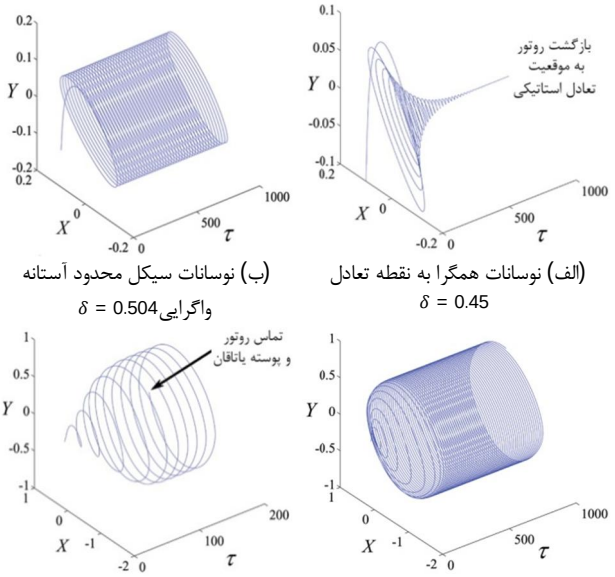
فاصله گام‌های زمانی متوالی در تحلیل دینامیکی غیرخطی انجام شده برابر $\Delta\tau = (\pi/300)$ انتخاب شده‌است. همچنین به منظور مستهلک شدن اثر اغتشاشات اولیه وارد بر روتور از تعداد 500000 گام اولیه تحلیل صرفنظر می‌گردد. خروجی تحلیل دینامیکی غیرخطی بصورت مولفه‌های جابجایی، سرعت و شتاب روتور و بزرگی نیروهای اغتشاشی وارد بر آن در هر گام زمانی در دسترس خواهد بود. در شکل 9 نمونه‌ای از طیف پاسخ‌های مجموعه در قالب نمودار مسیر دینامیکی مرکز روتور با تغییر در میزان پیش‌بار یا غیرمدوری یاتاقان ارائه شده است.

تأثیر منفی افزایش پیش‌بار و یا کاهش میزان غیرمدوری یاتاقان بر تشدید ناپایداری نوسانات اغتشاشی مرکز روتور از شکل 9 قابل رؤیت می‌باشد. در ادامه عملکرد مدل‌های دینامیکی خطی و غیرخطی در تشخیص میزان جرم بحرانی روتور و نسبت فرکانس چرخش گردابی متناظر با آن در آستانه گرایش رفتار سیستم به ناپایداری و رخداد شرایط دشوار کنترلی مطابق شکل 9-ب، نتایج حاصل از دو مدل برای مقادیر مختلف میزان پیش بار در شکل‌های 10 و 11 با هم مقایسه شده‌اند.

شکل‌های 10 و 11 به ترتیب افزایش میزان جرم بحرانی و کاهش نسبت فرکانس چرخش گردابی روتور با افزایش میزان غیرمدوری یاتاقان همزمان با کاهش میزان پیش‌بار را نمایش می‌دهند.

جدول 2 پارامترهای استفاده شده در تحلیل دینامیکی غیرخطی یاتاقان

پارامتر	تعریف	مقدار	واحد
$\bar{\mu}$	ویسکوزیته سیال روانکار	$6/5\times10^{-2}$	Pa.s
$\bar{R}$	شعاع محور	0/05	m
$\bar{C}_m$	لقی شعاعی کمینه	200×10^{-6}	m
$\bar{\omega}$	سرعت چرخش روتور	4000	rpm
$\bar{L}$	طول یاتاقان	0/10	m
$\bar{\rho}$	چگالی روانکار	868	kg/m³



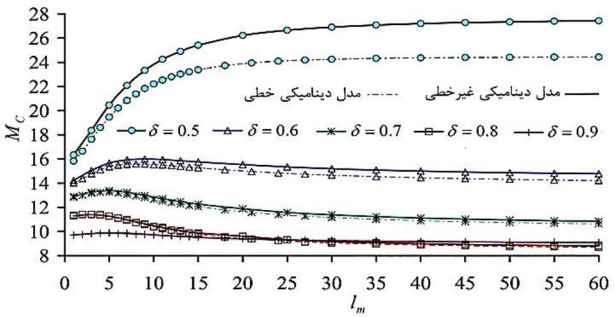
(الف) نوسانات همگرا به نقطه تعادل $\delta = 0.45$

(ب) نوسانات سیکل محدود آستانه واگرایی $\delta = 0.504$

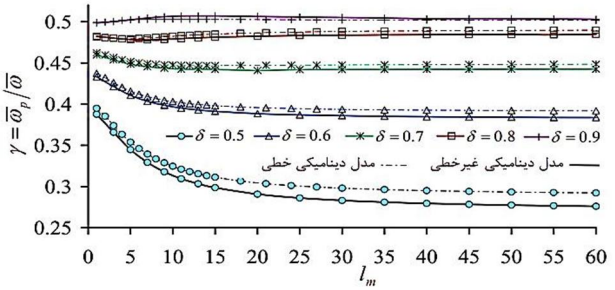
(ج) نوسانات واگرای محدود شونده $\delta = 0.68$

(د) نوسانات واگرای منجر به برخورد $\delta = 0.742$

شکل 9 اثر تغییرات پریلود (δ) بر جابجایی دینامیکی مرکز روتور یاتاقان ژورنال دو لُب، $\lambda = 1$ ، $W_0 = 1$ ، $N^2 = 0.5$ ، $l_m = 20$ ، $M = 25$



شکل 10 اثر تغییرات پریلود (δ)بر پارامتر جرم بحرانی روتور (M_C) یاتاقان ژورنال غیرمدور دو لُب، $\lambda = 1$ ، $W_0 = 1$ ، $N^2 = 0.5$



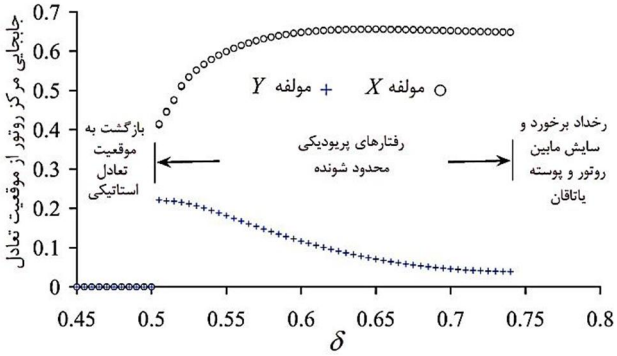
شکل 11 اثر تغییرات پریلود (δ)بر نسبت فرکانس چرخش گردابی مرکز روتور (γ) یاتاقان ژورنال غیرمدور دو لُب، $\lambda = 1$ ، $W_0 = 1$ ، $N^2 = 0.5$

این نتایج مؤید اثر مثبت افزایش میزان غیرمدوری یاتاقان بر پایداری دینامیکی مجموعه روتور و یاتاقان ژورنال غیرمدور می‌باشد. با کاهش میزان پیش بار و افزایش غیرمدوری یاتاقان به ازای شرایط ثابت برای دیگر پارامترهای طراحی یاتاقان، بار خارجی و روانکار، میزان خروج از مرکزی روتور ($\varepsilon = \bar{e}/\bar{C}_m$) برای جبران افت فشاری ایجاد شده در فیلم روانکار افزایش خواهد یافت. رشد پارامتر خروج از مرکزی روتور بویژه در مقادیر بالای آن به تقویت مولفه‌های پایداری دینامیکی یاتاقان ژورنال منجر خواهد شد [17]. نتایج شکل‌های 10 و 11 گویای تخمین گستره پایداری محدودتر یاتاقان‌های ژورنال دولُب توسط مدل دینامیکی خطی نسبت به نوع غیرخطی می‌باشد.

بعبارت دیگر مدل دینامیکی خطی سیستم مقادیر جرم بحرانی کوچکتر و نسبت فرکانس چرخش گردابی بزرگتری را در مقایسه با تحلیل دینامیکی غیرخطی ارائه می‌نماید. همچنین با افزایش مقدار پیش‌بار یاتاقان دامنه اختلاف مابین نتایج مدل‌های خطی و غیرخطی کاهش می‌یابد بطوریکه برای δ =0/9 نتایج دو مدل تحلیلی بسیار نزدیک خواهند بود.

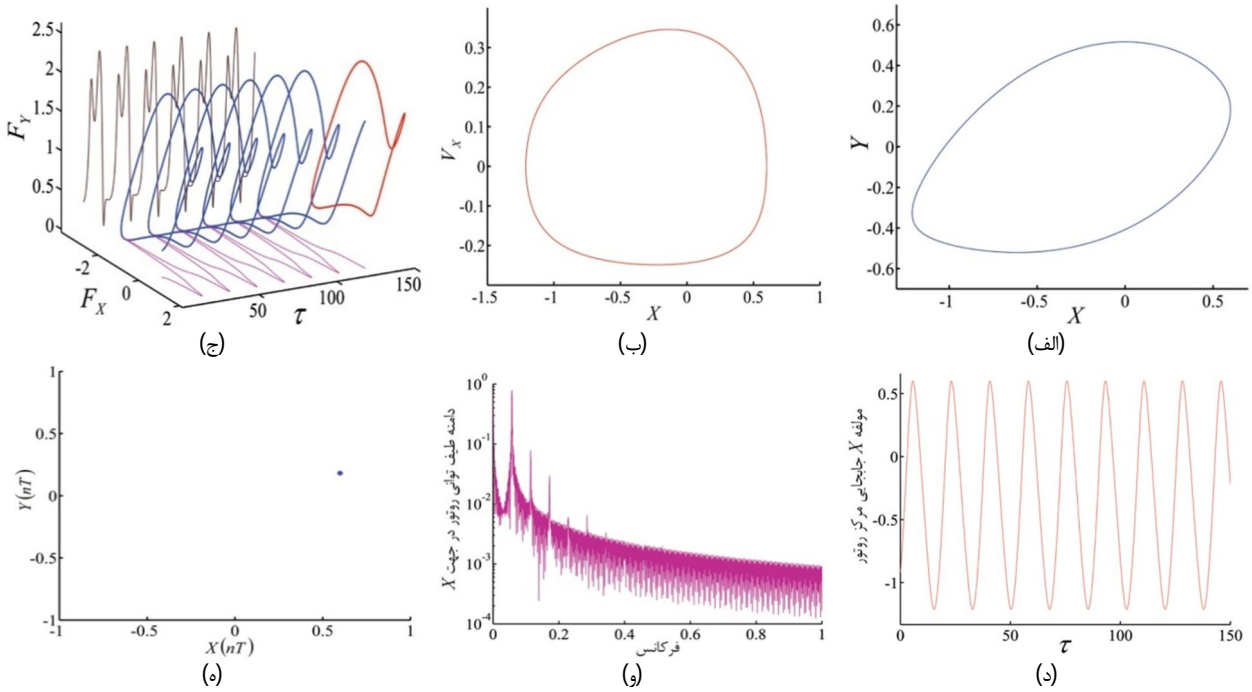
در ادامه جزئیات پاسخ دینامیکی غیرخطی مجموعه روتور و یاتاقان ژورنال دولُب با روانکار میکروپلار مورد ارزیابی قرار گرفته‌است. جهت دستیابی به یک برآیند اولیه، در شکل 12 چگونگی تغییر رفتار دینامیکی روتور با افزایش پیش‌بار به ازای مجموعه‌ای ثابت از دیگر پارامترهای مشخصه سیستم روانکاری، توسط دیاگرام دوشاخه‌گی حاصل از تجمیع نتایج نگاشت‌های پوانکاره رفتار اغتشاشی روتور در شرایط مختلف ارائه گردیده‌است. نگاشت پوانکاره حرکت در هر حالت با تعیین محل برخورد مسیر دینامیکی مرکز روتور با صفحه مفروض عبوری از مقطع عرضی آن قابل تعیین بوده و تعداد نقاط مشاهده شده روی آن از نوسانات سیستم دینامیکی با دوره تناوب‌های مختلف حکایت دارد. نتایج شکل 12 موید رخداد سه نوع رفتار دینامیکی غیرخطی مختلف شامل نوسانات بازگشتی به موقعیت تعادل استاتیکی برای محدوده δ <0/504 ، رفتارهای پریودیکی با دامنه محدود حول نقطه تعادل در بازه 0/504 ≤ δ <0/742 و نوسانات واگرا شونده منجر به پدیده برخورد و سایش بین روتور و پوسته یاتاقان برای δ ≥ 0/742 می‌باشند. تضعیف پایداری دینامیکی یاتاقان‌های غیرمدور با افزایش پیش‌بار و کاهش میزان غیرمدوری آنها از شکل 12 قابل رویت می‌باشد.

با توجه به مشاهده رفتار پریودیکی روتور برای 0/504 ≤ δ < 0/742 بر اساس نتایج شکل 12، جزئیات دینامیکی دو نمونه از این پاسخ‌ها برای مقادیر δ =0/55 و δ =0/72 جهت وضوح بیشتر تأثیرات منفی افزایش پیش‌بار بر پایداری دینامیکی مجموعه روتور و یاتاقان غیرمدور در شکل‌های 13 و 14 با هم مقایسه شده‌اند. در بخش‌های (الف) و (ب) این شکل‌ها مؤلفه‌های جابجایی و سرعت مرکز روتور پس از برقراری شرایط پایدار نهایی ترسیم شده‌اند. مقایسه شکل‌ها افزایش بزرگی مولفه‌های سرعت و جابجایی با افزایش پیش‌بار را نشان می‌دهند. علت این امر را می‌توان در افزایش میزان نیروهای دینامیکی اغتشاشی وارده به روتور از سوی فیلم روانکار با کاهش میزان غیرمدوری یاتاقان مطابق بخش (ج) شکل‌های 13 و 14 جستجو نمود. تشدید دامنه نیروهای اغتشاشی افزایش سرعت و شتاب جابجایی روتور در راستای محورهای مختصات را به دنبال خواهد داشت. افزایش سرعت اغتشاشات توام با افزایش پیش‌بار برای روتور در حال دوران با سرعت ثابت در فضای یاتاقان از سری زمانی حرکت روتور در جهت محورهای مختصات مطابق بخش (د) شکل‌های مذکور قابل رویت می‌باشد. مقایسه سری‌های زمانی علاوه بر نمایش افزایش دامنه نوسانات با افزایش میزان پیش‌بار، رشد تعداد نوسانات برای محدوده زمانی ثابت را نیز تایید می‌نمایند.



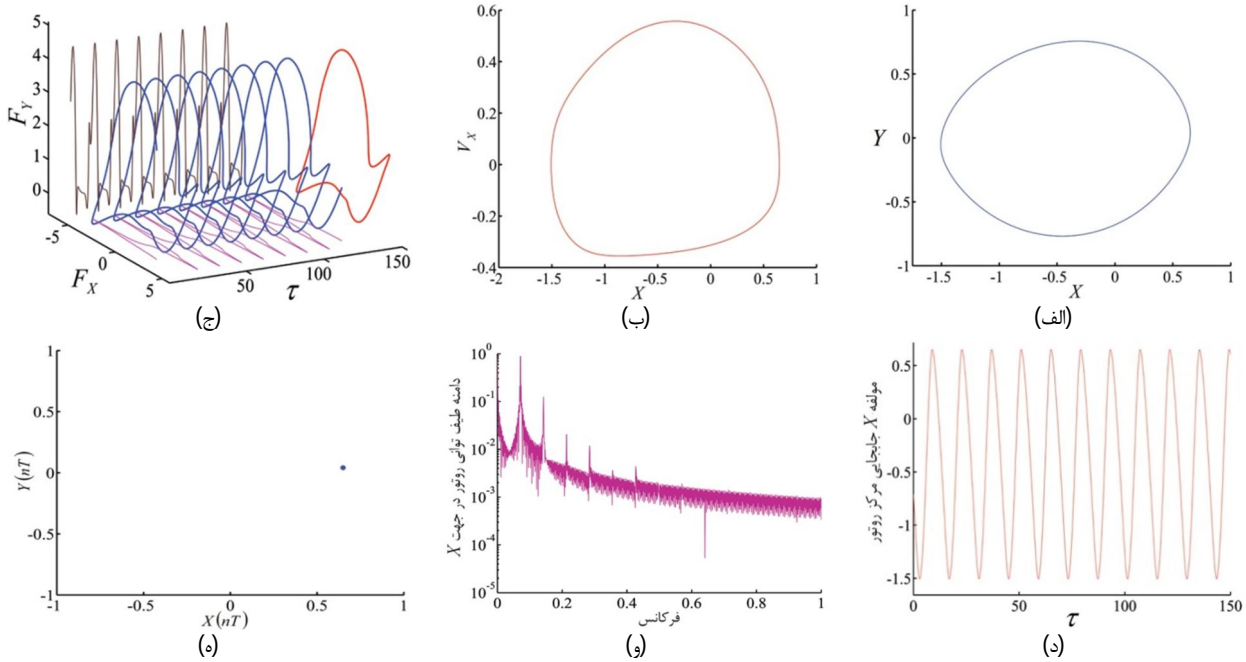
شکل 12 دیاگرام دوشاخه‌گی تغییر بزرگی مولفه‌های جابجایی مرکز روتور در جهت محورهای مختصات (X,Y) بر اساس تغییرات پیش‌بار (δ)، یاتاقان ژورنال دو لُب M = 25 ، l_m = 20 ،N^2 = 0.5 ،W_0 = 1 ، λ = 1

حالت (1): یاتاقان ژورنال غیرمدور دو لُب، δ = 0.550 ،λ = 1، W_0 = 1، N^2 = 0.5، M = 25 ، l_m = 20



شکل 13 (الف) مسیر جابجایی دینامیکی مرکز روتور (ب) تصویر فاز مرکز روتور در راستای محور x (ج) مولفه‌های نیروی دینامیکی اغتشاشی فیلم سیال روی روتور (د) سری زمانی حرکت مرکز روتور در جهت محور x (و) طیف توانی مربوط به سری زمانی روتور در جهت محور x (ه) نگاشت پوانکاره مرتبط با مسیر دینامیکی روتور

حالت (2): یاتاقان ژورنال غیرمدور دو لُب، $\delta = 0.720$ ،$\lambda = 1$ ،$W_0 = 1$ ،$N^2 = 0.5$ ،$M = 25$ ، $l_m = 20$



شکل 14 (الف) مسیر دینامیکی (ب) تصویر فاز مرکز روتور (ج) مولفه‌های نیروی دینامیکی (د) سری زمانی حرکت (و) طیف توانی (ه) نگاشت پوانکاره

این موضوع بیانگر افزایش سرعت دوران اغتشاشی مرکز روتور ($\overline{\omega}_p$) حول نقطه تعادل استاتیکی بوده و زمینه افزایش نسبت فرکانس چرخش گردابی (γ) و تضعیف قابلیت پایداری دینامیکی یاتاقان را فراهم خواهد نمود. از آنجا که بررسی حرکات نوسانی در حوزه فرکانس امکان شناخت کامل‌تر نوع و دوره تناوب آن‌ها را فراهم می‌آورد، در بخش (و) شکل‌های 13 و 14 نمودار طیف توانی حرکت روتور حاصل از بکارگیری الگوریتم تبدیل فوریه سریع (FFT) روی نتایج سری زمانی بخش (د) ارائه شده‌اند. مقایسه نتایج برای مقادیر نمونه پیش‌بار گویای افزایش تعداد فرکانس‌های تشدید و توسعه دامنه اختلاف مابین بیشترین و کمترین مقدار آن‌ها با کاهش غیرمدوری یاتاقان می‌باشند. بخش (ه) از شکل‌های فوق نگاشت پوانکاره پاسخ دینامیکی سیستم را نشان می‌دهد. از آنجا که رفتار پریودیکی معین تکرار شونده مرکز روتور حول نقطه تعادل از بخش‌های (الف) و (د) شکل‌های 13 و 14 نیز مشخص است، تنها یک نقطه حاصل از برخورد مسیر دینامیکی روتور با صفحه عرضی نگاشت روی تصاویر با مکان‌های متفاوت متناظر با دامنه نوسانات دیده می‌شود.

4- نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر اثر پیش‌بار (δ)بر پایداری دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال دولُب تحت روانکاری میکروپلار بر پایه مدل‌های دینامیکی خطی و غیرخطی مجموعه روتور و یاتاقان ارزیابی شده‌است. به این منظور در ابتدا معادله رینولدز حاکم بر روانکاری بر اساس تئوری سیالات میکروپلار اصلاح گردیده‌است. با فرض رفتار اغتشاشی هارمونیک روتور صُلب دوار در فضای یاتاقان تحت تأثیر عوامل نامطلوب خارجی، روابط مدل دینامیکی خطی استخراج شده و کمیت‌های جرم بحرانی (M_C) و نسبت فرکانس چرخش گردابی (γ) بعنوان پارامترهای مشخصه پایداری یاتاقان استخراج گردیده‌اند. در مدل دینامیکی غیرخطی با استخراج روابط جابجایی، سرعت و شتاب روتور از معادلات حرکت و حل همزمان آن‌ها با معادله رینولدز اصلاحی، مسیر حرکت اغتشاشی روتور در هر گام زمانی تعیین شده‌است. همچنین به علت محدود بودن طول یاتاقان، از روش‌های حل عددی اجزاء محدود و رانگ-کوتا به ترتیب جهت حل معادلات سیستم و لحاظ اثرات زمانی استفاده گردیده‌است. با بررسی و مقایسه نتایج موارد ذیل قابل استنباط می‌باشند:

1- افزایش میزان پیش‌بار یا کاهش غیرمدوری یاتاقان‌های ژورنال دولُب تضعیف مشخصه‌های پایداری دینامیکی آن‌ها را در قالب کاهش پارامتر جرم بحرانی و افزایش نسبت فرکانس چرخش گردابی در پی خواهد داشت. از این رو بهبود پایداری دینامیکی سیستم روتور و یاتاقان با جایگزینی یاتاقان ژورنال غیرمدور دولُب به جای نوع مدور مشابه امکان‌پذیر می‌باشد.

2- مقایسه نتایج حاصل از مدل‌های خطی و غیرخطی مورد استفاده از محتاطانه‌تر بودن نتایج تحلیل خطی نسبت به نوع غیرخطی حکایت دارند. همچنین میزان اختلاف مابین نتایج حاصل از دو مدل برای مشخصه‌های پاسخ دینامیکی یاتاقان با افزایش میزان پیش‌بار محدودتر خواهد شد.

3- نتایج تحلیل دینامیکی غیرخطی یاتاقان‌های دولُب از بروز رفتارهای دینامیکی مختلف شامل نوسانات همگرا به نقطه تعادل استاتیکی، نوسانات با سیکل محدود، اغتشاشات واگرای محدود شونده و اغتشاشات واگرای منجر به برخورد و سایش روتور و پوسته یاتاقان با افزایش میزان پیش‌بار در صورت ثبات سایر پارامترهای یاتاقان و سیستم روانکاری حکایت دارند. از این رو در یاتاقان‌های غیرمدور برخلاف انواع مدور، انتخاب پیش‌بار مناسب می‌تواند در پیشگیری از بروز رفتارهای دینامیکی نامطلوب و کنترل پایداری موثر باشد.

5- فهرست علائم

کمیت‌های با بُعد در ادامه با علامت بار نمایش داده شده‌اند.

$\bar{B}_{ij}$	ضرایب میرایی معادل (N.s/m)
$\bar{C}$	لقی شعاعی متغیر (m)
$\bar{C}_m$	لقی کمینه (m)
$\bar{F}$	نیروی وارد بر روتور (N)
$\bar{h}$	ضخامت فیلم روانکار(m)
$\bar{L}$	طول یاتاقان (m)

N	عدد کوپلینگ روانکار
O_B	مرکز یاتاقان
O_J	مرکز روتور
$\bar{p}$	فشار سیال (Pa)
$\bar{R}$	شعاع روتور (m)
$\bar{S}_{ij}$	ضرایب سختی (N/m)
$\bar{w}$	بار اعمالی به یاتاقان (N)
X, Y, Z	محورهای مختصات

علایم یونانی

ε	نسبت خروج از مرکزی
$\bar{\mu}$	لزجت دینامیکی ($N.s/m^2$)
$\bar{\omega}$	سرعت زاویه‌ای روتور (rad/s)
$\bar{\omega}_p$	سرعت زاویه‌ای چرخش گردابی مرکز روتور (rad/s)
τ	زمان بی‌بُعد
$\lambda = \bar{L}/\bar{D}$	نسبت منظری یاتاقان
γ	نسبت فرکانس چرخش
θ_1, θ_2	زوایای شروع و پایان فیلم فشاری همگرا

6- مراجع

[1] A. Eringen, Theory of micropolar fluids, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics,* Vol.16, pp. 1-18, 1966.

[2] S. Allen, K. Kline, Lubrication theory for micropolar fluids, *Journal of Applied Mechanics,* Vol. 23, pp.646-650, 1971.

[3] M.M. Khonsari, D.E. Brewe, On the performance of finite journal bearing lubricated with micropolar fluids, *Tribology Trans,* Vol. 32, pp. 155-160, 1989.

[4] S. Das, S.K. Guha, A.K. Chattopadhyay, Theoretical analysis of stability characteristics of hydrodynamic journal bearings lubricated with micropolar fluids, *Tribology Int,* Vol. 35, pp.201-210, 2005.

[5] V. Kumar, A. K. Chattopadhyay, Dynamic analysis including stability of flexibly supported narrow hydrodynamic journal bearings with micropolar lubricant, *Proc. 1st Int. and 16th National Conf. Machines and Mechanisms, IIT Roorkee, India,* Dec 18-20, 2013.

[6] O. Pinkus, Analysis of elliptical bearings, *ASME Transactions. Journal of basic Engineering,* Vol. 78, pp.965-973, 1956.

[7] M. Malik, M. Chandra, R. Sinhasan, Design data for three lobe bearing, *ASLE Trans,* Vol. 24, pp.171-178, 1981.

[8] M. Malik, M. Chandra, R. Sinhasan, On performance characteristics of three-lobe porous hydrodynamic journal bearings, *Tribology Trans,* Vol. 24(3), pp. 354 – 361, 1981.

[9] C.M Muller-Karger, L.E Barrett, R.D Flack, Influence of fluid film non-linearity on the experimental determination of dynamic stiffness and damping coefficients for three lobe bearing, *STLE Tribology Transactions,* Vol.40, pp. 49-56, 1997.

[10] T. V. V. L. N. Rao, Jerzy T. Sawicki, Dynamic coefficient prediction in multi-lobe journal bearings using a mass conservation algorithm, Tribology Trans, Vol. 46(3), pp.414-420,2003.

[11] A.D. Rahmatabadi, M. Zare Mehrjardi, M.R. Fazel, Performance analysis of micropolar lubricated journal bearings using GDQ method. *Tribology Int*., Vol. 43, pp. 2000-2009. 2010.

[12] A.D. Rahmatabadi, M. Nekoeimehr, R. Rashidi, Micropolar lubricant effects on the performance of noncircular lobed bearings. *Tribology Int*., Vol. 43, pp. 404-413. 2010.

[13] A.D. Rahmatabadi, R. Rashidi, Effect of mount angle on static and dynamic characteristics of gas-lubricated noncircular journal bearings, *Iranian Journal of Sci. and Technol. , Eng*.,Vol. 30, pp. 327-337, 2006.

[14] B. Chetti, Analysis of a circular journal bearing lubricated with micropolar fluids including EHD effects, *Ind. Lub. and Tribol.,* Vol. 66(2), pp. 412-418, 2011.

[15] S. C. Sharma, A. K. Rajput, Influence of micropolar lubrication on the performance of 4-pocket capillary compensated conical hybrid journal bearing, *Adv. in Tribol*., Vol.12, pp.1-18,2012.

[16] M. Nekoeimehr, A.D. Rahmatabadi, R. Rashidi, Behavior of micropolar lubricated lobe bearings: influence of non-circularity parameters, *Ind. Lub. and Tribol*., Vol. 65 (2), pp.100 - 107,2013.

[17] K. Prabhakaran Nair , V. P. Sukumaran Nair, N. H. Jayadas, Static and dynamic of elasto-hydrodynamic elliptical journal bearing with micropolar lubricant, *Tribology Int*., Vol. 40, pp. 297-305, 2007.

[18] R. Rashidi, A. Karami Mohammadi, F. Bakhtiari Nejad, Preload effect on nonlinear dynamic behavior of a rigid rotor supported by noncircular gas-lubricated journal bearing systems, *Nonlinear Dynamics,* Vol. 60, pp.231-253 , 2010.

[19] B. Chetti, Static and dynamic analysis of hydrodynamic four-lobe journal bearing with couple stress lubricants. *Jordan Journal of Mechanical and Industrial Engineering,* Vol. 5, pp.23-28, 2013.

[20] Y. Zhang, D. Hei, Y. Lü, Q. Wang, N. Müller, Bifurcation and chaos analysis of nonlinear rotor system with axial-grooved gas-lubricated journal bearing support, *Chinese Journal of Mechanical Engineering,* Vol. 27, pp 358-368, 2014.

[21] N. K. Rana, S. S. Gautam, S. Samanta, Approximate analysis of dynamic characteristics of short journal bearings in turbulent micropolar lubrication, *Journal of The Institution of Eng. (India): Series C,* Vol. 95, pp .383-388 , 2014 .

[22] Bernard J. Hamrock, Fundamentals of fluid film lubrication, *McGraw-Hill,* U.S.A, 1994.

[23] J. Reddy, An introduction to the finite element method, *McGraw-Hill,* U.S.A,1984.