



بررسی تجربی و ارائه مدل برای پیش‌بینی رفتار تراکم پودرهای فلزی و سرامیکی تحت بار ضربه‌ای

هاشم بابایی^{1*}، توحید میرزابابایی مستوفی²، مجید علی‌طاوولی³، مجتبی نامداری⁴

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

2- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

3- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

4- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

* رشت، صندوق پستی 3756-41635، ghababaei@guilan.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 15 بهمن 1393

پذیرش: 10 اسفند 1393

ارائه در سایت: 23 فروردین 1394

کلید واژگان:

بارگذاری ضربه ای

تراکم پودر

چکش پرتابه ای

روش تجزیه مقادیر منفرد

روش تحلیل ابعادی

هدف از این مقاله، بررسی تجربی و عددی خواص مکانیکی قطعه تولید شده با فرایند تراکم پودر تحت بارگذاری ضربه‌ای با نرخ پایین توسط سامانه چکش پرتابه‌ای است. در بخش تجربی، به بررسی تأثیرپذیری چگالی، مقاومت خمشی و مدول الاستیسیته قطعه تولیدی از اندازه دانه و سطوح انرژی متفاوت پرداخته می‌شود. در این راستا از دو نوع پودر آلومینیوم خالص و همچنین ترکیب آن با سرامیک در سه اندازه متفاوت استفاده می‌شود. در بخش عددی، روش تحلیل ابعادی بکار گرفته می‌شود که در این روش با استفاده از مشخصه و داده‌های تجربی که به‌صورت ورودی و خروجی دسته‌بندی می‌شوند، مدل‌های بی‌بعدی برای چگالی، مقاومت خمشی و مدول الاستیسیته به شکل توابع ریاضی ارائه می‌شود. هدف از تعیین این مدل، پیش‌بینی قابل اطمینان و رضایت بخشی برای خواص نهایی قطعه تحت شرایط بارگذاری ضربه‌ای است. برای محاسبه بردار ضرایب خطی از روش تجزیه مقادیر منفرد حاصل از پارامترهای بی‌بعد استفاده می‌شود. برای اعتبارسنجی نتایج به‌دست آمده از توابع ریاضی ارائه شده، مقایسه‌ای بین این نتایج و داده‌های تجربی انجام می‌شود. بررسی خطای داده‌های آموزشی و پیش‌بینی بر اساس مجذور میانگین مربعات خطاها و ضریب تبیین نشان می‌دهد که نتایج به‌دست‌آمده از توابع ریاضی صحت قابل قبولی را دارند؛ بنابراین، استفاده از مدل‌های ریاضی ارائه شده برای خواص نهایی قطعه تحت بارگذاری ضربه‌ای مطلوب است.

Experimental investigation and a model presentation for predicting the behavior of metal and alumina powder compaction under impact loading

Hashem Babaei*, Tohid Mirzababaei Mostofi, Majid Alitavoli, Mojtaba Namdari

Department of Mechanical Engineering, University of Guilan, Rasht, Iran

* P.O.B. 3756-41635 Rasht, Iran, ghababaei@guilan.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 04 February 2015
Accepted 01 March 2015
Available Online 12 April 2015

Keywords:
Impact Loading
Powder Compaction
Drop Hammer
Singular Value Decomposition Method
Dimensional Approach

ABSTRACT

The purpose of this paper is to investigate those products that are produced by powder compaction procedure under the low rate impact loading by a drop hammer, both theoretically and numerically. Experimental section includes checking the efficiency of density, bending strength and elasticity modulus of the product from grain size and different levels of energy. Two kinds of pure aluminum powder in three different sizes and also their combination with ceramic are used to obtain this. In the numerical section, dimension analysis method is applied in which non-dimensional models for density, bending strength, and elasticity modulus are presented in the form of mathematical functions by means of experimental characteristics and data which are categorized to input and output. The purpose of determination of this model is to reach a reliable and satisfactory prediction for final properties of products subjected to impact loading condition. It is worth noting that singular value decomposition approach is used for calculation of linear coefficients vector which has been obtained by non-dimensional parameters. A comparison between these results and experimental data is done by mathematical functions in order to validate the results. The investigation of training and prediction data errors which has been based on root of mean of squares of error and coefficient of determination shows that the obtained results through mathematical functions have acceptable accuracy; hence utilization of the presented mathematical models for predicting the final properties of product subjected to impact loading is desirable.

Please cite this article using:

H. Babaei, T. Mirzababaei Mostofi, M. Alitavoli, M. Namdari, Experimental investigation and a model presentation for predicting the behavior of metal and alumina powder compaction under impact loading, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 5, pp. 357-366, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

1- مقدمه

یکی از مهم‌ترین عوامل توجه به روش شکل‌دهی پودرهای فلزی، کم‌هزینه بودن آن است. همچنین میزان کم انرژی مصرفی، خودکار بودن روش کار و امکان تولید انبوه قطعات پیچیده با کمترین ضایعات، دیگر عوامل پیشی گرفتن این روش از دیگر روش‌های متالوژی هستند. این حوزه از فناوری امکان کنترل ریزساختارهای قطعه همراه با خواص شیمیایی آن به کاربر می‌دهد [1].

در اوایل قرن بیستم میلادی، عدم توانایی برای تولید مذاب یکپارچه در کوره‌ها باعث استفاده صنعتی از روش تراکم پودر برای تولید کالاهای فلزی شد. این روش شکوفایی خود را نیز مدیون کارهای کلیج برای تولید لامپ رشته‌ای تنگستن است.

امکان تولید قطعات در شمار بالا با استفاده از روش تراکم پودر باعث استفاده صنعتی از این روش شده است. قطعات تولیدی با استفاده از این روش در صنایع اتومبیل‌سازی، لوازم‌خانگی و الکترونیک نیز کاربرد دارد که باعث رشد روزافزون استفاده از این حوزه از فناوری شده است.

القرشی و همکارانش با آزمایش بر روی مواد پودری با اندازه دانه‌های متفاوت، سعی در ارائه یک مدل تئوری بر اساس حل متقارن تغییر شکل بزرگ پرداختند. آزمایش‌های انجام شده منجر به محاسبه ضریب اصطکاک بین ظروف و ذرات و همچنین بیان رابطه‌ای برای پیشگویی استحکام نهایی قطعه ساخته شده از مواد پودری شد [2].

پوکلین و همکارانش برای درک بهتر رابطه‌ی بین نوع پودر، فشار تراکم و استحکام نهایی قطعه، دو نوع پودر آهنی با ساختار متفاوت را مورد بررسی قرار دادند و به این نتیجه رسیدند که مواد با ساختار متخلخل نسبت به مواد تشکیل شده از ذرات کروی، استحکام نهایی بهتری دارند [3].

استاسیاک و همکارانش تأثیر فشار ماکزیمم و سرعت تغییر شکل بر مدول الاستیسیته را تخمین زدند. آن‌ها این نتیجه را با بررسی اثر فشرده‌سازی چسب‌های مورد استفاده در صنعت مانند سنگ‌آهک، ریز سلولز و بنتونیت در لوله‌ی استوانه‌ای با نیروی تک‌محوری به دست آوردند [4].

کدهیم و همکارانش با بررسی عددی حالت پایدار ماده در حین جریان تراکم روی استوانه با روش تفاضلات محدود، مدل ساختاری دقیقی برای توزیع فشار و چگالی در طول فرایند تراکم ارائه دادند [5].

در آزمایش‌های انجام شده توسط اژدر و همکارانش، از پودر با اندازه‌های متفاوت تحت سطوح انرژی و سرعت‌های مختلف برای بررسی فرایند شکل‌دهی پودرهای پلیمری با سرعت بالا استفاده شده است. آن‌ها با تمرکز روی ویژگی‌های تراکم و استفاده از دستگاه میکروسکوپ الکترونی به تحلیل و بررسی ریزساختارهای قطعه حاصل شده پرداختند و به این نتیجه رسیدند که مرحله اول تراکم نسبت به مرحله دوم آن تأثیر بیشتری بر استحکام نهایی ماده دارد [6].

ظهور و همکارش با آزمایش بر روی پودر تنگستن از دو روش تراکم انفجاری زیرآب و بدون آب به آستانه تحمل تنگستن متالوژی شده تحت موج انفجار دست یافتند [7]. آن‌ها همچنین با مقایسه تراکم انفجاری زیرآب با دیگر روش‌های متالوژی پودر انجام شده روی پودر تنگستن به این نتیجه رسیدند که با روش تراکم انفجاری زیرآب می‌توان به بالاترین خواص فیزیکی و مکانیکی ممکن از این پودر دست پیدا کرد [8].

از دلایل اصلی انتخاب روش دینامیکی تراکم پودر می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

1- توزیع یکنواخت چگالی با واردکردن انرژی زیاد در بازه زمانی کم

2- عدم نیاز به تولید گرما با توجه به آدیاباتیک بودن فرایند تراکم

نوآوری پژوهش حاضر در آن است که بتوان با استفاده از روش شکل‌دهی با نرخ انرژی پایین به نتایجی نظیر شکل‌دهی با نرخ انرژی بالا دست یافت. شایان ذکر است که روش نرخ انرژی بالا دارای معایبی است. به‌طور مثال، این روش معمولاً توسط خرج انفجاری انجام شده که صدای ناهنجار انفجار، امکان بروز حادثه، عدم دسترسی آسان به مواد منفجره و مسائل امنیتی از معایب و محدودیت‌های این روش است. روش‌های با نرخ انرژی پایین باوجود این‌که میزان شکل‌پذیری محدود بوده و با سرعتی پایین انجام می‌شود ولی ارزان و قابل‌دسترس هستند که این موضوع باعث جلب نظر محققان شده است. این روش می‌تواند جایگزین مناسبی برای فرایند با نرخ انرژی بالا باشد.

هدف از این مقاله بررسی چگالی، مدول الاستیسیته و استحکام قطعه تولید شده در تراکم پودرهای فلزی و ترکیبی است. در بخش تجربی به بررسی رفتار مکانیکی تراکم پودر آلومینیوم خالص و پودر ترکیبی آلومینیوم با سرامیک تحت بارهای مختلف دینامیکی توسط چکش پرتابه‌ای پرداخته شده است. در این راستا پودر آلومینیوم به سه گروه از نظر اندازه دانه تقسیم‌بندی شده است. لازم به ذکر است که در قسمت مربوط به آزمایش‌های پودر ترکیبی از درصد حجمی‌های متفاوت پودر آلومینیوم و سرامیک استفاده شده است.

2- بررسی تجربی

2-1- سامانه چکش پرتابه‌ای

در این مقاله، سامانه استفاده شده برای فرایند تراکم پودر، سامانه چکش پرتابه‌ای است که در شکل 1 نمایش داده شده است. این سامانه ماهیتی کاملاً مکانیکی دارد. روش کار این سامانه بدین‌صورت است که انرژی پتانسیل ناشی از راهسازی وزنه‌ای در ارتفاع مشخص به انرژی جنبشی پیستون تبدیل شده و به‌صورت بار ضربه‌ای به پودر موجود در محفظه سیلندر وارد شده و پودر را متراکم می‌کند. اجزای مختلف این سامانه و نحوه عملکرد آن در مرجع [9] به تفصیل مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.

2-2- روش تجربی

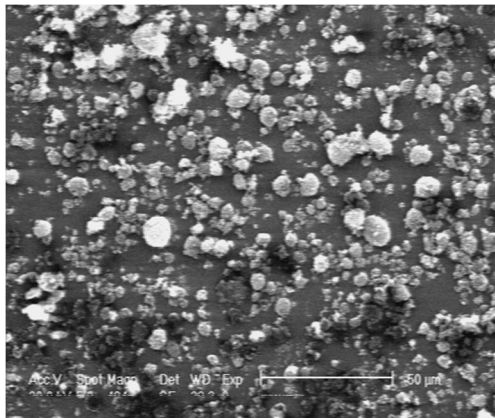
در آزمایش‌های انجام‌گرفته از دو نوع پودر آلومینیوم خالص و همچنین پودر ترکیبی آلومینیوم و سرامیک استفاده شده است.

در پودر آلومینیوم، اندازه دانه کمتر از 250 میکرون بوده و شکل آن، سوزنی و استوانه‌ای با خلوص 99 درصد است.

پودر سرامیک استفاده شده، اکسید آلومینیوم نانو (Al_2O_3) است و همچنین در این پودر، اندازه دانه 20 نانومتر بوده و شکل آن کروی با خلوص 99 درصد است. در شکل‌های 2 و 3، تصاویر تهیه شده توسط میکروسکوپ الکترونی از پودرهای مورد استفاده، نمایش داده شده است.

به‌منظور بررسی تأثیرپذیری خواص نهایی از اندازه پودر، ذرات پودر آلومینیوم با استفاده از الک به سه دسته A، B و C تقسیم شده است که در این سه دسته، اندازه دانه به ترتیب در محدوده‌ای برابر با 100 تا 150، 150 تا 200 و 200 تا 250 میکرون است که هر یک تحت آزمایش‌های مختلف قرار گرفته‌اند.

در روش تجربی برای تولید قطعات حاصل از فرایند تراکم پودر، 125 گرم از پودر انتخابی در داخل سیلندر و پیستونی استوانه‌ای شکل ریخته شده



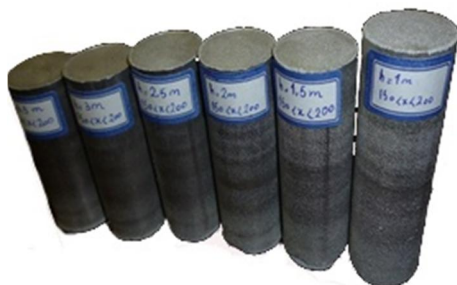
شکل 3 پودر سرامیک قبل از تراکم

در شکل 4 نمونه‌هایی از قطعات تولید شده از پودر آلومینیوم تحت بارگذاری ضربه‌ای با سامانه چکش پرتابه‌ای نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل مشخص است، با افزایش انرژی انتقالی، ارتفاع قطعات کاهش یافته و به تبع آن چگالی افزایش یافته است.

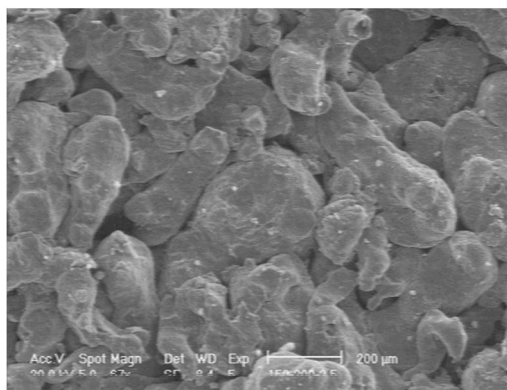
در شکل 5 و 6 تصاویر تهیه شده از قطعات تولیدی با میکروسکوپ الکترونی نمایش داده شده است. در این تصاویر، کاهش فضای خالی بین ذرات که همراه با افزایش چگالی است، کاملاً مشخص است.

در جدول‌های 1 تا 4 داده‌ها و نتایج تجربی حاصل از آزمایش‌های انجام شده بر روی ذرات آلومینیوم خالص و ترکیبات آن گردآوری شده است. با توجه به جداول، چگالی نسبی از تقسیم چگالی قطعه نسبت به چگالی آلومینیوم به‌دست آمده است. شایان ذکر است که چگالی آلومینیوم 2700 کیلوگرم بر مترمکعب در نظر گرفته شده است.

از آزمون خمش با دستگاه خمش سه‌نقطه‌ای برای به دست آوردن نیروی شکست و به تبع آن مقاومت خمشی قطعات تولیدی استفاده شده



شکل 4 نمونه‌هایی از قطعات تولید شده از پودر آلومینیوم با فرایند تراکم پودر



شکل 5 ذرات آلومینیوم متراکم شده توسط میکروسکوپ الکترونی

و تحت بارگذاری ضربه‌ای توسط سامانه چکش پرتابه‌ای قرار گرفته است. در این سامانه با بالا بردن ارتفاع چکش و افزایش جرم آن، قطعات تحت سطوح انرژی مختلف تولید شده است. برای خارج کردن نمونه‌های تولید شده از سیلندر، از جک هیدرولیکی استفاده شده است که با وارد کردن نیروی یکنواخت باعث سالم ماندن قطعه و همچنین یکنواخت ماندن چگالی می‌شود. همچنین برای سهولت در خارج کردن قطعه از سیلندر، از روان کننده‌ای برای کاهش اصطکاک بین جداره سیلندر و قطعه تولید شده، استفاده شده است.

2-3- نتایج آزمایش‌ها

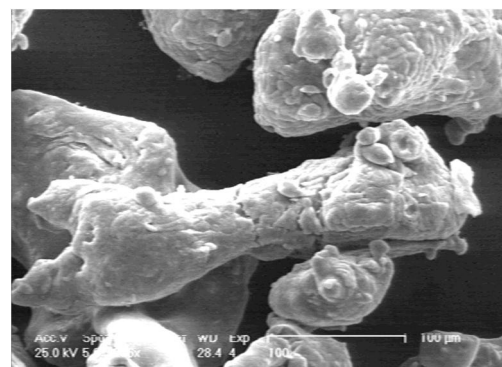
در این قسمت، نتایج به‌دست‌آمده از آزمایش‌های انجام‌گرفته، بیانگر میزان چگالی، مدول الاستیسیته و مقاومت خمشی قطعه تولید شده تحت بارگذاری ضربه‌ای توسط سامانه چکش پرتابه‌ای است که در آن اثر تغییرات نوع پودر، اندازه دانه و همچنین تغییرات شرایط بارگذاری با توجه به تغییرات ارتفاع چکش پرتاب شده در نظر گرفته شده است. تغییر ارتفاع چکش پرتاب شده موجب افزایش انرژی انتقالی به قطعه و به تبع آن تراکم بیشتر ذرات قطعه تولید شده می‌شود. انرژی تولید شده در این فرایند با صرف‌نظر از اصطکاک از رابطه (1) به دست می‌آید [9]:

$$U = Mgh \quad (1)$$

که در آن M جرم چکش و h ارتفاع چکش نسبت به پیستون قبل از سقوط آزاد است.



شکل 1 دستگاه چکش پرتابه‌ای [9]



شکل 2 پودر آلومینیوم خالص قبل از تراکم

جدول 4 نتایج آزمایش‌های انجام شده بر روی پودر ترکیبی آلومینیوم و سرامیک

پودر ترکیبی	انرژی (J)	ارتفاع قطعه (cm)	چگالی (kg/m ³)	چگالی نسبی (%)
1- 10% سرامیک	2200	8/24	2146	79/49
2- 15% سرامیک	2200	8/19	2158	79/93
3- 20% سرامیک	2200	8/21	2155	79/81
4- 30% سرامیک	2200	8/19	2158	79/93
5- 40% سرامیک	2200	8/22	2151	79/67
6- 50% سرامیک	2200	8/05	2196	81/33
7- 60% سرامیک	2200	8/28	2136	79/11

شکست، L فاصله بین تکیه‌گاه‌های دستگاه آزمون خمش و d قطر قطعه تولیدی است.

$$\sigma = \frac{8PL}{\pi d^3} \quad (2)$$

با توجه به رابطه (3)، مدول الاستیسیته برای هر قطعه به دست می‌آید که در آن I ممان اینرسی قطعه و $dp/d\delta$ شیب نمودار نیرو-جابجایی است.

$$E = \frac{L^3}{48I} \left(\frac{dp}{d\delta} \right) \quad (3)$$

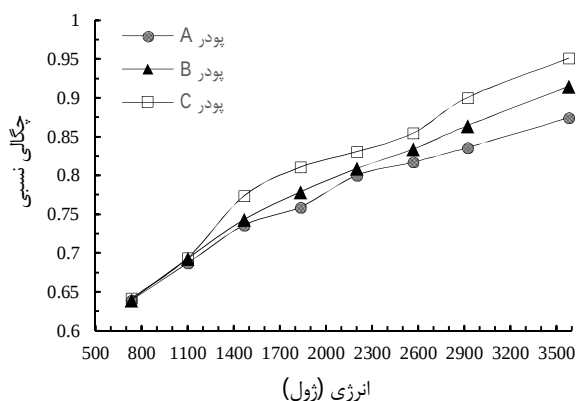
تمام داده‌های محاسبه شده در جدول 5 گزارش شده است.

در شکل‌های 7 تا 9، افزایش سطح انرژی به ترتیب باعث افزایش چگالی، مقاومت خمشی و مدول الاستیسیته می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود که این خواص با اندازه دانه رابطه مستقیم دارند.

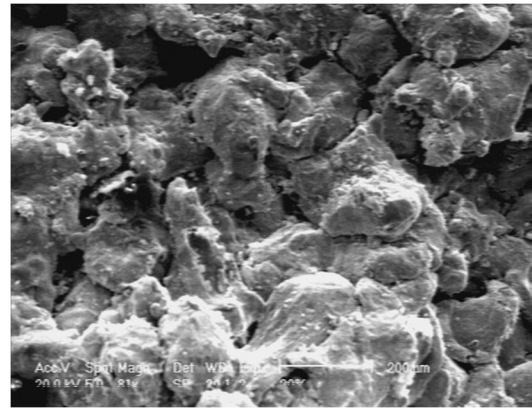
به طور کلی تراکم پودر شامل سه مرحله آرایش مجدد ذرات، تغییر شکل الاستیک-پلاستیک و کار سرد و خرد شدن ذرات است.

کاهش فضای تخلخل که در مرحله اول تراکم رخ می‌دهد باعث کاهش حجم اشغالی توسط پودر شده و به تبع آن افزایش چگالی را در پی دارد. با توجه به روابط (۳،۲) و همچنین افزایش نیروی شکست و شیب نمودار نیرو-جابجایی به دست آمده از نمودارهای آزمون خمش، افزایش مقاومت خمشی و مدول الاستیسیته نیز قابل توجیه است.

در شکل‌های 10، 11 و 12، در یک سطح انرژی مشخص، افزایش درصد حجمی سرامیک بر روی چگالی نسبی، مقاومت خمشی و مدول الاستیسیته تأثیری چندانی ندارد. نکته جالب توجه، افت محسوس این خواص نسبت به آلومینیوم خالص در همین سطح انرژی است که این موضوع در نتیجه عدم جوش خوردن ذرات سرامیک با آلومینیوم است. شایان ذکر است که عدم امکان جوش خوردن ذرات این دو نوع پودر به دلیل بالا بودن نقطه ذوب سرامیک در مقایسه با آلومینیوم است.



شکل 7 تغییرات چگالی نسبی برحسب انرژی انتقالی



شکل 6 ذرات ترکیبی متراکم شده توسط میکروسکوپ الکترونی

جدول 1 نتایج آزمایش‌های انجام شده بر روی پودر A

پودر A	انرژی (J)	ارتفاع قطعه (cm)	چگالی (kg/m ³)	چگالی نسبی (%)
نمونه 1	733	10/25	1725	63/89
نمونه 2	1100	9/53	1855	68/70
نمونه 3	1467	8/90	1987	73/59
نمونه 4	1834	8/63	2050	75/93
نمونه 5	2200	8/19	2160	80
نمونه 6	2568	8/01	2207	81/74
نمونه 7	2920	7/84	2257	83/59
نمونه 8	3580	7/49	2360	87/41

جدول 2 نتایج آزمایش‌های انجام شده بر روی پودر B

پودر B	انرژی (J)	ارتفاع قطعه (cm)	چگالی (kg/m ³)	چگالی نسبی (%)
نمونه 1	733	10/25	1726	63/93
نمونه 2	1100	9/45	1871	69/30
نمونه 3	1467	8/82	2006	74/30
نمونه 4	1834	8/41	2102	77/85
نمونه 5	2200	8/10	2184	80/89
نمونه 6	2568	7/85	2252	83/41
نمونه 7	2920	7/58	2333	86/41
نمونه 8	3580	7/16	2471	91/52

جدول 3 نتایج آزمایش‌های انجام شده بر روی پودر C

پودر C	انرژی (J)	ارتفاع قطعه (cm)	چگالی (kg/m ³)	چگالی نسبی (%)
نمونه 1	733	10/21	1732	64/15
نمونه 2	1100	9/44	1873	69/37
نمونه 3	1467	8/47	2089	77/37
نمونه 4	1834	8/08	2189	81/07
نمونه 5	2200	7/88	2243	83/07
نمونه 6	2568	7/67	2307	85/44
نمونه 7	2920	7/27	2431	90/04
نمونه 8	3580	6/89	2568	95/11

است. با استفاده از داده‌های خروجی از این آزمایش، نیروی شکست و شیب نمودار نیرو-جابجایی برای هر قطعه به دست آمده است. با استفاده از رابطه (2) مقدار مقاومت خمشی برای هر قطعه محاسبه شده است که در آن P نیروی

جدول 5 نتایج به‌دست‌آمده از آزمون خمشی و روابط (3،2)

نوع پودر	شماره نمونه	نیروی شکست (N)	مقاومت خمشی (MPa)	$\frac{dp}{dv} \times 10^3$	مدول الاستیسیته (MPa)
پودر A	1	473	1/91	556/47	24/88
	2	862	3/48	756/14	33/81
	3	1640	6/63	1433/16	64/08
	4	1820	7/35	1895/83	84/77
	5	2230	9/01	2322/92	103/87
	6	2540	10/26	2540/75	113/61
	7	2960	11/96	2891/35	129/28
	8	3470	14/02	3045/43	136/17
پودر B	1	505	2/04	573/86	25/66
	2	955	3/86	955	42/70
	3	1680	6/79	1402/75	62/72
	4	1880	7/60	1798	80/40
	5	2375	9/60	2486/36	111/18
	6	2620	10/59	2708/67	121/12
	7	3010	12/16	2607/34	116/59
	8	3540	14/30	3183/3	142/34
پودر C	1	520	2/10	584/53	26/14
	2	732	2/96	1109/1	49/59
	3	1670	6/75	1894/43	84/71
	4	1940	7/84	2309/54	103/27
	5	2490	10/06	2706/52	121/02
	6	2700	10/91	2986/57	133/54
	7	3210	12/97	3002/67	134/26
	8	3750	15/15	3521/94	157/48
پودر ترکیبی	1	920	3/72	1533	68/55
	2	890	3/60	1401	62/64
	3	970	3/92	1616	72/26
	4	900	3/64	1502	67/16
	5	930	3/76	1524	68/14
	6	120	4/12	1732	77/45
	7	810	3/27	1312	58/67

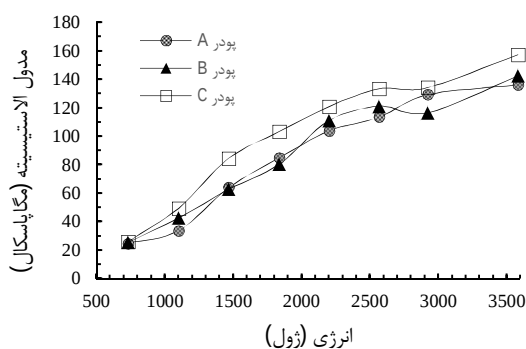
که شامل موارد زیر است:

1- مقایسه اهداف بررسی‌های تجربی و پیشگیری از انجام آزمایش‌های تکراری

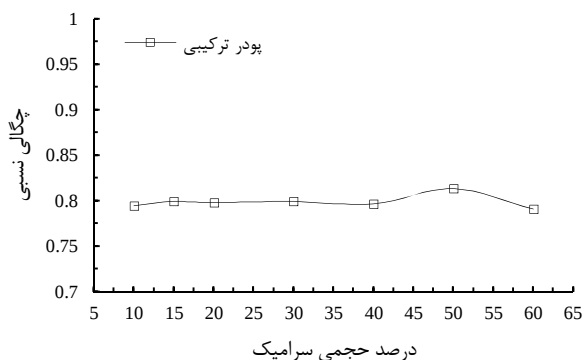
2- بررسی و شناخت اثر هر یک از متغیرهای وابسته به فرایند و تحلیل و تجزیه داده‌های آزمایشگاهی

3- ارائه مدل بین تعداد دلخواهی از متغیرهای سیستم و پیش‌بینی رفتار سیستم.

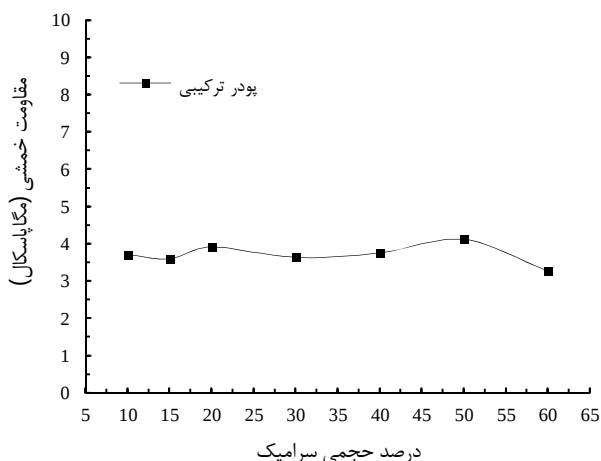
متغیرها و یا کمیت‌های فیزیکی در هر سیستم یا در هر پدیده فیزیکی می‌توانند تشکیل گروه‌های بی‌بعد دهند. هرچند که هر یک از گروه‌ها می‌تواند به صورت‌های مختلف ظاهر شود اما تعداد این گروه‌ها منحصربه‌فرد



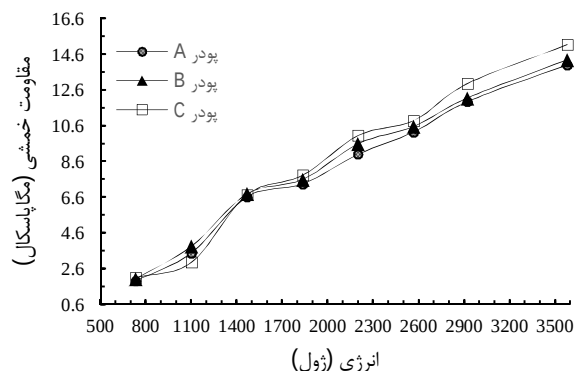
شکل 9 تغییرات مدول الاستیسیته برحسب انرژی انتقالی



شکل 10 تغییرات مدول الاستیسیته برحسب انرژی انتقالی برای پودر ترکیبی



شکل 11 تغییرات مقاومت خمشی برحسب انرژی انتقالی برای پودر ترکیبی



شکل 8 تغییرات مقاومت خمشی برحسب انرژی انتقالی

3- ارائه مدل بی‌بعد برای شکل‌دهی تراکمی پودر با استفاده از روش SVD

استفاده از روش تحلیل ابعادی در شناسایی هر پدیده فیزیکی مزیت‌هایی دارد

تولید شده H ، اندازه دانه‌های پودر A ، قطر داخلی سیلندر D و جرم پودر استفاده شده m است (ابطه 9).

$$\rho_c = \hat{f}(M, h, H, A, D, m) \quad (9)$$

با در نظر گرفتن ابعاد اصلی در هر یک از متغیرها و پیاده‌سازی قانون همگنی ابعادی، چهار گروه بی‌بعد مطابق روابط (10-13) به دست می‌آید:

$$\pi_0 = \frac{\rho_c}{\epsilon_0} \quad (10)$$

$$\frac{\rho_{\text{Al}}}{h} \quad (11)$$

$$\pi_1 = \overline{D_U} \quad (11)$$

$$\pi_2 = \frac{H}{A} \quad (12)$$

$$\pi_2 = \frac{\dot{M}}{M} \quad (13)$$

بنابراین روابط فوق را می‌توان به صورت رابطه (14) در نظر گرفت:

$$\pi_0 = \frac{\rho_c}{\rho_A} = f(\pi_1, \pi_2, \pi_3) \quad (14)$$

برای استخراج مدل، تابع f به شکل رابطه (15) در نظر گرفته می‌شود:

$$\pi_0 = C \cdot (\pi_1)^\alpha \cdot (\pi_2)^\beta \cdot (\pi_3)^\gamma \quad (15)$$

ضرایب مجهول α, β, γ و C در معادله فوق به گونه‌ای تعیین می‌شود که

معادله (15)، η تعریف با η معادله (17)، معادله (16) ارائه می‌شود:

$$\ln(\pi_0) = \eta + \alpha \ln(\pi_1) + \beta \ln(\pi_2) + \gamma \ln(\pi_3) \quad (16)$$

$$\eta = \ln(C) \quad (17)$$

در نتیجه لازم است که دستگاه معادله جبری خطی (رابطه 18) که شامل $K = 4$ مجهول و M معادله است، حل شود (M تعداد زوج داده‌های ورودی - خروجی است و یا به عبارتی تعداد آزمایش‌های انجام شده، است).

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta + \alpha\zeta_{11} + \beta\zeta_{12} + \gamma\zeta_{13} = \zeta_{10} \\ \eta + \alpha\zeta_{21} + \beta\zeta_{22} + \gamma\zeta_{23} = \zeta_{20} \\ \dots\dots\dots \\ \eta + \alpha\zeta_{M1} + \beta\zeta_{M2} + \gamma\zeta_{M3} = \zeta_{M0} \end{array} \right\} \quad (18)$$

که در آن ζ_{ij} و ζ_{i0} از روابط (19,20) حاصل شده است:

$$\zeta_{ij} = \ln(\pi_{ij}), \quad i = 1, 2, 3, \dots, M, \quad j = 1, 2, 3 \quad (19)$$

$$\zeta_{i0} = \ln(\pi_{i0}), \quad i = 1, 2, 3, \dots, M \quad (20)$$

دستگاه معادله (18) را که در آن $K = 4 \gg M$ را می‌توان به شکل ماتریسی (معادله 21) نمایش داد:

$$A = XY \quad (21)$$

که در آن X ، Y و A از روابط (24-22) حاصل شده است:

$$X \equiv [n \ \alpha \ \beta \ \gamma]^T \quad (22)$$

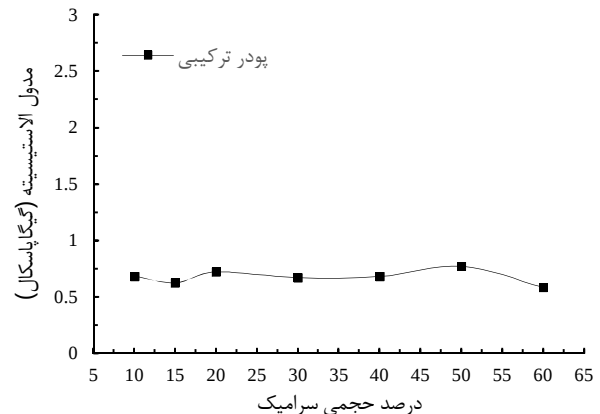
$$Y = [\zeta_{10}, \zeta_{20}, \dots, \zeta_{M0}]^T \quad (23)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \zeta_{11} & \zeta_{12} & \zeta_{13} \\ 1 & \zeta_{21} & \zeta_{22} & \zeta_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \zeta_{M1} & \zeta_{M2} & \zeta_{M3} \end{bmatrix} \quad (24)$$

حل معادله (21) منوط به محاسبه معکوس ماتریس غیر مربعی A است. به همین علت برای محاسبه شبه معکوس ماتریس A ، از روش تجزیه مقادیر منفرد (SVD) استفاده می‌شود.

در روش SVD ماتریس غیرعادی A به حاصل ضرب یک ماتریس متعامد U ، یک ماتریس قطری $W \in R^{K \times K}$ با عناصر مثبت یا صفر (مقادیر تکیه) و ترانهاد یک ماتریس متعامد $V \in R^{M \times K}$ تجزیه می‌شود، به‌طوری که معادله (25) برقرار است:

$$A \equiv UWV^T \quad (25)$$



شکل 12 تغییرات مدول الاستیسیته برحسب انرژی انتقالی برای پودر ترکیبی

و وابسته به تعداد و ماهیت متغیرهای آن سیستم است. با معلوم شدن و دسته‌بندی گروه‌های بی‌بعد، با استفاده از روشی بنام تحلیل ابعادی می‌توان هر پدیده را به‌صورت رابطه‌ای بین مجموعه‌ای از گروه‌های بی‌بعد فرمول‌بندی کرد.

به‌طور کلی هدف از مدل‌سازی، پیدا کردن یک تابع ریاضی f است که به‌موجب آن می‌توان رفتار یک سیستم واقعی f را به‌صورت تقریبی پیش‌بینی و توصیف کرد. بدین منظور تلاش بر این است تا به ازای هر بردار ورودی معلوم $X = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ ، مقدار خروجی y به‌گونه‌ای تعیین شود که تا حد امکان به خروجی واقعی سیستم ناشناخته y نزدیک باشد (n تعداد ورودی‌های سیستم است). بنابراین با داشتن M نمونه از این زوج داده‌های چند ورودی-تک خروجی می‌بایست رابطه (4) به‌صورت زیر برقرار باشد

$$y_i = f(x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{im}), \quad i = 1, 2, 3, \dots, M \quad (4)$$

اکنون به ازای هر بردار ورودی معلوم رابطه 5، مقادیر خروجی $\bar{y}$ را با استفاده از تابع f می‌توان در معادله (6) بیش‌بینی کرد:

$$X_i \equiv (x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{in}) \quad (5)$$

$$\hat{v}_i \equiv \hat{f}(x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{in}) \quad i = 1, 2, 3, \dots, M \quad (6)$$

شناسایی سیستم و تعیین تابع f باید به گونه‌ای انجام شود که مربع اختلاف میان خروجی واقعی و پیش‌بینی شده حداقل باشد که در رابطه (7) ارائه شده است.

$$\sum_{i=1}^M [\hat{f}(x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{in}) - y_i]^2 \rightarrow \text{Min} \quad (7)$$

در مدل‌سازی با استفاده از روش تحلیل ابعادی، پارامترهای بی‌بعد $\pi = (\pi_0, \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_k)$ با استفاده از متغیرهای فیزیکی و حقیقی سیستم $\{y, X\} = \{y, x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ تشکیل می‌شود. رابطه بین پارامترهای بی‌بعد به صورت معادله (8) توسط تابع f برقرار می‌شود.

$$\hat{\pi}_{0i} = \hat{f}(\pi_{1i}, \pi_{2i}, \pi_{3i}, \dots, \pi_{ki}), \quad i = 1, 2, 3, \dots, M \quad (8)$$

3-1- ارائه مدال، به بعد برای شکل دهی، تراکم، بودر آلومنیوم خالص،

3-1-1-مدل جگالم

بر اساس بررسی‌های تجربی و تحلیل ساختار مکانیزم فرایند تراکم پودر با استفاده از دستگاه چکش پرتابه‌ای، پارامترهای وابسته و مؤثر بر خواص نهایی قطعات ساخته شده، شامل جرم چکش M ، ارتفاع پرتابه چکش h ، طول قطعه

$$\pi_2 = \frac{h}{D} \quad (35)$$

$$\pi_3 = \frac{H}{D} \quad (36)$$

لازم به ذکر است که مشابه با مراحل انجام شده در بخش قبلی پارامتر π_0 بعد برای مدل‌های مقاومت خمشی و مدول الاستیسیته به صورت معادلات (37,38) در نظر گرفته می‌شود.

$$\pi_0 = \frac{\sigma_{mix}}{\sigma_{Al}} \quad (37)$$

$$\pi_0 = \frac{E_{mix}}{\sigma_{Al}} \quad (38)$$

با استفاده از داده‌های تجربی و روش SVD، ضرایب مجهول α ، β ، C و γ تعیین می‌شوند که این ضرایب برای سه حالت گفته شده در جدول 7 ارائه شده است.

با توجه جدول 7 و استفاده از معادلات (33-38)، معادلات (39-41) به دست می‌آید.

$$\frac{\rho_{mix}}{\rho_{Al}} = 1.03 \left(\frac{m_{Cer}}{m_{Al}} \right)^{0.000114} \left(\frac{h}{D} \right)^{0.155} \left(\frac{H}{D} \right)^{-0.982} \quad (39)$$

$$\frac{\sigma_{mix}}{\sigma_{Al}} = 1.19 \left(\frac{m_{Cer}}{m_{Al}} \right)^{-0.023} \left(\frac{h}{D} \right)^{0.803} \left(\frac{H}{D} \right)^{-7.46} \quad (40)$$

$$\frac{E_{mix}}{\sigma_{Al}} = 1.44 \left(\frac{m_{Cer}}{m_{Al}} \right)^{0.0197} \left(\frac{h}{D} \right)^{1.68} \left(\frac{H}{D} \right)^{-8.80} \quad (41)$$

4- بحث و نتایج

در شکل‌های 13 تا 15 به ترتیب مقادیر چگالی نسبی، مقاومت خمشی نسبی قطعه و همچنین نسبت مدول الاستیسیته آن به تنش تسلیم استاتیکی آلومینیوم در هر آزمایش برای پودر آلومینیوم خالص نمایش داده شده است. از اشکال ارائه شده مشخص است که با افزایش سطح انرژی، مقادیر خواص مکانیکی نهایی قطعه افزایش یافته است. بررسی بیشتر نشان دهنده رابطه مستقیم خواص مکانیکی نهایی قطعه با اندازه دانه در یک سطح انرژی برابر، است. شایان ذکر است که در سطوح انرژی پایین، اندازه ذرات تأثیر کمتری بر روی خواص نهایی قطعه دارند. بررسی نتایج نشان می‌دهد که توابع ریاضی ارائه شده در معادله‌های (27,30,31)، به خوبی رفتار خواص نهایی قطعه تولیدی را پیش‌بینی کرده است.

در شکل‌های 16 تا 18 به ترتیب مقادیر چگالی نسبی، مقاومت خمشی نسبی قطعه و همچنین نسبت مدول الاستیسیته آن به تنش تسلیم استاتیکی آلومینیوم در هر آزمایش برای پودر ترکیبی آلومینیوم و سرامیک نمایش داده شده است. بررسی نتایج نشان می‌دهد که توابع ریاضی ارائه شده در معادله‌های (39-41)، به خوبی رفتار خواص نهایی قطعه تولیدی را پیش‌بینی کرده است به طوری که در شکل 16 نتایج حاصل از روش SVD و داده‌های تجربی کاملاً بر یکدیگر منطبق هستند.

جدول 6 پارامترهای به دست آمده از معادله 26

مدل	α	β	γ	$C \times 10^{-6}$
مقاومت خمشی	1/41	-0/13	0/677	3/89
مدول الاستیسیته	1/32	-0/211	0/514	311

جدول 7 پارامترهای به دست آمده از معادله 26

مدل	$\alpha \times 10^{-4}$	β	γ	C
چگالی	1/14	0/155	-0/982	1/03
مقاومت خمشی	-230	0/803	-7/46	1/19
مدول الاستیسیته	197	1/68	-8/80	1/44

(K) تعداد گروه‌های مستقل و M تعداد نمونه‌های آزمایش است). هدف،

انتخاب بهینه بردار ضرایب در معادله 18 است که این امر مستلزم یافتن معکوس اصلاح شده ماتریس قطری W است. بدین منظور، معکوس عناصر قطر با تکنیک‌های صفر یا نزدیک به صفر ($1/w_j = 0$) برابر صفر قرار داده می‌شوند، سپس بردار ضرایب بهینه شده مطابق رابطه (26) به دست می‌آیند.

$$X = V \left[\text{diag} \left(\frac{1}{w_j} \right) \right] U^T Y \quad (26)$$

برای به دست آوردن یک مدل ساده (مشابه معادله 14) برای تراکم پودر آلومینیوم خالص، از داده‌های آزمایشگاهی انجام شده در این مقاله استفاده می‌شود. این داده‌ها با قرارگیری در معادلات (10-13) به صورت داده‌های بی‌بعد تبدیل شده، سپس دستگاه معادله (18) مطابق روابط (15,16) با گرفتن لگاریتم از آن‌ها تشکیل می‌شود. با توجه به رابطه (26) مقادیر $\alpha = 0.207$ ، $\beta = -0.05$ ، $C = 0.1088$ و $\gamma = 0.214$ به دست می‌آیند. چگالی نسبی قطعات را می‌توان به صورت معادله 27 ارائه کرد.

$$\frac{\rho_c}{\rho_{Al}} = 0.1088 \left(\frac{h}{D} \right)^{0.207} \left(\frac{H}{A} \right)^{-0.05} \left(\frac{M}{m} \right)^{0.214} \quad (27)$$

3-2-1-3- مدل مقاومت خمشی و مدول الاستیسیته

در این قسمت برای محاسبه مدل مقاومت خمشی و مدول الاستیسیته قطعات ساخته شده از پودر آلومینیوم خالص، از E_c و σ_c که به ترتیب همان مقاومت خمشی و مدول الاستیسیته قطعات حاصل شده است، به جای چگالی نسبی استفاده شده که در روابط (28,29) ارائه شده است. سایر پارامترهای بی‌بعد مشابه حالت قبل در نظر گرفته می‌شود.

$$\pi_0 = \frac{\sigma_c}{\sigma_{Al}} \quad (28)$$

$$\pi_0 = \frac{E_c}{\sigma_{Al}} \quad (29)$$

با استفاده از داده‌های تجربی و روش SVD، ضرایب مجهول α ، β ، C و γ تعیین می‌شوند که این ضرایب برای دو حالت گفته شده در جدول 6 ارائه شده است.

با توجه جدول 6 و استفاده از معادلات (11-13, 28,29) معادلات (30,31) به دست می‌آید.

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{Al}} = 3.89 \times 10^{-6} \left(\frac{h}{D} \right)^{1.41} \left(\frac{H}{A} \right)^{-0.13} \left(\frac{M}{m} \right)^{0.677} \quad (30)$$

$$\frac{E_c}{\sigma_{Al}} = 3.11 \times 10^{-4} \left(\frac{h}{D} \right)^{1.32} \left(\frac{H}{A} \right)^{-0.211} \left(\frac{M}{m} \right)^{0.514} \quad (31)$$

3-2-2- ارائه مدل بی‌بعد برای شکل‌دهی تراکمی پودر آلومینیوم و سرامیک

3-2-1-3- مدل چگالی، مقاومت خمشی و مدول الاستیسیته

در این بخش، جرم پودر سرامیک مورد استفاده m_{Cer} ، جرم پودر آلومینیوم مورد استفاده m_{Al} ، ارتفاع رها شدن چکش h ، طول قطعه تولید شده H و قطر داخلی سیلندر D به عنوان پارامترهای وابسته و مؤثر بر خواص نهایی قطعات ساخته شده در نظر گرفته می‌شود (رابطه 32).

$$\rho_{mix} = f(m_{Cer}, m_{Al}, h, H, D) \quad (32)$$

با در نظر گرفتن ابعاد اصلی در هر یک از متغیرها و پیاده‌سازی قانون همگنی ابعادی، برای مدل چگالی چهار گروه بی‌بعد مطابق روابط (33-36) به دست می‌آید:

$$\pi_0 = \frac{\rho_{mix}}{\rho_{Al}} \quad (33)$$

$$\pi_1 = \frac{m_{Cer}}{m_{Al}} \quad (34)$$

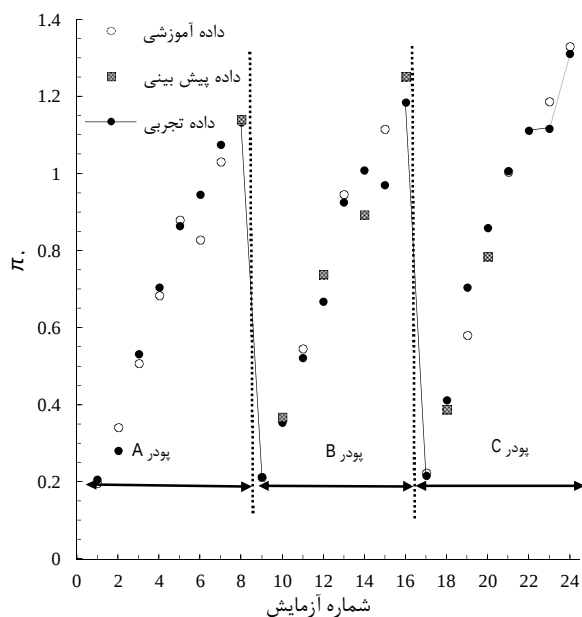
به‌طور نمونه، برای ارزیابی دقت توابع ریاضی ارائه شده با استفاده از تحلیل ابعادی برای فرایند تراکم پودر تحت بارگذاری ضربه‌ای، به بررسی خطای آموزشی و پیش‌بینی بر اساس مجذور میانگین مربعات خطاها و ضریب تبیین نمونه‌های آلومینیوم خالص در شکل‌های 19 تا 21 پرداخته شده است. بدین منظور مقادیر محاسبه شده‌ی چگالی نسبی، مقاومت خمشی نسبی قطعه و همچنین نسبت مدول الاستیسیته آن به تنش تسلیم استاتیکی آلومینیوم با استفاده از روش تحلیل ابعادی در قیاس با نتایج تجربی متناظر رسم شده است. از مقادیر ضرایب تبیین محاسبه شده برای داده‌های آموزشی و پیش‌بینی، مشخص است که روش بکار رفته از قدرت بالایی برخوردار است.

در جدول 8 مجذور میانگین مربعات خطاها برای مدل‌های تحلیلی ارائه شده، محاسبه شده است.

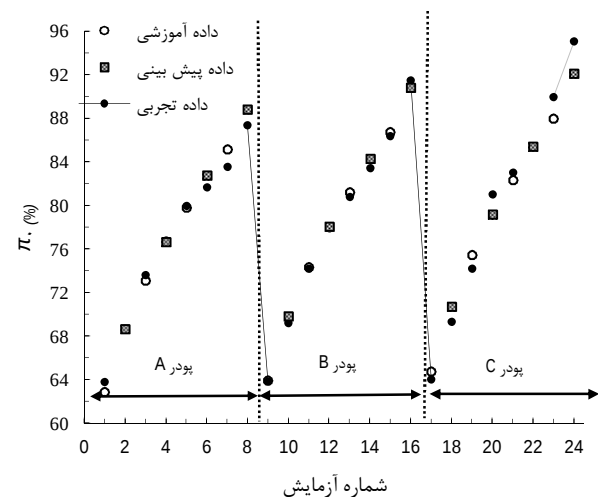
در جدول 8 مجذور میانگین مربعات خطاها برای مدل‌های تحلیلی ارائه شده، محاسبه شده است.

5- نتیجه‌گیری

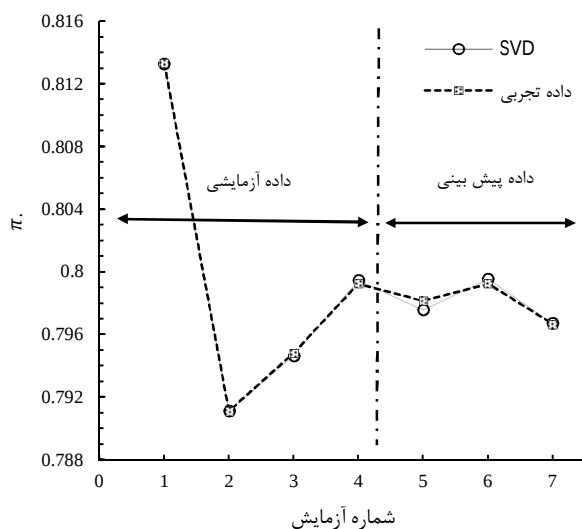
در این مقاله تأثیرپذیری خواص نهایی قطعات تولید شده با فرایند تراکم پودر از اندازه دانه و سطح انرژی تحت بارگذاری ضربه‌ای توسط سامانه چکش پرتابه‌ای به‌صورت عددی و تجربی مورد بررسی قرار گرفت. در بخش تجربی،



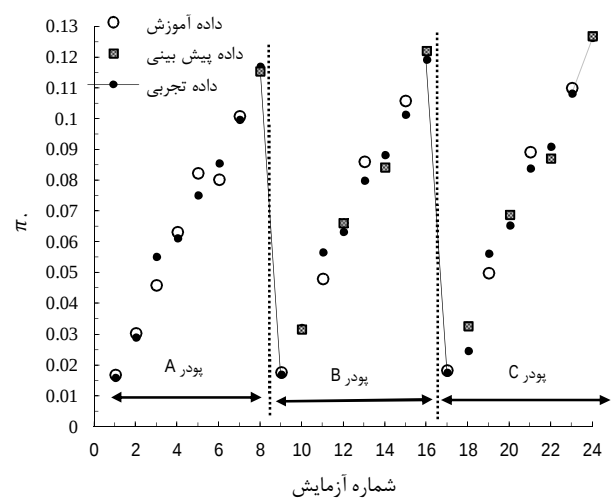
شکل 15 محاسبه شده از رابطه (31) در هر آزمایش



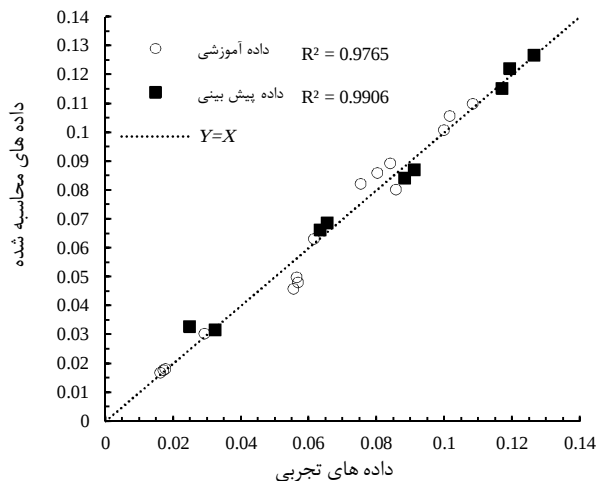
شکل 13 چگالی نسبی محاسبه شده از رابطه (27) در هر آزمایش



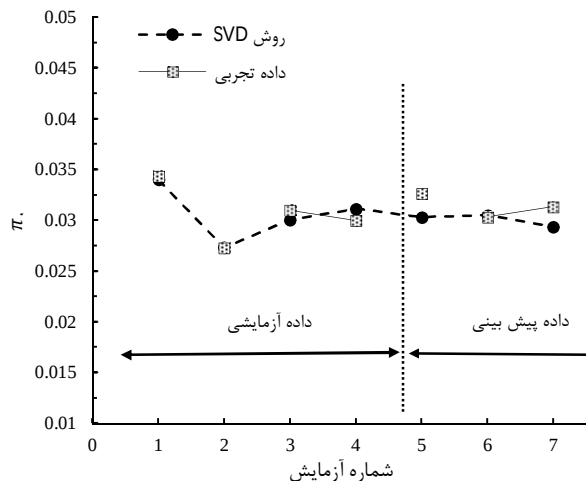
شکل 16 چگالی نسبی محاسبه شده از رابطه (39) در هر آزمایش



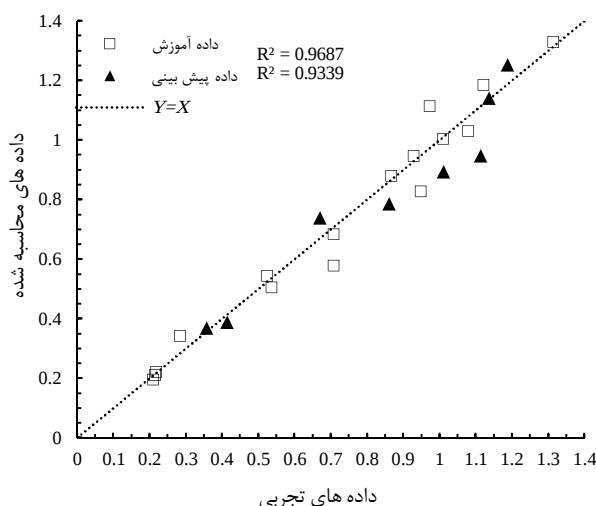
شکل 14 مقاومت خمشی نسبی محاسبه شده از رابطه (30) در هر آزمایش



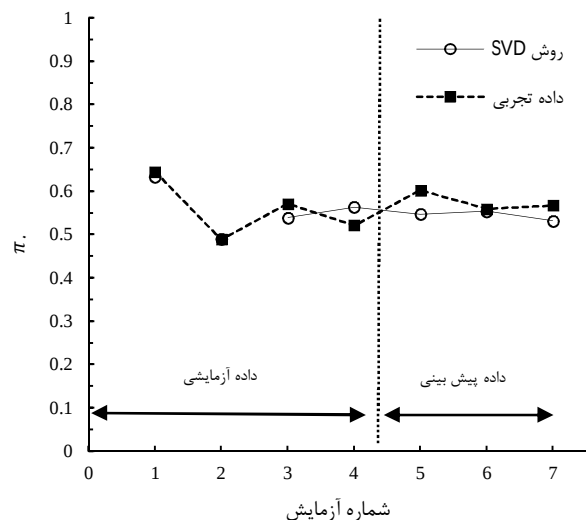
شکل 20 ضرایب تبیین (R^2) برای مقاومت خمشی نسبی محاسبه شده از رابطه (30)



شکل 17 مقاومت خمشی نسبی محاسبه شده از رابطه (40) در هر آزمایش



شکل 21 ضرایب تبیین (R^2) برای E_c/σ_{AI} محاسبه شده از رابطه (31)



شکل 18 E_{mix}/σ_{AI} محاسبه شده از رابطه (41) در هر آزمایش

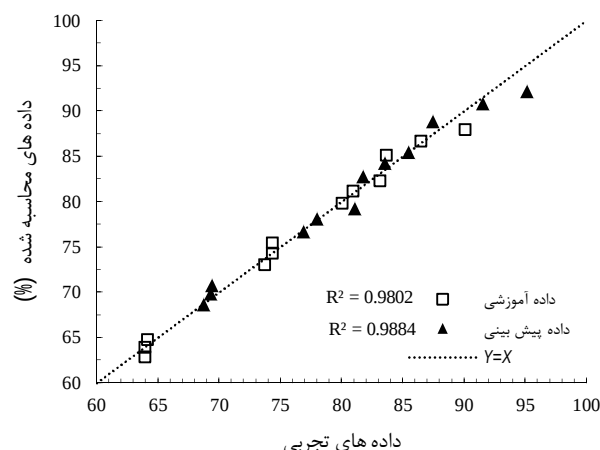
جدول 8 مجذور میانگین مربعات خطاها (RMSE)

(RMSE)	
1/098	تابع ریاضی ارائه شده در رابطه (27)
0/0046	تابع ریاضی ارائه شده در رابطه (30)
0/0707	تابع ریاضی ارائه شده در رابطه (31)
0/0003	تابع ریاضی ارائه شده در رابطه (39)
0/0013	تابع ریاضی ارائه شده در رابطه (40)
0/0323	تابع ریاضی ارائه شده در رابطه (41)

بهبود خواص مکانیکی قطعات تولیدی است.

با توجه به نمودارهای رسم شده، نتایج به‌دست‌آمده از مدل‌های ریاضی مطابقت نسبتاً خوبی با نتایج تجربی دارد درحالی‌که نوع و اندازه پودر و همچنین فاصله چکش از پیستون تغییر می‌کند.

مقایسه نتایج تجربی و عددی نشان دهنده دقت بالای مدل‌های ریاضی ارائه شده است به‌طوری‌که با مقایسه مقادیر خطای آموزشی و پیش‌بینی داده‌ها بر اساس مجذور میانگین مربعات خطاها و ضریب تبیین، می‌توان به موضوع اشاره شده به‌طور کامل پی برد.



شکل 19 ضرایب تبیین (R^2) برای چگالی نسبی محاسبه شده از رابطه (27)

آزمایشگاهی است که با توجه به ارائه مدل ریاضی وابسته به پارامترهای دخیل در آزمایش تجربی می‌توان روند بهینه‌سازی را با سعی و خطاهای کمتری انجام داد. ارائه چنین مدلی گام مهمی در پیش‌بینی نتایج و همچنین

c	تراکم
cer	سرامیک
mix	ترکیب

7- مراجع

- [1] J. Z. Wang, X. H. Qu, H. Q. Yin, M. J. Yi, X. J. Yaun, High velocity compaction of ferrous powder, *Powder Technology*, Vol. 192, pp. 131-136, 2009.
- [2] H. A. AL-qureshi, A. Galiotto, A. N. Klein, On the mechanics of cold die compaction for powder metallurgy, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 166, pp. 135-143, 2005.
- [3] D. Poquillon, V. Baco-Carles, Ph. Tailhades, E. Andrieu, Cold compaction of iron powders-relations between powder morphology and mechanical properties part II. Bending tests: result and analysis, *Powder Technology*, Vol. 126, pp. 75-84, 2002.
- [4] M. Stasiak, J. Tomas, M. Molena, R. Rusinek, P. Mueller, Uniaxial compaction behavior and elasticity of cohesive powders, *Powder Technology*, Vol. 203, pp. 428-488, 2010.
- [5] K. M. J. Kadhim, A. A. Alwan, I. J. Abed, Simulation of cold die compaction Alumina powder, *Trends in Mechanical Engineering and Technology*, Vol. 1, No. 1, pp. 1-21, 2011.
- [6] A. Bruska, B. Stenberg, L. Kari, Development of a high-velocity compaction process for polymer powders, *Polymer Testing*, Vol. 24, No. 7, pp. 909-919, 2005.
- [7] M. Zohoor, A. Mehdipoor, explosive compaction of tungsten powder using a convergin underwater shock wave, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 209, No. 8, pp. 4201-4206, 2009.
- [8] M. Zohoor, A. Mehdipoor, Comparative study on particles bonding of tungsten samples which were produced by powder metallurgy method and underwater explosive compaction technique, *Association of Metallurgical Engineers of Serbia, Metalurgija-Journal of Metallurgy*, Vol. 13, No. 3, pp. 197-202, 2008.
- [9] H. Babaei, A. Darvizeh, M. Alitavoli, T. Mirzababaie Mostofi, Experimental and Analytical Investigation into Plastic Deformation of Circular Plates Subjected to Hydrodynamic Loading, *Journal of Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 2, pp. 305-312, 2015. (In Persian)
- [10] H. Gharababaei, N. Nariman-Zadeh, A. Darvizeh, A simple modelling method for deflection of circular plates under impulsive loading using dimensionless analysis and singular value decomposition, *Journal of Mechanics*, Vol. 26, No. 3, pp. 355-361, 2010.

6- فهرست علائم

A	اندازه دانه (m)
C	ضریب مجهول استفاده شده در معادله 17
d	قطر قطعه (m)
D	قطر داخلی سیلندر (m)
E	مدول الاستیسیته ($\text{kgm}^2\text{s}^{-2}$)
g	شتاب گرانش زمین (ms^{-2})
h	ارتفاع چکش (m)
H	ارتفاع قطعه (m)
I	ممان اینرسی (m^4)
L	فاصله تکیه‌گاهی (m)
m	جرم پودر (kg)
M	جرم چکش (kg)
P	نیروی شکست (kgms^{-2})
U	انرژی پتانسیل ($\text{kgm}^2\text{s}^{-2}$)

علائم یونانی

α	ضریب مجهول استفاده شده در رابطه (16)
β	ضریب مجهول استفاده شده در رابطه (16)
γ	ضریب مجهول استفاده شده در رابطه (16)
π	پارامتر بی بعد تعریف شده در توابع ریاضی
ρ	چگالی (kgm^{-3})
σ	مقاومت خمشی ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$)

زیرنویس‌ها

Al	آلومینیوم
----	-----------