



طراحی، ساخت و کنترل ربات دو چرخ خود تعادلی

علیرضا فریور¹، محمدرضا ذاکرزاده^{2*}

1- فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، مهندسی مکاترونیک، پردیس البرز دانشگاه تهران، کرج

2- استادیار، مهندسی مکانیک، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران

* تهران، صندوق پستی 11155-4563، zakerzadeh@ut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 09 دی 1393

پذیرش: 30 فروردین 1394

ارائه در سایت: 12 خرداد 1394

کلید واژگان:

ربات دوچرخ

کنترل کننده تناسبی انتگرالی مشتق گیر

فیلتر کالمن

شتاب‌سنج

ژیروسکوپ

چکیده

هدف از این مقاله نحوه طراحی، ساخت و کنترل ربات دو چرخ تعادلی است. در ابتدا تاریخچه ربات‌های تعادلی، نحوه کنترل آن‌ها و پژوهش‌های صورت گرفته در این حوزه مورد بررسی قرار می‌گیرد. در ادامه، تحلیل یک شاسی از نظر ابعاد و جنس برای ربات انجام شده و معادلات حاکم بر ربات براساس طراحی صورت گرفته محاسبه می‌شود. سپس پارامترهای ربات توسط آزمایشات مختلف اندازه‌گیری شده و یا از برگه مشخصات قطعه استخراج می‌شود و در معادلات جای‌گذاری می‌گردد. معادلات بدست آمده ساده شده و توابع تبدیل آن‌ها از نظر پایداری ربات بررسی می‌گردد. در این ربات تعادلی از دو فیلتر کالمن ساده شده و فیلتر تکمیل کننده برای تشخیص زاویه انحراف از حالت عمود توسط تلفیق داده حسگرهای شتاب‌سنج و ژیروسکوپ استفاده شده است. در ادامه کنترل کننده تناسبی-انتگرالی-مشتق گیر و توابع تبدیل ربات در نرم افزار متلب شبیه سازی شده است. سپس ضرایب کنترل کننده برای متعادل شدن ربات ساخته شده، به صورت تجربی تعیین شده و نتایج تعادل به صورت عملی و تئوری بررسی می‌شود. در پایان مدار الکترونیکی کنترل ربات توسط میکرو کنترلر به همراه سنسور تشخیص زاویه و ارتباط سریال با کامپیوتر برای تحلیل نتایج طراحی شده است.

Design, Construction and Control of a Two-Wheel Self-Balancing Robot

Ali Reza Farivar¹, Mohammad Reza Zakerzadeh^{2*}

1- Mechatronics Engineering Group, Alborz International Campus, University of Tehran, Karaj, Iran

2- School of Mechanical Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

*P.O.B. 11155-4563 Tehran, Iran, zakerzadeh@ut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 30 December 2014
Accepted 19 April 2015
Available Online 02 June 2015

Keywords:
Two-wheel Robot
PID controller
Kalman filter
Accelerometer
Gyroscope

ABSTRACT

The purpose of this paper is the design, construction and control of a two-wheel self-balancing robot. For this purpose firstly, a literature study is carried out on the history of manufactured self-balancing robots and the researches which have been done so far in this area are reported. In addition, the robot chassis taking into consideration the size and material is analyzed; and the dynamic equations of the robot are computed according to the designed chassis. Then, the robot inertial parameters are measured through different experimental tests and these parameters are used in the equations. Also, the derived equations are simplified and the transfer functions are evaluated to determine the robot stability. In this self-balancing robot, the simplified Kalman and complementary filters are used for identifying of the bias angle from the vertical position by combination of data obtained from accelerometer and gyroscope sensors. The PID controller and the robot transfer functions are simulated in MATLAB software. Then, the controller gains for stabilizing the constructed robot are appointed theoretically and stabilizing results are considered practically and theoretically. Finally, the robot control electronic circuit is designed for analyzing the results through AVR microcontroller, while angle identification sensor is used.

1-مقدمه

در طول سال‌های اخیر شاهد پیشرفت چشم‌گیری در زمینه‌ی علم رباتیک در دنیا بوده‌ایم. برگزاری مسابقات بین‌المللی رباتیک در سطوح مختلف، ایجاد رشته‌های تحصیلی دانشگاهی و همچنین انتشار آثار ارزنده‌ی رباتیک، شاهد این مدعاست. با توجه به پیشرفت‌های یاد شده، اطلاعات اولیه و دانش پایه رباتیک تا حدی بین علاقه‌مندان مورد توجه قرار گرفته است، در این مقاله اصول عملکرد، نحوه طراحی و ساخت ربات تعادلی دو چرخ و ایجاد پایداری در آن با استفاده از الگوریتم‌های کنترلی مورد بررسی قرار می‌گیرد. عملکرد ربات‌های تعادلی تا حدی شبیه پاندول معکوس است [1-3]. این سیستم غیر

خطی و دارای پارامترهای نامعین زیادی است و کنترل آن با 6 متغیر کار بسیار سختی است. همانند شکل 1 برای این‌که یک آونگ تعادل خود را به صورت عمود حفظ کند لازم است هنگامی که آونگ به سمت راست منحرف می‌شود سکو به سمت راست حرکت کند و اگر به سمت چپ منحرف شد سکو نیز به سمت چپ حرکت کند. دینامیک غیرخطی و ناپایدار یک چنین مجموعه‌ای امکان بررسی توانایی و میزان کارآمدی الگوریتم‌های کنترلی را فراهم می‌سازد. لین و تسای در مقاله خود در مورد جنبه آموزشی ربات تعادلی دو چرخ برای یادگیری کنترل پسخور و مفاهیم صفر و قطب اشاره

Please cite this article using:

A. R. Farivar, M. R. Zakerzadeh, Design, Construction and Control of a Two-Wheel Self-Balancing Robot, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 7, pp. 188-198, 2015 (In Persian)

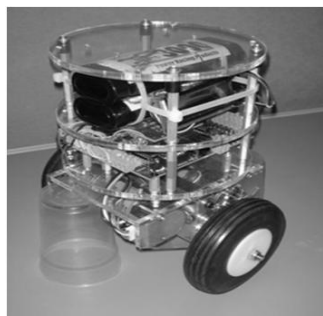
برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:



شکل 3 ربات وینگلت ساخت شرکت تویوتا [9]



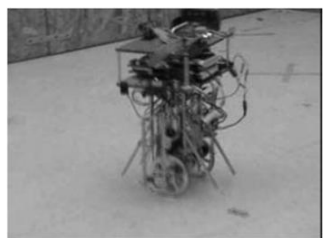
شکل 2 سگوی و مخترع آن دین کیمن [8]



شکل 5 ربات بندر⁷ [14]



شکل 4 ربات جوی⁶ [10]



شکل 7 ربات سگ بوت⁸ [15]



شکل 6 ربات ان بوت [11]

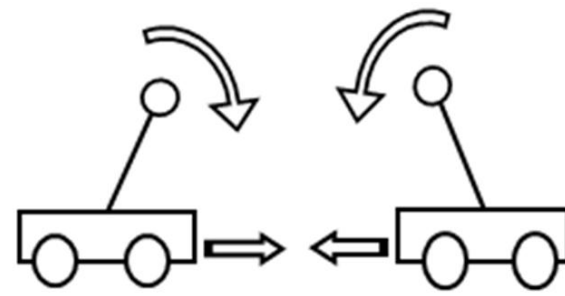
موازات هم قرار گرفته است. برای بدنه می‌توان از مواد مختلفی استفاده نمود. آلومینیوم و پلکسی‌گلس به علت استحکام بسیار زیاد، وزن کم، قابلیت برش و شکل‌پذیری آسان و در دسترس بودن گزینه‌های مناسبی به شمار می‌آیند. شکل بدنه ربات و ابعاد آن را می‌توان به اختیار انتخاب نمود. جنس بدنه استفاده شده در این ربات از جنس پلی وینیل کلراید⁹ است که هم دارای استحکام مناسب در ابعاد بزرگ است و هم وزن کمتر نسبت به پلکسی‌گلاس دارد، همچنین به دلیل خاصیت عایق بودن نسبت به جریان الکتریکی نیاز به تجهیزات بیشتر برای ایزوله کردن بدنه ربات از بردهای الکترونیکی نیست. ابعاد و اندازه همچنین نمای ظاهری ربات در شکل 8 نمایش داده شده است.

2-2- مدل سازی و استخراج روابط ریاضی حاکم بر ربات

برای کنترل صحیح ربات لازم است رفتار دینامیکی آن شناسایی شود. بدین منظور باید یک مدل ریاضی از آن تهیه نموده و عملکرد ربات براساس ورودی اعمال شده (ولتاژ تغذیه موتور) مورد بررسی قرار گیرد. با توجه به شکل 9 و روابط نیوتن-اولیر می‌توان معادلات حاکم بر چرخ و بدنه ربات را بدست آورد. معادلات سیستم را برای حرکت ربات در یک صفحه می‌توان به دو بخش تقسیم کرد: الف. بدست آوردن معادلات برای چرخ های ربات. ب. بدست آوردن معادلات برای بدنه ربات.

با توجه به شکل 9 و استفاده از قوانین نیوتن می‌توان روابط زیر را برای چرخ ربات نوشت:

$$\sum F_x = ma \rightarrow m_w \ddot{x} = f_F - f_H \quad (1)$$



شکل 1 نحوه برقراری تعادل برای آونگ معکوس

می‌کند [4]. تاکی و همکاران کنترل کننده "رگولاتور خطی دو درجه¹" برای ربات تعادلی معرفی می‌کند، اما این روش برای زاویه‌های کوچک و پارامترهای ثابت قابل استفاده است [5]. وو و همکاران [6] و یائو و همکاران [7] یک ربات تعادلی را با یک چهارچوب متحرک را به عنوان ربات دو چرخ تعادلی معرفی می‌کنند و با استفاده از کنترل مقاوم اغتشاشات را از بین می‌برند. ربات‌های تعادلی در زندگی روزمره نیز جای خود را باز کرده‌اند. تاکنون ربات‌های مختلفی ساخته شده‌اند که بعضی در سطح آزمایشگاهی و بعضی در سطح تجاری هستند. از جمله ربات‌های دوچرخه که به عنوان وسیله نقلیه به صورت تجاری به فروش می‌رود سگوی² است (شکل 2). این وسیله توسط دین کیمن که بیش از 150 اختراع دارد، در سال 2002 ساخته شد. ویژگی منحصر بفرد این وسیله این است که قادر است هنگامی که انسان بر روی آن قرار دارد تعادل خود را حفظ نماید. این وسیله از 5 حس گر ژيروسکوپ میکروماشین کاری شده و 2 حس گر شتاب‌سنج، برای سنجش تغییرات در موقعیت بدن با نرخ 100 بار در ثانیه، تشکیل شده است. 3 حس گر ژيروسکوپ برای تشخیص انحراف به جلو و عقب، انحراف به چپ و راست و راندن به چپ و راست بوده و 2 حس گر دیگر برای افزایش اطمینان هستند. تصمیم‌گیری نیز توسط دو میکروپروسسور انجام می‌پذیرد. باتری‌های استفاده شده در این وسیله از نوع لیتیوم-یون قابل شارژ هستند [8].

شکل 3 ربات دیگری نیز به نام وینگلت³ را نشان می‌دهد که توسط شرکت تویوتا ژاپن ساخته شده است و اکنون در مرحله آزمایشی به سر می‌برد [9]. محققین در انستیتو تکنولوژی فدرال سوئیس نیز یک نمونه از ربات دوچرخه ساخته‌اند که کنترل کننده فضای حالت خطی به همراه اطلاعات بدست آمده از ژيروسکوپ و انکدر موتور، برای متعادل نگه داشتن آن استفاده شده است (شکل 4) [10]. تعدادی از ربات‌های ساخته شده در سطوح آزمایشگاهی در شکل‌های 5، 6 و 7 نمایش داده شده است. ان بوت⁴ نیز توسط دیوید اندرسون ساخته شده است [11]. این ربات از حس گرهای موجود در بازار برای حفظ تعادل استفاده کرده است. اینگونه ربات‌ها از حس گرهای ژيروسکوپ، ژيروسکوپ نرخی، شتاب‌سنج، مادون قرمز و یا پتانسیومتر برای سنجش زاویه استفاده کرده‌اند [12، 13]. همچنین ترکیب اطلاعات حس گرها توسط فیلتر کالمن یا فیلتر مکمل انجام شده و کنترل کننده آن‌ها اکثراً تناسبی-انتگرالی-مشتق‌گیر⁵ است و تنها ان بوت قابلیت یادگیری را به خود اضافه کرده است [11].

2- شاسی و معادلات حاکم بر ربات

2-1- شاسی ربات

شکل ظاهری ربات یک بدنه نسبتاً بلند است که دو چرخ در پایین آن و به

6- JOE
7- Bender
8- SegBot
9- PVC

1- LQR
2- Segway
3- Winglet
4- nBot
5- Proportional, Integral, Differential

است. با توجه به شکل 9 و قوانین نیوتن، رابطه‌ی (7) در راستای X برای بدنه ربات استخراج می‌شود:

$$\sum F_x = ma \rightarrow m_R \ddot{x} = 2f_H \quad (7)$$

که در این رابطه m_R جرم بدنه ربات است. با جای‌گذاری رابطه (5) در رابطه (7) داریم:

$$m_R(\ddot{x} + L\ddot{\theta} \cos \theta - L\dot{\theta}^2 \sin \theta) = 2f_H \quad (8)$$

با توجه به شکل 9 و قوانین نیوتن در راستای Y، رابطه‌ی (9) برای بدنه ربات استخراج می‌شود:

$$\sum F_y = ma \rightarrow m_y \ddot{y}_R = 2f_V - m_R g \quad (9)$$

با جای‌گذاری رابطه (6) در رابطه (9) داریم:

$$m_R(-L\ddot{\theta} \sin \theta - L\dot{\theta}^2 \cos \theta) = 2f_V - m_R g \quad (10)$$

همچنین معادله اوایلر برای بدنه ربات به رابطه (11) منجر می‌شود:

$$\sum M = I\alpha \rightarrow I_R \ddot{\theta} = -2f_H L \cos \theta + 2f_V \sin \theta \quad (11)$$

با جای‌گذاری رابطه (1) در رابطه (3) و (8) داریم:

$$\tau = \left(\frac{I_w}{r} + m_w + \frac{rm_R}{2} \right) \ddot{x} + (0.5rm_R L \cos \theta) \ddot{\theta} + (-0.5rm_R \sin \theta) \dot{\theta}^2 \quad (12)$$

حال روابط ریاضی حاکم بر موتور جریان مستقیم را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در این بخش از میان معادلات مختلفی که برای گشتاور، سرعت، جریان و ولتاژ تغذیه یک موتور جریان مستقیم وجود دارد، تنها معادلاتی که در مدل‌سازی ربات تعادلی به کار می‌آید مطرح می‌شود. در یک موتور جریان مستقیم خطی، روابط زیر بیانگر ارتباط میان گشتاور خروجی موتور برحسب ولتاژ اعمال شده و سرعت آن است:

$$\tau = K_\tau i \quad (13)$$

$$V = Ri + L \frac{di}{dt} + e \approx Ri + e \quad (14)$$

$$e = K_e \omega_{enc} \quad (15)$$

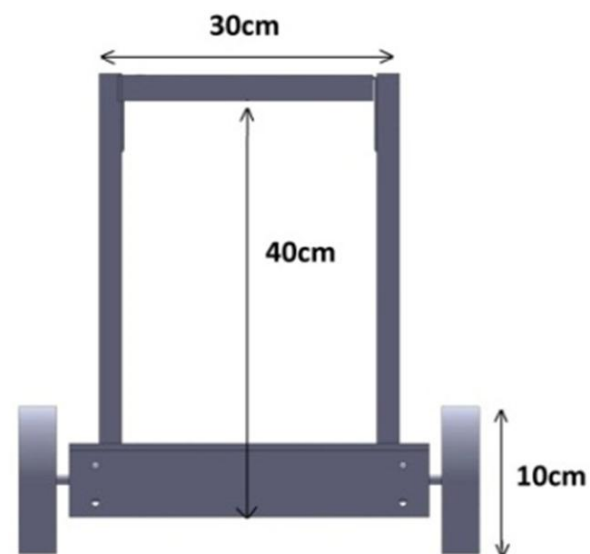
که K_τ ثابت گشتاور، K_e ثابت ولتاژ ژنراتوری، R مقاومت سیم پیچ‌های موتور، L خاصیت سلفی سیم‌پیچ‌های موتور و e نشان دهنده ولتاژ ژنراتوری بازگشتی است. با جای‌گذاری روابط (13) و (14) در رابطه (15) داریم:

$$V = R \frac{\tau}{K_\tau} + K_e \omega_{enc} \quad (16)$$

در روابط فوق عبارت ω_{enc} بیانگر سرعت زاویه‌ای موتور است که توسط انگدر اندازه‌گیری می‌شود. در رابطه (14) از آن‌جا که رفتار الکتریکی یک موتور به مراتب سریع‌تر از رفتار مکانیکی آن است (ثابت زمانی کوچکتری دارد) از خاصیت سلفی آن که نشان دهنده دینامیک الکتریکی سیم پیچ موتور است و تأثیر ناچیزی در معادلات این ربات دارد، صرفه نظر شده است. در یک موتور ایده‌آل که تمامی انرژی الکتریکی ورودی به انرژی مکانیکی خروجی تبدیل می‌شود مقادیر دو ثابت K_e و K_τ با هم برابر خواهد بود، اما در موتورهای جریان مستقیم ارزان قیمت که کیفیت ساخت پایینی دارند تفاوت زیادی میان این دو مقدار وجود دارد. با جای‌گذاری رابطه (4) در رابطه (16) و در نظر گرفتن رابطه میان سرعت خطی و دورانی چرخ ربات (با فرض چرخش بدون لغزش بر روی زمین) داریم:

$$V = \frac{R\tau}{K_\tau} + K_e \left(\frac{\dot{x}}{r} - \dot{\theta} \right) \quad (17)$$

با جای‌گذاری رابطه (12) در رابطه (17) و خطی‌سازی به یکی از معادلات دینامیکی توصیف کننده سیستم دست خواهیم یافت:



شکل 8 ابعاد و اندازه‌های ربات

که در این رابطه x مقدار جابجایی ربات در راستای محور افقی، f_H نیروی اصطکاک بین زمین و چرخ، f_H نیروی افقی وارد شده از بدنه ربات به چرخ و m_w جرم چرخ ربات است. با توجه به تعادل در راستای افق داریم:

$$\sum F_y = mg \rightarrow m_w g = N - f_V \quad (2)$$

که f_V نیروی وارد شده از طرف ربات به چرخ در راستای Y و N نیروی عمود بر سطح است. با نوشتن معادله اوایلر برای چرخ در راستای چرخش آن، رابطه (3) بدست می‌آید:

$$\sum M = I\alpha \rightarrow \tau - f_F r = I_w \ddot{\theta} \rightarrow \tau - f_F r = I_w \frac{\ddot{x}}{r} \quad (3)$$

که I_w ممان اینرسی چرخ، $\ddot{\theta}$ شتاب زاویه‌ای، r شعاع چرخ و τ گشتاور اعمالی بر چرخ ربات است. روابط فوق برای حرکت خطی و دورانی چرخ براساس نیروها و گشتاورهای وارد شده به آن نوشته شده است. در رابطه (9) با فرض آنکه هیچ لغزشی میان چرخ و زمین وجود ندارد (لغزش بدون لغزش) شتاب زاویه‌ای چرخ با نسبتی از شتاب خطی آن جایگزین شده است.

$$\omega = \omega_{enc} + \dot{\theta} \quad (4)$$

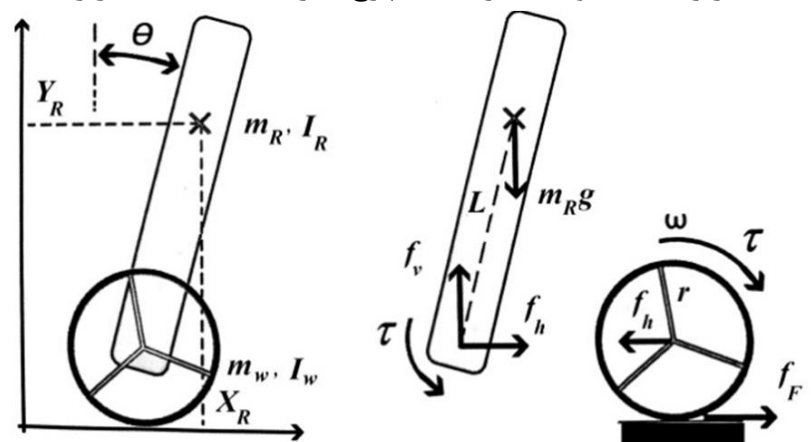
پارامتر $\dot{\theta}$ سرعت زاویه‌ای کل بدنه ربات در دستگاه مختصات ثابت زمین و ω_{enc} سرعت زاویه‌ای اندازه‌گیری شده توسط انگدر است. این انگدر بر روی شفت خروجی موتور قرار گرفته است و تعداد پالس‌های آن در ثانیه نشان دهنده سرعت موتور است و این متفاوت از سرعت ربات است. انگدر حرکت موتور را نسبت به دستگاه مختصات بدنه اندازه‌گیری می‌کند.

برای بدست آوردن معادلات حاکم بر بدنه ربات با توجه به شکل 9 داریم:

$$X_R = x + L \sin \theta \quad (5)$$

$$Y_R = r + L \cos \theta \quad (6)$$

که L فاصله مرکز جرم بدنه ربات تا شفت موتور، X_R فاصله مرکز جرم بدنه ربات تا مبدا مختصات در راستای X، Y_R فاصله مرکز جرم ربات تا مبدا مختصات در راستای Y و x مقدار فاصله چرخ‌ها از مبدا مختصات در راستای X



شکل 9 نیروهای وارد بر ربات

جدول 1 پارامترهای اندازه گیری شده ربات			
پارامتر	سمبل	مقدار	واحد
جرم ربات بدون چرخ	m_R	1/180	kg
ممان اینرسی ربات بدون چرخ	I_R	0/035	kg m ²
فاصله مرکز ثقل ربات تا محور چرخ	L	0/05	m
جرم چرخ	m_w	0/08	kg
ممان اینرسی چرخ	I_w	$8/56 \times 10^{-6}$	kg m ²
شعاع چرخ	r	0/05	m
مقاومت روتور	R	3	Ω
ثابت ولتاژ ژنراتوری	K_e	0/94	V/(rad/s)
ثابت گشتاور موتور	K_τ	0/56	N m/A

روابط (23) و (24) به ترتیب، موقعیت ربات (x) و زاویه انحراف آن (θ) را برحسب ولتاژ ورودی (V) نشان می‌دهد. هریک از این دو رابطه نمایانگر یک سیستم تک ورودی-تک خروجی² است. از آنجا که هدف حفظ تعادل ربات است، از رابطه (24) استفاده خواهیم کرد. با توجه به این که معادله مشخصه ربات پس از خطی سازی حول نقطه تعادل محاسبه شده است، روابط فوق تنها در زوایای کوچک θ معتبر هستند.

3- سیستم سنجش موقعیت برپایه ی اینرسی

ظهور تکنولوژی سیستم‌های میکروالکترومکانیکی³ تاثیر شگرفی در کاهش اندازه و قیمت انواع حسگرهای الکترومکانیکی و افزایش دقت آنها داشته است. این مسئله امکان استفاده از چندین حسگر را در یک ربات کوچک فراهم می‌کند. حتی در برخی موارد سازندگان، چندین حسگر موقعیت‌یاب (مانند شتاب‌سنج وژیروسکوپ) را در قالب یک تراشه واحد عرضه می‌کنند. از میان ادوات موقعیت‌یابی، حسگرهای اندازه‌گیری شتاب، سرعت دورانی (ژیروسکوپ) و میدان مغناطیسی از پرکاربردترین لوازم بکار گرفته شده در ربات‌های خودگردان کوچک هستند. با استفاده از شتاب‌سنج می‌توان شتاب حرکت ربات و همچنین سرعت و موقعیت آن را (از طریق انتگرال‌گیری) محاسبه کرد، لازم است بدانیم که شتاب جاذبه زمین (g) نیز در اندازه‌گیری یک شتاب‌سنج تاثیر می‌گذارد. این مسئله موقعیت‌یابی را دشوارتر می‌سازد اما برای اندازه‌گیری انحراف نسبت به مسیر جاذبه (خط عمود) سودمند است. ژيروسکوپ نیز اساساً سرعت زاویه‌ای را اندازه‌گیری می‌کند که با انتگرال‌گیری موقعیت زاویه‌ای (جهت) نیز قابل محاسبه خواهد بود. بدین ترتیب با کمک شتاب‌سنج و ژيروسکوپ امکان اندازه‌گیری موقعیت و جهت ربات متحرک، خصوصاً سنجش میزان انحراف آن نسبت به خط عمود (راستای جاذبه) فراهم می‌شود.

3-1- شتاب سنج

تمامی شتاب‌سنج‌های میکروالکترومکانیکی بنحوی در برگیرنده یک جرم متحرک داخلی هستند که تحت تأثیر نیروی خارجی به حرکت در می‌آید. این جرم توسط یک ساختار فنر مانند در جای خود نگه داشته می‌شود و میزان جابجایی آن در اثر نیروی خارجی وارد شده، توسط روش‌های متفاوتی مانند تأثیر اثر خازنی اندازه‌گیری می‌شود. سپس با دانستن ثابت استحکام سازه فنری و میزان جرم متحرک، این جابجایی به معادل شتاب آن تبدیل می‌گردد. با توجه به این توضیحات، شتاب‌سنج‌ها میکروالکترومکانیکی ذاتاً

$$V = \frac{R}{K_\tau} \left[\left(\frac{I_w}{\tau} + m_w + \frac{rm_R}{2} \right) \ddot{x} + (0.5rm_R L) \ddot{\theta} + \left(\frac{K_e}{r} \right) \dot{x} - K_e \dot{\theta} \right] \quad (18)$$

با قرار دادن روابط (8، 10 و 12) در رابطه‌ی (11) و خطی سازی داریم:

$$(-I_R - rm_R L - L^2 m_R) \ddot{\theta} + (Lm_R - 2 \frac{I_w}{r} - 2m_w r - rm_R) \ddot{x} + L\theta m_R g = 0 \quad (19)$$

معادلات دینامیکی سیستم، رفتار متغیرهای سینماتیکی آن (سرعت، موقعیت خطی ربات و میزان انحراف ربات، سرعت تغییر انحراف آن) را براساس ورودی سیستم که ولتاژ تغذیه است، مشخص می‌کند مجهولات دو رابطه (18 و 19) شامل موقعیت (x) و زاویه ربات (θ) و مشتقات زمانی آن‌ها است. دانستن این موضوع که معادلات سیستم چه متغیرهایی را برحسب چه ورودی‌هایی توصیف می‌کند در روند استخراج روابط لازم است.

معادلات دینامیکی سیستم، رفتار متغیرهای سینماتیکی آن (سرعت، موقعیت خطی ربات و میزان انحراف ربات، سرعت تغییر انحراف آن) را براساس ورودی سیستم که ولتاژ تغذیه است، مشخص می‌کند مجهولات دو رابطه (18 و 19) شامل موقعیت (x) و زاویه ربات (θ) و مشتقات زمانی آن‌ها است. دانستن این موضوع که معادلات سیستم چه متغیرهایی را برحسب چه ورودی‌هایی توصیف می‌کند در روند استخراج روابط لازم است.

2-3- اندازه گیری ممان اینرسی ربات

برای بدست آوردن ممان اینرسی یک سیستم حول مرکز جرم آن می‌توان از دستگاه تعادل بایفیلار¹ استفاده کرد (شکل 10). در این آزمایش می‌توان ممان اینرسی هر جسم صلب را بدست آورد. نحوه بدست آوردن ممان اینرسی در آزمایش بایفیلار توسط رابطه (20) مشخص می‌گردد [16]:

$$I = m \frac{\tau^2 b^2 g}{16\pi^2 L} \quad (20)$$

پارامترهای محاسبه شده برای بدنه ربات، چرخ‌ها و موتور در جدول 1 نشان داده شده است.

حال با استفاده از معادلات (18) و (19) و اطلاعات جدول 1 داریم:

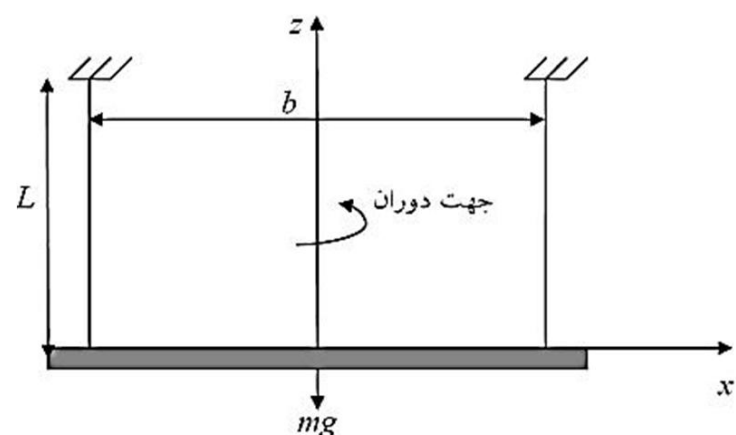
$$V = 1.803\ddot{x} + 7.901 \times 10^{-3}\ddot{\theta} + 18.8\dot{x} - 0.94\dot{\theta} \quad (21)$$

$$0.0409\ddot{\theta} + 0.126\ddot{x} - 0.57\theta = 0 \quad (22)$$

با ساده‌سازی و لاپلاس‌گیری از معادلات (21) و (22) به توابع تبدیل سیستم دست خواهیم یافت

$$\frac{X(s)}{V(s)} = \frac{0.56s^2 - 7.91}{s^4 + 9.05s^3 - 14.16s^2 - 149.16s} \quad (23)$$

$$\frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{-1.75s}{s^3 - 12.33s^2 - 14.26s - 149.1} \quad (24)$$



شکل 10 نحوه محاسبه ممان اینرسی با استفاده از آزمایش بایفیلار [16]

2- SISO : Single Input Single Output
3- MEMS: Micro Electro Mechanical Systems

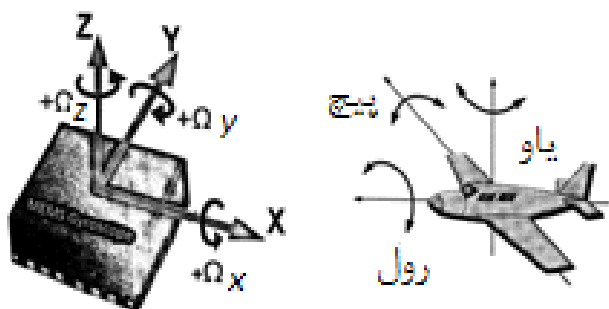
1- bifilar

از آنجایی که سرعت دورانی به تنهایی کاربرد چندانی ندارد و موقعیت زاویه‌ای مدنظر بیشتر ماشین‌های متحرک است، از خروجی این حسگر انتگرال‌گیری می‌شود تا موقعیت زاویه‌ای استخراج گردد. وجود انتگرال‌گیر در سیستم‌های موقعیت‌یاب بر پایه ژيروسکوپ موجب می‌شود کوچک‌ترین آفست و خطای دائمی، که وجود آن امری اجتناب‌ناپذیر است، با گذشت زمان روی هم جمع شده و خطای زیادی ایجاد نماید. مگر آن‌که هدف از اندازه‌گیری، سرعت دوران باشد نه موقعیت زاویه‌ای، که بدین ترتیب انتگرال‌گیر حذف شده و خروجی ژيروسکوپ دقت کافی را خواهد داشت (شکل 12). هنگام انتخاب ژيروسکوپ باید به محدوده لازم برای اندازه‌گیری، سرعت نمونه‌برداری، نحوه ارتباط با آن (آنالوگ یا دیجیتال و پروتکل ارتباطی) و همچنین تعداد محورهای لازم توجه نمود. پارامترهای دیگری از جمله حساسیت به تغییر دما و ولتاژ تغذیه، وجود آفست اولیه (مقدار قرائت شده در حالت سکون) و حساسیت به چرخش در راستاهای دیگر، غیر از راستای اندازه‌گیری از جمله نکاتی هستند که باید مورد توجه قرار گیرند.

3-3- تلفیق داده حسگر ژيروسکوپ و شتاب‌سنج

در این ربات برای تشخیص صحیح راستای جاذبه، داده‌های ژيروسکوپ و شتاب‌سنج با هم مورد استفاده قرار می‌گیرد. یک شتاب‌سنج دو یا سه محوره به تنهایی می‌تواند برای سنجش جهت‌گیری نسبت به راستای جاذبه به کار گرفته شود، اما این اندازه‌گیری در صورتی صحیح است که هیچ شتاب دیگری غیر از شتاب استاتیکی جاذبه به سیستم وارد نشود. این مسئله در ربات‌های متحرک امکان‌پذیر نیست. علاوه بر این، یک شتاب‌سنج حساسیت زیادی به لرزش داشته و به علت نویز زیاد، اطلاعات خروجی آن به تنهایی ارزش زیادی ندارد. در مقابل ژيروسکوپ نیز معایب خود را دارد که مهمترین آن دور شدن تدریجی زاویه محاسبه شده که از انتگرال‌گیری بدست آمده است، از مقدار واقعیست. خوشبختانه خطاهای خروجی هر دو حسگر شتاب‌سنج و ژيروسکوپ دارای ماهیت متفاوتی هستند، به نحوی که با بکار گرفتن صحیح هر دو حسگر در کنار هم می‌توان خطای خروجی هر دو حسگر را تصحیح کرد. برای استفاده موثر از حسگرها باید اطلاعات خروجی هر دو حسگر را به نحوی با هم تلفیق کرد که نتیجه حاصل شده معتبرتر از داده‌های هر یک از حسگرها به تنهایی باشد.

الگوریتم‌های متفاوتی برای تلفیق داده حسگرها ارائه شده‌اند. از میان آنها الگوریتم کالمن یکی از بهترین روش‌ها است. این الگوریتم معمولاً با عنوان فیلتر کالمن شناخته می‌شود. عملکرد فیلتر بدین صورت است که با دریافت داده‌های اندازه‌گیری شده از مجموعه حسگرها که با نویز همراه هستند و دانستن میزان عدم قطعیت هر حسگر (واریانس نویز) مقدار واقعی پارامتر مورد اندازه‌گیری را با دقت بالاتر از هر یک از اندازه‌گیری‌ها (واریانس کمتر) تخمین می‌زند [18]. این فیلتر ماهیت بازگشتی داشته و برای تولید خروجی به داده‌های ناشی از اندازه‌گیری کنونی و یک مرحله قبل نیاز دارد.

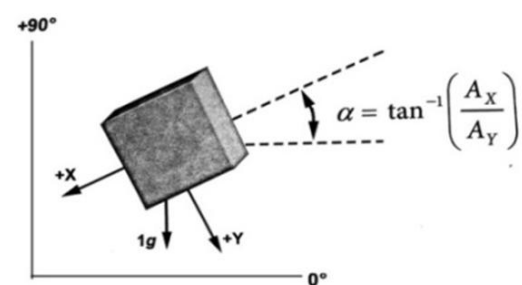


شکل 12 یک ژيروسکوپ سه محوره، سرعت دوران حول سه محور عمود بر هم (x,y,z) را اندازه‌گیری می‌کند [17]

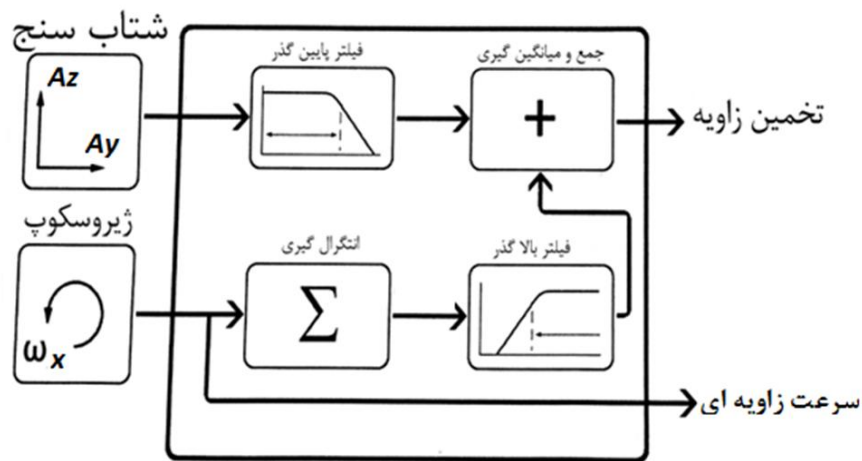
نیروی خارجی وارد شده بر جرم متحرک را اندازه‌گیری می‌کنند. به همین علت تمامی شتاب‌سنج‌ها، شتاب استاتیکی (جاذبه زمین) و شتاب دینامیک (ناشی از تغییرات سرعت) را به یک نحو اندازه‌گیری می‌کنند. بدین ترتیب که اگر راستای اندازه‌گیری شتاب در راستای جاذبه زمین باشد، مقدار اندازه‌گیری شده بیانگر شتاب ناشی از حرکت بعلاوه شتاب جاذبه (8, 9 متر بر مجذور ثانیه) است و اگر راستای اندازه‌گیری حسگر در جهت افقی (عمود بر جاذبه زمین) باشد تنها شتاب دینامیک سنجیده می‌شود و جاذبه تأثیری در اندازه‌گیری نخواهد داشت. مانند شکل 11 در صورتی که از یک شتاب‌سنج تک محوره (با قابلیت اندازه‌گیری در یکی از جهات مختصات) استفاده شود لازم است زاویه‌گیری آن نسبت به راستای جاذبه مشخص باشد تا تأثیر شتاب استاتیکی قابل محاسبه باشد. حال تصور شود دو یا سه شتاب‌سنج وجود دارد که راستای اندازه‌گیری آن‌ها دو به دو نسبت به هم عمود است (مانند محورهای مختصات در دستگاه مختصات دکارتی) اگر سرعت حرکت این مجموعه ثابت باشد و تنها شتاب استاتیکی ناشی از جاذبه به آن وارد شود، با مقایسه نسبت شتاب اندازه‌گیری شده توسط هر یک از محورها، زاویه قرارگیری این مجموعه نسبت به راستای جاذبه قابل محاسبه است. این روشی است که در بسیاری از ترازهای الکترونیکی و ربات‌های متحرک برای سنجش زاویه قرارگیری نسبت به راستای جاذبه مورد استفاده قرار می‌گیرد. حساسیت به لرزش و وابستگی به شتاب دینامیک، کمک گرفتن از حسگرهای دیگر مانند ژيروسکوپ و حسگر میدان مغناطیسی (قطب نمای الکترونیکی) را برای اندازه‌گیری راستای جاذبه زمین ضروری می‌سازد. برای انتخاب یک شتاب‌سنج باید به محدوده لازم برای اندازه‌گیری، سرعت نمونه‌برداری، نحوه ارتباط با آن (آنالوگ یا دیجیتال و پروتکل ارتباطی) و همچنین تعداد محورهای لازم توجه نمود. پارامترهای دیگری که در شتاب‌سنج‌های میکروالکترومکانیکی باید مورد توجه قرار گیرند حساسیت به تغییر دما، ولتاژ تغذیه و وجود آفست اولیه (مقدار قرائت شده در شتاب صفر) است که باید با کالیبراسیون برطرف گردد.

3-2- ژيروسکوپ

ژيروسکوپ اساساً سرعت دورانی حول یک محور را اندازه‌گیری می‌کند. بدین صورت که چرخش حول یک محور با مقدار مشخصی (غالباً در واحد درجه بر ثانیه) اندازه‌گیری شده و چرخش در خلاف جهت آن نتیجه‌ای با علامت عکس تولید می‌کند و در حالتی که چرخش متوقف شود مقدار صفر اندازه‌گیری خواهد شد. ژيروسکوپ‌های مکانیکی مدت‌ها در هواپیماها و موشک‌ها به کار گرفته می‌شدند تا این‌که ژيروسکوپ‌های نوری و انواع میکروالکترومکانیکی ساخته شدند. از میان انواع ساخته شده ژيروسکوپ‌های نوری دقیق‌ترین و ژيروسکوپ‌های میکروالکترومکانیکی ارزان‌ترین و پر کاربردترین انواع این وسیله اندازه‌گیری به شمار می‌آیند. برخلاف شتاب‌سنج، یک ژيروسکوپ عموماً به لرزش حساس نیست و نتایج اندازه‌گیری یکنواخت-تری تولید می‌کند.



شکل 11 استفاده از شتاب‌سنج برای بدست آوردن راستای جاذبه زمین در فضای دو بعدی [17]



شکل 13 بلوک دیاگرام فیلتر تکمیل کننده [17]

تلفیقی، حتماً حسگرها را کالیبره نمود تا آفست‌های ثابت اولیه حذف شوند. حذف آفست‌های اولیه حسگر آسان‌ترین و در عین حال مهمترین مرحله کالیبراسیون است.

سیستمی که براساس الگوریتم تشریح شده در این بخش طراحی شده هنوز به شتاب‌های دینامیک خارجی که به صورت طولانی مدت به آن وارد شود، حساسیت داشته اما شتاب‌های دینامیکی ناشی از حرکت ربات معمولاً چندان طولانی مدت نیستند (ربات زمان زیادی صرف افزایش سرعت تا مقدار ماکزیمم و کاهش سرعت تا توقف کامل نمی‌کند). با فرض آنکه شتاب دینامیک طولانی مدتی به سیستم وارد نمی‌شود و فرض آنکه راستای جاذبه درست محاسبه شده است، می‌توان بردار جاذبه زمین (که اکنون جهت آن مشخص شده است و مقدار آن نیز برابر $9/8$ متر بر مجذور ثانیه در نظر گرفته شده است) را از بردار شتاب محاسبه شده توسط اطلاعات فیلتر شده شتاب-سنج تفریق نموده تا شتاب دینامیک حرکت محاسبه شود. با انتگرال‌گیری از شتاب دینامیک می‌توان سرعت حرکت و موقعیت ربات را بدست آورد، البته این محاسبات به علت انتگرال‌گیری تنها در کوتاه مدت معتبر هستند.

3-3-2- فیلتر کالمن ساده شده (براساس ایده فیلتر کالمن)

الگوریتمی که در این بخش تشریح می‌گردد از ایده‌های موجود در فیلتر کالمن استخراج شده است. دقت آن اندکی کمتر بوده اما به مراتب سریع‌تر است [19]. برای تشریح نحوه عملکرد الگوریتم در ابتدا پارامترها و بردارهای مورد استفاده نام‌گذاری می‌شود. بردار جاذبه که توسط شتاب‌سنج سه محوره اندازه‌گیری می‌شود را $R_{acc} = [R_{xacc}, R_{yacc}, R_{zacc}]$ می‌نامیم. این بردار در دستگاه مختصات تراشه شتاب‌سنج اندازه‌گیری شده است. واضح است که دانستن این بردار به تنهایی نمی‌تواند برای بدست آوردن جهت جاذبه استفاده شود، اما یادآوری می‌شود که این بردار توسط شتاب‌سنج اندازه‌گیری شده و لذا حساسیت زیادی به لرزش و وابستگی شدیدی به شتاب‌های دینامیک (ناشی از حرکت) خواهد داشت. این بردار یکی از ورودی‌های الگوریتم محاسباتی ما است. خروجی این الگوریتم که نمایانگر تخمین³ آن از بردار جاذبه است و قرار است صحت بیشتری نسبت به R_{acc} داشته باشد با $R_{est} = [R_{xest}, R_{yest}, R_{zest}]$ نام‌گذاری شده است.

با فرض آنکه دستگاه موقعیت‌یاب تحت تأثیر شتاب دینامیک قرار ندارد می‌توان گفت که دامنه بردار اندازه‌گیری شده R_{acc} برابر g (شتاب جاذبه) است. با این حال برای ساده‌تر شدن محاسبات بعدی، بردار مذکور به صورت زیر نرمالیزه⁴ می‌شود تا دامنه آن دقیقاً برابر 1 باشد:

فیلتر کالمن بعد از تخمین متغیر مورد اندازه‌گیری، خروجی را براساس میانگین وزنی اندازه‌گیری حسگر و نتیجه تخمین زده شده تولید می‌کند و در این فرآیند بخشی که قطعیت بیشتری دارد (واریانس کمتر) تأثیر بیشتری در تولید خروجی خواهد داشت. ضرایب فیلتر کالمن ثابت نبوده و در هر مرحله مجدداً محاسبه شده تا در مرحله بعد مورد استفاده قرار گیرند. استفاده از فیلتر کالمن مستلزم دانستن میزان عدم قطعیت هر حسگر (ژیروسکوپ و شتاب‌سنج) و همچنین محاسبات سنگین ریاضی ماتریسی است که از عهده اغلب میکروکنترلرها خارج است. برای حذف نویز موجود در اندازه‌گیری شتاب‌سنج می‌توان از یک فیلتر پایین‌گذر (یا میانگین‌گیر) استفاده کرد. اما این فیلتر موجب تأخیر در اندازه‌گیری می‌شود که این خود باعث کاهش پایداری سیستم کنترلی است. علاوه‌براین در این روش شتاب ناشی از حرکت (غیر از لرزش) توسط فیلتر حذف نشده و موجب محاسبه نادرست جهت جاذبه خواهد شد [19].

3-3-1- فیلتر تکمیل کننده¹

ایده‌ی اصلی فیلتر تکمیلی آن است که اطلاعات حاصل از حسگرهای متفاوت می‌توانند یکدیگر را تکمیل کرده و نقاط قوت یکی از آن‌ها، کاستی‌های دیگری را بپوشانند. شکل 13 نشان دهنده یک فیلتر تکمیل کننده است. مطابق این فیلتر نتیجه محاسباتی که از داده‌های حسگر شتاب‌سنج بدست آمده است از یک فیلتر پایین‌گذر عبور داده می‌شود، اما این فرآیند تأخیری در اندازه‌گیری ایجاد می‌کند. این اطلاعات در محاسبات طولانی مدت که تأخیر اندک اشکالی در آن ایجاد نمی‌کند، بکار می‌آید. در همین حین محاسبات ناشی از داده‌های ژيروسکوپ پس از انتگرال‌گیری از یک فیلتر بالا-گذر عبور داده می‌شود. داده‌های ژيروسکوپ عاری از نویز شدید است و لذا در کوتاه مدت قابل استناد است اما با گذشت زمان، واحد انتگرال‌گیر موجود در آن، خطای زیادی در محاسبات ایجاد می‌کند.

اعمال فیلتر بالاگذر باعث می‌شود محاسبات ناشی از اندازه‌گیری‌های کوتاه مدت ژيروسکوپ به خروجی منتقل گردد، اما خطاهای ناشی از انتگرال-گیری با گذشت زمان، که ماهیت کم فرکانس دارند، حذف سپس خروجی کلی شتاب‌سنج و ژيروسکوپ با هم جمع می‌شود. بدین ترتیب اندازه‌گیری-های لحظه‌ای براساس داده‌های ژيروسکوپ که بدون تأخیر و بدون نویز است صورت پذیرفته و محاسبات طولانی مدت براساس داده‌های فیلتر شده شتاب‌سنج که تأخیر آن در دراز مدت اشکالی ایجاد نمی‌کند، انجام می‌شود. با استفاده از این تکنیک داده‌های ژيروسکوپ و شتاب‌سنج یکدیگر را تکمیل می‌کنند. یک نمونه از پیاده سازی ریاضی (برنامه نویسی) فیلتر در رابطه (25) آمده است.

$$angel_N = 0.95(angel_0 + \omega \times T) + 0.05angel_{acc} \quad (25)$$

رابطه (25) بیانگر یک انتگرال‌گیر، یک فیلتر بالاگذر و یک فیلتر پایین‌گذر است. زاویه محاسبه شده براساس داده‌های شتاب‌سنج با $angel_{acc}$ نشان داده شده و ω و T نیز به ترتیب سرعت زاویه‌ای اندازه‌گیری شده توسط ژيروسکوپ و زمان نمونه‌برداری (مرتبط با نرخ اجرای فیلتر در پردازنده) هستند. انتخاب ثابت زمانی باید براساس مصالحه‌ای میان حذف نویز شتاب‌سنج و حذف خطای ژيروسکوپ صورت پذیرد. لازم به ذکر است که نرخ اجرای فیلتر یا همان نرخ نمونه‌برداری² تأثیر مستقیمی در انتخاب ضرایب فیلتر برای رسیدن به ثابت زمانی تعیین شده دارد. در هر صورت باید پیش از اعمال الگوریتم

3- Estimation
4- Normalize

1- Complementary
2- Sample rate

$$R_Z(\psi)R_Y(\theta)R_X(\varphi) \approx \begin{bmatrix} 1 & \theta \times \varphi \times k^2 - \psi \times k & \varphi \times \psi \times k^2 + \theta \times k \\ \psi \times k & 1 + \psi \times \theta \times \varphi \times k^3 & \psi \times \theta \times k^2 - \varphi \times k \\ -\theta \times k & \varphi \times k & 1 \end{bmatrix}$$

$$k = \frac{\pi}{180} \approx 0.0175 \quad (31)$$

در رابطه (31) مقدار k برای تبدیل درجه به رادیان در محاسبات وارد شده است. اکنون بردارهای R_{acc} (ناشی از اندازه‌گیری شتاب‌سنج) و $R_{gyro}(n)$ (ناشی از تخمین قبلی و اندازه‌گیری ژيروسکوپ) را در اختیار داریم. حال برای تخمین زدن بردار جاذبه، از این دو بردار، میانگین‌گیری (با وزن‌های مختلف) انجام می‌شود. بدین ترتیب تخمینی از بردار جاذبه براساس اندازه‌گیری‌های شتاب‌سنج و ژيروسکوپ و تخمین قبلی خواهد بود:

$$R_{est}(n) = \frac{(R_{acc} + R_{gyro} \times w_{gyro})}{1 + w_{gyro}} \quad (32)$$

که w_{gyro} بیان‌گر نسبت تأثیر ژيروسکوپ به تأثیر شتاب‌سنج در تخمین موقعیت است. این ضریب معمولاً بصورت تجربی انتخاب می‌شود و در بیشتر اوقات، مقداری در محدوده بین 5 تا 50، نتیجه خوبی را دربر خواهد داشت [10]. اکنون که $R_{est}(n)$ بدست آمد، یک بار دیگر نرمالیزه می‌شود، این مقدار قاعداً باید بردار نرمالیزه شده (با دامنه واحد) باقی مانده باشد، اما خطاهای کوچک ایجاد شده که در محاسبات عددی میکروکنترلر اجتناب ناپذیر است، به مرور زمان (با اجرای پیاپی الگوریتم) دامنه این بردار را تغییر می‌دهد، به نحوی که دیگر نرمالیزه نیست. در این صورت تخمین هر مرحله که برای محاسبه R_{gyro} مرحله بعد مورد استفاده قرار می‌گیرد به دلیل نرمالیزه نبودن، موجب تغییر وزن ژيروسکوپ شده و عملکرد فیلتر را دچار مشکل خواهد کرد. با داشتن تخمین بردار جاذبه نرمالیزه شده، انحراف دستگاه مختصات متصل به شتاب‌سنج نسبت به مسیر جاذبه به‌سادگی محاسبه می‌شود. تفاوت اصلی الگوریتم تشریح شده با الگوریتم فیلتر کالمن در وزن‌های ثابت آن است. در فیلتر کالمن، ضرایب فیلتر دائماً براساس نویز اندازه‌گیری شده از حسگرها برای مرحله‌ی بعد محاسبه و نوسازی می‌شوند. فیلتر کالمن بهترین تخمین ممکن که در تئوری قابل دستیابی است را تولید می‌کند اما به علت محاسبات طولانی، برای پیاده‌سازی در میکروکنترلرهای معمولی مناسب نیست. فیلتری که در این بخش معرفی شد نیز می‌تواند وزن‌های متغیر داشته باشد، بدین صورت که w_{gyro} برحسب دامنه نویزی که از شتاب‌سنج اندازه‌گیری می‌شود، تغییر یابد. حتی می‌توان اثر شتاب دینامیک (ناشی از حرکت) را با افزایش موقتی w_{gyro} کاهش داد. در واقع هرگاه که دامنه بردار شتاب اندازه‌گیری شده توسط شتاب‌سنج R_{acc} پیش از نرمالیزه شدن از مقدار g دور شود یعنی سیستم تحت تأثیر شتاب دینامیک قرار دارد، در این شرایط می‌توان w_{gyro} را افزایش داد تا تخمین‌ها بیشتر بر پایه اندازه‌گیری ژيروسکوپ صورت پذیرد. البته افزایش بیش از حد یا طولانی مدت ضریب وزنی ژيروسکوپ موجب می‌شود خطای ناشی از انتگرال‌گیری ژيروسکوپ به خروجی فیلتر راه یابد [17].

پیاده‌سازی عملی فیلترها در میکروکنترلر انجام می‌پذیرد، بدین صورت که ماژول آی ام یو توسط پورت I2C به میکروکنترلر متصل شده است و بعد از تنظیم رجیسترهای ماژول مورد نظر در میکروکنترلر، مقادیر شتاب و سرعت زاویه‌ای خوانده می‌شود، آفست در هر محور گرفته شده و فیلتر مورد نظر بر روی مقادیر اعمال می‌گردد.

3-4- مقایسه فیلتر تکمیل‌کننده و کالمن ساده شده

همان‌گونه که در شکل 14 مشاهده می‌گردد، فیلتر کالمن ساده شده در اثر

$$|R_{acc}| = \sqrt{R_{xacc}^2 + R_{yacc}^2 + R_{zacc}^2}$$

$$R_{acc}(normalized) = \left[\frac{R_{xacc}}{|R_{acc}|}, \frac{R_{yacc}}{|R_{acc}|}, \frac{R_{zacc}}{|R_{acc}|} \right] \quad (26)$$

از این پس هرگاه از R_{acc} نام برده شد، منظور بردار نرمالیزه شده است. الگوریتم تلفیقی به صورت پیاپی اجرا می‌شود. این الگوریتم برای تخمین زدن بردار جاذبه (محاسبه $R_{est}(n)$)، از اندازه‌گیری کنونی شتاب‌سنج (بردار R_{acc}) و تخمین قبلی بردار جاذبه $R_{est}(n-1)$ و اطلاعات بدست آمده از ژيروسکوپ بهره می‌گیرد. با دانستن تخمین قبلی بردار جاذبه و سرعت زاویه‌ای محاسبه شده توسط ژيروسکوپ، می‌توان بدون استفاده از شتاب‌سنج، بردار کنونی جاذبه را محاسبه کرد. فرض بر آن است که بردار جاذبه از مرحله پیشین تاکنون تنها چرخیده است و دامنه آن بدون تغییر مانده است (یعنی همچنان فقط شتاب استاتیکی جاذبه به سیستم وارد می‌شود و شتاب دینامیک نداریم).

برداری که تنها توسط تخمین قبلی و اندازه‌گیری‌های ژيروسکوپ محاسبه می‌شود و داده‌های کنونی شتاب‌سنج دخالتی در آن ندارد با $R_{gyro} = [R_{xgyro}, R_{ygyro}, R_{zgyro}]$ نام‌گذاری می‌شود. بدین ترتیب بردار R_{gyro} از چرخش بردار تخمین جاذبه قبلی $R_{est}(n-1)$ در فضای سه بعدی حاصل شده و این چرخش نیز با سرعتی که توسط ژيروسکوپ سه محوره در هریک از صفحات YZ و XY و ZX اندازه‌گیری شده، انجام می‌پذیرد. زوایای چرخش با دانستن فاصله زمانی میان دو مرحله اندازه‌گیری (مطابق با نرخ اجرای الگوریتم) و سرعت اندازه‌گیری شده بدست می‌آید. برای چرخاندن یک بردار در فضای سه بعدی با زوایای مشخص حول هر محور می‌توان از ماتریس‌های چرخش استفاده کرد:

$$R_{gyro} = R_Z(\psi)R_Y(\theta)R_X(\varphi)R_{est}(n-1) \quad (27)$$

هنگامی که چند چرخش حول محورهای مختصات انجام می‌گیرد، ترتیب انجام چرخش مهم است اما اثبات می‌شود که در چرخش‌های کوچک (مانند آنچه در این جا میان هر دو مرحله اندازه‌گیری اتفاق می‌افتد) با هر ترتیبی می‌توان چرخش را انجام داد [17]. علاوه بر این وقتی اندازه‌گیری‌های یک ژيروسکوپ سه محوره خوانده می‌شود ترتیب انجام اندازه‌گیری معلوم نیست. زوایای چرخش (φ و θ و ψ) از حاصل ضرب سرعت‌های زاویه‌ای اندازه‌گیری شده توسط ژيروسکوپ ($\omega_{YZ}, \omega_{ZX}, \omega_{XY}$) و مدت زمان میان دو مرحله اندازه‌گیری (T) بدست می‌آید. با توجه به آن که اطلاعات ژيروسکوپ تنها در لحظات مشخص اندازه‌گیری معلوم است و در مدت زمان مابین دو اندازه‌گیری اطلاعاتی از ژيروسکوپ دریافت نمی‌شود. بهتر است فرض کنیم سرعت زاویه‌ای در طول این مدت مقدار ثابتی برابر میانگین دو اندازه‌گیری پیاپی داشته است:

$$\varphi = T \times \left(\frac{\omega_{YZ}(n-1) + \omega_{YZ}(n)}{2} \right) \quad (28)$$

$$\theta = T \times \left(\frac{\omega_{ZX}(n-1) + \omega_{ZX}(n)}{2} \right) \quad (29)$$

$$\psi = T \times \left(\frac{\omega_{XY}(n-1) + \omega_{XY}(n)}{2} \right) \quad (30)$$

از آنجا که این زوایا مقادیر کوچکی دارند می‌توان توابع مثلثاتی را با تقریب خطی آن‌ها حول نقطه صفر جایگزین کرد. این مسئله بدون آنکه خطای قابل توجهی ایجاد کند سرعت پردازش را به میزان چشم‌گیری افزایش می‌دهد. با در نظر گرفتن تقریب مرتبه اول برای روابط مثلثاتی و نمایش زوایا برحسب درجه، ماتریس دوران کلی حول محورهای X, Y, Z به اندازه (φ و θ و ψ) به صورت رابطه (31) بدست می‌آید:

یک روش راهاندازی موتورهای جریان مستقیم آن است که مستقیماً به باتری وصل شوند، در این وضعیت موتور با سرعت نهایی خود و در یک جهت خاص شروع به چرخش می‌کند. اما در پروژه‌های رباتیک، روشن و خاموش کردن موتور، کنترل سرعت، کنترل جهت و کنترل موقعیت بخش مهمی از طراحی را شامل می‌شود. در نتیجه باید موتور را با استفاده از کنترلرها (مدارات منطقی، میکروکنترلرها، پی‌ال‌سی² یا کامپیوتر) کنترل کرد. خروجی اغلب میکروکنترلرها دارای ولتاژ حداکثر 5 ولت و جریان 20 میلی‌آمپری است که با توجه به جریان کشی موتورهای جریان مستقیم (از 0/5 آمپر تا 5 آمپر)، راهاندازی مستقیم از طریق میکروکنترلر امکان‌پذیر نیست. بنابراین نیاز به مدارات واسطه³ برای اتصال کنترل کننده به موتور وجود دارد. به این مدارات واسط درایور گویند که این درایور می‌تواند ترکیب رله، ترانزیستور، آی‌سی و یا مدارات ترکیبی باشد. معمولاً برای موتورهای که دارای حداکثر ولتاژ 46 ولت و جریان حداکثر 2 آمپر هستند از آی‌سی‌های درایور آماده استفاده می‌شود. قابل ذکر است که در بیشتر درایورهای آماده با یک آی‌سی می‌توان دو موتور جریان مستقیم را همزمان کنترل نمود. درایور بکار رفته در این ربات با توجه به موتورهای موجود می‌بایست قابلیت تنظیم ولتاژ از 0 تا 12 ولت را داشته باشد. با توجه به اینکه موتورهای در حالت بار کامل حداکثر 1 آمپر جریان کشی دارند، می‌توان از درایورهای موجود در بازار (L293D, L298) استفاده کرد. یکی از بزرگترین مشکلات برای ساخت ربات تعادلی انتخاب یک موتور مناسب برای ربات است که این موتور گیربکس دار باید به گونه‌ای طراحی شده باشد که کمترین لقی را داشته باشد.

4-2- طراحی مدار کنترلی

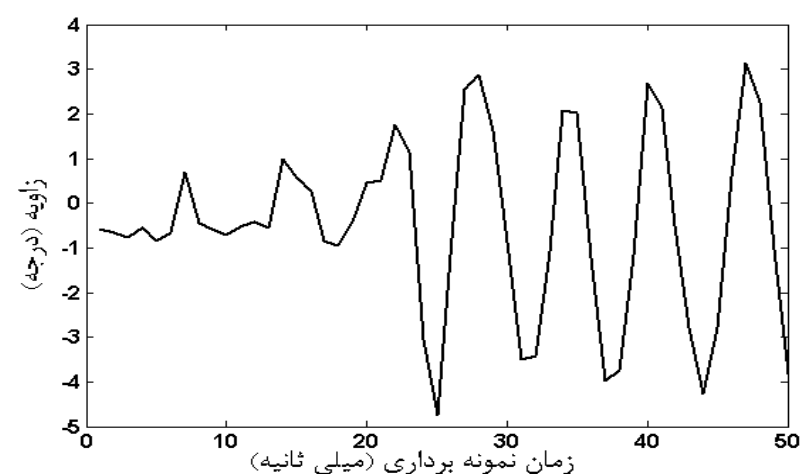
برای کنترل موتورهای و ارتباط با حسگرها در ربات‌های متحرک⁴ نیاز به یک پروسسور برای فرماندهی وجود دارد، از انواع قابل انتخاب پروسسورها می‌توان به میکروکنترلرها، پی‌ال‌سی‌ها و کامپیوترها اشاره کرد. در این ربات از ساده‌ترین، کاربردی‌ترین و قابل حمل‌ترین پروسسور یعنی میکروکنترلر استفاده شده است، زیرا علاوه بر ابعاد کوچک، قابلیت‌های زیادی را در خود جای داده است و همچنین می‌تواند ارتباطات خود را با حسگرها، موتورهای و رایانه از روش‌های مختلف (پورت سریال، ارتباط دو سیمه و...) به طور همزمان حفظ کند. در این ربات از یک میکروکنترلر خانواده ای وی آر⁵، با نام مگا 32⁶ به عنوان پردازنده اصلی استفاده شده است. در طراحی این برد محل قرار گیری ماژول شتاب‌سنج وژیروسکوپ ام پی یو 6050⁷، رابط سریال، همچنین رابط برنامه‌ریزی میکروکنترلر و همچنین محلی برای نصب گیرنده‌ی ریموت کنترلر در نظر گرفته شده است. ولتاژ تغذیه این برد توسط برد درایور تأمین می‌گردد. همچنین چند خازن به عنوان صافی ولتاژ در این برد به دلیل نویزهای احتمالی که توسط موتور تولید می‌گردد، قرار گرفته است. شش ورودی-خروجی برای اعمال پیش‌بینی نشده نیز به صورت اضافی⁸ در نظر گرفته شده است. شماتیک کلی مدار در شکل 16 آورده شده است. همچنین چند ال ای دی⁹ نیز برای نشان دادن مدهای کاری مختلف بر روی برد تعبیه گردیده است.

نویزهای بوجود آمده توسط موتور الکتریکی که بر روی ربات نصب است، داد-های نادرستی را به کنترل کننده اعمال می‌کند. به عنوان مثال در زمانی که ربات هیچ حرکتی ندارد، مقادیر زاویه اندازه‌گیری شده 6 درجه اختلاف را نشان می‌دهند. مقادیر خروجی از سنسورهای ژيروسکوپ و شتاب سنج توسط میکروکنترلر پردازش می‌گردد و بعد از آفست‌گیری اولیه فیلتر مورد نظر روی اطلاعات بدست آمده، پیاده سازی می‌شود. زاویه بدست آمده از روش فوق در هر لحظه از طریق پورت سریال به کامپیوتر فرستاده می‌شود. در نرم‌افزار متلب مقادیر بدست آمده بر روی نمودار رسم می‌شود و نتایج کار قابل ملاحظه خواهد بود. با اعمال اندکی تغییرات در فیلتر تکمیل کننده این مشکل تا حد خیلی زیادی از بین می‌رود. همان‌طور که در شکل 15 مشاهده می‌گردد در زمانی که ربات ثابت و موتور الکتریکی روشن است، زاویه به طور دقیقتری اندازه‌گیری شده است و اختلاف زاویه دریافتی از حسگر با مقدار واقعی به کمتر از 0/1 درجه رسیده است. لازم به ذکر است در مواقعی که ربات در حالت سکون (موتورها خاموش) قرار دارد مقادیر به دست آمده از هر دو فیلتر به مقدار واقعی بسیار نزدیک است که اصولاً در این مواقع نیاز به تلفیق داده¹ وجود ندارد و می‌توان مستقیماً از طریق داده‌های شتاب‌سنج، زاویه‌ی انحراف ربات را بدست آورد.

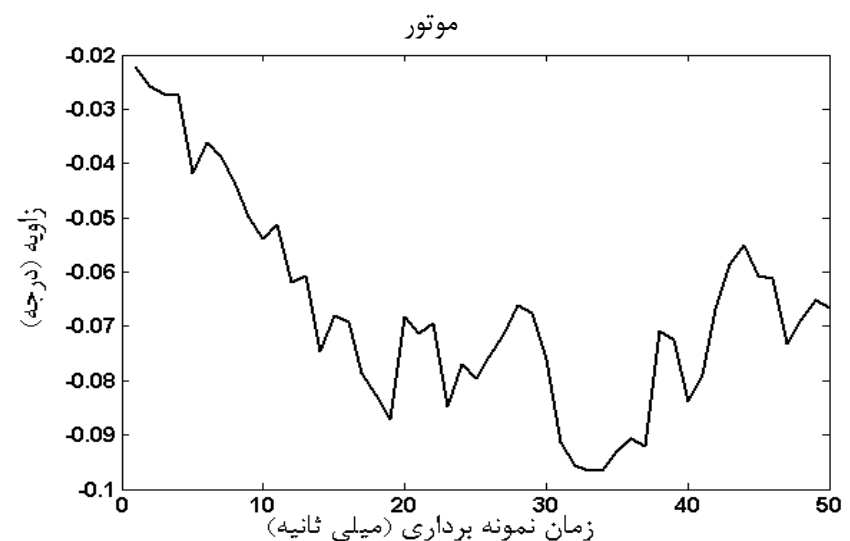
4- طراحی مدار کنترلی و مدار راهانداز موتورها

4-1- مدار راهانداز موتورها

هر مدار الکترومکانیکی از جمله موتورهای جریان مستقیم برای راهاندازی نیاز به تغذیه (بایاس) دارند. معمولاً موتورهایی که برای ساختن ربات‌های کوچک استفاده می‌شود با ولتاژهای 6، 9، 12 یا 24 کار می‌کنند. این گونه موتورها بسته به مدل، روش ساخت، قیمت و ... دارای جریان کشی متفاوتی هستند.



شکل 14 زاویه اندازه‌گیری شده در راستای X با فیلتر کالمن در زمان روشن بودن



شکل 15 زاویه اندازه‌گیری شده در راستای X با فیلتر تکمیل کننده در زمان روشن

بودن موتور

2- PLC (Programmable logic controller)

3- Interface Circuits

4- Mobile Robot

5- AVR

6- ATmega32

7- MPU6050

8- Spare

9- Led

1- Sensor Fusion

5- طراحی کنترلر تناسبی-انتهرالی-مشتق گیر

کنترل کننده تناسبی-انتهرالی-مشتق گیر¹، یک کنترل کننده ترکیبی است که شامل بخش‌های تناسبی، انتهرالی و مشتق گیر است. این کنترلر پر-کاربردترین کنترل کننده در صنعت است، به طوری که حدود 90 درصد کل کنترل کننده‌های مورد استفاده در صنعت، یا تناسبی-انتهرالی-مشتق‌گیر هستند، و یا از آن در ساختارهای کنترلی دیگر استفاده می‌شود. این امر به تنهایی گویای اهمیت این کنترل کننده است. بر خلاف ظاهر ساده تناسبی-انتهرالی-مشتق‌گیر، طراحی این کنترل کننده، در عمل، فراتر از تنظیم سه پارامتر اصلی آن است. عوامل مختلفی در عملکرد این کنترل کننده تأثیر گذار است که از جمله می‌توان ساختار کنترل کننده، درجه پروسه، قطب غالب سیستم، تنظیم پارامتر آن، رفتار غیرخطی در سیستم و غیره را برشمرد.

هر یک از این عوامل می‌توانند نقش مهمی در روند طراحی و تنظیم کنترل کننده تناسبی-انتهرالی-مشتق گیر داشته باشد. ساختار کنترل کننده‌های تناسبی-انتهرالی-مشتق گیر در شکل 17 به نمایش در آمده است. همان‌طور که مشاهده می‌گردد سه کنترل کننده تناسبی، مشتق گیر و انتهرالی به صورت موازی کار خود را انجام می‌دهند و در نهایت با یکدیگر جمع شده و سیگنال کنترلی را به وجود می‌آورند.

نحوه پیاده‌سازی کنترل کننده تناسبی-مشتق‌گیر-انتهرالی در یک میکروکنترلر به صورت دیجیتالی به صورت زیر است:

Error = measurement Theta - desired theta

$P = K_p \cdot \text{Error}$

$I = \text{last integral} + (\text{Error} \cdot K_i) \cdot T$

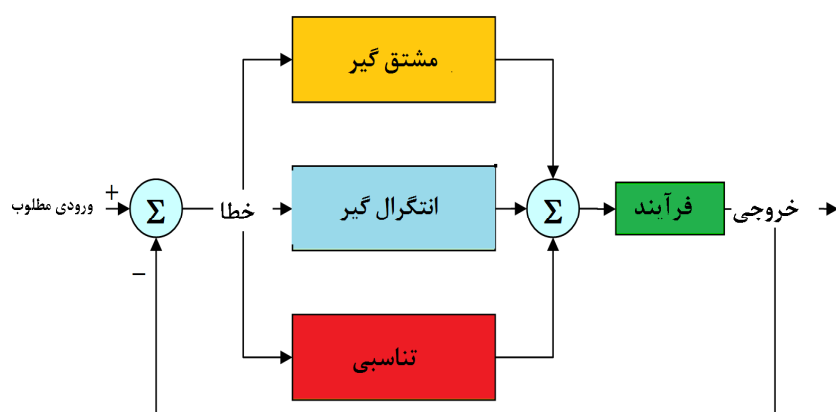
$D = (K_d \cdot d(\text{Error})/dt) / T$

$PID = P + I + D$

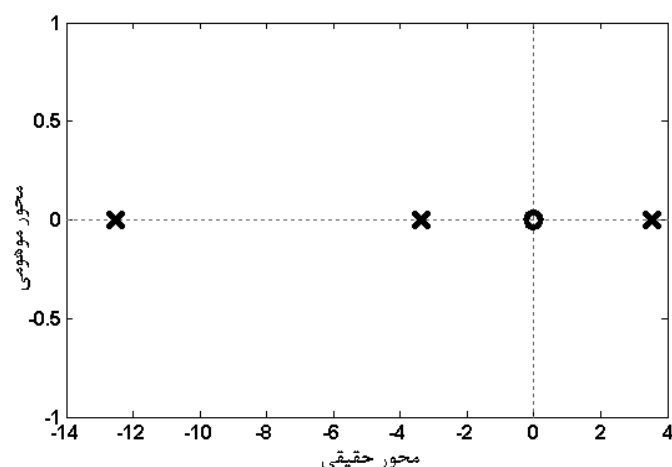
که در برنامه فوق K_p, K_i, K_d به ترتیب ضرایب مشتق‌گیر، انتهرالی و تناسبی است و T زمان اجرای حلقه کنترلی و سرعت نمونه برداری است.

در شکل 18 صفر و قطب تابع تبدیل ربات (زاویه برحسب ولتاژ) آمده است، همان‌طور که مشاهده می‌گردد به علت وجود قطب در سمت راست محور موهومی سیستم ذاتاً ناپایدار است. بلوک دیاگرام مجموعه کنترل کننده و ربات و نحوه ارتباط میان آن‌ها در شکل 19 نشان داده شده است. همان‌طور که مشخص است فقط از خروجی زاویه ربات فیدبک گرفته شده و به ورودی اعمال می‌شود. در شکل 20 جهت طراحی یک کنترل کننده تناسبی-انتهرالی-مشتق‌گیر و بررسی نحوه عملکرد آن در برابر نیروهای مزاحم بر روی ربات، از نرم افزار متلب² استفاده شده است. لازم به ذکر است که هر کنترل کننده تناسبی-انتهرالی-مشتق‌گیر در عمل قابل پیاده سازی نیست چرا که در یک سیستم واقعی، به دلیل اشباع کنترل کننده (محدودیت در اعمال ولتاژ به موتورها) نمی‌توان هر فرمان کنترلی را به سیستم اعمال کرد. به عنوان مثال ممکن است در این شبیه‌سازی ضرایب تناسبی-انتهرالی-مشتق‌گیر طوری تنظیم گردد که با تولید فرمان‌های بزرگ (ولتاژ تغذیه بالا) پاسخ سیستم (زاویه انحراف) را در مدت زمان بسیار کوتاهی به مقدار مطلوب (تعادل) برساند، اما ورودی ربات واقعی (ولتاژ تغذیه موتور) تنها می‌تواند در (مثبت و منفی 12 ولت) به همین علت، نمودار فرمان خروجی کنترل کننده نیز ترسیم شده تا یک احساس کلی از تغییرات ولتاژ تغذیه موتور در حین بازگشت ربات به تعادل داده شود.

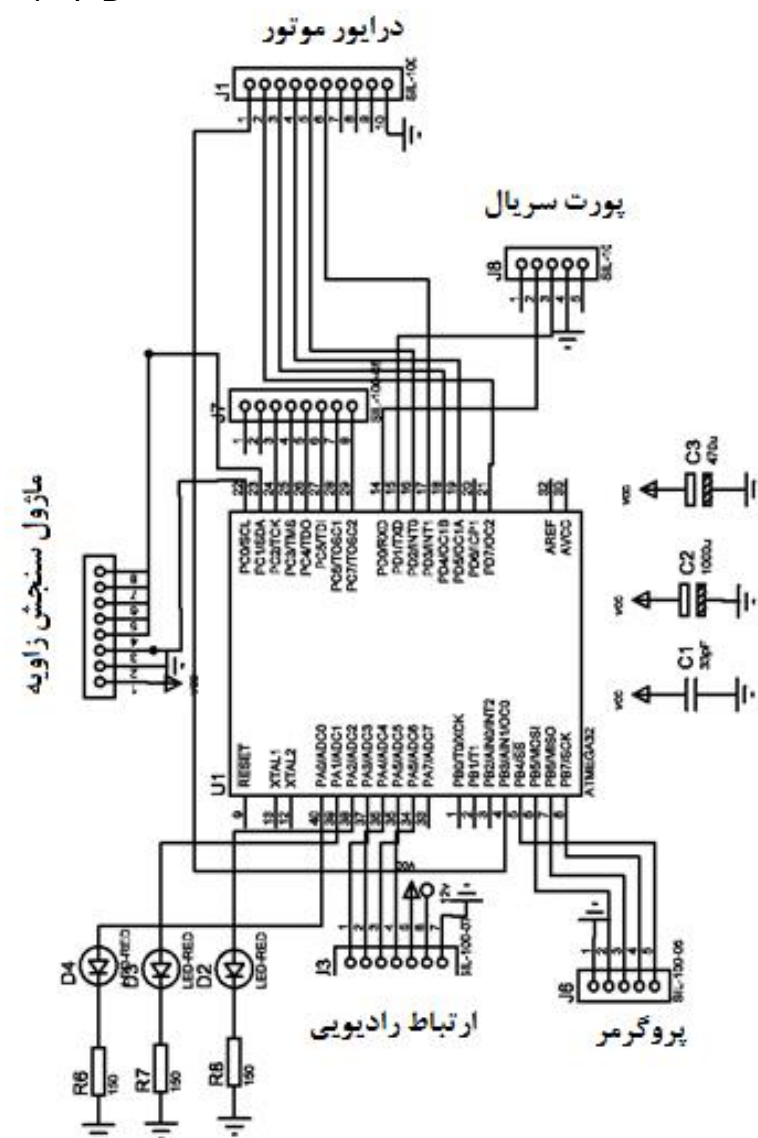
از سوی دیگر در شبیه‌سازی معمولاً افزایش ضریب مشتق‌گیر پاسخ سیستم را بهبود می‌دهد اما در سیستم واقعی به علت وجود نویز، عملکرد مشتق‌گیر با اخلال مواجه می‌شود. برای اطمینان از نحوه عملکرد سیستم، یک شبیه‌سازی از ربات و کنترل کننده در ابزار سیمولینک³ نرم‌افزار متلب انجام می‌شود. در شکل 20 بلوک اشباع برای محدودیت ولتاژ تغذیه اعمال شده است همچنین بهره منفی به علت ضریب منفی در تابع تبدیل زاویه برحسب ولتاژ در نظر گرفته شده است.



شکل 17 بلوک دیاگرام یک کنترل کننده تناسبی-انتهرالی-مشتق گیر [20]



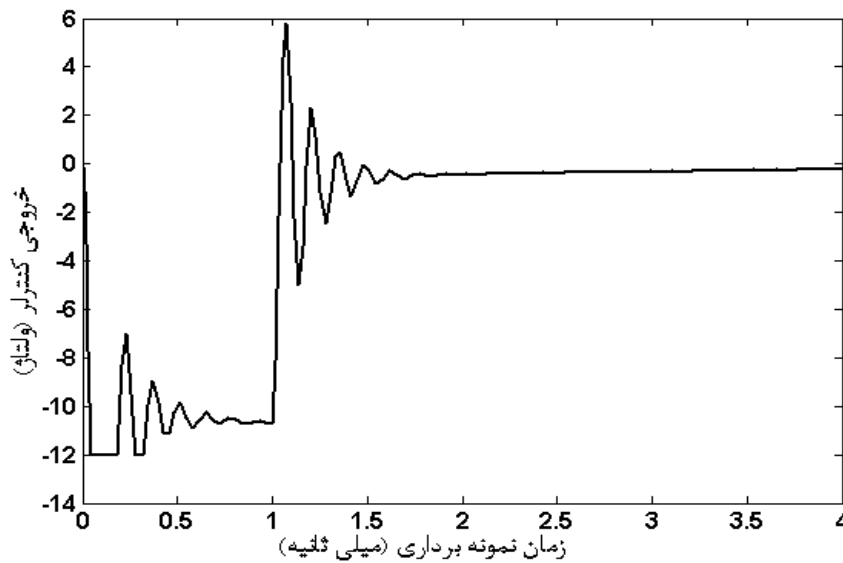
شکل 18 نمودار صفر و قطب سیستم با تابع تبدیل زاویه برحسب ولتاژ



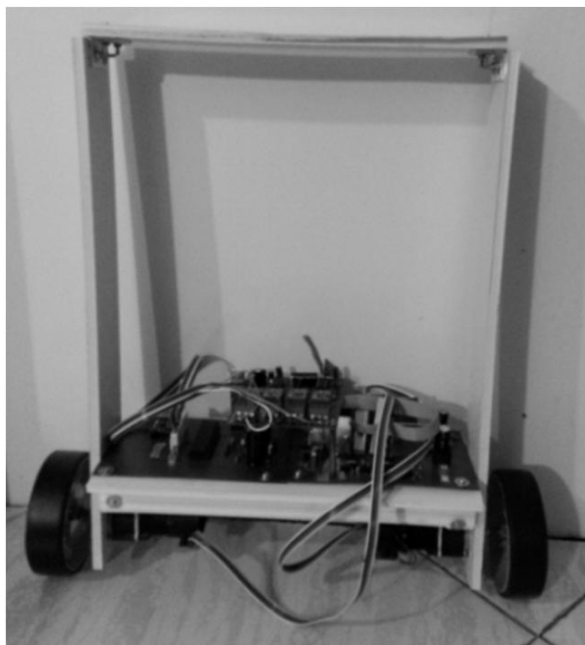
شکل 16 شماتیک کلی مدار میکروکنترلر

2- Matlab
3- Simulink

1- Proportional, Integral, Differential



شکل 22 نمودار ولتاژ خروجی با ضرایب تناسبی-انتگرالی-مشتق گیر تجربی به ازای زاویه مطلوب صفر



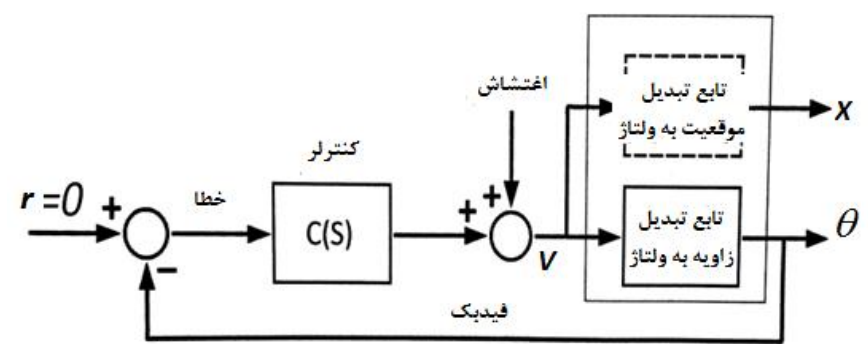
شکل 23 نمای کلی از ربات ساخته شده

جدول 2 قطعات به کار رفته در پروژه

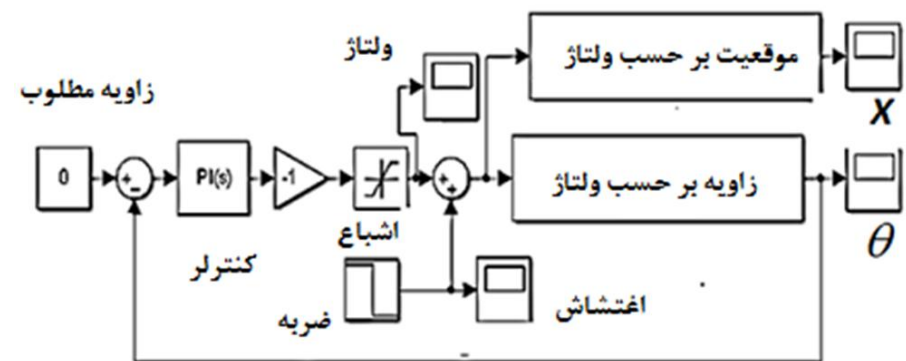
شماره قطعه	جنس
فالبور موتور 2342L012CR 12V گیربکس و انکدر 12CPR و 64:1	موتور
MPU-6050	ماژول موقعیت یابی برپایه اینرسی

7- نتیجه گیری

با توجه به پیشرفت روز افزون تکنولوژی و استفاده از وسایل نقلیه مدرن بدیهی است که دنیا به سمت وسایل نقلیه با قابلیت‌های بیشتر همچنین مصرف پایین‌تر گام بر خواهد داشت از این رو یکی از وسایل نقلیه پر کاربرد و کم هزینه در ابعاد کوچک در این پژوهش مورد بررسی قرار گرفت (سگ وی). در این مقاله از اطلاعات نویزی حسگرهای شتابسنج وژیروسکوپ برای بدست آوردن زاویه انحراف ربات استفاده شد. فیلتر کالمن و فیلتر تکمیل-کننده به طور جداگانه برای تلفیق داده‌های ژيروسکوپ و شتابسنج مورد بررسی قرار گرفتند. فیلتر کالمن نیاز به یک پروسسور با سرعت پردازش بالا دارد (مانند دی اس پی¹) تا بتواند عملیات سنگین محاسباتی را در کمترین زمان انجام دهد. میکروکنترلر به کار رفته در این پژوهش توانایی پردازش تا



شکل 19 بلوک دیاگرام مجموعه کنترل کننده و ربات [17]



شکل 20 شبیه سازی ربات و کنترل کننده با در نظر گرفتن محدودیت ولتاژ تغذیه موتورها

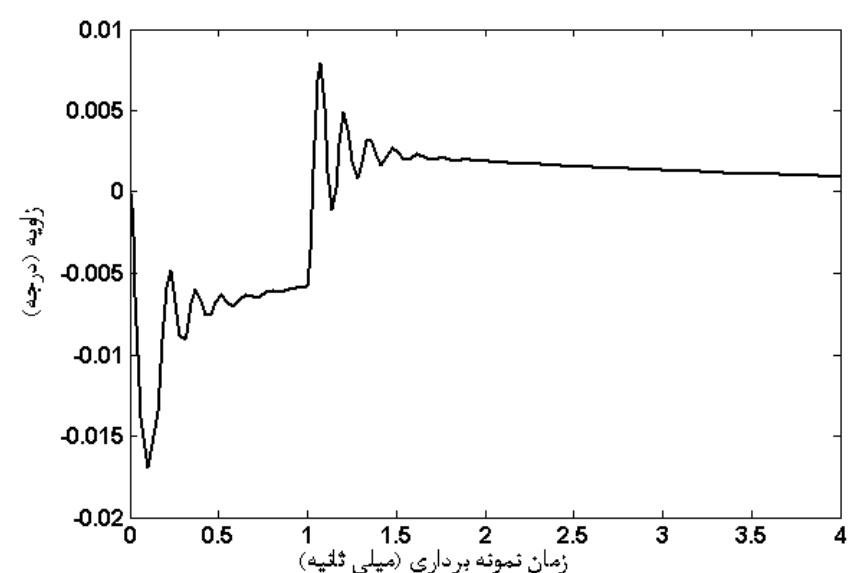
در این قسمت تنظیم ضرایب تناسبی-انتگرالی-مشتق گیر با روش آزمون و خطا صورت گرفته است. با توجه به وجود نویزهای شدید در محیط کار ربات (به دلیل وجود موتور) از ثابت مشتق گیر در محاسبات صرف نظر شده است و ضرایب تناسبی و انتگرالی محاسبه خواهد شد. در این روش با توجه به حس کلی بدست آمده از سیستم توسط آزمایشات مختلف روی ربات، نتایج زیر در تنظیم ضرایب کنترل کننده حاصل شد:

$Ki=500$ و $KP=1200$

ضرایب کنترلی در محیط شبیه‌سازی متلب اعمال شده است و نمودار زاویه خروجی با این ضرایب در شکل 21 به تصویر کشیده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود بعد از اعمال ضربه، ربات بعد از دو ثانیه به زاویه مطلوب که همان تعادل است، رسیده است. همچنین در شکل 22 ولتاژ اعمال شده به موتورها نمایش داده شده است. شکل 23 ربات طراحی شده در این پروژه را نشان می‌دهد که تمامی مراحل ساخت و کنترل روی آن انجام پذیرفته است.

6- مشخصات قطعات به کار رفته در ربات

مشخصات موتورها و حسگرهای به کار رفته در ربات در جدول 2 آمده است.



شکل 21 نمودار زاویه خروجی با ضرایب تناسبی-انتگرالی-مشتق گیر تجربی به ازای زاویه مطلوب صفر

1- DSP: Digital Signal Processing

- [4] S. C. Lin, C.C. Tsai, "Development of a Self-Balancing Human Transportation Vehicle for the Teaching of Feedback Control", IEEE Trans, vol. 52, no. 1, Feb 2009, pp. 157-168.
- [5] T. Takei, R. Imamura, and S. Yuta, "Baggage transportation and navigation by a wheeled inverted pendulum mobile robot", IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2009, pp. 3985-3994.
- [6] J. Wu, Y. Liang, and Z. Wang, "A robust control method of two-wheeled self-balancing robot". In: 6th international forum on strategic technology (IFOST), 2011, pp. 1031-1035.
- [7] H.-T. Yau, C.-C. Wang, N.-S. Pai, and M.-J. Yang, "Robust control method applied in self-balancing two-wheeled robot", In: Second international symposium on knowledge acquisition and modeling, 2009, pp. 268-271.
- [8] Segway, Accessed 20 September 2008; www.segway.com
- [9] Winglet, Accessed 2 March 2013; www.toyota.com.hk
- [10] F. Grasser, A. D. Arrigo, S. Colombi, and A. Rufer, , Accessed 10 March 2010 .JOE: A Mobile, Inverted Pendulum. , Laboratory of Industrial Electronics, Swiss Federal Institute of Technology Lausanne, EPFL
- [11] nBot, Accessed 21 Dec 2014; http://www.geology.smu.edu/~dpa-www/robo/nbot/nbot_4.html
- [12] Blindman, Accessed 15 June 2013; <http://www.ece.ualberta.ca/~dlaing/index.html>, University of Alberta
- [13] equiBot, Accessed 15 September 2012; <http://zedomax.com/>
- [14] Bender, Accessed 9 August 2007; www.tedlarsen.com
- [15] SegBot, Accessed 13 August 2010; http://coecsl.ece.uiuc.edu/ge423/spring04/group9/objectives_design.htm , University of Illinois at Urbana-Champaign, USA
- [16] P. Afshari, *bifilar*, Accessed 20 September 2014; <http://engg.scu.ac.ir/HomePage.aspx?TabID=14875&Site=engg.scu.ac&Lang=fa-IR>. (In Persian)
- [17] M. Mashaghi tabari, *Design and manufacture self balance robot*, Tehran: Nashre olom, 2013. (In Persian)
- [18] G. Welch, and G. Bishop, Accessed 25 August 2014, An Introduction to the Kalman Filter, Department of Computer Science, University of North Carolina at Chapel Hill
- [19] A. Amiri, *Fusion*, Accessed 1 July 2014, <http://mindshine.ir> . (In Persian)
- [20] *PIDcontroller*, Accessed 12 December 2014; http://en.wikipedia.org/wiki/PID_controller

حداکثر 16 مگا هرتز را دارد. این سرعت پردازش با توجه به عملیات پیچیده ریاضی که در این فیلتر استفاده می‌شود، پایین است. برای استفاده از این فیلتر، عدم قطعیت هر حسگر به طور جداگانه باید محاسبه گردد. به دلایل فوق از فیلتر کالمن ساده شده در این ربات استفاده شد که نتایج بدست آمده از هر دو فیلتر (فیلتر کالمن ساده شده و فیلتر تکمیل کننده) نشان داد که فیلتر تکمیل کننده عملکرد بهتری نسبت به فیلتر کالمن ساده شده دارد. کنترل کننده تناسبی-انتگرالی نیز در این ربات به صورت دیجیتال در میکروکنترلر پیاده‌سازی شد. در این کنترل کننده، مستقیماً نرخ نمونه‌برداری در یک سیکل اجرای برنامه اندازه‌گیری شده و در محاسبات مورد استفاده قرار می‌گیرد. حذف مشتقگیر از کنترل کننده باعث ممانعت از ناپایداری سیستم به دلیل نویزهای موجود در محیط عملکرد ربات می‌شود. استفاده از زاویه انحراف ربات در الگوریتم کنترلی بدون در نظر گرفتن سرعت و شتاب موتورهای نیز یکی دیگر از نوآوری‌های به کار رفته در این ربات است. از جمله تست‌های انجام شده روی ربات می‌توان به ایجاد اغتشاش خارجی با اعمال ضربه به ربات، حرکت بر روی سطح لغزنده، حمل اشیاء نامتقارن اشاره کرد که در تمام تست‌های انجام شده ربات به طور کامل تعادل خود را حفظ کرده است.

8- مراجع

- [1] R. Ping Man Chan, K.A. Stol, and C. Roger Halkyard, "Review of Modeling and Control of Two-wheeled Robots," Annual Reviews in Control, 2013, pp. 89-103.
- [2] O. Boubaker, "The Inverted Pendulum Benchmark in Nonlinear Control Theory: A Survey. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2013, pp. 1-9.
- [3] G.H. Lee and S. Jung, "Line Tracking Control of a TwoWheeled Mobile Robot Using Visual Feedback," International Journal of Advanced Robotic Systems, 2013, pp. 1-8.