مجله مهندسی مکانیک مدرس، آذر 1394، دوره 15، شماره 9، ص‌ص 223-234

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

# تحلیل دینامیک غیرخطی موتور هوای گرم پیستون آزاد خورشیدی

شهریار زارع[1]، علیرضا توکل پور صالح[2*]

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز

* شیراز، صندوق پستی 13876-71557، tavakolpour@sutech.ac.ir

**اطلاعات مقاله**

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 09 خرداد 1394

پذیرش: 28 تیر 1394

ارائه در سایت: 24 مرداد 1394

*کلید واژگان:*

موتور هوای‌گرم پیستون آزاد

معادلات دینامیک غیرخطی

صفحه‌ی فازی

توان

**چکیده**

این مقاله به تحلیل دینامیک غیرخطی موتور هوای گرم پیستون آزاد خورشیدی اختصاص دارد. ابتدا معادلات دینامیکی و ترمودینامیکی موتور هوای‌گرم پیستون آزاد استخراج شده و سپس با ترکیب روابط، معادلات غیرخطی حاکم بر موتور هوای گرم پیستون آزاد حاصل شده است. با حل عددی معادلات غیرخطی و با استفاده از شبیه‌سازی سیستم در صفحه فاز به بررسی حرکت و سرعت پیستون‌ها در حالت پایدار پرداخته شده است. در ادامه تغییرات دما در محفظه‌ی گرم و سرد و اثر آن بر دامنه‌ی حرکت پیستون‌ها، کمینه و بیشینه‌ی حجم و فشار و کار تولیدی موتور مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به اینکه ضریب میرایی بین پیستون کار و محفظه در اثر تغییرات دما و شرایط محیطی در حال تغییر است، به مطالعه تأثیر آن بر دامنه‌ی حرکت پیستون‌ها، کمینه و بیشینه‌ی حجم و فشار و کار تولیدی موتور پرداخته شده است. نتیجه‌ی بدست آمده بیان گر این است که توان تولید شده در اثر افزایش ضریب میرایی دارای مقداری بهینه است. با استفاده از تغییر در هر یک از اجزای سازنده‌ی موتور از قبیل جرم پیستون‌های کار و جابه جاگر و سختی فنر آن‌ها به بررسی تأثیر تغییرات آن‌ها بر دامنه‌ی حرکت پیستون‌ها، کمینه و بیشینه‌ی حجم و فشار و کار تولیدی موتور پرداخته شده است. بازه‌ی تغییرات انجام شده در پارامترهای موتور هوای گرم پیستون آزاد طوری انتخاب گردیده‌اند که حرکت پیستون‌ها در سیکل حدی قرار گیرند. در آخر میزان حساسیت توان تولید شده در اثر تغییر هریک از پارامترهای ذکرشده مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.

# Nonlinear dynamic analysis of solar free piston hot-air engine

Shahryar Zare, Alireza Tavakolpour Saleh*

Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Shiraz University of Technology, Shiraz, Iran
*P.O.B. 71557-13876 Shiraz, Iran, tavakolpour@sutech.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 30 May 2015
Accepted 19 July 2015
Available Online 15 August 2015

*Keywords:*
Free piston hot-air engine
nonlinear dynamics
phase plane
power

ABSTRACT

This paper focuses on nonlinear dynamic analysis of a solar-powered free piston hot-air engine. First, dynamic and thermodynamic equations governing the free piston hot-air engine are extracted. Accordingly, by coupling the obtained relationships, nonlinear behavior of the free piston hot-air engine is simulated. Then, motion and velocity of the pistons in steady state condition are discussed using numerical solution of the nonlinear equations and using the phase plane analysis. Next, the stroke of pistons, maximum and minimum volumes and pressure as well as the produced work and power are studied corresponding to the change of temperatures in the hot and cold chambers. Since the damping coefficient between power piston and the cylinder wall is variable due to the temperature changes and environmental conditions, its effect on the stroke of pistons, maximum and minimum volumes, pressure, produced work and power is investigated. The results obtained clearly indicate that there is an optimal power for a certain value of damping coefficient. Then, the stroke of the pistons, maximum and minimum volume and pressure as well as the produced work and power are studied according to the changes in engine parameters such as mass and stiffness of work and displacer pistons. The ranges of variations of engine parameters are selected so that the motions of displacer and power pistons fall into a limit cycle. Finally, sensitivity analysis of the produced power is carried out considering changes in engine parameters.

## 1- مقدمه

موتورهای هوای گرم پیستون آزاد زیرمجموعه‌ای از موتورهای استرلینگ می‌باشند. موتور استرلینگ یک وسیله‌ی مکانیکی است که بر اساس یک چرخه‌ی ترمودینامیکی بسته به نام چرخه استرلینگ کار می‌کند که از نظر بازده برابر با چرخه‌ی کارنو است. حرکت این نوع موتورها در اثر انبساط و انقباض سیال کاری است که به علت تغییر دما رخ می‌دهد. بیل در سال 1964 اولین موتور هوای گرم پیستون آزاد را اختراع نمود. موتورهای هوای گرم پیستون آزاد قابلیت کار با انواع سوخت‌ها نظیر انرژی خورشیدی، انرژی هسته‌ای و غیره را دارا می‌باشند. بازده‌ی بالا و افت کم بازده‌ی این نوع موتورها نسبت به صفحات خورشیدی باعث توجه بیش از پیش پژوهشگران

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

Sh. Zare, A. Tavakolpour Saleh, Nonlinear dynamic analysis of solar free piston hot-air engine, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 15, No. 9, pp. 223-234, 2015 (In Persian)

به موتورهای هوای گرم پیستون آزاد شده است که بر این اساس تاکنون تحقیقات گسترده‌ای بر روی آن‌ها انجام گردیده است.

موتورهای استرلینگ به چهار بخش آلفا، بتا، گاما و پیستون آزاد تقسیم می‌شوند. تئوری استفاده شده برای تحلیل این نوع موتورها تئوری اشمیت است که ترکیبی از معادلات ترمودینامیکی و حرارتی است. موتورهای نوع پیستون آزاد به شش بخش دوتایی[1]، دیافراگمی[2]، تک‌کاره[3]، دوکاره[4]، پاندولی[5] و هیبریدی[6] تقسیم می‌شوند. گراهام واکر [1] به بررسی انواع موتورهای استرلینگ پرداخته و سپس روش طراحی این نوع موتورها را با استفاده از روابط ترمودینامیکی و تجربی مورد بررسی قرار داده است. گریفین [2] ابتدا به معرفی چرخه‌های موتورهای هوای گرم و روش کار کردن این نوع موتورها پرداخته و در آخر روش درجه سوم را برای طراحی موتورهای هوای گرم مختلف ارائه نموده است. میکالسن و روسیکلی [3] ابتدا به معرفی تاریخچه‌ی موتورهای هوای گرم پیستون آزاد پرداخته‌اند و سپس اقدام به معرفی انواع موتورهای هوای گرم پیستون آزاد مانند موتورهای تک‌کاره، دوکاره و پیستون با زاویه مخالف نموده‌اند و سپس معایب و مزایای هرکدام از موتورها را مورد بررسی قرار داده‌اند.

استخراج معادلات ترمودینامیکی و دینامیکی در راستای طراحی و تحلیل حرکت موتورهای هوای گرم پیستون آزاد امری ضروری و اساسی است. وانکوومنگ و پرومونگ [4] ابتدا به استخراج معادلات دینامیکی و ترمودینامیکی پرداخته و سپس سرعت حرکت پیستون جابه جاگر و پیستون کار و تغییرات فشار داخل محفظه موتور را نسبت به زمان مورد بررسی قرار داده‌اند و در آخر نتایج تئوری و عملی موتور هوای گرم پیستون آزاد را با هم مقایسه کرده‌اند. وانکومنگ و همکاران [5] ابتدا به معرفی چرخه استرلینگ و نحوه‌ی کارکرد آن پرداخته‌اند و سپس معادلات ترمودینامیکی و دینامیکی حاکم بر موتور را استخراج کرده و در آخر اقدام به ساخت موتور هوای گرم پیستون آزاد تک‌کاره کرده و سپس به مقایسه داده‌های تجربی و داده‌های حاصل‌شده از حل عددی معادلات حاکم بر موتور پیستون آزاد هوای گرم پرداخته‌اند. میناسیان و ساندرس [6] معادلات ترمودینامیکی و دینامیکی حاکم بر حرکت پیستون‌های به کار برده شده در موتور را استخراج کرده و سپس معادلات خطی حرکت را به فضای حالت تبدیل کرده‌اند. در ادامه اقدام به طراحی و ساخت موتورهای سه فاز هوای گرم پیستون آزاد دیافراگرمی در دمای متوسط کرده‌اند و سپس داده‌های تجربی و تحلیلی را با هم مقایسه نموده‌اند.

یکی از مهم‌ترین اجزای موتورهای هوای گرم پیستون آزاد بازیاب است. بازیاب یک مبادله‌گر حرارت است که به صورت یک اسفنج ترمودینامیکی، گرما را به طور متناوب جذب و دفع می‌کند. جنس و بازده بازیاب تأثیر مستقیم در عملکرد موتورهای پیستون آزاد هوای گرم دارد. کارواخال و همکاران [7] روشی برای آنالیز شبکه‌ای سیمی فولاد زد زنگ در شبکه‌های 100، 150، 250 در واحد اینچ بدست آورده‌اند و افت فشار در بازیاب را برای شبکه‌های مختلف در موتور هوای گرم نوع گاما محاسبه و با هم مقایسه نموده‌اند. در آخر شبکه‌ی فولاد زد زنگ 250 بیشترین درصد ضریب گرما و کمترین افت فشار را نسبت به شبکه‌های دیگر داشته است. قتیح و همکاران [8] مواد مختلف نظیر مواد آلومینیومی، فولاد زد زنگ، مس و مونل 400 را در بازیاب موتور هوای گرم نوع گاما بکار گرفته و به مطالعه تأثیر جنس‌های مختلف بر بازده و عملکرد موتور هوای گرم پرداخته‌اند. دادسون و همکاران [9] به بررسی بازیاب‌های استفاده شده در موتورهای استرلینگ پرداخته و سپس بازده بازیاب‌ها را بر اساس افت فشار و انتقال گرما بین دو منبع سرد و گرم مورد بررسی قرار دادند.

تاکنون تحقیقات گسترده‌ای بر روی انواع موتورهای استرلینگ انجام شده است. فورموسا و چایلوت [10] به بررسی تئوری گرمایی و دینامیکی به وسیله‌ی تئوری اشمیت پرداخته و سپس بر اساس شبیه‌سازی، موتور هوای‌گرم پیستون آزاد را مورد بررسی قرار دادند. پانسویک و همکاران [11] مدل‌های ساخته‌شده به وسیله‌ی ناسا را بر اساس پارامترهای هر موتور مورد مطالعه و بررسی قرار داده و سپس به بررسی توان و کار موتورهای پیستون آزاد پرداخته‌اند. ریفریو و بارس [12] ابتدا به طراحی مدل دینامیکی کمپرسورهای پیستون آزاد پرداخته و سپس اقدام به ساخت نموده و داده‌های آزمایشگاهی و عددی را با هم مقایسه نموده‌اند. توکل‌پور و همکاران [13] اقدام به ساخت موتور هوای گرم دما پایین از نوع گاما کرده که دمای منبع سرد 20 درجه و دمای منبع گرم آن 100 درجه است. این موتور مجهز به کلکتور تخت خورشیدی بوده و با دو سیلندر گاما طراحی و ساخته شد. مدل ریاضی بر اساس اصول ترمودینامیکی بعد محدود و پارامترهای بدون بعد استخراج شده که در آن تأثیر راندمان بازیاب و دمای واقعی گاز در فضای انبساط و تراکم لحاظ گردیده است. محاسبه کار و زاویه فاز بر اساس تئوری اشمیت انجام شده است. جیمز وود و بیل [14] موتور هوای گرم پیستون آزاد 7 کیلووات مدل سان پاور را مورد بررسی قرار داده و سپس به تحلیل ساختار این نوع موتورها پرداخته‌اند. دینگ گوز هنگ و همکاران [15] ابتدا به معرفی چرخه‌ی استرلینگ پرداخته و سپس نوعی از موتور استرلینگ با توان 3 کیلووات را مورد بررسی قرار دادند. جوکار و توکل‌پور [16] به طراحی و ساخت یک پمپ هوشمند استرلینگ خورشیدی پرداخته‌اند. این موتور از یک پیستون جابه جاگر و یک پیستون کار مایع تشکیل شده است که بر اساس تابش خورشید آب را به ارتفاع معین پمپ می‌کند. همچنین سرعت مورد نظر پیستون جابه جاگر به وسیله‌ی واحد کنترل انتخاب گردیده است. زارع و همکاران [17] به بررسی تأثیر انتقال حرارت محدود بر دینامیک موتورهای هوای گرم پیستون آزاد خورشیدی به وسیله‌ی روش کنترل خطی پرداخته‌اند.

تاکنون تحلیل موتورهای هوای‌گرم پیستون آزاد بر اساس معادلات خطی صورت پذیرفته است که با واقعیت تفاوت زیادی دارد. در این مقاله ابتدا معادلات غیرخطی حاکم بر حرکت پیستون‌ها استخراج شده و سپس به بررسی اثر دمای محفظه گرم و سرد بر روی طول کورس حرکت پیستون‌ها، کمینه و بیشینه‌ی فشار و حجم موتور و کار تولید شده در هر چرخه پرداخته شده است. ضریب میرایی یکی از پارامترهای مهم در عملکرد موتورهای هوای‌گرم پیستون آزاد است. مقدار ضریب میرایی در این نوع موتورها به دلیل تغییر دما در محفظه‌ی موتور، دائماً در حال زیاد و کم شدن است. در این مقاله اثر تغییر ضریب میرایی بر روی طول کورس حرکت پیستون‌ها، کمینه و بیشینه‌ی فشار و حجم موتور و کار تولید شده در هر چرخه مورد بررسی قرارگرفته شده است. برای بهبود کارکرد موتورهای هوای گرم پیستون آزاد می‌توان با تغییر جرم و سختی فنر پیستون‌های کار و جابه جاگر بازده کاری این نوع موتورها را افزایش داد.

1- Duplex
2- Diaphragm
3- Single - Acting
4- Double - Acting
5- Pendulum
6- Hybrid

## 2- موتور هوای گرم پیستون آزاد

با توجه به شکل 1 موتورهای هوای گرم پیستون‌آزاد شامل پیستون کار، پیستون جابه جاگر و فنرهای متصل به پیستون‌های کار و جابه جاگر می‌باشند. پیستون کار و جابه جاگر به وسیله‌ی فنرهای مربوط به هرکدام به محفظه متصل شده‌اند. بین پیستون کار و جابه جاگر هیچ اتصال مکانیکی وجود ندارد و حرکت همزمان آن‌ها به وسیله‌ی دینامیک فشار ایجاد شده در محفظه است. در مدل ارائه شده در شکل 1 بازیاب در فضای بین پیستون جابه جاگر و محفظه‌ی موتور قرار دارد. نقش بازیاب دریافت گرما از سیال کاری در یک مرحله و انتقال گرما به سیال کاری در مرحله‌ی دیگر است. همچنین حجم بازیاب ثابت بوده، اما حجم فضای سرد و گرم در موتور هوای گرم پیستون آزاد دائماً در حال تغییر است.

با توجه به شکل 1 به فضای گرم موتور حرارت داده می‌شود تا به دمای معینی برسد. آنگاه در اثر افزایش دما، فشار داخل محفظه افزایش می‌یابد و در اثر افزایش فشار، پیستون کار و جابه جاگر شروع به حرکت کردن به سمت پایین می‌کنند. اما به دلیل سبک‌تر بودن جرم پیستون جابه جاگر شتاب ایجاد شده در آن نسبت به پیستون کار بیشتر است، در نتیجه با سرعت بیشتری به سمت پایین حرکت می‌کند. در نتیجه در اثر پایین آمدن دو پیستون، فضای سرد موتور کاهش می‌یابد و سیال کاری از فضای سرد به وسیله‌ی بازیاب به فضای گرم انتقال پیدا می‌کند. انتقال تا جایی ادامه دارد که حجم فضای سرد به کمترین مقدار ممکن رسیده و در اثر آن پیستون‌های

**شکل 1** شمای کلی موتور هوای گرم پیستون آزاد

جابه جاگر و کار با حرکتی پیوسته با هم حرکت می‌کنند. زمانی که پیستون جابه جاگر از حالت تعادل خود عبور کند، فنر متصل به پیستون جابه جاگر در خلاف جهت حرکت پیستون نیرو وارد کرده و در نتیجه شتاب جابه جاگر کاهش می‌یابد و پیستون جابه جاگر از پیستون کار جدا شده ولی همچنان پیستون کار به سمت پایین در حال حرکت است و حجم سیال کاری افزایش می‌یابد. اما وقتی پیستون کار نیز به پایین نقطه‌ی تعادل خود برسد آنگاه فنر متصل به پیستون کار در برابر حرکت پیستون واکنش نشان داده و از شتاب حرکتی پیستون کار کاسته می‌شود. در این زمان پیستون جابه جاگر با سرعت به سمت بالای محفظه‌ی موتور حرکت می‌کند و در نتیجه سیال کاری از فضای گرم به فضای سرد وارد می‌شود. درحالی‌که حرکت پیستون کار همچنان به سمت پایین است، با افزایش فضای سرد در موتور و کاهش فشار در فضای بالای پیستون کار و همچنین افزایش نیروی فنر متصل به پیستون کار، حرکت رو به پایین پیستون کار متوقف شده و سپس پیستون کار به سمت بالا حرکت خواهد کرد. در این مرحله حجم سیال کاری کاهش می‌یابد. زمانی که پیستون کار و جابه جاگر به نقطه‌ی مرگ بالای خودشان برسند حجم سیال کاری به کمترین حد ممکن در هر چرخه می‌رسد. در این مرحله یک چرخه کامل انجام شده است. این چرخه در زمان کارکرد موتور بارها تکرار می‌شود.

## 3-مدل سازی سیستم دینامیکی

با توجه به شکل 1 و بر اساس قانون اول نیوتن معادلات حرکت پیستون کار و جابه جاگر به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$\mathbf{M_d\ddot{x} = -PA + P(A - A_r) + P_{atm}A_r - K_d(x - l_d) - b_d\dot{x} - b(\dot{x} - \dot{y}) - M_dg} \quad (1)$$

$$\mathbf{M_p\ddot{y} = P(A - A_r) + P_{atm}A_r - K_p(y - l_p) - b_p\dot{y} - b(\dot{y} - \dot{x}) - M_pg} \quad (2)$$

با فرض اینکه در شروع حرکت پیستون‌های کار و جابه جاگر در وضعیت تعادل استاتیکی قرار داشته باشند، آن‌گاه $\mathbf{x = 0}$ و $\mathbf{y = 0}$ می‌باشند. در نتیجه معادلات حاکم در حالت تعادل استاتیکی به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\mathbf{K_dl_d = M_dg + P_0A_r - P_{atm}A_r} \quad (3)$$

$$\mathbf{K_pl_p = M_pg + P_0(A - A_r) - P_{atm}(A - A_r)} \quad (4)$$

معادله‌های (3) و (4) نشان می‌دهد که طول استاتیکی فنرهای متصل به پیستون‌های کار و جابه جاگر ناشی از تغییرات فشار و نیروی گرانشی است. به ترتیب با جایگذاری معادله‌های (3) و (4) در معادلات (1) و (2)، رابطه‌های (5) و (6) حاصل می‌گردند [1]:

$$M_p\ddot{y} + b(\dot{y} - \dot{x}) + b_p\dot{y} + K_py = -(\mathbf{P - P_0)(A - A_r)} \quad (5)$$

$$\mathbf{M_d\ddot{x} + b(\dot{x} - \dot{y}) + b_d\dot{x} + K_dx = -(P - P_0)A_r} \quad (6)$$

روابط (5) و (6) بیان‌گر دو معادله‌ی کوپل شده می‌باشند که تغییرات فشار عامل کوپل شدن معادلات است. معادله‌ی فشار غیرخطی با توجه به تئوری اشمیت به شرح زیر است [1]:

$$\mathbf{P = MR\left(\frac{V_k}{T_k} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{V_r\ln(T_h/T_k)}{(T_h - T_k)}\right)^{-1}} \quad (7)$$

در معادله‌ی (7) $\mathbf{V_k}$ ، $\mathbf{V_h}$ و $\mathbf{V_r}$ به ترتیب حجم فضای سرد، گرم و بازیاب می‌باشند. $\mathbf{T_h}$ و $\mathbf{T_k}$ به ترتیب دمای منبع گرم و سرد می‌باشند.

با توجه با شکل 1 تغییرات حرکت پیستون کار با $\mathbf{y}$ و تغییرات حرکت پیستون جابه جاگر با $\mathbf{x}$ نشان داده شده است. با در نظر گرفتن شکل 1، حجم لحظه‌ای فضای سرد و گرم به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\mathbf{V_h = V_{ho} - Ax} \tag{8}$$

$$\mathbf{V_k = V_{ko} + (A - A_r)x - (A - A_r)y} \tag{9}$$

با ترکیب معادلات (5) تا (9) ، معادلات غیرخطی حرکت سیستم حاصل می‌شود:

$$\mathbf{M_p\ddot{y} + b(\dot{y} - \dot{x}) + b_p\dot{y} + K_p y} = -(\mathbf{MR}(\frac{\mathbf{V_{ko} + (A - A_r)x - (A - A_r)y}}{\mathbf{T_k}} + \frac{\mathbf{V_{ho} - Ax}}{\mathbf{T_h}} + \frac{\mathbf{V_r \ln(T_h/T_k)}}{\mathbf{(T_h - T_k)}})^{-1} - \mathbf{P_0})(\mathbf{A - A_r}) \tag{10}$$

$$\mathbf{M_d\ddot{x} + b(\dot{x} - \dot{y}) + b_d\dot{x} + K_d x} = -(\mathbf{MR}(\frac{\mathbf{V_{ko} + (A - A_r)x - (A - A_r)y}}{\mathbf{T_k}} + \frac{\mathbf{V_{ho} - Ax}}{\mathbf{T_h}} + \frac{\mathbf{V_r \ln(T_h/T_k)}}{\mathbf{(T_h - T_k)}})^{-1} - \mathbf{P_0})(\mathbf{A_r}) \tag{11}$$

## 4-روش حل معادلات

با توجه به معادلات غیرخطی (10) و (11)، روش حل عددی تفاضل محدود مرکزی برای به دست آوردن حرکت و سرعت پیستون‌ها پیشنهاد می‌گردد. معادلات غیرخطی حرکت سیستم را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$\mathbf{[m]\ddot{\vec{x}} + [c]\dot{\vec{x}} + [k]\vec{x} = \vec{F}} \tag{12}$$

که ماتریس‌های جرم، میرایی، سختی فنر و نیرو به شرح زیر می‌باشند:

$$\mathbf{[m]} = \begin{bmatrix} \mathbf{M_d} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M_p} \end{bmatrix} \tag{13}$$

$$\mathbf{[c]} = \begin{bmatrix} \mathbf{b + b_d} & \mathbf{-b} \\ \mathbf{-b} & \mathbf{b + b_p} \end{bmatrix} \tag{14}$$

$$\mathbf{[k]} = \begin{bmatrix} \mathbf{K_d} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K_p} \end{bmatrix} \tag{15}$$

$$\mathbf{\vec{F}} = \begin{bmatrix} \mathbf{-(P - P_0)A_r} \\ \mathbf{-(P - P_0)(A - A_r)} \end{bmatrix} \tag{16}$$

با توجه به روش تفاضل محدود، تغییرات سرعت و حرکت پیستون‌های کار و جابه جاگر به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{\vec{x}_{i+1}} \\ \mathbf{\vec{y}_{i+1}} \end{bmatrix} = \left[\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{(\Delta t)^2}}\mathbf{[m]} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2\Delta t}}\mathbf{[c]}\right]^{-1} \left[\mathbf{\vec{F}_i} - \left(\mathbf{[k]} - \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{(\Delta t)^2}}\mathbf{[m]}\right)\mathbf{\vec{x}_i} - \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{(\Delta t)^2}}\mathbf{[m]} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2\Delta t}}\mathbf{[c]}\right)\mathbf{\vec{x}_{i-1}}\right] \tag{17}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{\dot{\vec{x}}_{i+1}} \\ \mathbf{\dot{\vec{y}}_{i+1}} \end{bmatrix} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2\Delta t}}\mathbf{[\vec{x}_{i+1} - \vec{x}_{i-1}]} \tag{18}$$

## 5-بحث و نتایج

در این بخش با استفاده از حل تحلیلی معادلات غیرخطی (10) و (11) و بر اساس پارامترهای جدول 1، حرکت و سرعت پیستون کار و جابه جاگر به دست آمده و در ادامه به بررسی اثر تغییرات پارامترهای تشکیل‌دهنده‌ی موتور بر تولید کار، دامنه، فشار و حجم پرداخته شده است.

### 5-1- بررسی حرکت پیستون کار و جابه جاگر

در طراحی موتورهای هوای گرم پیستون آزاد برای مشخص کردن ابعاد محفظه‌ی اصلی که پیستون‌ها در آن قرار می‌گیرند باید بتوان طول کورس حرکت پیستون‌های کار و جابه جاگر را محاسبه نمود. با توجه به پارامترهای جدول 1 حرکت پیستون کار و جابه جاگر در شکل‌های 2، 3، 4 و 5 نشان داده شده است. شکل 2 شروع حرکت اولیه‌ی پیستون کار را نشان می‌دهد که بعد از مدتی فرکانس حرکت پیستون کار ثابت‌شده و طول دامنه‌ی حرکت نیز به مقداری معین می‌رسد (شکل 3). شکل 4 نیز حرکت متناوب پیستون جابه جاگر را در آغاز راه‌اندازی موتور نشان می‌دهد که بعد از مدتی طول دامنه‌ی حرکت آن به مقداری ثابت می‌رسد (شکل 5).

### 5-2- بررسی سرعت پیستون کار و جابه جاگر

با توجه به مکانیزم حرکتی موتورهای هوای گرم پیستون آزاد جرم پیستون جابه جاگر نسبت به جرم پیستون کار کمتر در نظر گرفته می‌شود. در نتیجه کمینه و بیشینه‌ی سرعت پیستون جابه جاگر نسبت به پیستون کار بیشتر است. در شکل 6 و 7 سرعت پیستون جابه جاگر و پیستون کار در حالت پایدار نشان داده شده است که اندازه‌ی سرعت پیستون جابه جاگر در دو حالت کمینه و بیشینه نسبت به سرعت پیستون کار بیشتر است.

### 5-3- بررسی حالت حرکتی پیستون کار و جابه جاگر به وسیله‌ی صفحه‌ی فازی

پیستون‌های کار و جابه جاگر تحت نیروی هارمونیکی غیرخطی قرار دارند، انتخاب مناسب مقادیر پارامترهای تشکیل‌دهنده‌ی موتور باعث می‌شود که مسیر حرکت پیستون کار و جابه جاگر بعد از مدتی در یک سیکل حدی قرار گیرد و حرکت آنها به حالت پایدار برسد. در واقع با قرار گرفتن حرکت

**شکل 2** حرکت پیستون کار در آغاز راه‌اندازی

**جدول 1** مقادیر عددی پارامترهای حاکم بر معادلات [1]

| نماد پارامتر | مقدار پارامتر |
|---|---|
| $A$ | 0/0028 (m²) |
| $A_r$ | 0/000158(m²) |
| $b_d$ | 0/1(N.s/m) |
| $b_p$ | 5(N.s/m) |
| $l_d$ | 0/12(m) |
| $l_p$ | 0/09(m) |
| $M_p$ | 580(g) |
| $M_d$ | 210(g) |
| $K_d$ | 810(N/m) |
| $K_P$ | 1015(N/m) |
| $T_h$ | 700(K) |
| $T_k$ | 300(K) |

**شکل 3** حرکت پیستون کار در حالت پایدار

**شکل 4** حرکت پیستون جابه جاگر در حالت آغازین

**شکل 5** حرکت پیستون جابه جاگر در حالت پایدار

**شکل 6** سرعت حرکت پیستون جابه جاگر در حالت پایدار

پیستون‌ها در سیکل حدی، فرکانس حرکت سیستم به یک مقدار ثابت می‌رسد. با توجه به اینکه معادلات مرتبه‌ی دو (10) و (11) به صورت کوپل می‌باشند، در نتیجه با ترکیب آنها معادله‌ی سیستم دینامیکی موتور به صورت مرتبه چهار حاصل می‌گردد. پس می‌توان در راستای اثبات پایداری سیکل حدی به وجود آمده در اثر حرکت پیستون‌های کار و جابه جاگر، با حل عددی معادلات کوپل و با توجه به شرایط اولیه‌ی حرکت پیستون‌ها وجود سیکل حدی را مورد بررسی قرار داد [18]. در شکل 8 مسیر حرکت پیستون جابه جاگر در شرایطی که شروع حرکت آن در داخل سیکل حدی قرار دارد ترسیم گردیده است. در شکل 9 مسیر حرکت پیستون جابه جاگر در حالتی که شروع حرکت آن در بیرون از سیکل حدی قرار دارد نشان داده شده است. با توجه به شکل‌های 8 و 9 حرکت پیستون بعد از مدتی به سمت سیکل حدی میل کرده است که این امر نشان‌گر پایداری سیکل حدی ایجاد شده به وسیله‌ی پیستون جابه جاگر است [18]. همچنین در شکل‌های 10 و 11 به ترتیب سیکل حدی ایجاد شده به وسیله‌ی حرکت پیستون کار در دو شرایطی که شروع حرکت پیستون در داخل و خارج سیکل حدی باشد، ترسیم شده است که در هر دو حالت حرکت پیستون کار به سمت سیکل حدی ایجاد شده میل کرده است. در نتیجه می‌توان گفت که سیکل حدی ایجاد شده پایدار است [18].

## 5-4- تأثیر دمای محفظه‌ی گرم و سرد بر روی دامنه، حجم، فشار و کار ایجاد شده در یک چرخه کاری موتور

در تئوری اشمیت [1] فرض بر این است که اگر بازده بازیاب 100 درصد و

**شکل 7** سرعت حرکت پیستون کار در حالت پایدار

**شکل 8** صفحه فازی پیستون جابه جاگر (حرکت اولیه درون سیکل حدی)

**شکل 9** صفحه‌ی فاز پیستون جابه جاگر (حرکت اولیه بیرون از سیکل حدی)

**شکل 10** صفحه‌ی فازی پیستون کار (حرکت اولیه درون سیکل حدی)

**شکل 11** صفحه‌ی فاز پیستون کار (حرکت اولیه خارج از سیکل حدی)

همچنین ضریب انتقال گرما از منبع گرم به محفظه¬ی گرم و از محفظه¬ی سرد به منبع سرد بی‌نهایت باشد، آنگاه می¬توان دمای منبع گرم و سرد را با دمای گاز در محفظه¬ی سرد و گرم برابر در نظر گرفت. اما در عمل به علت اینکه بازده بازیاب کمتر از 100 درصد است و همچنین ضریب انتقال گرما محدود است، دمای محفظه‌ی گرم از دمای منبع گرم کمتر بوده و دمای محفظه‌ی سرد نیز از دمای منبع سرد بیشتر باشد [16،13]. با توجه به جدول 1 دمای محفظه‌ی گرم برابر با 700 درجه کلوین در نظر گرفته شده است اما در عمل دمای محفظه‌ی گرم کمتر از این مقدار است. در شکل 12 تا 15 با شرط اینکه حرکت پیستون‌ها هم چنان در یک سیکل حدی قرار داشته باشند، اثر تغییر دما از 685 درجه کلوین تا 700 درجه کلوین را بر روی طول کورس، حجم، فشار و کار تولید شده در پیستون کار و جابه جاگر نشان داده است. در شکل 12 با افزایش دمای محفظه‌ی گرم، دامنه‌ی پیستون جابه جاگر و کار به ترتیب از 0/06 و 0/09 متر به 0/17 و 0/155 متر افزایش یافته است. همچنین در شکل 13 با افزایش دمای محفظه‌ی گرم، بیشینه و کمینه‌ی حجم کل موتور هوای گرم پیستون آزاد به ترتیب از 0/00037 به 0/00051 متر مکعب افزایش و از 0/00022 به 0/00008 متر مکعب کاهش یافته است. شکل 14 اثر تغییر دمای محفظه‌ی گرم را بر افزایش بیشینه فشار از 1/28 به 1/68 بار و کم شدن کمینه فشار داخل محفظه‌ی از 1/04 به 0/85 بار را نشان می‌دهد. همچنین در شکل 15 افزایش کار ایجاد شده در هر چرخه در اثر افزایش دمای محفظه‌ی گرم نشان داده شده است به طوری که کار تولیدی از 1/5 به 5/25 ژول افزایش می‌یابد.

با توجه به شکل 15 و جدول 1 حساسیت توان تولیدی در موتورهای هوای گرم نسبت به دمای منبع گرم بسیار زیاد بوده و با افزایش دمای 15 درجه کلوین، توان تولید شده در هر چرخه از 14/64 وات به 51/24 وات افزایش پیدا می‌کند.

شکل‌های 16 تا 19 اثر افزایش دمای محفظه‌ی سرد از 300 تا 310 کلوین را به ترتیب بر روی دامنه‌ی پیستون کار و جابه جاگر، کمینه و بیشینه‌ی حجم و فشار موتور هوای گرم و کار تولید شده در هر چرخه با شرط حرکت پیستون‌ها در سیکل حدی، نشان می‌دهند. در شکل 16 با افزایش دمای محفظه سرد طول دامنه‌ی پیستون‌های کار و جابه جاگر به ترتیب از 0/155 و 0/17 متر به 0/088 و 0/062 متر کاهش یافته است. در شکل 17 در اثر افزایش دمای منبع سرد، بیشینه‌ی حجم کل از 0/00051 به 0/00037 متر مکعب کاهش و کمینه‌ی حجم کل از 0/00008 به 0/00022 متر مکعب افزایش یافته است. در شکل 18 در اثر افزایش دمای محفظه‌ی سرد، فشار بیشینه از 1/68 به 1/3 بار کاهش و فشار کمینه از 0/85 به 1 بار افزایش پیدا می‌کنند. کار تولید شده در هر چرخه در اثر افزایش دمای منبع سرد از 5/25 به 2 ژول کاهش پیدا کرده است که در شکل 19 نشان داده شده است.

**شکل 12** اثر افزایش دمای محفظه‌ی گرم بر روی طول دامنه‌ی پیستون‌های کار و جابه جاگر

**شکل 13** اثر دمای محفظه‌ی گرم بر روی کمینه و بیشینه حجم موتور هوای گرم پیستون آزاد

## 5-5- تأثیر ضریب میرایی بین پیستون کار و دیواره‌ی سیلندر بر روی دامنه، حجم، فشار و کار ایجاد شده در یک چرخه کاری موتور

در حالت تئوری نیروی میرایی وارد شده بر پیستون کار متناسب با سرعت حرکت پیستون است. اما در حالت واقعی ضریب میرایی وابسته به دمای سیال کاری بوده و به دلیل تغییر دمای سیال کاری ضریب میرایی نیز تغییر می‌کند. همچنین ضریب میرایی بین پیستون کار و محفظه ترکیبی از میرایی پسماند، کولمب و میرایی ویسکوز است. با توجه به این شرایط، در نظر گرفتن ضریب میرایی ثابت برای پیستون کار دور از واقعیت است. در شکل‌های 20 تا 23 اثر تغییرات ضریب میرایی بین پیستون کار و محفظه بر روی طول کورس پیستون‌ها، بیشینه و کمینه‌ی حجم و فشار سیستم و کار تولیدی در هر چرخه نشان داده شده است. با توجه به شکل 20 تأثیر افزایش ضریب میرایی بر روی طول دامنه‌ی پیستون‌ها بسیار کم است.

همچنین شیب نمودارها در شکل‌های 21 و 22 نیز نشان می‌دهد که افزایش ضریب میرایی در کمینه و بیشینه‌ی حجم و فشار تأثیر ندارد. اما با توجه به شکل 23، افزایش ضریب میرایی ابتدا باعث افزایش کار در هر چرخه

**شکل14** اثر دمای محفظه‌ی گرم بر روی کمینه و بیشینه فشار موتور هوای گرم پیستون آزاد

**شکل 15** اثر دمای محفظه‌ی گرم بر روی کار تولید شده در هر چرخه‌ی موتور هوای گرم پیستون آزاد

**شکل 16** اثر افزایش دمای محفظه‌ی سرد بر روی طول دامنه پیستون‌های کار و جابه جاگر

**شکل 17** اثر دمای محفظه‌ی سرد بر روی کمینه و بیشینه حجم موتور هوای گرم پیستون آزاد

سیستم می‌شود و افزایش بیشتر ضریب میرایی کار تولید شده در هر چرخه را کاهش می‌دهد، در نتیجه کار تولید شده در اثر تغییرات ضریب میرایی یک

حالت بهینه دارد.

**شکل 18** اثر دمای محفظه‌ی سرد بر روی کمینه و بیشینه فشار موتور هوای گرم پیستون آزاد

**شکل 19** اثر افزایش دمای محفظه‌ی سرد بر روی کار تولید شده در هر چرخه‌ی موتور هوای گرم پیستون آزاد

**شکل 20** اثر افزایش ضریب میرایی پیستون کار بر روی طول دامنه

**شکل 21** اثر افزایش ضریب میرایی پیستون کار بر روی کمینه و بیشینه حجم کل

**شکل 22** اثر افزایش ضریب میرایی پیستون کار بر روی کمینه و بیشینه فشار محفظه

**شکل 23** اثر افزایش ضریب میرایی پیستون کار بر روی کار تولید شده در هر چرخه

با توجه به شکل 23 سیستم در حالت بهینه توانی معادل 57/14 وات تولید می‌کند.

## 5-6- تأثیر جرم پیستون کار و جابه جاگر بر روی دامنه، حجم، فشار و کار ایجاد شده در یک چرخه کاری موتور

یکی از اجزای تعیین‌کننده در توان تولیدی موتورهای هوای گرم پیستون آزاد، جرم پیستون‌ها است. وظیفه‌ی پیستون جابه جاگر جابه‌جایی سیال کاری به منظور به حرکت در آمدن پیستون کار است. کار مفید در پیستون کار تولید می‌شود. اثر تغییرات جرم پیستون کار و پیستون جابه جاگر با شرط اینکه حرکت پیستون‌ها در سیکل حدی باقی بمانند، بر طول کورس، بیشینه و کمینه حجم و فشار سیستم و کار تولید در هر چرخه در شکل‌های 24 تا 30 نشان داده شده است. در شکل 24 در اثر افزایش 80 گرم جرم پیستون کار، طول کورس پیستون‌ها به شکل قابل‌ملاحظه‌ای افزایش یافته است به طوری که طول دامنه پیستون کار و جابه جاگر به ترتیب از 0/155 و 0/17 متر به 0/47 و 0/5 متر افزایش یافته است. همچنین افزایش جرم پیستون کار بیشینه‌ی فشار را به ترتیب از 1/68 به 7/6 بار افزایش و کمینه را از 0/85 به 0/5 بار کاهش می‌دهد (شکل 25). همچنین با توجه به شکل 26 با افزایش جرم پیستون کار، کار تولیدی ابتدا افزایش و سپس کاهش و در نهایت افزایش پیدا می‌کند. با توجه به طراحی محفظه موتور، محدوده‌ی طول کورس پیستون‌ها محدود است. در نتیجه باید جرم پیستون کار طوری انتخاب گردد که هم کار تولیدی بیشینه باشد و هم محدوده‌ی طول کورس رعایت شود.

با توجه به شکل 27 با افزایش 2/5 گرمی جرم پیستون جابه جاگر، طول کورس پیستون‌های کار و جابه جاگر به ترتیب از 0/155 و 0/17 متر به 0/09 و 0/06 کاهش پیدا می‌کنند. همچنین با توجه به شکل 28 در اثر افزایش 2/5 گرمی جرم پیستون جابه جاگر، بیشینه و کمینه‌ی حجم کل به ترتیب از 0/00051 و 0/00008 متر مکعب به 0/00038 و 0/00021 متر مکعب کاهش و افزایش پیدا کرده‌اند. بر طبق شکل 29 در اثر افزایش جرم پیستون جابه جاگر به مقدار 2/5 گرم، بیشینه‌ی فشار از 1/68 به 1/28 بار کاهش و کمینه‌ی فشار نیز از 0/85 به 1 بار افزایش یافته است. در شکل 30 با افزایش جرم پیستون جابه جاگر، کار تولیدی در هر چرخه به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد به طوری که کار تولیدی از 5/3 به 0/5 ژول نزول می‌کند. شکل 30 حساسیت کار تولیدی در هر چرخه را نسبت به افزایش و یا کاهش جرم پیستون جابه جاگر نشان می‌دهد. همچنین در اثر افزایش 2/5 گرمی جرم پیستون جابه جاگر، توان تولیدی از 51/24 وات به 4/94 وات کاهش یافته است.

**شکل 24** اثر افزایش جرم پیستون کار بر روی طول دامنه‌ی پیستون‌ها

**شکل 25** اثر افزایش جرم پیستون کار بر روی کمینه و بیشینه‌ی فشار

**شکل 26** اثر افزایش جرم پیستون کار بر روی کار تولید شده در هر چرخه

**شکل 27** اثر افزایش جرم پیستون جابه جاگر بر روی طول کورس پیستون‌ها

## 5-7- تأثیر سختی فنر پیستون کار و جابه جاگر بر روی دامنه، حجم، فشار و کار ایجاد شده در یک چرخه کاری موتور

سختی فنرهای متصل به پیستون‌های کار و جابه جاگر یکی از پارامترهایی است که امکان تغییر آن بعد از مرحله ساخت موتور فراهم می‌باشند. در واقع

**شکل 28** اثر افزایش جرم پیستون جابه جاگر بر روی کمینه و بیشینه‌ی حجم

**شکل 29** اثر افزایش جرم پیستون جابه جاگر بر روی کمینه و بیشینه‌ی فشار

طراحی موتورهای هوای گرم پیستون آزاد به روش‌های تحلیلی صورت می‌گیرد و بر اساس آن موتور ساخته می‌شود اما در عمل به علت شرایط غیرقابل پیش‌بینی ممکن است سیستم کارایی لازم و قابل پیش‌بینی را نداشته باشد. در نتیجه با استفاده از تغییر سختی فنرها می‌توان عملکرد موتور را به حد مطلوب و به حالت تئوری نزدیک کرد [1]. با توجه به اهمیت مقدار سختی فنرها، در شکل‌های 31 تا 37 به بررسی اثر تغییرات سختی فنرهای پیستون کار و جابه جاگر بر روی طول دامنه، کمینه و بیشینه‌ی حجم و فشار و کار تولیدی در هر چرخه پرداخته شده است.

در شکل 31 افزایش 20 نیوتن بر متر سختی فنر پیستون کار باعث کاهش طول دامنه‌ی پیستون‌های کار و جابه جاگر از 0/155 و 0/17 متر به 0/09 و 0/08 متر شده است. در شکل 32 در اثر افزایش سختی فنر پیستون کار بیشینه حجم کل از 0/00051 به 0/0004 متر مکعب کاهش و کمینه‌ی حجم کل از 0/00008 به 0/00019 متر مکعب افزایش پیدا کرده است. در شکل 33 افزایش سختی پیستون کار باعث کاهش بیشینه‌ی فشار از 1/68 به 1/35 بار و افزایش کمینه‌ی فشار از 0/85 به 0/89 بار شده است. با توجه به شکل 34 افزایش سختی فنر پیستون کار باعث کاهش شدید کار تولیدی از 5/3 به 1/9 ژول در هر چرخه می‌شود به طوری که توان تولیدی از 51/24 وات به 17/79 وات تنزل پیدا کرده است.

در شکل 35 با افزایش سختی فنر پیستون جابه جاگر از 810 به 890 نیوتن بر متر کورس پیستون‌های کار و جابه جاگر به ترتیب از 0/155 و 0/17 متر به 0/39 و 0/42 متر افزایش یافته است. در شکل 36 با افزایش سختی فنر پیستون جابه جاگر، بیشینه‌ی فشار از 1/68 به 4/5 بار افزایش و کمینه‌ی فشار نیز از 0/85 به 0/5 بار کاهش پیدا می‌کند. شکل 37 کار تولیدی در هر چرخه را نشان می‌دهد. با افزایش سختی فنر پیستون جابه جاگر کار تولیدی به صورت نوسانی در حال تغییر است.

با توجه به شکل 37 باید سختی فنر جابه جاگر طوری طراحی شود که کار تولیدی در هر چرخه در حالت بهینه باشد. در ضمن برای انتخاب مقدار سختی فنر پیستون جابه جاگر رعایت محدوده‌ی طول کورس پیستون‌ها نیز باید مد نظر قرار گیرد.

شایان ذکر است که محدوده‌ی تغییرات سختی فنر پیستون‌ها طوری انتخاب گردیده است که سیستم در سیکل حدی پایدار باقی بماند.

## 6-نتیجه‌گیری

معادلات دینامیکی موتورهای هوای گرم پیستون آزاد استخراج و سپس به وسیله‌ی روش‌های عددی به بررسی حرکت پیستون‌ها پرداخته شد. پاسخ دینامیکی معادلات با توجه تغییرات دمای محفظه‌ی گرم و سرد، ضریب میرایی، جرم پیستون کار و جابه جاگر و سختی فنر پیستون‌ها بررسی شدند.

**شکل 30** اثر افزایش جرم پیستون جابه جاگر بر روی کار تولید شده در هر چرخه

**شکل 31** اثر افزایش سختی پیستون کار بر روی طول دامنه‌ی پیستون‌ها

**شکل 32** اثر افزایش سختی پیستون کار بر روی کمینه و بیشینه‌ی حجم

**شکل 33** اثر افزایش سختی پیستون کار بر روی کمینه و بیشینه‌ی فشار

**شکل 34** اثر افزایش سختی پیستون کار بر روی کار تولید شده در هر چرخه

با تغییر اندکی در پارامترها توان ایجاد شده در هر چرخه به شدت کاهش و یا افزایش یافت. اثر جرم پیستون جابه جاگر بر روی توان موتور هوای گرم پیستون آزاد بسیار زیاد است به طوری که تغییر تنها 2/5 گرم در جرم پیستون جابه جاگر، توان موتور را از 51/24 وات به 4/94 وات کاهش خواهد داد. سختی فنر پیستون کار نیز تنها با تغییر 20 نیوتون بر متر توان موتور را از 51/24 وات به 17/79 وات کاهش داده است. همچنین کاهش تنها 15 درجه کلوین دمای محفظه‌ی گرم باعث کاهش 36/6 وات نسبت به حالت اولیه موتور و بر اساس جدول 1 شده است. با افزایش 10 درجه کلوین دمای

**شکل 35** اثر افزایش سختی پیستون جابه جاگر بر روی کورس پیستون‌ها

**شکل 36** اثر افزایش سختی پیستون جابه جاگر بر روی کمینه و بیشینه‌ی فشار

**شکل 37** اثر افزایش سختی پیستون جابه جاگر بر روی کار تولید شده در هر چرخه

محفظه‌ی سرد، توان تولیدی موتور در هر چرخه از 51/24 وات به 19/766 وات تنزل پیدا کرده است. همچنین برای انتخاب پارامترهایی همچون ضریب میرایی بین پیستون کار و محفظه، سختی فنر جابه جاگر و جرم پیستون کار باید حالتی بهینه انتخاب شود. در کل برای طراحی موتورهای هوای گرم پیستون آزاد نیاز به هماهنگی بین تمام اجزای موتور است. یعنی باید اثر تمام پارامترهای موتور هم زمان در نظر گرفته شود و هم چنین باید شرط سیکل حدی و محدودیت ابعادی موتور نیز در انتخاب مقدار پارامترهای موتور هوای گرم پیستون آزاد لحاظ گردد.

## 7- علائم

| | |
|---|---|
| $A$ | مساحت پیستون کار و جابه‌جاگر ($m^2$) |
| $A_r$ | مساحت میله‌ی متصل به پیستون جابه‌جاگر ($m^2$) |
| $b$ | ضریب میرایی بین پیستون کار و جابه‌جاگر ($N.s/m$) |
| $b_d$ | ضریب میرایی بین پیستون جابه‌جاگر و محفظه ($N.s/m$) |
| $b_p$ | ضریب میرایی بین پیستون کار و محفظه($N.s/m$) |
| $K_d$ | سختی فنر پیستون جابه‌جاگر($N/m$) |
| $K_p$ | سختی فنر پیستون کار($N/m$) |
| $l_d$ | طول فنر پیستون جابه جاگر در حالت اولیه (m) |
| $l_p$ | طول فنر پیستون کار در حالت اولیه (m) |
| $M$ | جرم هوای داخل موتور (kg) |
| $M_d$ | جرم پیستون جابه‌جاگر(kg) |
| $M_p$ | جرم پیستون کار(kg) |
| $P$ | فشار داخل محفظه ($N/m^2$) |
| $P_0$ | فشار محیط ($N/m^2$) |
| $T_h$ | دمای فضای گرم (K) |
| $T_k$ | دمای فضای سرد (K) |
| $V_h$ | حجم فضای گرم ($m^3$) |
| $V_{ho}$ | حجم اولیه‌ی فضای گرم ($m^3$) |
| $V_k$ | حجم فضای سرد($m^3$) |
| $V_{ko}$ | حجم اولیه‌ی فضای سرد($m^3$) |
| $V_r$ | حجم بازیاب($m^3$) |
| $x$ | حرکت پیستون جابه‌جاگر (m) |
| $y$ | حرکت پیستون کار(m) |

## 8-منابع

[1] G.Walker, *Stirling engines, Oxford:*Clarendon Press*,* pp.8-256,1980.
[2] N. C. J. Chen, F. P . Griffin, A review of Stirling Engine Mathematical Models, *Operated By Union Carbide Coparation For The United States Department of Energy,* pp.1-43, August 1983.
[3] R. Mikalsen, A. P. Roskilly, A review of free-piston engine history and applications. *Applied Thermal Engineering ,* Vol 27, pp.2339-2352, 2009.
[4] S. Kwankoameng, Promvonge, Investigation on a Free piston stirling Engine and Pneumatic Output, *TSME International conference on Mechanical Engineering,* 20-22 October, 2010.
[5] S. Kwankoameng, B. Silpsakoolsook, P. Savangvong,Investigation on Stability and Performance of a Free piston Stirling Engine. *Energy Procedia ,* Vol. 52, pp.598-609, 2014.
[6] A . D. Minassians, Seth R. Sanders, Multiphase Stirling Engines, *Journal of Solar Energy Engineering,* Vol. 131,pp. 1013-1024, MAY 2009.
[7] I. Carvajal, F. Sanchez, D. Omana, S. Miranda, Methodology for Analysis of the Performance of Mesh-Type Regenerators, *Research and Application in Mechanical Engineering* (RAME) Vol. 3, pp. 39-45, 2014.
[8] P. Gheith, F. Aloui, S. B. Nasrallah, Study of the regenerator constituting material influence on a Gamma type Stirling engine, *Journal of Mechanical Science and Technology* ,Vol. 26, No .4, pp. 1251-1255, 2012.
[9] C.Dodson, A. Razani, T. Roberts, A Model for Exergy Efficiency and Analysis of Regenerators, *International Cryocooler Confrence,* Vol. 15, pp.353-360, 2009.
[10] F.Formosa, J. J. Chaillout, Free Piston Stirling engine design using simulitude theory, *Power MEMS,* pp. 562-565, 2009.
[11] L. B. Penswick, W. T. Beale, J. G. Wood, Free piston Stirling engine conceptual Design and Technologies for Space Power*, Prepared for lewis Research center under contract NASA3-23885, 1992.*
[12] J. A. Riofrio, E. J. Barth, A Free Piston Compressor as a pneumatic mobile robot power supply design characterization and experimental operations, *International Journal of Fluid Power,* Vol . 8, No.1, pp.17-28, 2007.
[13] A. R. Tavakolpour, A. Zomorodian, A. A. Golneshan, Simulation, construction and testing of a two-cylinder solar Stirling engine powered by a flat-plate solar collector without regenerator*, Renewable Energy,* Vol. 33, pp.77-87, 2008.
[14] J. G. Wood, N. W. Lane, W. T. Beale, Preliminary Design of a 7 kw Free-Piston Stirling Engine with Rotary Generator output*, International Stirling engine conference, Sunpower, Inc, Athens, Ohio,* USA, Vol. 10, No 80, 2001.
[15] D. Guozhong, Yan Jiwei, Sh. Shuiming, D. Chen, A Typical Simulation of a 3-KW Stirling Engine, *TELKOMNIKA indonesian journal of Electrical Engineering,* Vol. 10, pp. 1273-1279, 2012.
[16] H.Jokar, A. R. Tavakolpour, A navel solar-powered active low temperature differential Stirling pump, *Renewable Energy,* Vol. 81, pp. 319-337, 2015.
[17] SH. Zare, A, R, Tavakolpour-Saleh, H, Jokar, Effect of limitted heat transfer on dynamics of solar-powered hot air engine basesd on linear automatic control approach, *The first annual Congress on World and Energy crisis,* Shiraz, Iran, 2015. (In Persian)
[18] J.E. Slotine, W. Li, Applied Nonlinear Control, Prentice-Hall, pp. 17-39 1991.