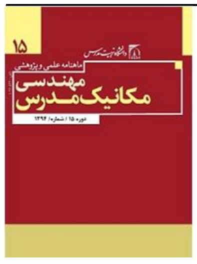
مجله مهندسی مکانیک مدرس، آذر 1394، دوره 15، شماره 9، ص‌ص 261-270



ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

کنترل راه‌رفتن پایدار مجانبی ربات دوپای سه بعدی به روش شکل‌دهی انرژی پتانسیل

محمدرضا حائری یزدی[1*]، محمدرضا سبع‌پور[2]، برهان بیگ‌زاده[3]

1- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران
2- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران
3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران
* تهران، صندوق پستی 14339، myazdi@ut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 15 خرداد 1394
پذیرش: 03 مرداد 1394
ارائه در سایت: 24 مرداد 1394

کلید واژگان:
ربات دوپا
راه‌رفتن
کنترل
پایداری مجانبی
شکل‌دهی انرژی

چکیده

کنترل ربات‌های دوپا براساس ایده حرکت‌های پریودیک پایدار مجانبی، امروزه مورد توجه بسیاری از محققان است. در این میان، روش شکل‌دهی انرژی پتانسیل که تاکنون روی مدل‌های صفحه‌ای ارائه و ارزیابی شده است، به‌خاطر ایجاد حرکات طبیعی با انرژی کم نزدیک به حالت بهینه از اهمیت فراوانی برخوردار است. در تحقیق حاضر، روش مذکور برای حالت کلی سه‌بعدی به‌ویژه در حضور قیود غیرهولونومیک توسعه و بررسی شده است. در ابتدا، مدل دوپای مورد مطالعه یک مدل پرگاری سه‌بعدی با عرض غیرصفر و کف‌پای منحنی است که حرکت غیرفعال پایدار آن به‌صورت تئوری در تحقیقات قبلی ثابت شده است. در این روش حرکت پریودیک غیرفعال که صرفاً روی سرازیری با شیب خاص وجود دارد، به شیب‌های دلخواه دیگر از جمله سطح صاف تعمیم داده می‌شود. این مهم باتوجه به این‌که انرژی جنبشی و نگاشت برخورد نسبت به عمل تغییر شیب به ترتیب ناوردا و هم‌وردا هستند و با استفاده از شکل‌دهی انرژی پتانسیل مشابه راه‌رونده غیرفعال به‌دست می‌آید. به‌عبارت دیگر با ایجاد یک تقارن کنترل شده در لاگرانژین سیستم، یک بردار گرانش مجازی مشابه بردار گرانش راه‌رونده غیرفعال نسبت به سطح، به ربات اعمال می‌شود. در انتها، با توجه به چالش‌های پیاده‌سازی عملی مدل کف‌پا منحنی، یک ربات پرگاری سه‌بعدی با کف‌پای تخت و فنر در مفصل قوزک پا به‌طور معادل پیشنهاد شده و روش کنترل مذکور دوباره به‌کار گرفته شده است. نتایج شبیه‌سازی‌ها، کارایی روش ارائه شده را برای هر دو مدل به خوبی نشان می‌دهند.

Asymptotically stable walking control of a 3D biped robot via potential energy shaping approach

Mohammad Reza Hairi Yazdi[1*], Mohammad Reza Sabaapour[1], Borhan Beigzadeh[2]

1- School of Mechanical Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran
2- School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran
* P.O.B. 14339 Tehran, Iran, myazdi@ut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 05 June 2015
Accepted 25 July 2015
Available Online 15 August 2015

Keywords:
Biped robot
Walking
Control
Asymptotical stability
Energy shaping

ABSTRACT

Control of biped robots based on the concept of asymptotical stable periodic motions has become of interest of to researchers. Potential energy shaping, one of the most significant approaches in this regard, has been presented and well evaluated on planar 2D models ,thus far . In this paper, this concept is developed and investigated for general three-dimensional case, in the presence of non-holonomic constraints. First, the considered biped model is a 3D compass gait model with finite hip width and arc shaped feet whose stable passive walking has been shown in previous researches. In this approach, the passive periodic gaits which may be adopted for a particular ground slope can be reproduced on any arbitrary ground slope such as flat surface. In fact, thanks to the invariance property of kinetic energy as well as equivariance property of collision map with respect to slope changing action, this important goal is reached only by compensating the potential energy similar to that of passive walker. In other words, inducing a controlled symmetry to the system Lagrangian, we impose a virtual gravity in a new direction resembling the gravity direction of passive walker with respect to the ground. At the end, regarding practical challenges about the implementation of arc feet model, a compass gait model with flat feet and springs at the ankle joint has been proposed instead and the aforementioned control approach is applied again. Simulation results show the effectiveness of the presented approach for both models well.

1- مقدمه

با انجام تلاش‌ها برای افزایش سرعت و قابلیت راه رفتن دوپاها، به تدریج تعداد محرک‌ها، مصرف انرژی و پیچیدگی آن‌ها به‌طور فزاینده‌ای افزایش یافته است. در حال حاضر قریب به اتفاق تجارب موفق ربات‌های دوپا، انسان

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

M. R. Hairi Yazdi, M. R. Sabaapour, B. Beigzadeh, Asymptotically stable walking control of a 3D biped robot via potential energy shaping approach, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 15, No. 9, pp. 261-270, 2015 (In Persian)

نماهای تمام فعال با کف‌پاهای بزرگ و تختی هستند که براساس معیارهای پایداری دینامیکی حول یک نقطه تعادل مانند نقطه لنگر صفر[1] و برنامه‌ریزی زمانی تعقیب مسیرهای مرجع مفاصل کنترل می‌شوند. ربات‌های شناخته شده‌ای مانند «آسیمو[2]» از این دسته‌اند.

در دهه‌های اخیر، با الهام از حرکت انسان و با ظهور مفاهیمی چون راه رفتن غیرفعال[3]، دسته دیگری از تحقیقات شکل گرفت که تمرکز آن‌ها روی پایداری دینامیکی[4] حول یک سیکل حدی پایدار[5] بود. نخستین بار مک‌گیر [2,1] نشان داد یک راه‌رونده غیرفعال دوپا، می‌تواند بدون هیچ‌گونه تحریک یا کنترل خارجی، صرفاً تحت تاثیر نیروی گرانش، یک سطح شیب‌دار را پایین رود. حرکت پریودیک به‌وجود آمده که بسیار طبیعی به نظر می‌رسد در واقع بیانگر یک سیکل حدی پایدار در فضای حالت سیستم است. از آن پس، تلاش‌ها برای بهره‌گیری از این ایده در پایداری و کنترل ربات‌های دوپا آغاز شد [3-5]. با این ایده، ربات‌ها می‌توانستند به‌طور قابل ملاحظه‌ای نسبت به قبل طبیعی‌تر و با مصرف انرژی کمتر، شبیه انسان، حرکت کنند. اگرچه تحقیقات در این زمینه در مورد راه رونده‌های دوبعدی یا صفحه‌ای[6] که حرکت آن‌ها مقید به صفحه سَرژیتال[7] شده بود، به خوبی پیش رفت؛ اما گسترش موفق این نتایج به فضای سه‌بعدی تاکنون با چالش‌های زیادی روبه‌رو بوده و مربوط به دهه اخیر است [6].

گریزل و همکاران در [7] و مراجع همراه آن، با توسعه کارهای قبلی خود درباره کنترل مدل‌های دوبعدی، روش «اعمال قیود مجازی و دینامیک صفر هایبرید[8]» را برای کنترل راه رفتن پایدار مجانبی یک ربات دوپای سه‌بعدی ارائه کردند. این روش از آن جهت که پایداری تضمین شده تئوری ارائه می‌کند بسیار با ارزش است، هر چند بخاطر اعمال یک سری قیود مجازی لزوماً بهینه نیست. کار مهم دیگر در این زمینه مربوط به گوبیا و همکاران [8] و مراجع شامل آن است. آن‌ها دینامیک ربات سه‌بعدی را در امتداد یک حل پریودیک خطی‌سازی نموده و سپس تقریب زمان گسسته آن را کنترل کردند، هرچند حصول پایداری سیستم حلقه بسته نهایی در این روش با مشکل روبه‌رو است [9].

ایده شکل‌دهی انرژی پتانسیل برای استفاده در کنترل ربات‌ها و منیپولاتورها به کارهای اولیه آریموتو و تکگاکی [10] و کار کدیتشه [11] برمی‌گردد. هدف آن کارها تعمیم پایداری ربات حول یک نقطه تعادل بود. کار بدیع اسپانگ و همکاران، استفاده از این ایده برای کنترل راه رونده دوپای صفحه‌ای و تعمیم سیکل‌های حدی پایدار غیرفعال آن بود که نخستین بار در [12] مطرح شد. آن‌ها نشان دادند با این روش و با افزودن حداقلی از کنترل به راه‌رونده غیرفعال، سیکل‌های پایدار غیرفعال روی هر شیب دلخواه دیگر نیز قابل تحقق‌اند. این ایده در کار بعدی [13] با اضافه کردن یک ورودی کنترلی شبیه به کنترل مد لغزشی، به روش قبل تکمیل شد. با این کار همگرایی، حتی در مواقعی که حالت سیستم خارج از ناحیه جذب سیکل حدی قرار داشت نیز تضمین می‌شد. اما تلاش‌ها برای پیاده‌سازی این روش روی یک مدل راه‌رونده سه بعدی ناتمام ماند، زیرا مدل پرگاری سه‌بعدی پایه با کف‌پای نقطه‌ای اصولاً فاقد سیکل حدی غیرفعال پایدار است. اگرچه بالو و اسپانگ [15,14]، در یک مطالعه کلی و ریاضی، نشان دادند خواص تقارن و ناوردا بودن دینامیک سیستم نسبت به شیب‌های مختلف با استفاده از کنترل مذکور در حالت سه‌بعدی نیز قابل تعمیم است. در تحقیقی دیگر، با هدف توسعه روش شکل‌دهی انرژی پتانسیل به سه‌بعد، گرگ و اسپانگ [16-19] استراتژی کنترلی دیگری را پیشنهاد دادند. آن‌ها با تنظیماتی سخت و پیچیده و براساس یک روش کاهش هندسی[9]، ابتدا دینامیک ربات سه‌بعدی را به حالت دوبعدی کاهش داده و سپس از شکل‌دهی انرژی پتانسیل حالت دوبعدی برای کنترل حرکت صرفاً در صفحه سژیتال استفاده کردند. البته ناوردایی کاهش بُعد انجام شده حین فاز برخورد با چالش همراه بود و لزوماً برقرار نمی‌ماند.

در تحقیق حاضر، هدف آن است که روش شکل‌دهی انرژی پتانسیل، برای استفاده مستقیم در کنترل راه رفتن ربات سه‌بعدی توسعه داده شود. در این صورت ضمن حفظ مزایایی چون بازدهی انرژی بالا و ایجاد حرکت‌های طبیعی شبیه به انسان، ربات دارای پایداری تضمین شده تئوری خواهد بود. برای این منظور، ابتدا مدل پرگاری سه‌بعدی با عرض تنه غیر صفر و کف‌پای منحنی استفاده می‌شود که پیشتر وجود گیت‌های پریودیک غیرفعال پایدار آن روی گوه شیب‌دار نشان داده شده است [21,20]. سپس آن را با یک مدل سه‌بعدی با کف‌پای تخت و فنر در مفصل قوزک‌پا جایگزین می‌کنیم که قابلیت پیاده‌سازی عملی بهتری دارد. لازم به ذکر است پیشتر ویسه و همکاران در [22] امکان جایگزینی کف‌پای منحنی به‌وسیله کف‌پای تخت و فنر در یک راه‌رونده غیرفعال دوبعدی را بصورت تئوری ثابت کرده‌اند. در این مقاله این امکان در حالت کلی سه‌بعدی بصورت تئوری نشان داده شده و یک مدل تئوری دوپای سه‌بعدی با کف‌پای تخت که دارای حرکت غیرفعال پایدار است ارائه شده است.

بر این اساس ساختار مقاله بدین شرح است: ابتدا مدل ربات با کف‌پای منحنی و معادلات حرکت هایبرید آن معرفی می‌شوند. سپس روش کنترل شکل‌دهی انرژی پتانسیل برای سیستم‌های سه‌بعدی با و بدون قیود غیرهولونومیک تشریح می‌شود. ارائه نمونه‌ای از نتایج شبیه‌سازی برای ربات مذکور قسمت بعدی گزارش خواهد بود. سپس مدل معادل با کف‌پای تخت و فنر معرفی شده و نتایج شبیه‌سازی کنترل حرکت آن که تقریباً معادل ربات قبل است ارائه می‌شوند.

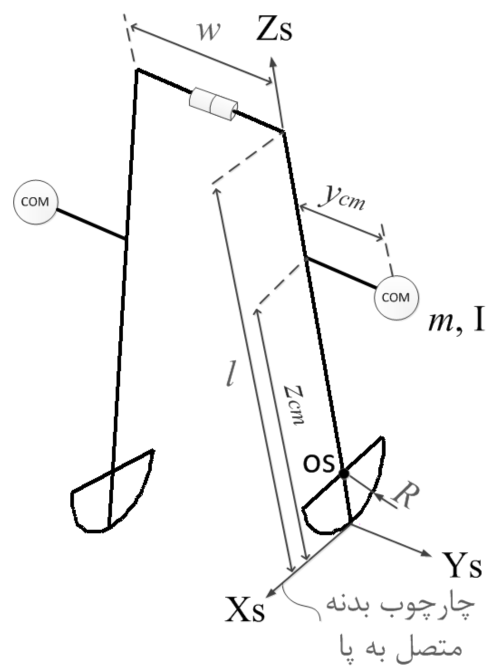
2- معرفی ربات با کف‌پای منحنی و مدل دینامیکی آن

مدل ربات پرگاری سه‌بعدی مورد نظر در شکل 1 نمایش داده شده است. مدل دارای دوپای صلب مستقیم و متقارن به طول l است که از طریق یک مفصل کمر به عرض w به هم لولا شده‌اند. هر پا دارای جرم m و ممان اینرسی $\mathrm{I} = [I_{ij}]_{3\times3}$ حول مرکز جرم آن است که در فاصله $[x_{cm} \equiv 0, y_{cm}, z_{cm}]$ نسبت به دستگاه بدنه چسبیده به پایین‌ترین نقطه کف‌پا قرار دارد. کف هر پا به شکل دایره با شعاع R است.

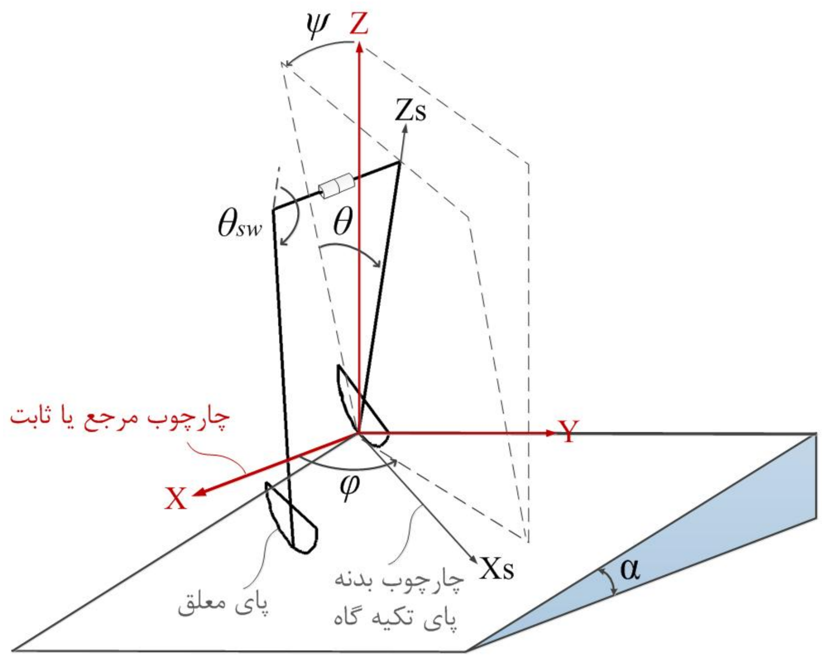
در حالت کلی ربات روی سطح یک گوه با شیب α مطابق شکل2 قراردارد. بنابراین ربات دارای چهار درجه آزادی است؛ سه درجه آزادی مربوط به سه دوران اویلری یعنی یاو[10] φ و رول[11] ψ و پیچ[12] θ برای پای تکیه‌گاه نسبت به زمین و یک درجه آزادی باقیمانده مربوط به زاویه پیچ دوپا نسبت به هم، θ_{sw}، است. بر این اساس بردار مختصات تعمیم‌یافته مستقل و بردار حالت سیستم عبارتند از:

1- ZMP (Zero Moment Point)
2- ASIMO
3- Passive walking
4- Dynamic stability
5- Stable limit cycle
6- 2D or planar biped walker
7- sagittal plane
8- Hybrid Zero Dynamics

9- Geometric Reduction
10- Yaw
11- Roll
12- Pitch



شکل 1 مدل پرگاری سه‌بعدی با عرض غیرصفر و کف‌پای منحنی



شکل 2: نمایش درجات آزادی ربات؛ φ, ψ, θ مربوط به سه دوران اویلر پای تکیه‌گاه نسبت به چارچوب مرجع و θ_{sw} مربوط به زاویه پیچ پای معلق نسبت به پای تکیه‌گاه

$$q = [\varphi, \psi, \theta, \theta_{sw}]^{T} \quad , \quad x = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} \tag{1}$$

از آن‌جا که ربات دارای عرض غیر صفر است، یک گام[1] کامل حرکت از دو قدم[2] متوالی تشکیل می‌شود. یک قدم وقتی که پای چپ و قدم بعدی وقتی که پای راست نقش تکیه‌گاه را ایفا می‌کند. به‌طورکلی هر قدم نیز شامل دو مرحله یا فاز حرکتی زیر است:

فاز تک تکیه‌گاهی یا پیوسته- در این مرحله یک پا روی زمین قرار دارد (پای تکیه‌گاه) و پای دیگر در فضا معلق است (پای معلق یا آونگی). در این حالت مدل حول کف‌پای تکیه‌گاه حرکت می‌کند و دارای دینامیک پیوسته است. با استفاده از روابط لاگرانژ و با فرض عدم لغزش کف‌پای تکیه‌گاه (غلتش خالص)، معادلات این فاز در نهایت به صورت زیر قابل استخراج است

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial T}{\partial q} + \frac{\partial U}{\partial q} = Bu \tag{2}$$

$$\Rightarrow M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) = B(q)u \tag{3}$$

که T و U به ترتیب انرژی جنبشی و پتانسیل‌اند، M ماتریس اینرسی، C ماتریس کریولیس، G بردار گرانش و u بردار گشتاورهای ورودی کنترلی می‌باشند. همچنین بیان این معادلات در فرم فضای حالت عبارتست از:

1- Stride
2- Step

$$\dot{x} = f(x) := \begin{bmatrix} \dot{q} \\ -M^{-1}(C + G + Bu) \end{bmatrix} \tag{4}$$

فاز دوتکیه‌گاهی یا برخورد- این مرحله با رسیدن نوک پای معلق به زمین آغاز می‌شود و تا کنده شدن پای تکیه‌گاه قبلی از زمین ادامه دارد. در این مرحله هر دوپا در تماس با زمین قرار دارند. مطابق فرض رایج تحقیقات، این فاز به‌صورت یک برخورد پلاستیک ایده‌ال و آنی فرض می‌شود. بنابراین این مرحله دارای یک دینامیک گسسته است که به‌صورت یک پرش آنی در سرعت‌ها ظاهر می‌شود. نگاشت سرعت‌ها با پیگیری روش تشریح شده در [5] و استفاده از انتگرال روابط لاگرانژ قابل استخراج است.

همچنین برای تحلیل یک زنجیره کامل حرکت، در انتهای هر قدم لازم است یک تغییر برچسب پارامتری برای جبران تغییر نقش پای تکیه‌گاه و پای معلق با یکدیگر انجام شود. با اضافه کردن این نگاشت به نگاشت سرعت‌های قبل، نگاشت کلی فاز برخورد بصورت رابطه (5) قابل بیان است

$$x^{+} = \Delta(x^{-}) \tag{5}$$

اکنون می‌توان با یکپارچه کردن معادلات فازهای تک تکیه‌گاهی و برخورد به‌ترتیب از روابط (4) و (5) و همچنین در نظر گرفتن تغییر نقش پای چپ و راست حین یک گام، معادلات نهایی حرکت ربات را بصورت رابطه (6) بیان نمود. در ادبیات فن، چنین سیستمی که شامل پدیده‌های پیوسته و گسسته همزمان است، در حقیقت یک سیستم هایبرید دو حوزه‌ای[3] را تشکیل می‌دهد.

$$\begin{cases} {}^{k+1}\dot{x} = f_1({}^{k+1}x) + g_1({}^{k+1}x)\, {}^{k+1}u & {}^{k+1}x^{-} \notin \mathcal{S}_1 \\ {}^{k+1}x^{+} = \Delta_1({}^{k+1}x^{-}) & {}^{k+1}x^{-} \in \mathcal{S}_1 \\ {}^{k+2}\dot{x} = f_2({}^{k+2}x) + g_2({}^{k+2}x)\, {}^{k+2}u & {}^{k+2}x^{-} \notin \mathcal{S}_2 \\ {}^{k+2}x^{+} = \Delta_2({}^{k+2}x^{-}) & {}^{k+2}x^{-} \in \mathcal{S}_2 \end{cases} \tag{6}$$

در روابط فوق، $\mathcal{S}_i$ سطح گذار بیانگر یک ابرسطح در فضای حالت است که فاز برخورد روی آن شکل می‌گیرد و در عالم فیزیکی معادل شرط برخورد است. جزییات بیشتر درباره معادلات حرکت و نحوه استخراج آن‌ها بخاطر محدودیت فضا صرف نظر شده و در مرجع [21] قابل مشاهده‌اند.

3- حرکت پریودیک و تحلیل نگاشت پوانکاره

روش مرسوم در تحلیل وجود و پایداری حرکت‌های پریودیک سیستم‌های هایبرید، نگاشت پوانکاره[4] است. نگاشت پوانکاره جزیی مربوط به یک قدم، نگاشتی است که بردار حالت ابتدای قدم، ${}^{k}x^{+}$، را به بردار حالت انتهایی آن، ${}^{k+1}x^{+}$، می‌نگارد یعنی

$${}^{k+1}x^{+} = P_1({}^{k}x^{+}) \tag{7}$$

متعاقباً نگاشت پوانکاره مربوط به یک گام کامل، P، از ترکیب دو نگاشت پوانکاره جزیی مربوط به دو قدم متوالی تشکیل می‌شود یعنی

$${}^{k+2}x^{+} = P_2\left(P_1({}^{k}x^{+})\right) = P({}^{k}x^{+}) \tag{8}$$

حرکت پریودیک[5]، حرکتی را گوییم که ربات با شروع از یک حالت اولیه در شروع گام، دوباره دقیقاً به همان حالت در انتهای گام برگردد. بنابراین یک نقطه ثابت نگاشت پوانکاره فوق، x^{*}، معرف یک حرکت پریودیک برای ربات است که از حل معادله زیر به روش بهینه‌سازی عددی قابل تعیین است

$$x^{*} = P(x^{*}) \;\Rightarrow\; x^{*} - P(x^{*}) = 0 \tag{9}$$

روشن است در یک گام یا یک سیکل حرکت پریودیک، مجموع انرژی مکانیکی ربات همواره ثابت است و در حقیقت انرژی ورودی به سیستم دقیقاً برابر اتلاف انرژی رخ داده حین فازهای برخورد است [23].

3- Two-domain hybrid system
4- Poincare map
5- Periodic gait

برای تحلیل پایداری یک حرکت پریودیک نیز می‌توان از تحلیل ژاکوبین نگاشت پوانکاره حول نقطه ثابت مربوطه استفاده کرد یعنی

$${}^{k+2}\delta x^* = \mathrm{J}\,{}^{k}\delta x^* \tag{10}$$

در صورتی که هیچ کدام از مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبین، J، خارج دایره واحد نباشد، یعنی دارای اندازه کمتر از یک باشند، نقطه ثابت مذکور مشخص کننده یک حرکت پریودیک پایدار مجانبی است.

4- کنترل راه‌رفتن به روش شکل‌دهی انرژی پتانسیل

در این قسمت، روش شکل‌دهی انرژی پتانسیل در حالت کلی سه‌بعدی بویژه برای استفاده در کنترل مدل پرگاری مورد مطالعه، شرح و توسعه داده می‌شود. این مهم با ملاحظه قیود غیرهولونومیک ناشی از فرض عدم لغزش در کف‌پای منحنی ربات صورت می‌گیرد. لازم به ذکر است، وجود حرکت غیرفعال پایدار برای این مدل پیشتر در [21,20] نشان داده شده است.

طبق تعریف، تغییر شیب سطح در حقیقت یک گروه عمل $SO(3)$ است که هر نقطه سطح مانند x را به Ax می‌نگارد [14] (شکل3). بنابراین بطور متناظر گروه عمل تغییر شیب[1] Φ روی فضای پیکربندی ربات، Γ، نگاشتی است که بردار متغیرهای تعمیم یافته q را به $\Phi_A(q)$ می‌نگارد.

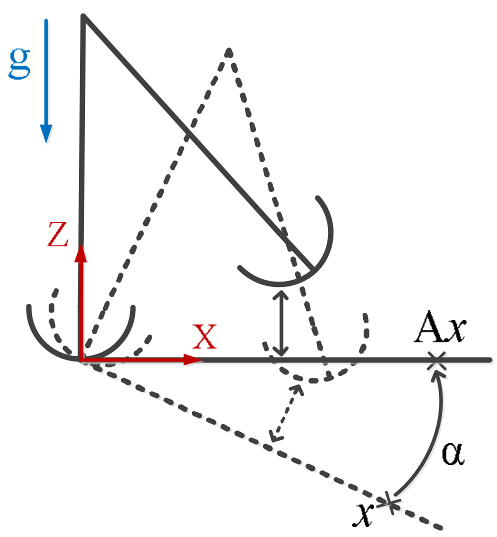
$$\Phi: SO(3) \times \Gamma \longrightarrow \Gamma\ ;\ \ \Phi(A,q) = \Phi_A(q) \tag{11}$$

متعاقباً عمل تغییر شیب توسعه یافته[2] $\mathcal{T}\Phi$ برای سرعت‌ها، عبارت است از نگاشتی که بردار سرعت‌های تعمیم یافته $\dot{q}$ از فضای مماس بر بردار q را به بردار سرعت‌های $\mathcal{T}_q\Phi_A(\dot{q}) \equiv \dot{q}$ در فضای مماس بر بردار $\Phi_A(q)$ می‌نگارد.

مطابق مرجع [14]، ثابت می‌شود تابع انرژی جنبشی و تابع فاصله کف‌پای معلق نسبت به زمین تحت عمل تغییر شیب، ناوردا[3] هستند. همچنین نگاشت برخورد تحت عمل تغییر شیب، هموردا[4] است. بر این اساس قضیه زیر قابل اثبات است.

قضیه1: با فرض معادلات لاگرانژ کلی سیستم در فاز تک تکیه‌گاهی بصورت رابطه(2)، اگر $\eta: [0,t] \to \Gamma$ یک مسیر حل[5] سیستم غیرفعال معادل $(u = 0)$ باشد که تحت نگاشت ضربه قرار می‌گیرد، با در نظرگرفتن ورودی کنترلی $u = u_A$ مطابق زیر، آنگاه $\Phi_A \circ \eta: [0,t] \to \Gamma$ نیز یک مسیر حل سیستم حلقه بسته یا ربات کنترل شده، روی شیب دلخواه متناظر A است.

$$u_A = B^{-1}\frac{\partial}{\partial q}\big(U(q) - U(\Phi_A(q))\big) \tag{12}$$



شکل 3 نمایش دوبعدی عمل تغییر شیب

1- Slope changing action
2- Lifted slope changing action
3- Invariant
4- Equivariant
5- Solution trajectory

اثبات: در معادلات فاز تک تکیه‌گاهی، رابطه(2)، با بردن ورودی کنترلی به سمت چپ و جایگزینی آن از رابطه فوق و با توجه به این‌که انرژی جنبشی شیب-ناوردا است می‌توان نوشت

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial T}{\partial q} + \frac{\partial U}{\partial q} - Bu_A = \frac{d}{dt}\frac{\partial T_A}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial T_A}{\partial q} + \frac{\partial U_A}{\partial q} = 0 \tag{13}$$

بنابراین یک مسیر حل برای فاز تک تکیه‌گاهی سیستم غیرفعال فوق نیز که مربوط به شیب متناظر A است برابر $\Phi_A \circ \eta$ می‌باشد. از آن‌جا که نگاشت ضربه شیب- هموردا است، پس حل مذکور در نهایت یک حل برای سیستم حلقه بسته کامل مربوط به شیب متناظر A حتی پس از تاثیر ضربه است.

قابل ذکر است سیستم لاگرانژ فوق را نسبت به عمل تغییر شیب Φ_A دارای تقارن کنترل‌شده[6] می‌نامند.

اکنون می‌توان ثابت کرد برای ربات دارای قیود غیرهولونومیک، تقارن فوق با استفاده از قضیه زیر بدست می‌آید.

قضیه2: اگر در ربات دارای قیود غیرهولونومیک، فرض کنیم $q_e = \begin{bmatrix} q \\ p \end{bmatrix}$ بردار متغیرهای تعمیم یافته کلی شامل متغیرهای تعمیم‌یافته مستقل، $q_{n\times 1}$، و متغیرهای تعمیم یافته وابسته، p، است که قید زیر بین آن‌ها برقرار است

$$\dot{p} = e\dot{q} \tag{14}$$

آنگاه نتایج قضیه 1 با اعمال یک ورودی کنترلی به‌صورت رابطه (15) محقق خواهند شد

$$u_A = B^{-1}[I_{n\times n}\ e^T]\frac{\partial}{\partial q_e}\big(U_e(q_e) - U_e(\Phi_A(q_e))\big) \tag{15}$$

در این رابطه e ماتریس ژاکوبین قید و $U_e(q_e)$ تابع انرژی پتانسیل کلی سیستم می‌باشند.

اثبات: کار مجازی کنترلی اعمال شده به سیستم در حالت کلی عبارتست از

$$\delta W_u = (Bu)^T\delta q \tag{16}$$

که در یک سیستم مقید بطور معادل بصورت رابطه (17) قابل تعیین است

$$\delta W_u = (B_e u_e)^T\,\delta q_e \tag{17}$$

در رابطه فوق u_e بردار گشتاور ورودی‌های کنترلی کلی متناظر با متغیرهای تعمیم یافته وابسته و مستقل است. با توجه به رابطه قیود بین متغیرهای تعمیم یافته مستقل و وابسته از رابطه (14) داریم

$$\delta q_e = \begin{bmatrix} \delta q \\ \delta p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{n\times n} \\ e \end{bmatrix}\delta q \tag{18}$$

با جایگزینی رابطه فوق در معادله قبل و معادل قرار دادن روابط کار مجازی قبل، در نهایت رابطه زیر بین ورودی‌های کنترلی کلی و ورودی‌های کنترلی مستقل قابل تعیین است

$$u = B^{-1}B_e u_e\,[I_{n\times n}\ e^T] \tag{19}$$

از طرف دیگر با توجه به قضیه1، ورودی کنترلی کلی برای بازسازی یک مسیر حل سیستم غیرفعال معادل عبارتست از

$$u_e = {B_e}^{-1}\frac{\partial}{\partial q_e}\big(U(q_e) - U(\Phi_A(q_e))\big) \tag{20}$$

با جایگزینی رابطه فوق در رابطه قبل، در نهایت ورودی کنترلی مربوط به متغیرهای مستقل به‌صورت رابطه (15) بدست می‌آید.

قضایای فوق نشان می‌دهند گیت‌های پریودیک یک راه‌رونده غیرفعال که صرفاً روی یک شیب خاص وجود دارد، قابل بازتولید روی هر شیب دلخواه

6- Controlled symmetry

دیگر با استفاده از ورودی کنترلی مناسب است (البته با در نظرگرفتن تغییر شرایط اولیه در فضای پیکربندی نسبت به شیب جدید). به عبارت دیگر یک فیدبک کنترلی مناسب مانند فوق، می‌تواند حساسیت گیت پریودیک غیرفعال را نسبت به شیب سطح، بطور کامل از نظر تئوری برطرف کند.

در یک تعبیر هندسی می‌توان گفت با اعمال ورودی کنترلی در این روش، در واقع بردار گرانش قبلی حذف شده و یک بردار گرانش مجازی جدید اعمال می‌شود؛ به‌طوری که زاویه نسبی آن با سطح زمین مشابه سیستم غیرفعال ($u = 0$) گردد (شکل4). بدین جهت روش مذکور را روش کنترل گرانش مجازی نیز می‌نامند.

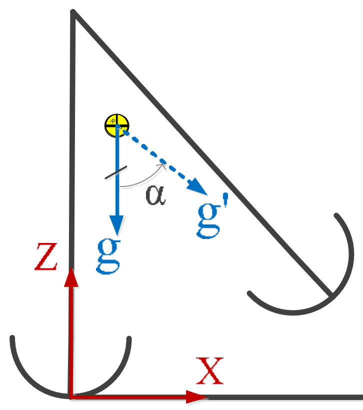
5- نتایج کنترل حرکت ربات با کف‌پای منحنی

در این قسمت نتایج پیاده‌سازی روش فوق برای کنترل راه رفتن ربات پرگاری سه‌بعدی با کف‌پای منحنی مورد مطالعه که دارای قیود غیرهولونومیک است نشان داده می‌شود. برای انجام شبیه‌سازی پارامترهای ربات مشابه مرجع [20] و طبق جدول 1 فرض می‌شوند. لازم به ذکر کلیه پارامترها و متغیرها در این مقاله بصورت بی‌بعد شده برحسب پارامترهای پای ربات یعنی طول l، جرم m و متعاقباً زمان بی‌بعد $\tau = t/\sqrt{l/g}$ ارائه می‌شوند.

با توجه به مقید بودن سیستم، مختصات مرکز کف پای تکیه‌گاه نسبت به چارچوب مرجع جهانی، یعنی $p := [X_{os}, Y_{os}, Z_{os}]^T$، به عنوان متغیرهای تعمیم یافته وابسته در تحلیل‌ها اضافه می‌شوند که بیانگر حرکت انتقالی ربات است. بدین ترتیب بردار متغیرهای تعمیم یافته کلی ربات عبارتست از

$$q_e = \begin{bmatrix} q \\ p \end{bmatrix} = [\varphi, \psi, \theta, \theta_{sw}, X_{os}, Y_{os}, Z_{os}]^T \quad (21)$$

قیود غیرهولونومیک سیستم که مربوط به فرض عدم لغزش کف‌پای



شکل 4 نمایش دوبعدی تعبیر هندسی روش شکل‌دهی انرژی پتانسیل. بردار گرانش حذف شده و یک بردار گرانش مجازی در راستایی جدید به ربات اعمال می‌شود

جدول 1 پارامترهای استفاده شده برای ربات در شبیه‌سازی‌ها (بصورت بی‌بعد)

نام پارامتر	مقدار
R	0/1236
w	0/3624
x_{cm}	0
y_{cm}	0/6969
z_{cm}	0/3137
I_{XX}	0/1982
I_{YY}	0/0186
I_{ZZ}	0/1802
I_{XY}	0/0071
I_{XZ}	-0/0023
I_{YZ}	0/0573

تکیه‌گاه (غلتش خالص) است از صفر قرار دادن سرعت نقطه تماس با زمین در هر لحظه بصورت رابطه (22) قابل بیان هستند

$$V_c = 0 \Longrightarrow \dot{p} = e\dot{q} \quad (22)$$

که $e = [e_{ij}]_{3\times4}$ ماتریس ژاکوبین قید بین متغیرهای وابسته و مستقل نامیده می‌شود و درایه‌های آن در این‌جا عبارتند از

$$\begin{aligned}
e_{11} &= R(C\alpha C\varphi S\psi - S\alpha S\varphi) \\
e_{21} &= R(C\alpha S\varphi S\psi + S\alpha C\varphi) \\
e_{31} &= 0 \\
e_{12} &= R(C\alpha S\varphi C\psi) \\
e_{22} &= -R(C\alpha C\varphi C\psi) \\
e_{32} &= -R(C\alpha S\psi) \\
e_{13} &= R(C\alpha C\varphi - S\alpha S\varphi S\psi) \\
e_{23} &= R(C\alpha S\varphi + S\alpha C\varphi S\psi) \\
e_{33} &= -R(S\alpha C\psi) \\
e_{14} &= e_{24} = e_{34} = 0
\end{aligned} \quad (23)$$

در این‌جا فرض می‌شود برای ربات موردنظر هر چهار درجه آزادی به‌صورت فعال قابل کنترل هستند، به‌طوری که بردار گشتاورهای کنترلی ورودی به‌صورت متناظر عبارتست از $u := [u_\varphi, u_\psi, u_\theta, u_{\theta_{sw}}]^T$؛ اگرچه می‌دانیم اعمال گشتاور به کف‌پای منحنی و کنترل سه درجه آزادی مربوط به پای‌تکیه‌گاه در عالم واقع قابل پیاده‌سازی نیست. به عبارت دیگر در این مرحله هدف ما صرفاً نشان دادن کارایی روش کنترلی ارائه شده از نظر تئوری است و به این مشکل در مرحله بعد (بخش بعد) خواهیم پرداخت.

لازم به ذکر است با در نظر گرفتن گشتاورهای ورودی کنترلی فوق، ماتریس ضرایب گشتاورهای کنترلی در معادلات $B = I_{4\times4}$ خواهد بود. تابع انرژی پتانسیل ربات در حالت کلی عبارتست از

$$U(q_e) = -m\sum_{i=1}^{2} g \cdot r_{cm,i} \quad (24)$$

که g بردار گرانش و $r_{cm,i}$ بردار موقعیت مرکزجرم پای iام و علامت (·) بیانگر ضرب عددی بردارها می‌باشد. همچنین اگر یک عملیات تغییر شیب مطابق شکل 3 مدنظر باشد یعنی تغییر شیب گوه حول محور Y از $\alpha = \alpha_0$ به سطح صاف با $\alpha = 0$، در این صورت خواهیم داشت

$$U(\Phi_A(q_e)) = -m\sum_{i=1}^{2} R_{\alpha,Y} g \cdot R_{\alpha,Y} r_{cm,i} \quad (25)$$

که $R_{\alpha,Y}$ بردار دوران حول محور Y به اندازه α می‌باشد.

در نهایت با جای‌گذاری روابط فوق در رابطه (15)، روابط گشتاور ورودی‌های کنترلی برای کنترل غیرفعال پایه روی یک سطح صاف قابل تعیین هستند.

به عنوان مثال می‌خواهیم ربات مذکور روی سطح صاف $\alpha = 0$ به گونه‌ای راه رود که حرکت پریودیک معادل راه رفتن غیرفعال روی شیب $\alpha = 0.0702$ (بحث شده در [21]) باز تولید شود. شرایط اولیه این حرکت پریودیک را می‌توان از تبدیل شرایط اولیه حرکت پریودیک غیرفعال تحت عمل تغییر شیب مذکور محاسبه کرد و یا به‌طور مستقیم نقطه ثابت نگاشت پوانکاره سیستم کنترل شده را تعیین نمود که عبارتست از:

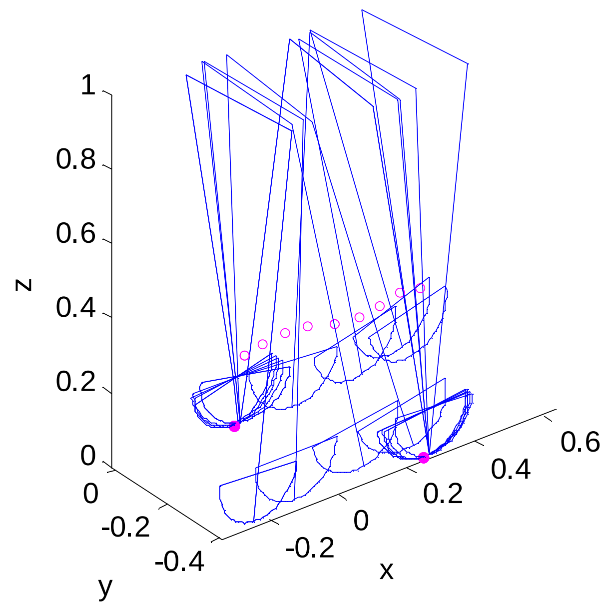
$$\begin{aligned} x^* = [&0.09868, -0.00925, -0.16016, 3.43583, \\ &-0.13221, -0.01991, 0.47124, -0.39256]^T \end{aligned} \quad (26)$$

و مربوط به لحظه بلافاصله بعد از برخورد پای چپ است. نتایج حرکت کنترل شده با شروع از شرایط اولیه فوق روی سطح صاف $\alpha = 0$، حین یک گام یا دو قدم متوالی (یک چرخه حرکت پریودیک)، در شکل 5 تا 10 نشان داده شده‌اند.

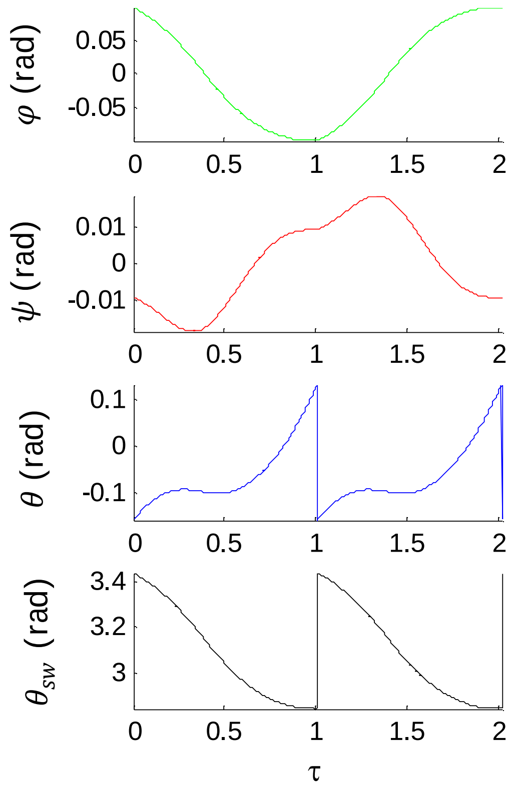
نمودار گشتاورهای ورودی کنترلی در شکل 11 قابل مشاهده‌اند. با مقایسه ماکزیمم اندازه گشتاورها به‌صورت قدرمطلق مشخص می‌شود، بیشترین اندازه مربوط به گشتاورهای تغییر زاویه پیچ پاها در صفحه سژیتال یعنی $u_{\theta_{sw}}$ و u_θ به ترتیب در حدود 0/048 و 0/045 است. کمترین گشتاور نیز مربوط به تغییر زاویه رول جانبی ربات یعنی u_ψ و در حدود 0/005 است. لازم به یادآوری است مقادیر فوق بی‌بعد هستند. برای یک مثال عملی در صورتی که هر پای ربات دارای جرم 1 کیلوگرم و طول 1متر باشد، ماکزیمم گشتاور تنها در حدود 0/48 نیوتن متر خواهد بود که به گشتاورهای مصرفی انسان شبیه است.

همچنین مقایسه‌ای از نتایج فوق برای راه رفتن کنترل شده روی سطح صاف $\alpha = 0$ و نتایج حرکت غیرفعال معادل روی شیب $\alpha = 0.0702$، در شکل 12 ارائه شده است. مشاهده می‌شود، براساس نمودار فاز زاویه پیچ یک پا نسبت به محور قائم ارائه شده، مقادیر سرعت و دامنه تغییرات زاویه کاملاً یکسان‌اند و صرفاً مقادیر زاویه و در نتیجه نمودار فاز در امتداد محور زاویه جابه‌جا شده‌اند.

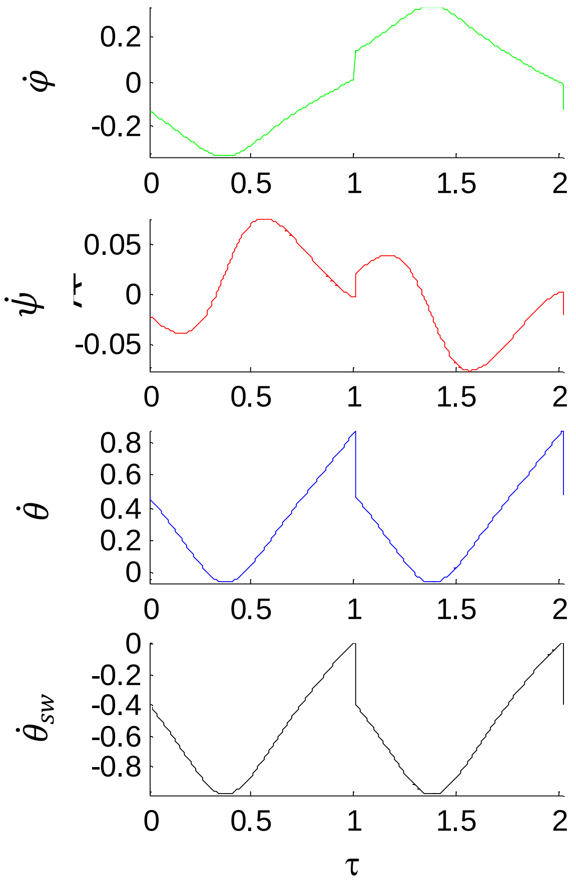
همان‌طور که انتظار می‌رود، با محاسبه مقادیر ویژه ژاکوبین نگاشت



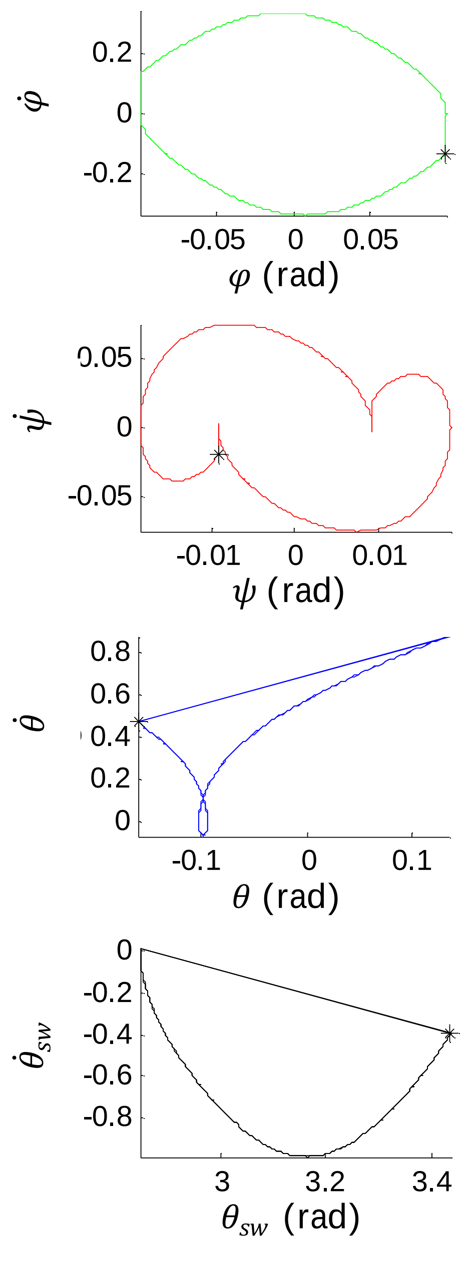
شکل 5 مجموعه تصاویر کنترل راه رفتن پایدار مجانبی روی سطح صاف حین یک گام (دو قدم متوالی). مرکز جرم کل ربات در هر لحظه با علامت دایره «○» مشخص شده است



شکل 6 تغییر متغیرهای تعمیم یافته ربات حین یک گام (دو قدم متوالی). محورهای افقی نمایشگر زمان بی‌بعد τ هستند.



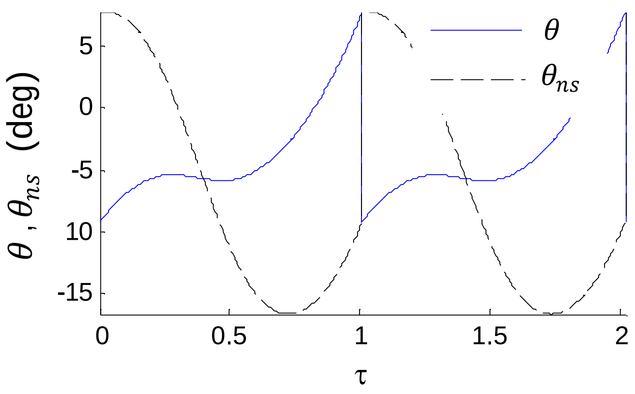
شکل 7 تغییر سرعت‌های تعمیم یافته ربات حین یک گام (دو قدم متوالی). محورهای افقی نمایشگر زمان بی‌بعد τ هستند. مقادیر سرعت‌ها بی‌بعد نمایش داده شده‌اند.



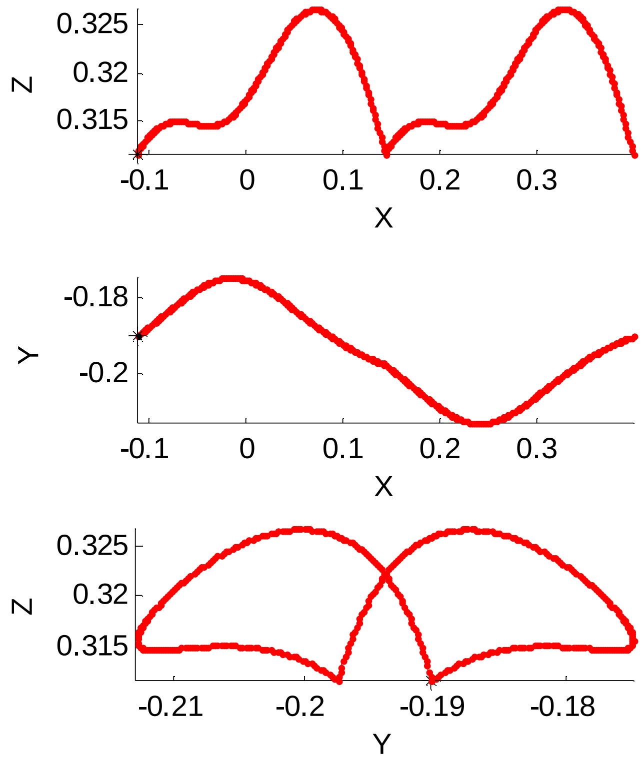
شکل 8 نمودار فاز متغیرهای حالت حین یک گام (دو قدم متوالی). حالت اولیه در هر مورد با علامت "*" مشخص شده است.

پوانکاره که همگی درون دایره واحد قرار دارند (اندازه ماکزیمم مقدار ویژه برابر $|\lambda_{\max}| = 0.724$)، ثابت می‌شود حرکت پریودیک بوجود آمده دارای

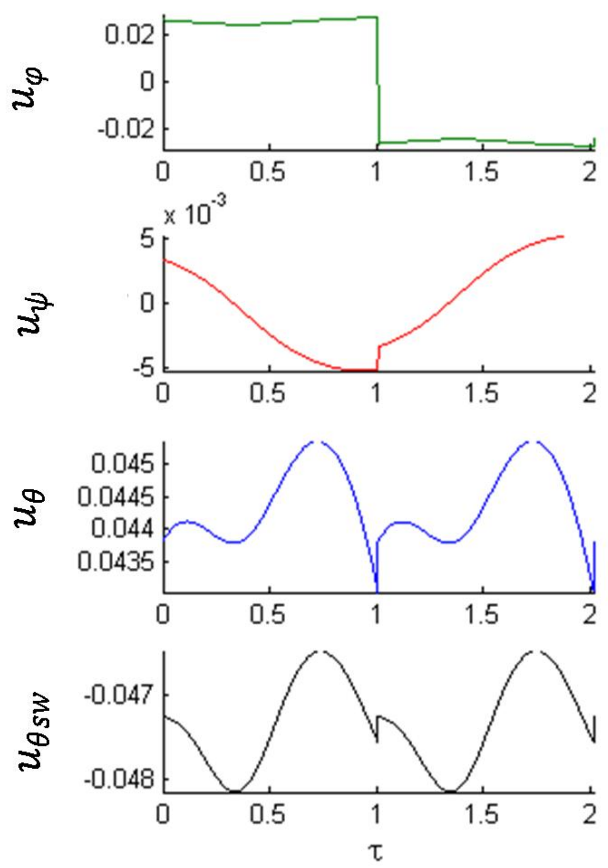
پایداری مجانبی همانند پایداری حرکت پریودیک غیرفعال است.



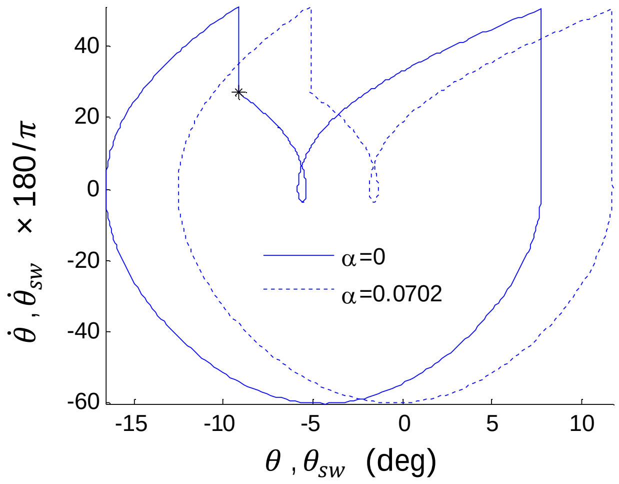
شکل 9 تغییر زاویه پیچ مطلق هرپا نسبت به صفحه قائم حین یک گام (دو قدم متوالی). $\theta_{ns}=(\theta+\theta_{sw})-\pi$ بیانگر زاویه پیچ مطلق پای معلق نسبت به صفحه قائم



شکل 10 نمودار تغییر موقعیت مرکز جرم ربات حین یک گام در صفحات مختلف. موقعیت اولیه با علامت "*" مشخص شده است.



شکل 11 تغییر ورودی‌های کنترلی حین یک گام پریودیک (دو قدم متوالی). بیشترین اندازه مربوط به گشتاورهای تغییر زاویه پیچ پاها یعنی u_θ و $u_{\theta_{sw}}$، به ترتیب در حدود 0/048 و 0/045 است. کمترین گشتاور نیز مربوط به تغییر زاویه رول جانبی ربات یعنی u_ψ و در حدود 0/005 است.



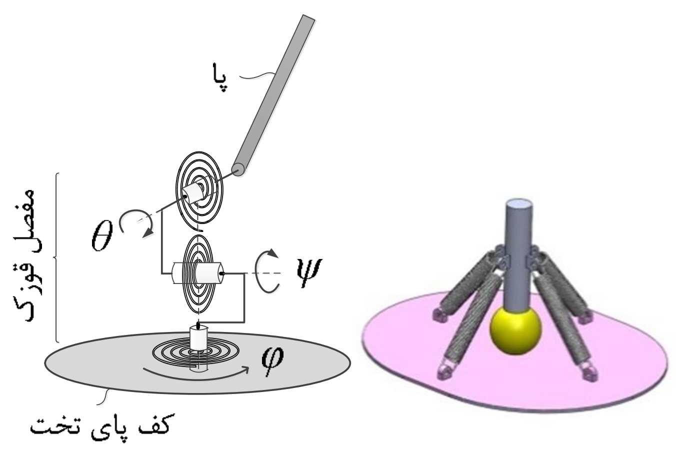
شکل 12 مقایسه نمودار فاز زاویه پیچ یک پا نسبت به محور قائم به‌صورت مطلق حین یک گام (دو قدم متوالی) برای حرکت کنترل شده روی سطح صاف $\alpha=0$ و حرکت غیرفعال روی سطح شیبدار $\alpha=0.0702$

6- معرفی ربات با کف‌پای تخت و فنر

نصب عملگرها و پیاده‌سازی کنترل فوق روی مدل با کف‌پای منحنی در عمل با چالش رو به رو است، زیرا تعدادی از عملگرها می‌بایست بین پای‌تکیه‌گاه و زمین در پایین‌ترین نقطه کف‌پا نصب شوند که فاقد موقعیت ثابت نسبت به زمین در هر لحظه است. بنابراین در این بخش یک مدل تقریباً معادل ولی با کف‌پای تخت که قابلیت اضافه کردن عملگر و پیاده‌سازی کنترل را در عمل داراست، پیشنهاد می‌شود.

ویسه و همکاران در مرجع [22] دریافتند کف‌پای منحنی در راه‌رونده‌های دوپای غیرفعال را می‌توان به‌طور تقریباً معادلی با کف‌پای تخت و فنر در قوزک‌پا جایگزین نمود. بدین وسیله، مشکلات پیاده‌سازی عملی راه‌رونده با کف‌پای منحنی مثل کم بودن سطح تماس با زمین (یک خط یا نقطه) و در نتیجه اصطکاک کم (که بویژه برای جلوگیری از لغزش یاو ناکافی است) و همچنین عدم توانایی ایستادن درجا را مرتفع نمود. او اظهار نمود انحنای کف‌پا و فنر در مفصل قوزک‌پا هر دو تاثیر مثبت و مشابهی در کاهش ناپایداری و دفع اغتشاشات دارند. البته او این واقعیت را ابتدا به‌صورت عملی در چند نمونه ربات سه‌بعدی پیاده‌سازی شده دریافت و سپس به‌صورت تئوری با یک مدل ساده دوبعدی اثبات نمود. در این‌جا به‌صورت تئوری نشان می‌دهیم این موضوع در حالت سه‌بعدی نیز صادق است و از آن برای ارائه یک مدل ربات دوپا با کف‌پای تخت و فنر استفاده می‌کنیم که تقریباً رفتار مشابهی با مدل قبل دارد.

برای این منظور ابتدا مدل شماتیک و عملی از کف‌پای تخت و فنربندی موردنظر در مفصل قوزک‌پا در حالت سه‌بعدی کلی که جایگزین کف‌پای منحنی قبل خواهد شد، در شکل 13 نشان داده شده است.



شکل 13 (الف) نمایش شماتیک مفصل قوزک‌پا (اتصال پا به کف‌پای تخت) با سه‌درجه آزادی اویلری و سه فنر پیچشی متناظر، (ب) نمایش یک نمونه عملی مدل کف‌پای تخت با فنر بندی

سایر پارامترها و درجات آزادی کاملاً مشابه مدل قبل در نظر گرفته می‌شوند. بر این اساس مدل نهایی با کف‌پای تخت مدنظر در شکل 14 نمایش داده شده است.

در ربات فعال مدل فوق، سه عملگر تعبیه شده در مفصل قوزک پا وظیفه کنترل به ترتیب زاویه یاو، رول و پیچ پای تکیه‌گاه نسبت به زمین را برعهده دارند که گشتاورهای آن‌ها بصورت u_φ، u_ψ و u_θ نشان داده می‌شود. همچنین یک عملگر در مفصل بین دوپا وظیفه کنترل زاویه پیچ پای معلق نسبت به پای تکیه‌گاه را برعهده دارد و گشتاور آن با $u_{\theta sw}$ نام‌گذاری می‌شود.

روند مدل‌سازی دینامیکی این مدل به‌طور کلی مشابه مدل قبل است و لذا از تکرار آن خودداری می‌شود، البته با تفاوت‌هایی که در ادامه ذکر خواهند شد. در معادلات حرکت در فاز تک تکیه‌گاهی، اثر فنرهای پیچشی را می‌توان بصورت ورودی‌های کنترلی مستقل در معادلات لاگرانژ به‌صورت رابطه (27) وارد نمود

$$u_k = -\begin{bmatrix} k_\varphi(\varphi-\varphi_0) \\ k_\psi(\psi-\psi_0) \\ k_\theta(\theta-\theta_0) \\ 0 \end{bmatrix} \tag{27}$$

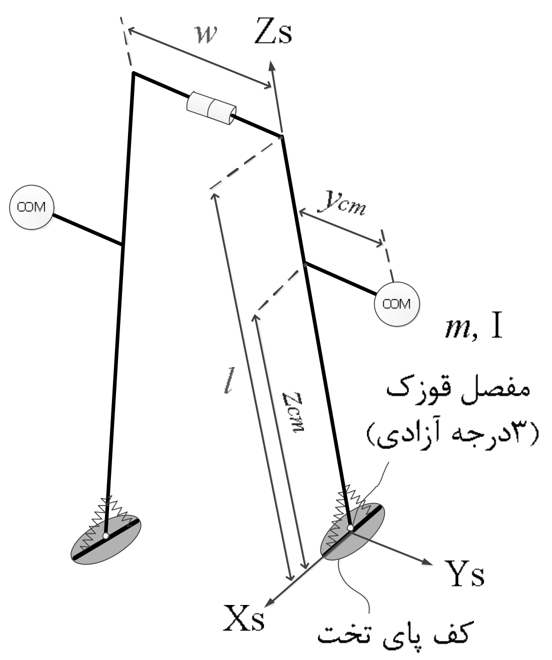
که k_φ، k_ψ و k_θ سختی پیچشی فنرها و φ_0، ψ_0 و θ_0 زوایای مربوط به حالت تعادل این فنرها هستند. همچنین سطح کف‌پا به اندازه کافی بزرگ فرض می‌شود به طوری که با تامین اصطکاک کافی (به‌ویژه در جهت یاو) هرگز نلغزد و مرکز فشار عکس‌العمل زمین همواره درون آن قرار گیرد و از زمین جدا نشود.

در معادلات برخورد یا فاز دوتکیه‌گاهی نیز ضمن فرض آنی و کاملاً پلاستیک بودن برخورد، فرضیات زیر همانند [24] در نظر گرفته می‌شوند

الف-کف‌پاها بدون جرم (جرم کف‌پا نسبت به بقیه ربات ناچیز است) و بدون ارتفاع یا ضخامت صفر فرض می‌شوند. بطوری که در مدل‌سازی، نیروی عکس‌العمل زمین یا برخورد مستقیماً به مفصل قوزک منتقل و اعمال شود.

ب-نیروهای فنرها محدود و در مقابل نیروهای برخورد قابل صرف نظر فرض می‌شوند.

بنابراین ممنتوم زاویه‌ای سیستم حین برخورد همچنان حول مفصل قوزک‌پا ثابت می‌ماند و نگاشت آن مشابه نگاشت ضربه در مدل قبل به ازای شعاع انحنای صفر کف‌پا خواهد بود.



شکل 14 مدل پرگاری سه‌بعدی با عرض غیرصفر و کف‌پای تخت و فنر در قوزک‌پا (به جز مدل کف‌پا، کلیه پارامترها و درجات آزادی مشابه مدل با کف‌پای منحنی می‌باشند)

7- نتایج کنترل حرکت ربات با کف‌پای تخت و فنر

مشابه قبل نشان داده می‌شود به ازای مقادیر مختلفی از سختی فنرها، مدل پرگاری سه بعدی فوق دارای حرکت پریودیک غیرفعال مربوط به راه‌رفتن موازی تندترین شیب روی سطح گوه قبلی است. سپس براساس آن، کنترل فعال نمونه مدل جدید با استفاده از روش شکل‌دهی انرژی پتانسل ارائه می‌گردد.

در این‌جا برای داشتن یک مدل تقریباً معادل با مدل کف‌پا منحنی قبل، سختی فنرهای زیر را به عنوان نمونه در ادامه در نظر می‌گیریم

$$k_\varphi = k_\psi = 0, k_\theta = 2R = 0.2472 \tag{28}$$

درباره انتخاب سختی‌های فوق قابل ذکر است سختی k_θ در واقع از رابطه تقریبی در [22] برای سختی معادل با کف‌پای منحنی مدل دوبعدی محاسبه شده است و در انتخاب سایر سختی‌ها نیز به حداقل مقادیر که برای حرکت پایدار لازم است اکتفا شده است به‌طوری که به فرضیات مدل‌سازی نزدیک‌تر باشیم.

برای نمونه غیرفعال مدل مذکور، نقطه ثابت نگاشت پوانکاره که معرف راه رفتن مستقیم غیرفعال پایدار روی گوه با شیب $\alpha = 0.0702$ است با استفاده از بهینه‌سازی عددی (تا مرتبه 10^{-5})- بصورت رابطه (29) تعیین می‌شود

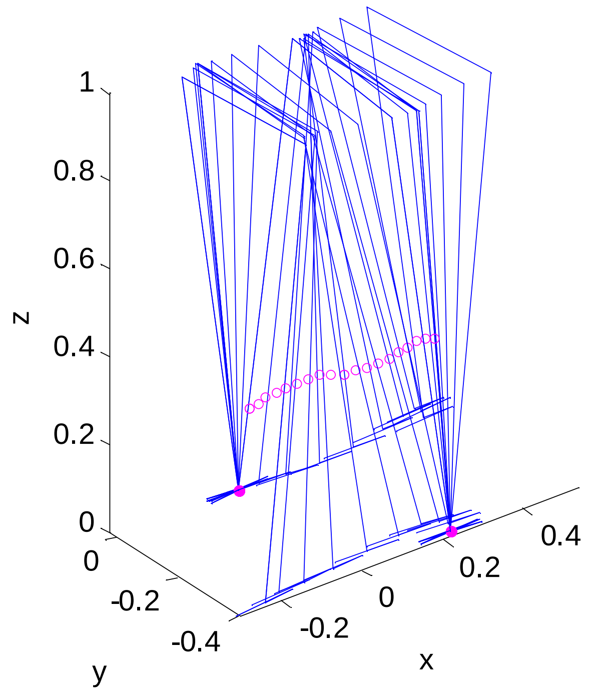
$$\begin{aligned} x^* = [&0.08938, -0.00264, -0.07464, 3.40631, \\ &-0.12656, -0.03667, 0.40811, -0.38211]^T \end{aligned} \tag{29}$$

که مربوط به لحظه بلافاصله بعد از برخورد پای چپ است.

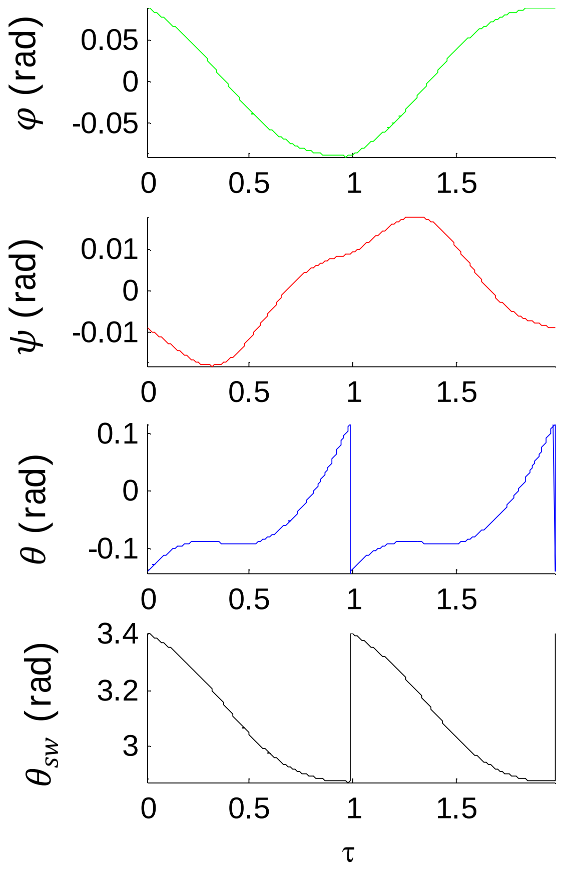
همچنین شرایط اولیه لازم برای کنترل نمونه فعال مدل مذکور بطور معادل روی سطح صاف $\alpha = 0$ با استفاده از روش شکل‌دهی انرژی پتانسیل، بوسیله یک بهینه‌سازی عددی مستقیم و یا از روی شرایط اولیه گیت پریودیک غیرفعال فوق به‌صورت رابطه (30) قابل تعیین است

$$\begin{aligned} x^* &= \Phi_A \circ x^*|_{\alpha=0.0702} \\ &= [0.08895, -0.00889, -0.14453, 3.40623, \\ &\quad -0.12876, -0.02776, 0.40727, -0.38188]^T \end{aligned} \tag{30}$$

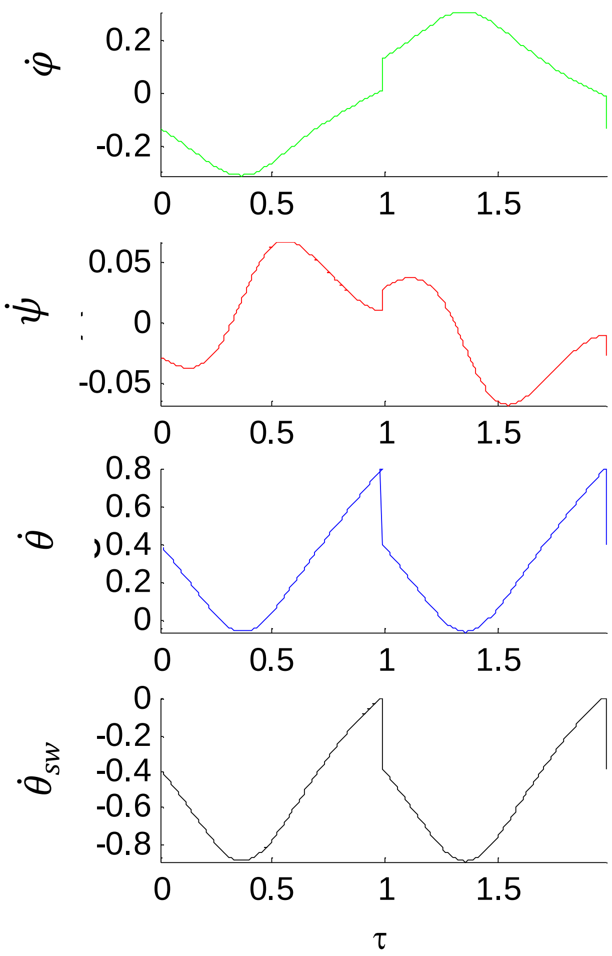
نتایج موفق کنترل حرکت مذکور با شروع از شرایط اولیه فوق، برای دو قدم متوالی (یک گام یا یک چرخه کامل از گیت پریودیک)، در شکل 15 تا شکل 20 نشان داده شده‌اند.



شکل 15 مجموعه تصاویر کنترل راه رفتن پایدار مجانبی روی سطح صاف حین یک گام (دو قدم متوالی). مرکز جرم کل ربات در هر لحظه با علامت دایره «o» مشخص شده است



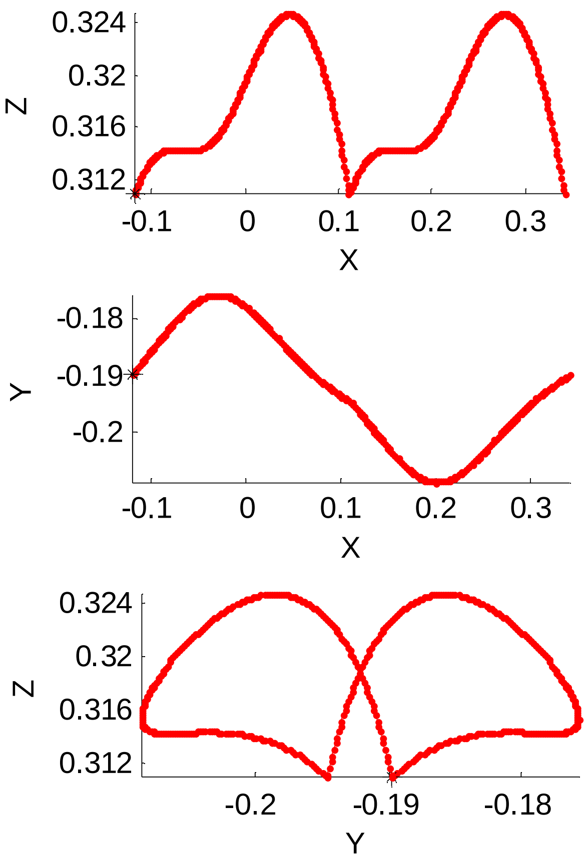
شکل 16 تغییر متغیرهای تعمیم‌یافته ربات حین یک گام (دو قدم متوالی). محورهای افقی نمایشگر زمان بی‌بعد τ هستند.



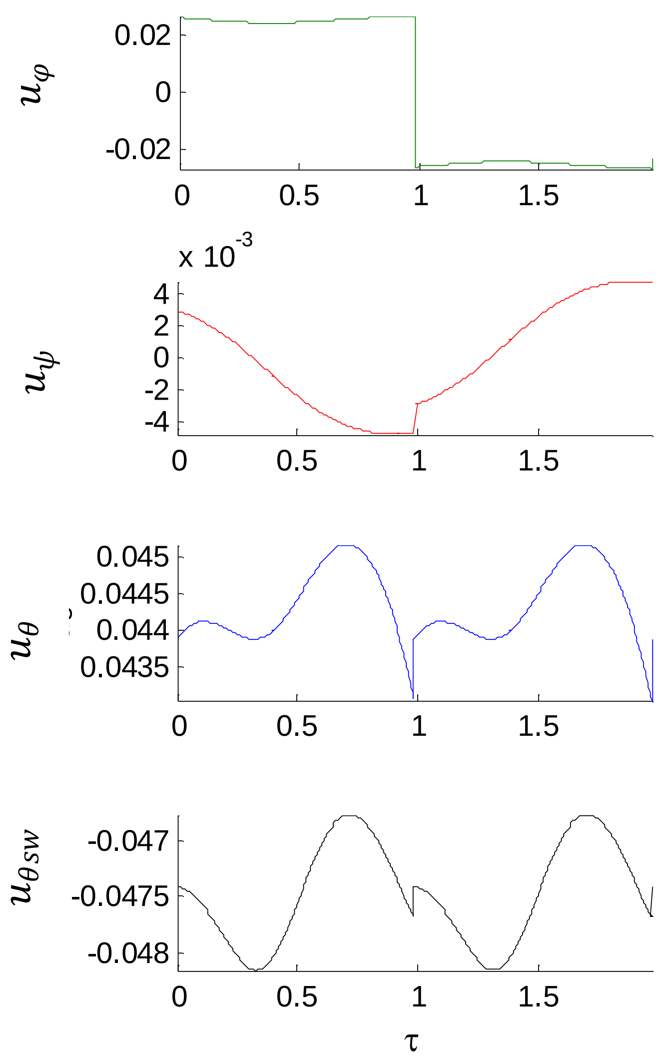
شکل 17 تغییر سرعت‌های تعمیم‌یافته ربات حین یک گام (دو قدم متوالی). محورهای افقی نمایشگر زمان بی‌بعد τ هستند.

8- نتیجه گیری

در این مقاله کنترل راه رفتن پایدار مجانبی ربات دوپای پرگاری سه‌بعدی با کف‌پای منحنی و یا بطور جایگزین با کف‌پای تخت و فنر ارائه شد. برای این منظور روش «شکل‌دهی انرژی پتانسیل» که پیشتر برای مدل‌های صفحه‌ای ارائه شده بود، برای ربات‌های سه‌بعدی در فضای واقعی و بویژه در حضور قیود غیرهولونومیک توسعه داده شد. با این روش حرکت‌های پریودیک غیرفعال که روی یک شیب خاص قابل تحققاند، از نظر تئوری روی هرشیب دلخواه دیگر قابل بازتولید خواهند بود؛ به‌طوری که یک کنترل غیرفعال پایه نزدیک به حالت بهینه خواهیم داشت. شبیه‌سازی کمی به‌طور نمونه برای کنترل راه رفتن یک ربات با پارامترهای خاص روی سطح صاف انجام شد. نتایج نشان می‌دهد حرکت پریودیک انجام شده دقیقاً مشابه حرکت پریودیک غیرفعال معادل و در نتیجه بطور قابل ملاحظه‌ای طبیعی و با مصرف انرژی کم است. در کارهای آینده لازم است محدودیت‌های عملی مانند اشباع عملگرها، کم‌فعال[1] بودن ربات و افزودن کف پای تخت به جای کف‌پای منحنی بررسی شوند.

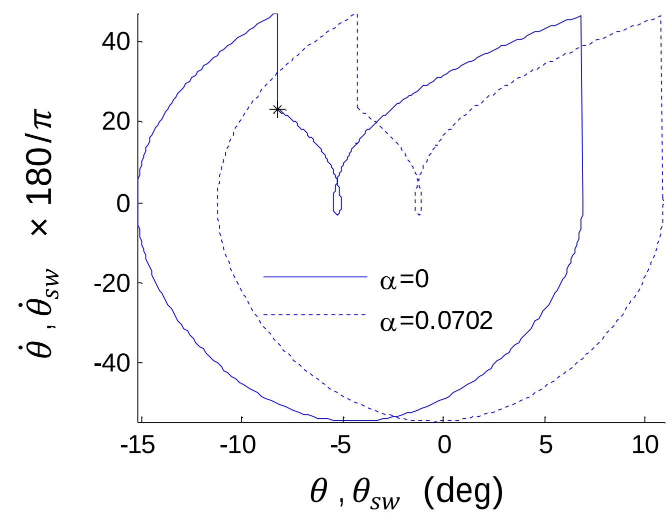


شکل 18 نمودار تغییر موقعیت مرکز جرم ربات حین یک گام در صفحات مختلف. موقعیت اولیه با علامت "*" مشخص شده است.



شکل 19 تغییر ورودی‌های کنترلی حین یک گام پریودیک (دو قدم متوالی)

1- Under-actuation



شکل 20 مقایسه نمودار فاز زاویه پیچ یک پا نسبت به محور قائم بصورت مطلق حین یک گام (دو قدم متوالی) برای حرکت کنترل شده روی سطح صاف α = 0 و حرکت غیرفعال روی سطح شیبدار α = 0.0702

9- مراجع

[1] T. McGeer, Passive walking with knees, in *Proceeding of The IEEE International Conference on Robotics and Automation,* pp. 1640-1645, 1990.
[2] T. McGeer, Passive dynamic walking, *The International Journal of Robotics Research,* Vol. 9, pp. 62-82, 1990.
[3] T. McGeer, Dynamics and control of bipedal locomotion, *J. theor. Biol,* Vol. 163, pp. 277-314, 1993.
[4] A. Goswami, B. Espiau, and A. Keramane, Limit cycles in a passive compass gait biped and passivity-mimicking control laws, *Autonomous Robots,* Vol. 4, pp. 273-286, 1997.
[5] J. W. Grizzle, G. Abba, and F. Plestan, Asymptotically stable walking for biped robots: Analysis via systems with impulse effects, *Automatic Control, IEEE Transactions on,* Vol. 46, pp. 51-64, 2001.
[6] J. W. Grizzle, C. Chevallereau, A. D. Ames, and R. W. Sinnet, 3D bipedal robotic walking: models, feedback control, and open problems, in *Proceeding of The IFAC Symposiuom on Nonlinear Control Systems,* 2010.
[7] J. Grizzle, C. Chevallereau, and C. L. Shih, HZD-based control of a five-link underactuated 3d bipedal robot, in *Proceeding of,* pp. 5206-5213, 2008.
[8] S. Guobiao and M. Zefran, Underactuated dynamic three-dimensional bipedal walking, in *Proceeding of The IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA.,* pp. 854-859, 2006.
[9] C. Shih, J. Grizzle, and C. Chevallereau, Asymptotically stable walking and steering of a 3D bipedal robot with passive point feet, *IEEE Transactions on Robotics,* 2009.
[10] S. Arimoto and M. Takegaki, A new feedback method for dynamic control of manipulators, *J. Dyn. Systems, Measurement Control,* Vol. 102, pp. 119-125, 1981.
[11] D. E. Koditschek, The application of total energy as a Lyapunov function for mechanical control systems, *Dynamics and control of multibody systems,* Vol. 97, pp. 131-157, 1989.
[12] M. W. Spong, Passivity based control of the compass gait biped, in *Proceeding of,* 1999.
[13] M. W. Spong and G. Bhatia, Further results on control of the compass gait biped, in *Proceeding of,* pp. 1933-1938, 2003.
[14] M. W. Spong and F. Bullo, Controlled symmetries and passive walking, *Automatic Control, IEEE Transactions on,* Vol. 50, pp. 1025-1031, 2005.
[15] M. W. Spong and F. Bullo, Controlled symmetries and passive walking, in *Proceeding of The 15th Triennial World Congress* Barcelona, Spain 2002.
[16] R. D. Gregg IV, *Geometric control and motion planning for three-dimensional bipedal locomotion,* PhD Thesis, Electrical & Computer Engr, University of Illinois at Urbana-Champaign, 2011.
[17] R. D. Gregg and M. W. Spong, Reduction-based control of three-dimensional bipedal walking robots, *The International Journal of Robotics Research,* Vol. 29, pp. 680-702, 2010.
[18] R. D. Gregg and M. W. Spong, Reduction-based control of branched chains: Application to three-dimensional bipedal torso robots, in *Proceeding of The 48th IEEE Conference on Decision and Control, held jointly with the 28th Chinese Control Conference,* pp. 8166-8173, 2009.
[19] R. D. Gregg and M. W. Spong, Reduction-based control with application to three-dimensional bipedal walking robots, in *Proceeding of The American Control Conference,* pp. 880-887, 2008.
[20] M. J. Coleman, M. Garcia, K. Mombaur, and A. Ruina, Prediction of stable walking for a toy that cannot stand, *Physical Review E,* Vol. 64, p. 022901, 2001.
[21] M. R. Sabaapour, M. R. Hairi-Yazdi, and B. Beigzadeh, Passive Dynamic Walking; An Extension To Walking Along Curved Path *Submitted to Journal of Bionic Engineering,* 2014.
[22] M. Wisse, D. G. Hobbelen, R. J. Rotteveel, S. O. Anderson, and G. J. Zeglin, Ankle springs instead of arc-shaped feet for passive dynamic walkers, in *Proceeding of The 6th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots,* pp. 110-116, 2006.
[23] B. Beigzadeh, A. Meghdari, and S. Sohrabpour, Passive dynamic object manipulation: A framework for passive walking systems, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics,* Vol. 227, pp. 185-198, 2013.
[24] K. Farrell, C. Chevallereau, and E. Westervelt, Energetic effects of adding springs at the passive ankles of a walking biped robot, in *Proceeding of The IEEE International Conference on Robotics and Automation,* pp. 3591-3596, 2007.