مجله مهندسی مکانیک مدرس، آذر 1394، دوره 15، شماره 9، ص‌ص 396-406

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

بررسی اثرات برهم‌کنش بین سیال و جامد بر جابجایی طبیعی گذرا داخل محفظه مربعی با پره ارتجاعی

احسان حیدری[1]، علیرضا شاطری نجف آبادی[2*]

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

* شهرکرد، صندوق پستی 115، shateri@eng.sku.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 10 تیر 1394

پذیرش: 29 تیر 1394

ارائه در سایت: 31 مرداد 1394

کلید واژگان:

جابجایی طبیعی گذرا

برهم‌کنش بین سیال و جامد

اویلری- لاگرانژی قراردادی

معادله الاستودینامیک

پره ارتجاعی

چکیده

در پژوهش حاضر با در نظر گرفتن اثرات برهم‌کنش دو طرفه بین سیال و جامد، انتقال حرارت جابجایی طبیعی گذرا در یک محفظه مربعی با پره ارتجاعی به روش عددی بررسی شده است. محفظه از هوا با عدد پرانتل 0/71 پر شده است. دیواره‌های عمودی در شرایط دما ثابت سرد و گرم، و دیواره‌های افقی و پره عایق هستند. به منظور توصیف حرکت سیال در مدل ارائه شده از دیدگاه اویلری- لاگرانژی قراردادی استفاده شده است. معادلات بی بعد میدان سیال به همراه شرایط مرزی مربوطه، با استفاده از روش حجم محدود گسسته سازی شده و به منظور حل همزمان معادلات از الگوریتم پیزو استفاده گردیده است. معادلات بی بعد حرکت پره نیز با استفاده از روش المان محدود و تکنیک تکرار نیوتن- رافسون حل گردیده است. تغییرات عدد رایلی در گستره 10^3 تا 10^6 است. نتایج حاکی از آن است که در بین حالات مورد بررسی، به ترتیب حدود 25 و 35 درصد از آن‌ها، افزایش و کاهش انتقال حرارت در مقایسه با محفظه دارای پره صلب از خود نشان داده‌اند. بیشترین و کمترین میزان تغییرات عدد ناسلت متوسط حالت پایا به ترتیب برابر با 4/5 و 15/4- درصد است. در مقایسه با پره صلب، زمان رسیدن به حالت پایا در حدود 90 درصد از حالات مورد بررسی افزایش یافته که این افزایش، امر مطلوبی تلقی نمی‌گردد.

Effects of fluid-structure interaction on transient natural convection in a square enclosure with flexible baffle

Ehsan Heidari, Alireza Shateri Najaf Abadi*

Department of Mechanical Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran
* P.O.B. 115, Shahrekord, Iran, shateri@eng.sku.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 01 July 2015
Accepted 20 July 2015
Available Online 22 August 2015

Keywords:
Transient Natural Convection
Fluid-Structure Interaction (FSI)
Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE)
Elastodynamics Equation
Flexible Baffle

ABSTRACT

In this study, the numerical investigation of transient natural convection with respect to the effects of two-way fluid-structure interaction is presented in a square enclosure containing a flexible baffle. The enclosure is filled with air of Prandtl number 0.71. Temperature is constant in both hot and cold vertical walls, while baffle and horizontal walls are adiabatic. Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) formulation is used to describe the fluid motion in the given model. Non-Dimensional equations of the fluid domain with relevant boundary conditions are discretized by the finite volume method (FVM), and PISO algorithm is used to solve the pressure-velocity coupling. Non-Dimensional equations of the baffle motion are solved by the finite element method (FEM) and also the Newton-Raphson iteration technique. Rayleigh number changes over the range of 10^3 to 10^6. Among the assessed situations, 25 percent and 35 percent of them respectively, indicate increment and reduction in the rate of heat transfer compared with the enclosure containing a rigid baffle. Maximum and minimum values of $Nu_{m,ss}$ variation are 4.5 and -15.4 percent, respectively. Compared with the rigid baffle, about 90 percent of the assessed cases indicate an increase in the time to reach the steady state situations, which is not considered favorable.

1- مقدمه

در اغلب مسائل به منظور تحلیل پدیده‌های گوناگون فیزیکی، بکارگرفتن حوزه مکانیک جامدات یا مکانیک سیالات هر کدام به تنهایی کافی نیست. این امر به دلیل اثرات متقابلی است که هر دوی آن‌ها بر یکدیگر دارند؛ از جمله تغییر شکل ساختار جامد به دلیل انبساط گرمایی و نیروهای وارده از طرف سیال و موارد دیگر. لذا امروزه تجزیه و تحلیل برهم‌کنش بین سیال و جامد[1] از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است [1]. مسائل برهم‌کنش بین سیال و جامد دسته‌ای از مسائلی هستند که در آن‌ها یک یا چند جسم جامد با سیال داخلی یا پیرامونی خود برهم‌کنش ایجاد کرده و وابستگی متقابلی بین آن دو به وجود می‌آید. به‌طوری که رفتار سیال بستگی به شکل ساختار جامد و حرکت آن دارد و متقابلا حرکت و تغییر شکل جامد بستگی به نیروهایی دارد

1- Fluid-Structure Interaction (FSI)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

E. Heidari, A. Shateri Najaf Abadi, Effects of fluid-structure interaction on transient natural convection in a square enclosure with flexible baffle, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 15, No. 9, pp. 396-406, 2015 (In Persian)

که از طرف سیال بر سطح آن وارد می‌گردد. مثال‌های فراوانی از کاربرد این مسائل در مهندسی، علوم، پزشکی و تقریبا تمام جنبه‌های زندگی روزمره بشر وجود دارد که از آن جمله می‌توان به لرزش بال‌های هواپیما، تغییر شکل پره‌های توربین باد، سقوط برگ از درخت، پر شدن کیسه هوای اتوموبیل، دینامیک چتر نجات، حرکت کشتی‌ها، پمپاژ خون به وسیله قلب همراه با باز و بسته شدن دریچه‌های آن، جریان خون در رگ‌ها، فرآیندهای تصفیه، طراحی موج شکن‌ها، صنایع غذایی و غیره اشاره نمود [2-4]. در یک تقسیم-بندی کلی مسائل برهم‌کنش بین سیال و جامد به دو صورت مدل‌سازی می‌شوند. در نوع اول، مسائل به صورت یک طرفه در نظر گرفته می‌شوند. این بدان معناست که در این گونه مسائل به علت برهم‌کنش بین سیال و جامد، میدان جامد متحمل تغییر شکل می‌گردد ولی اثرات این تغییر شکل بر روی میدان سیال در نظر گرفته نمی‌شود. نوع دوم مسائل دو طرفه هستند که در آن‌ها هر دو میدان جامد و سیال اثرات متقابلی بر یکدیگر دارند. به بیانی دیگر، به علت برهم‌کنش بین سیال و جامد، میدان جامد متحمل تغییر شکل می‌گردد و در ادامه اثرات این تغییر شکل بر روی میدان سیال نیز بررسی می‌گردد و این روند ادامه می‌یابد [5].

از جابجایی طبیعی در یک محیط بسته در عرصه‌های کاری مختلفی استفاده می‌گردد. صنایع الکتریکی و الکترونیکی از جابجایی طبیعی به منظور تعدیل حرارتی[1] قطعات و وسایل بکار رفته در انواع گوناگون تجهیزات خود بهره می‌گیرند. از میان سایر موارد کاربرد جابجایی طبیعی می‌توان به نمونه‌هایی از جمله علوم هوانوردی، کامپوترها، اتوموبیل، انرژی هسته‌ای، حمل و نقل دریایی، مهندسی عمران، سازه‌های خورشیدی و همچنین داروسازی، صنایع غذایی و کشاورزی اشاره کرد [6].

کمن و همکارانش [7] به بررسی اثر افزودن مانع به دیواره پایینی محفظه‌ای با دیواره‌های جانبی سرد و گرم پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد انتقال حرارت هنگامی که مانع کوتاه یا متوسط است به میزان اندکی تغییر می‌کند و تنها هنگامی که مانع به اندازه کافی بلند باشد (بیش از 80 درصد ارتفاع محفظه) انتقال حرارت به سرعت کاهش می‌یابد. همچنین انتقال حرارت با تغییر مکان عرضی مانع، تغیرات اندکی از خود نشان داد. ژو و همکارانش [8] به بررسی پدیده گذار به حالت جریان تناوبی در یک محفظه دارای پره نازک پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که پره نازک قادر است رژیم جریان داخل محفظه را تغییر دهد و باعث گذار به حالت جریان تناوبی گردد. نتایج آن‌ها بیانگر این مطلب بود که انتقال حرارت از طریق دیواره پره‌دار در مرحله آغازین جریان افزایش چشم‌گیری به میزان حداکثر 23 درصد از خود نشان داده است. آن‌ها [9] همچنین به مقایسه جابجایی طبیعی در نزدیکی دیواره پره‌دار یک محفظه در دو حالت متفاوت پره رسانای گرما و پره عایق پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که ساختار جریان و دما در گذار به حالت جریان تناوبی ناشی از وجود پره‌ها، در دو مورد پره رسانا و عایق به طور قابل ملاحظه‌ای متفاوت است. نتایج آن‌ها حاکی از آن است که پره رسانا، انتقال حرارت از طریق محفظه را تا 52 درصد در مقایسه با حالت بدون پره افزایش می‌دهد. آن‌ها [10] همچنین در مطالعه‌ای دیگر به بررسی اثر طول پره بر جابجایی طبیعی داخل محفظه پرداختند. این پژوهش در گستره اعداد رایلی بین 10^6 تا 10^9 و پره با طول‌های متفاوت و عدد پرانتل 6/63 صورت گرفت. ژو و ساها [11] به بررسی تأثیر استفاده از پره بر روی القای ناپایداری در جریان انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون یک محفظه مربعی پر شده از هوا پرداختند. شبیه سازی‌های عددی آن‌ها با در نظر گرفتن پره عایق و در گستره اعداد رایلی بین 10^5 و 10^9 صورت گرفت. آن‌ها نشان دادند عدد رایلی بحرانی برای گذار به حالت ناپایدار، بین $3/72\times10^6$ و $3/73\times10^6$ است. لیو و همکارانش [12] به بررسی آزمایشگاهی جابجایی طبیعی در محفظه‌ای پرداختند که بر روی هر یک از دو دیواره جانبی آن دو پره با طول‌های متفاوت قرار گرفته بود. آن‌ها مشاهده نمودند در مرحله آغازین و در مجاورت دیواره گرم، نفوذ حرارت از زیر پره‌ها و از سقف محفظه شکل می‌گیرد. در مرحله گذار آن‌ها مشاهده نمودند جریان گرمایی با عبور از پره‌ها در مجاورت دیواره گرم به آهستگی حرکت کرده و آرام آرام یک ساختار انتقال حرارت لایه‌ای به داخل محفظه شکل می‌گیرد. آن‌ها نشان دادند که در محدوده اعداد رایلی مورد آزمایش، بهبود انتقال حرارت از طریق اضافه کردن پره‌ها به محفظه تا 17/1 درصد امکان پذیر است. رسلان و همکارانش [13] با استفاده از بسته نرم افزاری کامسول به بررسی جابجایی طبیعی در یک محفظه مربعی با دیواره‌های سرد که یک منبع حرارتی استوانه‌ای درون آن بود، پرداختند. در پژوهش آن‌ها دمای منبع حرارتی به صورت سینوسی حول یک مقدار میانگین نوسان می‌کند. آن‌ها دریافتند نرخ انتقال حرارت با نوسانی شدن دمای منبع حرارتی میل به افزایش پیدا می‌کند. آن‌ها حداکثر میزان افزایش انتقال حرارت را برای دامنه‌های بالا و شعاع متوسط منبع حرارتی در بسامد بین 25π و 30π بدست آوردند. الامیری و خنافر [14] با استفاده از نرم افزار آدینا و به کمک شبیه سازی برهم‌کنش بین سیال و جامد، به بررسی انتقال حرارت توأم در یک محفظه با درپوش متحرک و دیواره زیرین ارتجاعی پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد ارتجاعی بودن دیواره پایینی محفظه نقش مهمی در بهبود انتقال حرارت بازی می‌کند. همچنین آن‌ها دریافتند میزان سهم جابجایی اجباری نسبت به جابجایی طبیعی تأثیر شگرفی بر رفتار دیواره ارتجاعی و همچنین فرآیندهای انتقال مومنتوم و انرژی درون محفظه دارد. خنافر [15] با استفاده از نرم افزار آدینا و به کمک شبیه سازی برهم‌کنش بین سیال و جامد به بررسی اثرات غیر دارسی بر روی جابجایی طبیعی درون یک محفظه مربعی متخلخل با دیواره سمت راست ارتجاعی پرداخت. نتایج وی نشان داد عدد رایلی و قابلیت ارتجاعی دیواره انعطاف پذیر اثرات شگرفی بر روی شکل و میزان نفوذ دیواره و در نتیجه بر روی بهبود انتقال حرارت دارند. علاوه بر این، مشخص گردید عدد ناسلت متوسط با افزایش هدایت گرمایی مؤثر و تخلخل محیط متخلخل افزایش می‌یابد.

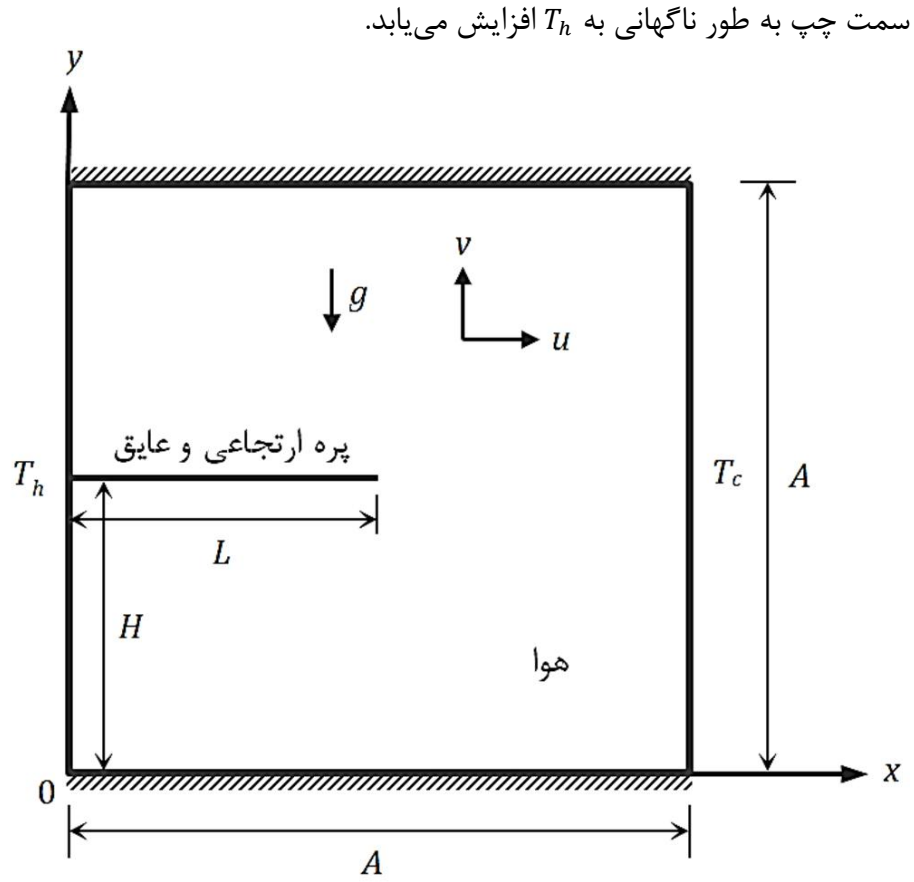
بر اساس اطلاعات نویسندگان، تا کنون پژوهش‌های بسیار اندکی در زمینه بکارگیری اثرات پدیده برهم‌کنش بین سیال و جامد در حوزه انتقال حرارت جابجایی صورت گرفته که از بین آن‌ها مرجع [15] به بررسی اثرات این پدیده بر جابجایی طبیعی پرداخته است. علت این امر از سویی محدودیت منابع سخت افزاری و نرم افزاری در سال‌های نه چندان دور است که مانع از بررسی جامع مسائل برهم‌کنش بین سیال و جامد در گذشته شده است. از سوی دیگر، ماهیت پیچیده و وابسته به زمان این گونه مسائل آن‌ها را در زمره شبیه سازی‌های زمان‌بر و پر هزینه قرار داده است. همچنین مشکلات فراوانی در مورد همگرایی و پایداری این گونه مسائل وجود دارد. این در حالیست که به دلایل اقتصادی و ایمنی، نیاز به بررسی اثرات این پدیده در صنایع مرتبط با جابجایی طبیعی به شدت احساس می‌گردد. از جمله دلایل مهم مورد بحث می‌توان به این موضوع اشاره نمود که، تجهیزات الکترونیکی و خنک کن‌های آن‌ها دارای دقت ساخت بالایی هستند و عموما از مقیاس‌های کوچکی در طراحی و ساخت بهره می‌برند. در نتیجه کوچک‌ترین تغییر شکل یا اعوجاجی در فرآیند خنک‌کاری این گونه سیستم‌ها در دماهای نسبتا بالا و همچنین

1- Thermal Regulation

وجود نوسانات طولانی مدت در نرخ انتقال حرارت‌شان، باعث ایجاد خسارات جبران‌ناپذیری در آن‌ها می‌گردد. از این رو در پژوهش حاضر و در راستای این احساس نیاز، سعی بر آن شده است که با نوآوری در ساختار مسائل فراوانی که تاکنون تنها به بررسی انتقال حرارت جابجایی طبیعی در محفظه‌هایی با دیواره‌ها و پره‌های صلب پرداخته‌اند، زمینه‌سازی برای بررسی هرچه دقیق‌تر و گسترده‌تر اثرات پدیده برهم‌کنش بین سیال و جامد در این مسائل فراهم آورده شود. این تغییر اساسی در ساختار، با اضافه کردن خاصیت ارتجاعی به یکی از اجزای محفظه شکل می‌گیرد. در مطالعاتی که تاکنون صورت گرفته، از پره عایق اغلب به منظور کنترل جریان داخل محفظه با هدف کاهش نسبی نرخ انتقال حرارت استفاده شده است. پژوهش حاضر با در نظر گرفتن اثرات برهم‌کنش دو طرفه بین سیال و جامد، به بررسی انتقال حرارت جابجایی طبیعی گذرا در یک محفظه مربعی با پره ارتجاعی و عایق می‌پردازد. از جمله اهداف این پژوهش می‌توان به بررسی تأثیر حالت ارتجاعی پره، طول و موقعیت پره و عدد رایلی بر میدان جریان و انتقال حرارت و مقایسه نتایج با حالتی که پره صلب و بدون تغییر شکل است، اشاره نمود.

2- بیان مسأله

مدل مورد بررسی در پژوهش حاضر، محفظه‌ای دو بعدی، مربعی با طول ضلع A و پر شده از هوا با عدد پرانتل 0/71 است. نمای کلی از هندسه مورد نظر و شرایط مرزی در شکل 1 نشان داده شده است. دیواره‌های عمودی در شرایط دما ثابت و دیواره‌های افقی و پره عایق هستند. پره به صورت ارتجاعی در نظر گرفته شده و بر اثر نیروهای هیدرودینامیکی (فشار و تنش لزج) که از طرف سیال به آن وارد می‌گردد تغییر شکل می‌دهد. جنس پره بر روی میزان تغییر شکل آن تأثیر گذار است ولی در پژوهش حاضر اثرات تغییر جنس بررسی نمی‌گردد؛ و پره صرفا ارتجاعی، با طول L، ضخامتی برابر با یک درصد طول ضلع محفظه و به فاصله H از دیواره پایینی محفظه در نظر گرفته شده است. در ابتدا هوای داخل محفظه ساکن و در دمای T_c است. سپس دمای دیواره سمت چپ به طور ناگهانی به T_h افزایش می‌یابد.



شکل 1 محفظه با پره ارتجاعی

3- معادلات حاکم

در ابتدا توصیفی کلی از قوانین حاکم بر مسائل برهم‌کنش بین سیال و جامد ارائه می‌گردد. با توجه به تغییر شکل مرز مشترک[1] میدان سیال و جامد با گذر زمان، به منظور توصیف حرکت سیال در مدل ارائه شده از دیدگاه اویلری- لاگرانژی قراردادی[2] استفاده شده است. روابط (1-4) بیانگر معادلات حاکم بر سیال نیوتنی تراکم ناپذیر در این دیدگاه است [16]:

معادله پیوستگی

$$\nabla \cdot \vec{u}^f = 0 \tag{1}$$

معادلات ناویر- استوکس[3]

$$\rho^f \frac{\partial \vec{u}^f}{\partial t} + \rho^f \left(\vec{u}^f - \vec{u}^g\right) \cdot \nabla \vec{u}^f = \nabla \cdot \bar{\bar{\sigma}}^f + \vec{f}_B^{\,f} \tag{2}$$

معادله انرژی

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \left(\vec{u}^f - \vec{u}^g\right) \cdot \nabla T = \alpha^f \nabla^2 T \tag{3}$$

در معادله انرژی از جملات چشمه و تلفات صرف‌نظر شده است. $\bar{\bar{\sigma}}^f$ بیانگر تانسور تنش کوشی[4] سیال و از رابطه (4) قابل محاسبه است:

$$\bar{\bar{\sigma}}^f = -p\bar{\bar{\mathrm{I}}} + \mu^f \left(\nabla \vec{u}^f + \left(\nabla \vec{u}^f\right)^{\mathrm{T}}\right) \tag{4}$$

در روابط بالا $\vec{f}_B^{\,f}$ نشان دهنده بردار نیروهای حجمی وارد شده بر واحد حجم سیال و $\vec{u}^g$ سرعت مختصات متحرک در دیدگاه اویلری- لاگرانژی قراردادی یا به عبارتی دیگر سرعت شبکه متحرک است. عبارت $(\vec{u}^f - \vec{u}^g)$ نشان دهنده سرعت نسبی سیال در مقایسه با شبکه متحرک است. جزئیات این دیدگاه و نحوه استفاده از آن در مسائل برهم‌کنش بین سیال و جامد در مرجع [16] آمده است.

با بکارگیری تئوری الاستیسیته خطی، رابطه حاکم بر حرکت میدان جامد در مدل ارائه شده به صورت معادله الاستودینامیک زیر است [17]:

$$\rho^s \ddot{\vec{d}}^s = \nabla \cdot \bar{\bar{\sigma}}^s + \vec{f}_B^{\,s} \tag{5}$$

در این رابطه $\ddot{\vec{d}}^s$ و $\vec{f}_B^{\,s}$ به ترتیب بیانگر بردار شتاب محلی میدان جامد و بردار نیروهای حجمی اعمال شده بر واحد حجم آن است. $\bar{\bar{\sigma}}^s$ نشان دهنده تانسور تنش کوشی میدان جامد است که با فرض رفتار ماده به صورت الاستیک خطی، همگن و همسانگرد از رابطه (6) محاسبه می‌گردد:

$$\bar{\bar{\sigma}}^s = \lambda^s \left(\nabla \cdot \vec{d}^s\right)\bar{\bar{\mathrm{I}}} + \mu^s \left(\nabla \vec{d}^s + \left(\nabla \vec{d}^s\right)^{\mathrm{T}}\right) \tag{6}$$

$\vec{d}^s$ بیانگر بردار تغییر مکان میدان جامد است. ضرایب لامه λ^s و μ^s از رابطه (7) بدست می‌آیند:

$$\lambda^s = \frac{E\vartheta}{(1+\vartheta)(1-2\vartheta)} \quad , \quad \mu^s = \frac{E}{2(1+\vartheta)} \tag{7}$$

E و ϑ به ترتیب نشان دهنده ضرایب الاستیسیته و پواسون هستند.

علاوه بر شرایط مرزی هر میدان که جداگانه اعمال می‌گردد، دو شرط سازگاری جابجایی و تعادل کشش در سطح مرز مشترک سیال و جامد طبق روابط (8) و (9) برقرار است:

$$\vec{u}_i^f = \vec{u}_i^g = \dot{\vec{d}}_i^s \tag{8}$$

$$\left(\vec{\mathrm{n}} \cdot \bar{\bar{\sigma}}^f\right)_i = \left(\vec{\mathrm{n}} \cdot \bar{\bar{\sigma}}^s\right)_i \tag{9}$$

i و $\vec{\mathrm{n}}$ به ترتیب بیانگر سطح مشترک سیال و جامد و بردار یکه عمود بر سطح مشترک هستند. روابط (8) و (9) به ترتیب به شرایط عدم لغزش سیال بر روی سطوح جامد و تعادل نیروها بر روی سطح مشترک اشاره دارند. اگر در

1- Interface
2- Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE)
3- Navier-Stokes Equations
4- Cauchy Stress Tensor

مسأله‌ای انتقال حرارت مشترک بین سیال و جامد نیز مد نظر باشد، علاوه بر شرایط مرزی بالا دو شرط تطابق دما و شار حرارتی بر روی سطح مشترک نیز اضافه می‌گردند.

3-1- معادلات بی بعد میدان سیال

در مدل دو بعدی ارائه شده، با استفاده از فرضیات جریان جابجایی طبیعی آرام، تراکم ناپذیر، لزج، حالت گذرا، خواص سیال ثابت، سیال نیوتنی و با به‌کارگیری تخمین بوزینسک و بی بعد سازی روابط (1-4)، روابط (10-13) حاصل می‌گردد:

معادله پیوستگی

$$\frac{\partial U^f}{\partial X}+\frac{\partial V^f}{\partial Y}=0 \tag{10}$$

معادله مومنتوم در جهت X

$$\frac{\partial U^f}{\partial \tau}+\left(U^f-U^g\right)\frac{\partial U^f}{\partial X}+\left(V^f-V^g\right)\frac{\partial U^f}{\partial Y}=-\frac{\partial P}{\partial X}+Pr\left(\frac{\partial^2 U^f}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 U^f}{\partial Y^2}\right) \tag{11}$$

معادله مومنتوم در جهت Y

$$\frac{\partial V^f}{\partial \tau}+\left(U^f-U^g\right)\frac{\partial V^f}{\partial X}+\left(V^f-V^g\right)\frac{\partial V^f}{\partial Y}=-\frac{\partial P}{\partial Y}+Pr\left(\frac{\partial^2 V^f}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 V^f}{\partial Y^2}\right)+Ra\cdot Pr\cdot\theta \tag{12}$$

معادله انرژی

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau}+\left(U^f-U^g\right)\frac{\partial \theta}{\partial X}+\left(V^f-V^g\right)\frac{\partial \theta}{\partial Y}=\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \tag{13}$$

متغیرها و اعداد بی بعد استفاده شده در معادلات بالا به صورت رابطه (14) هستند:

$$X=\frac{x}{A}\quad Y=\frac{y}{A}\quad U^f=\frac{u^f A}{\alpha^f}\quad U^g=\frac{u^g A}{\alpha^f}\quad V^f=\frac{v^f A}{\alpha^f}$$
$$V^g=\frac{v^g A}{\alpha^f}\quad \tau=\frac{t\alpha^f}{A^2}\quad P=\frac{\bar{p}}{\rho^f}\left(\frac{A}{\alpha^f}\right)^2\quad \theta=\frac{T-T_c}{T_h-T_c}$$
$$Ra=\frac{g\beta A^3(T_h-T_c)}{\nu\alpha^f}\quad Pr=\frac{\nu}{\alpha^f} \tag{14}$$

$\bar{p}$ فشار کاهش یافته است که به صورت $\bar{p}=p+\rho^f g y$ محاسبه می‌گردد.

شرط عدم لغزش بر روی پره برقرار است. شرایط مرزی بی بعد به صورت روابط (15-18) اعمال می‌گردند:

دیواره‌ها: $U^f=U^g=V^f=V^g=0$ (15)

دیواره‌های دما ثابت: $\theta(X=0)=1\ ,\ \theta(X=1)=0$ (16)

دیواره‌های عایق: $\partial\theta/\partial Y\big|_{Y=0,1}=0$ (17)

پره عایق: $\partial\theta/\partial Y=0$ (18)

عدد ناسلت موضعی بر روی دیواره‌های دما ثابت از رابطه (19) بدست می‌آید:

$$Nu(Y)=-\frac{\partial\theta}{\partial X}\bigg|_{X=0,1} \tag{19}$$

عدد ناسلت متوسط با انتگرال‌گیری از ناسلت موضعی بر روی سطوح دما ثابت و عدد ناسلت متوسط زمانی نیز با انتگرال‌گیری از ناسلت متوسط بر روی زمان رسیدن به حالت پایا، طبق رابطه (20) محاسبه می‌گردند:

$$Nu_m=\int_0^1 Nu(Y)\,dY\ ,\ Nu_{t.a.}=\int_0^{\tau_{ss}} Nu_m\,d\tau \tag{20}$$

3-2- معادلات بی بعد میدان جامد

به منظور بی بعدسازی معادلات میدان جامد از برخی خواص میدان سیال استفاده شده است. وزن پره در مقایسه با نیروهای هیدرودینامیکی وارده بر آن ناچیز بوده و از آن صرف‌نظر می‌گردد. با جای‌گذاری رابطه (6) در (5) و بی بعد سازی آن، معادلات ناویر-کوشی غیر دائم[1] بی بعد بدست می‌آید:

$$(\lambda^{s*}+\mu^{s*})\nabla^*\left(\nabla^*\cdot\vec{D}^s\right)+\mu^{s*}\nabla^{2*}\vec{D}^s=\rho^{s*}\ddot{\vec{D}}^s \tag{21}$$

مشتق زمانی نسبت به زمان بی بعد τ گرفته شده است. متغیرها و عملگرهای بی‌بعد استفاده شده در معادله بالا به صورت رابطه (22) هستند:

$$\lambda^{s*}=\frac{E^*\vartheta}{(1+\vartheta)(1-2\vartheta)}\quad \mu^{s*}=\frac{E^*}{2(1+\vartheta)}\quad \rho^{s*}=\frac{\rho^s}{\rho^f}$$
$$E^*=\frac{E}{\rho^f}\left(\frac{A}{\alpha^f}\right)^2\quad \nabla^*=A\nabla\quad \nabla^{2*}=A^2\nabla^2\quad \vec{D}^s=\frac{1}{A}\vec{d}^s \tag{22}$$

شرط تعادل نیروها در سطح پره برقرار است. تغییر مکان و سرعت انتهای ثابت پره همواره صفر و تغییر مکان و سرعت سراسر پره در ابتدا صفر است. شرایط مرزی و اولیه بی بعد، به‌ترتیب در روابط (23) و (24) آمده‌اند:

$$\vec{D}^s(X=0,Y,\tau)=\dot{\vec{D}}^s(X=0,Y,\tau)=\vec{0} \tag{23}$$

$$\vec{D}^s(X,Y,\tau=0)=\dot{\vec{D}}^s(X,Y,\tau=0)=\vec{0} \tag{24}$$

4- روش حل عددی

به منظور شبیه‌سازی مدل ارائه شده، از حلگرهای سیالاتی و جامداتی نرم افزار انسیس استفاده شده است. معادلات بی‌بعد میدان سیال به همراه شرایط مرزی مربوطه، با استفاده از روش حجم محدود گسسته سازی شده‌اند. به منظور گسسته سازی معادلات مومنتوم و انرژی در حوزه مکان و زمان به ترتیب از روش‌های کوئیک و ضمنی مرتبه اول استفاده شده است. همچنین به منظور حل همزمان معادلات از الگوریتم پیزو استفاده گردیده است. لازم به ذکر است که در هر گام زمانی معادلات میدان سیال حل گردیده و نیروهای وارده بر پره مشخص می‌گردند. سپس با استفاده از این نیروها و سایر شرایط مرزی مربوطه، معادلات بی بعد حرکت پره با استفاده از روش المان محدود و تکنیک تکرار نیوتن- رافسون حل گردیده و تغییر مکان هر نقطه از آن بدست می‌آید. این تغییر مکان‌ها باعث تغییر شکل حوزه سیال شده و در گام زمانی جدید شبکه محاسباتی جدیدی با استفاده از روش شبکه‌بندی پویا[2] برای حوزه سیال ایجاد می‌گردد. به منظور دنبال کردن دقیق مرز مشترک سیال و جامد در زمان‌های مختلف، از شبکه مثلثی بی سازمان همراه با المان‌های لایه مرزی در مجاورت دیواره‌ها استفاده شده است.

ضریب الاستیسیته پره به نوعی انتخاب شده است که علاوه بر تغییر شکل پره در اعداد رایلی پایین، در اعداد رایلی بالا نیز مقادیر کرنش‌ها افزایش چشم‌گیری نداشته و رفتار پره وارد محدوده پلاستیک نمی‌گردد. در نتیجه تئوری الاستیسیته خطی پابرجاست. مقادیر بی‌بعد پارامترهای پره برابر با $E^*=8\times10^9$، $\vartheta=0.3$ و $\rho^{s*}=6000$ است.

5-اعتبارسنجی

به منظور بررسی صحت عملکرد نرم افزار، مقایسه‌ای بین نتایج بدست آمده با نتایج مراجع دیگر صورت گرفته است. در ابتدا انتقال حرارت جابجایی طبیعی پایا در محفظه‌ای مربعی، پر شده از هوا، با دیواره‌های افقی عایق و دیواره‌های عمودی سرد و گرم بررسی شده است. در جدول 1 مقادیر ناسلت متوسط با نتایج مراجع [18] و [19] که از جمله کارهای تجربی دقیق و اولیه در زمینه جابجایی طبیعی هستند، مقایسه شده است. مشاهده می‌گردد که

1- Unsteady Navier-Cauchy Equations
2- Dynamic Mesh

نتایج بدست آمده با دقت بالایی قابل قبول است.

در مقایسه‌ای دیگر به منظور ارزیابی عملکرد زمانی نرم‌افزار، محفظه مورد استفاده در جدول 1 در حالت گذرا بررسی شده است. در جدول 2 مقادیر ناسلت متوسط زمانی دیواره گرم با نتایج عددی مرجع [20] مقایسه شده و ملاحظه می‌گردد که دقت نتایج بدست آمده قابل قبول است.

در نهایت، انتقال حرارت جابجایی طبیعی گذرا در محفظه مربعی پره‌دار که در مرجع [11] آمده، بررسی شده است. تفاوت محفظه مورد استفاده آن‌ها با محفظه حاضر، در صلبیت پره و ثابت بودن طول و موقعیت آن است.نتایج در قالب تاریخچه دمایی نقطه‌ای تحت عنوان P2 در مرجع مذکور، در شکل 2 نشان داده شده است. همان‌گونه که در شکل مشاهده می‌شود، تأخیری زمانی بین منحنی‌ها وجود دارد. علت عمده این اختلاف ناشی از آنست که در مرجع [11] از روش شبیه سازی عددی مستقیم[1] استفاده شده است. این در حالیست که در پژوهش حاضر، تمامی شبیه سازی‌ها با فرض آرام بودن رژیم جریان صورت گرفته است. با این حال، تطابق مناسبی بین نتایج وجود دارد.

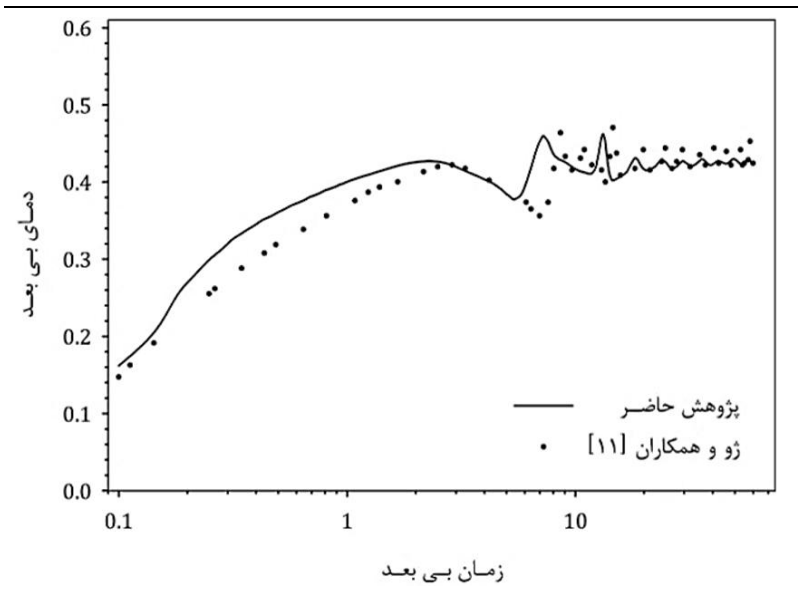
پس از اعتبارسنجی نتایج بدست آمده از نرم افزار، استقلال آن‌ها از شبکه حل بررسی شده و شبکه حل مناسب انتخاب می‌گردد. برای این منظور تأثیر تعداد المان‌های شبکه بر ناسلت متوسط حالت پایا و ناسلت متوسط زمانی دیواره گرم، در اعداد رایلی مختلف و طول و موقعیت‌های متفاوت پره بررسی شده است. به منظور ریز کردن شبکه و به دلیل استفاده از شبکه بی سازمان، سعی شده است در هر مرحله تعداد المان‌های تشکیل دهنده شبکه به دو برابر افزایش یابد. نمونه‌ای از این بررسی‌ها برای حالت $H/A = 0.50$، $L/A = 0.25$ و $Ra = 10^6$ در جدول 3 آمده است. با توجه به یکسان بودن مقادیر دو ستون آخر، شبکه با 21362 المان انتخاب می‌گردد.

جدول 1 اعتبارسنجی نتایج با محفظه مربعی بدون پره در حالت پایا

Ra	10^3	10^4	10^5	10^6
پژوهش حاضر	1/119	2/250	4/533	8/853
دیویس [18]	1/116	2/242	4/523	8/928
هارتمن و همکاران [19]	-	2/244	4/526	8/851
بیشترین درصد خطا	0/3	0/4	0/2	0/8

جدول 2 اعتبارسنجی نتایج با محفظه مربعی بدون پره در حالت گذرا

Ra	10^3	10^4	10^5	10^6
پژوهش حاضر	1/625	2/826	5/323	10/839
سای و همکاران [20]	1/607	2/859	5/380	10/899
درصد خطا	1/1	1/2	1/1	0/6



شکل 2 مقایسه نتایج با محفظه مربعی پره‌دار در حالت گذرا و در $Ra = 4 \times 10^6$

1- Direct Numerical Simulation (DNS)

جدول 3 تأثیر تعداد المان‌های شبکه بر نتایج حل

تعداد المان	663	1327	2661	5301	10600	21362	40459
$Nu_{m,ss}$	8/96	8/35	8/24	7/99	7/96	7/94	7/94
$Nu_{t.a.}$	9/33	8/80	8/64	8/46	8/35	8/31	8/31

6- نتایج

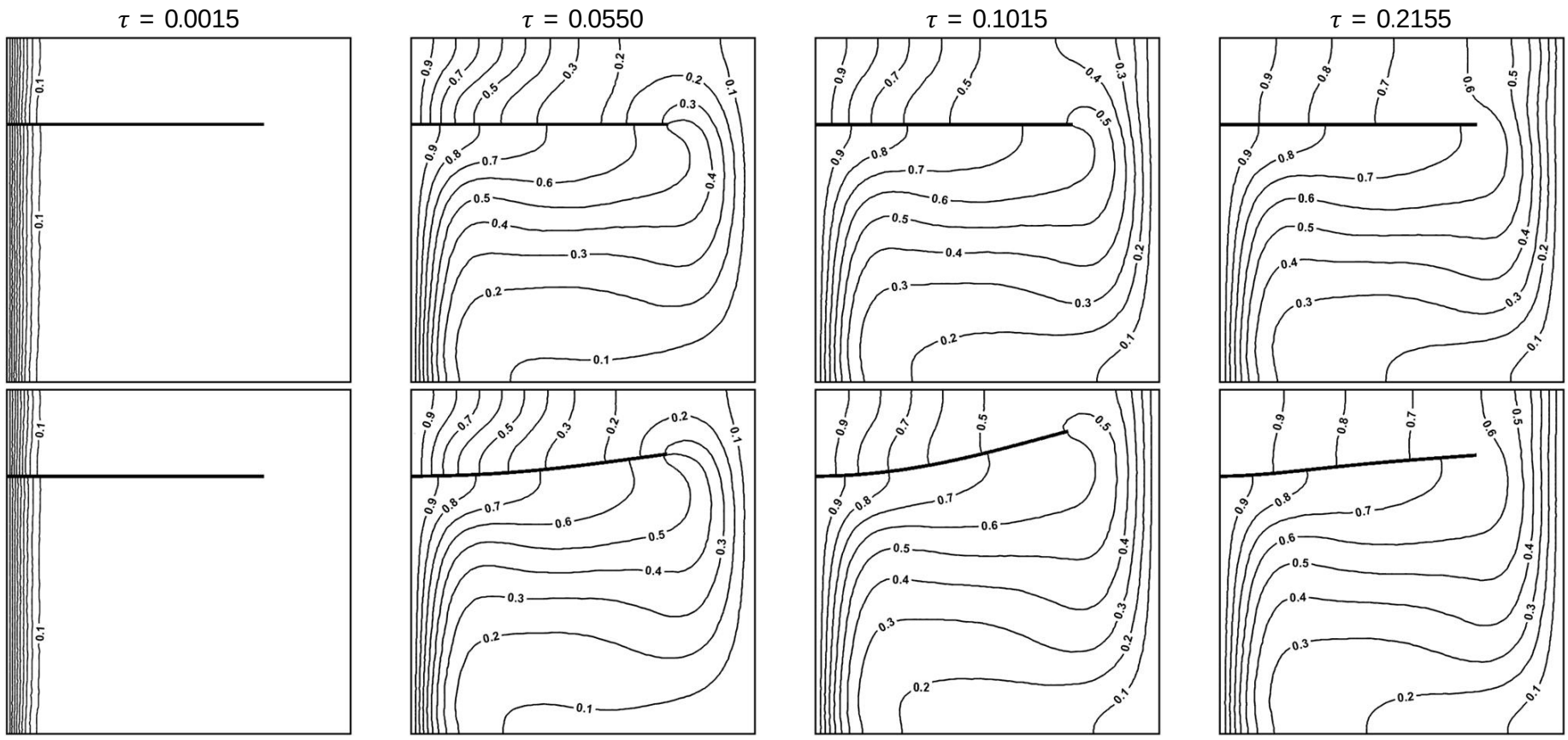
نتایج به ازای مقادیر بی بعد طول و موقعیت پره برابر با 0/25، 0/50 و 0/75 و در اعداد رایلی 10^3، 10^4، 10^5 و 10^6 بدست آمده‌اند. در ادامه بخشی از نتایج بدست آمده در قالب خطوط همدما، خطوط جریان و مقادیر عدد ناسلت بررسی شده است.

6-1- مشخصه‌های زمانی

در این بخش تأثیر حالت ارتجاعی پره و عدد رایلی بر مشخصه‌ها و مقادیر زمانی حل گذرا بررسی می‌گردد. برای این منظور پره با $H/A = 0.75$ و $L/A = 0.75$ در نظر گرفته شده است.

در شکل 3 خطوط همدما در هر دو حالت محفظه با پره صلب (صرف‌نظر از اثرات برهم‌کنش بین سیال و جامد) و ارتجاعی (بکارگیری اثرات برهم-کنش بین سیال و جامد)، در طی زمان‌های مختلف و در عدد رایلی 10^5 مقایسه شده است. در ابتدا و اندکی پس از افزایش دمای دیواره سمت چپ ($\tau = 0.0015$)، دمای لایه‌های سیال مجاور دیواره از طریق هدایت حرارتی افزایش می‌یابد. در این مرحله سرعت سیال بسیار پایین بوده و نیروی ناچیزی به پره وارد می‌گردد. در نتیجه پره ارتجاعی تغییر شکلی از خود نشان نمی‌دهد. با گذر زمان ($\tau = 0.0550$) و افزایش نقش انتقال حرارت جابجایی، سیال تحت تأثیر نیروهای شناوری در جهت ساعتگرد به چرخش درآمده و نیروی قابل توجهی به پره وارد می‌کند. در نتیجه پره به سمت بالا تغییر شکل داده و در زمان $\tau = 0.1015$ تغییر شکل آن به بیشترین حد خود رسیده است. در ادامه و بر اثر نیروهای داخلی پره که تمایل دارند آن را به حالت اولیه بازگردانند، پره به سمت پایین تغییر شکل داده و در انتهای یک دوره نوسانی ($\tau = 0.2155$) به حد پایینی خود رسیده است. با سپری شدن زمان، نوسانات پره ادامه یافته و به دلیل اثرات میرایی ناشی از لزجت سیال، رفته رفته دامنه نوسانات کاهش می‌یابد. در نهایت پس از میرایی کامل نوسانات و برقراری تعادل بین نیروهای داخلی پره و نیروهای هیدرودینامیکی وارده بر آن، رفتار سیال و تغییر شکل پره به حالت پایا می-رسند.

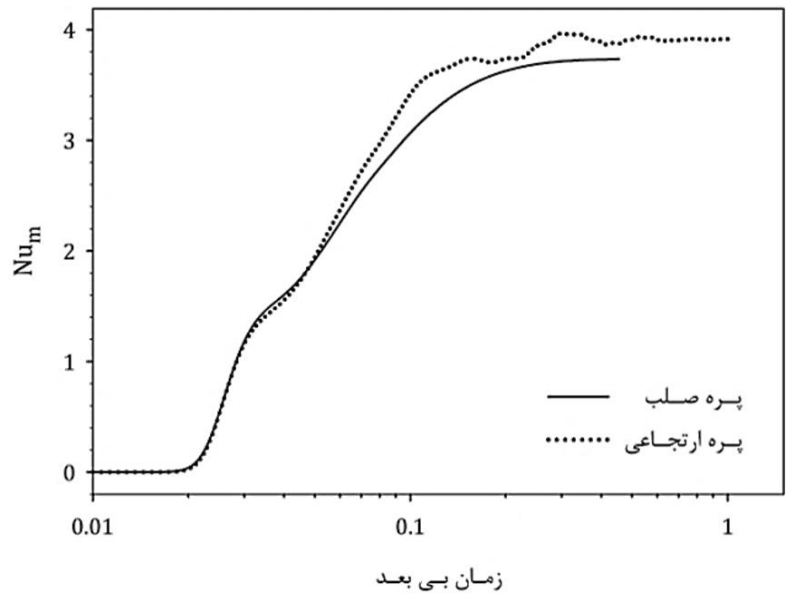
در شکل 3 ملاحظه می‌گردد که با افزایش زمان، خطوط همدمای واقع در بالای پره ارتجاعی در مقایسه با پره صلب، از یکدیگر و از دیواره گرم فاصله گرفته‌اند. این امر نشان دهنده کاهش نسبی انتقال حرارت در این قسمت از محفظه در مقایسه با پره صلب است. از طرفی در قسمت پایینی پره برعکس این اتفاق رخ داده و با افزایش زمان در مقایسه با پره صلب، خطوط همدما دورتر از نوک پره و به سمت دیواره گرم متمایل شده‌اند. این بدان معناست که انتقال حرارت در این قسمت از محفظه در مقایسه با پره صلب افزایش یافته است. برآیند این کاهش و افزایش می‌تواند منجر به کاهش انتقال حرارت در طول زمان یا افزایش آن، نسبت به حالت پره صلب گردد. به منظور آگاهی از این امر، عدد ناسلت متوسط محفظه در این حالت بررسی شده است. در شکل 4 نمودار عدد ناسلت متوسط دیواره سرد برحسب زمان بی بعد، برای پره صلب و ارتجاعی تا رسیدن به حالت پایا نشان



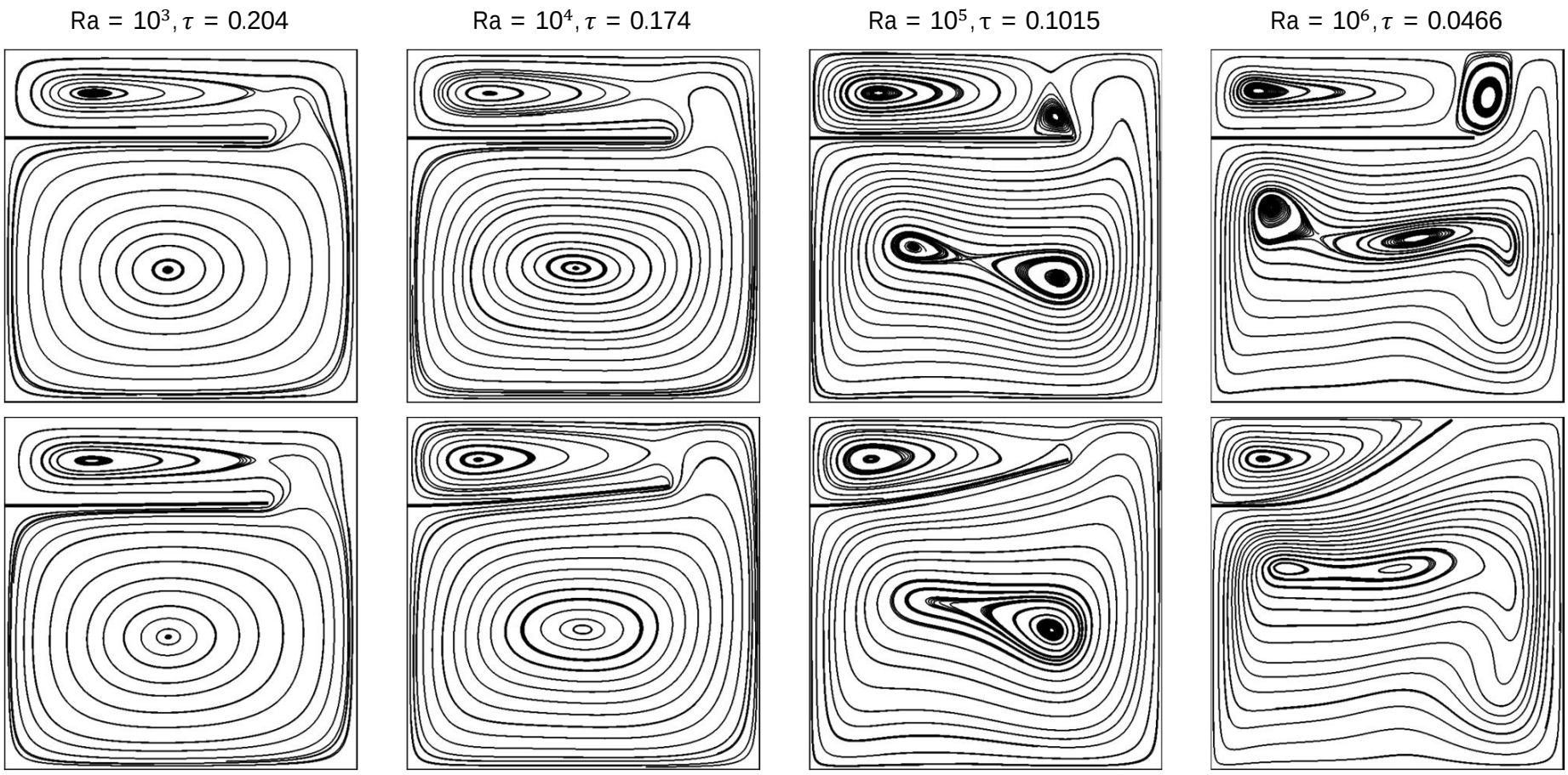
شکل 3 خطوط همدما در محفظه با پره صلب (ردیف بالا) و ارتجاعی (ردیف پایین) در طی زمان‌های مختلف و در $Ra = 10^5$

داده شده است. مشاهده می‌گردد که برآیند این کاهش و افزایش انتقال حرارت، در نهایت منجر به افزایش انتقال حرارت درون محفظه دارای پره ارتجاعی در مقایسه با پره صلب در طول زمان شده است. از آن‌جایی که علت فاصله گرفتن این دو منحنی از یکدیگر وابسته به تغییر شکل پره است، مطابق با انتظار، تقریبا زمانی که پره بیشترین تغییر شکل را پیدا کرده است ($\tau = 0.1015$)، فاصله بین دو منحنی به بیشترین مقدار خود می‌رسد. همچنین قابل مشاهده است که سهم قابل توجهی از افزایش نسبی انتقال حرارت، در بازه زمانی بین شروع تغییر شکل پره و رسیدن آن به تغییر شکل بیشینه خود صورت می‌پذیرد. در ادامه تأثیر عدد رایلی بر این بازه مؤثر و بر میزان تغییر شکل بیشینه پره بررسی شده است.

در شکل 5 خطوط جریان در محفظه با پره صلب و ارتجاعی در اعداد رایلی مختلف و در زمان تغییر شکل بیشینه پره‌ها مقایسه شده است. ملاحظه



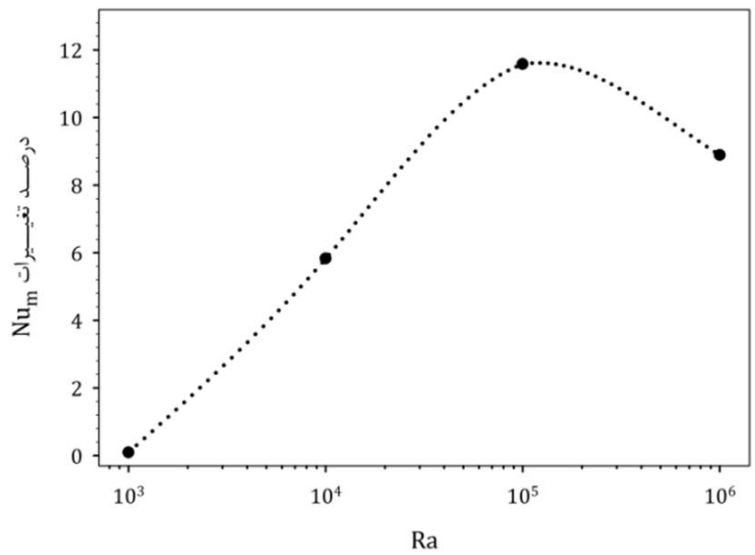
شکل 4 اثر پره ارتجاعی بر عدد ناسلت متوسط دیواره سرد در طول زمان ($H/A = 0.75, L/A = 0.75, Ra = 10^5$)



شکل 5 خطوط جریان در محفظه با پره صلب (ردیف بالا) و ارتجاعی (ردیف پایین) در زمان تغییر شکل بیشینه پره‌ها و اعداد رایلی مختلف

می‌گردد با افزایش عدد رایلی و شدت گرفتن نیروهای شناوری، نیروهای وارده بر پره نیز افزایش یافته و میزان تغییر شکل بیشینه آن افزایش می‌یابد. همچنین افزایش عدد رایلی باعث کاهش زمان رسیدن پره به تغییر شکل بیشینه‌اش می‌گردد. ملاحظه می‌گردد که با تغییر شکل پره به سمت بالا، سیال در راستای پره و با سرعت بیشتری به سمت بالای دیواره سرد هدایت شده و این امر موجب افزایش استفاده از ظرفیت سیال در بهبود انتقال حرارت در مقایسه با پره صلب است. این بهبود با افزایش عدد رایلی محسوس‌تر است. در اعداد رایلی 10^5 و 10^6 با تغییر شکل پره به سمت بالا گردابه‌های کوچک نوک پره در مقایسه با پره صلب از بین رفته و این امر نیز به جریان یافتن بهتر سیال در مجاورت دیواره سرد و بهبود فرآیند انتقال حرارت کمک می‌کند. در عدد رایلی 10^6 بر اثر افزایش چشم‌گیر نیروهای شناوری، پره پس از مدت زمان کوتاهی به دیواره بالایی محفظه برخورد کرده و حل جریان گذرا متوقف می‌گردد. به منظور آگاهی بهتر از تأثیر بکارگیری پره ارتجاعی در مقایسه با پره صلب بر فرآیند انتقال حرارت در حالات فوق، در شکل 6 درصد تغییرات عدد ناسلت متوسط دیواره سرد برحسب عدد رایلی (زمانی که پره‌ها به تغییر شکل بیشینه خود رسیده‌اند) نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل 4 برای عدد رایلی 10^5 ذکر گردید، در شکل 6 مشاهده می‌گردد در سایر اعداد رایلی نیز، هنگامی که پره در تغییر شکل بیشینه خود قرار دارد انتقال حرارت نسبت به پره صلب افزایش می‌یابد. ملاحظه می‌گردد با افزایش عدد رایلی و افزایش تغییر شکل بیشینه پره ارتجاعی، بهبود انتقال حرارت نیز سیر صعودی به خود می‌گیرد. در عدد رایلی 10^6 این سیر صعودی ادامه پیدا نکرده و میزان بهبود انتقال حرارت کاهش یافته است. دلیل این امر را می‌توان در تغییر شکل بیشینه پره جستجو کرد. در این حالت با رسیدن پره به دیواره بالایی، محفظه توسط پره عایق به دو قسمت تبدیل شده و سیال در قسمت کوچک‌تر محبوس می‌گردد. در نتیجه جریان سیال و انتقال حرارت در این قسمت متوقف شده و تنها قسمت پایینی دیواره گرم در فرآیند انتقال حرارت نقش دارد. از این رو در این حالت میزان بهبود انتقال حرارت کاهش می‌یابد.

علاوه بر میزان انتقال حرارت، از جمله عوامل مهم و تأثیرگذار دیگر در صنایع مرتبط با پدیده انتقال حرارت جابجایی طبیعی، زمان رسیدن فرآیند به حالت پایاست. از آنجایی که نوسانات نرخ انتقال حرارت پدیده مطلوبی در طراحی تجهیزات مربوطه نیست، لذا همواره سعی بر اتخاذ راهکارهایی به منظور کاهش این زمان بوده است. در جدول 4 مقادیر بی بعد زمان رسیدن به حالت پایا به ازای اعداد رایلی مختلف در طول و موقعیت‌های متفاوت پره ارتجاعی آمده است. در سه حالتی که مقداری برای آن‌ها در جدول قید نشده



شکل 6 تغییرات عدد ناسلت متوسط دیواره سرد برحسب عدد رایلی در زمان تغییر شکل بیشینه پره ($H/A = 0.75, L/A = 0.75$)

جدول 4 مقادیر بی بعد زمان رسیدن به حالت پایا به ازای اعداد رایلی مختلف در طول و موقعیت‌های متفاوت پره ارتجاعی

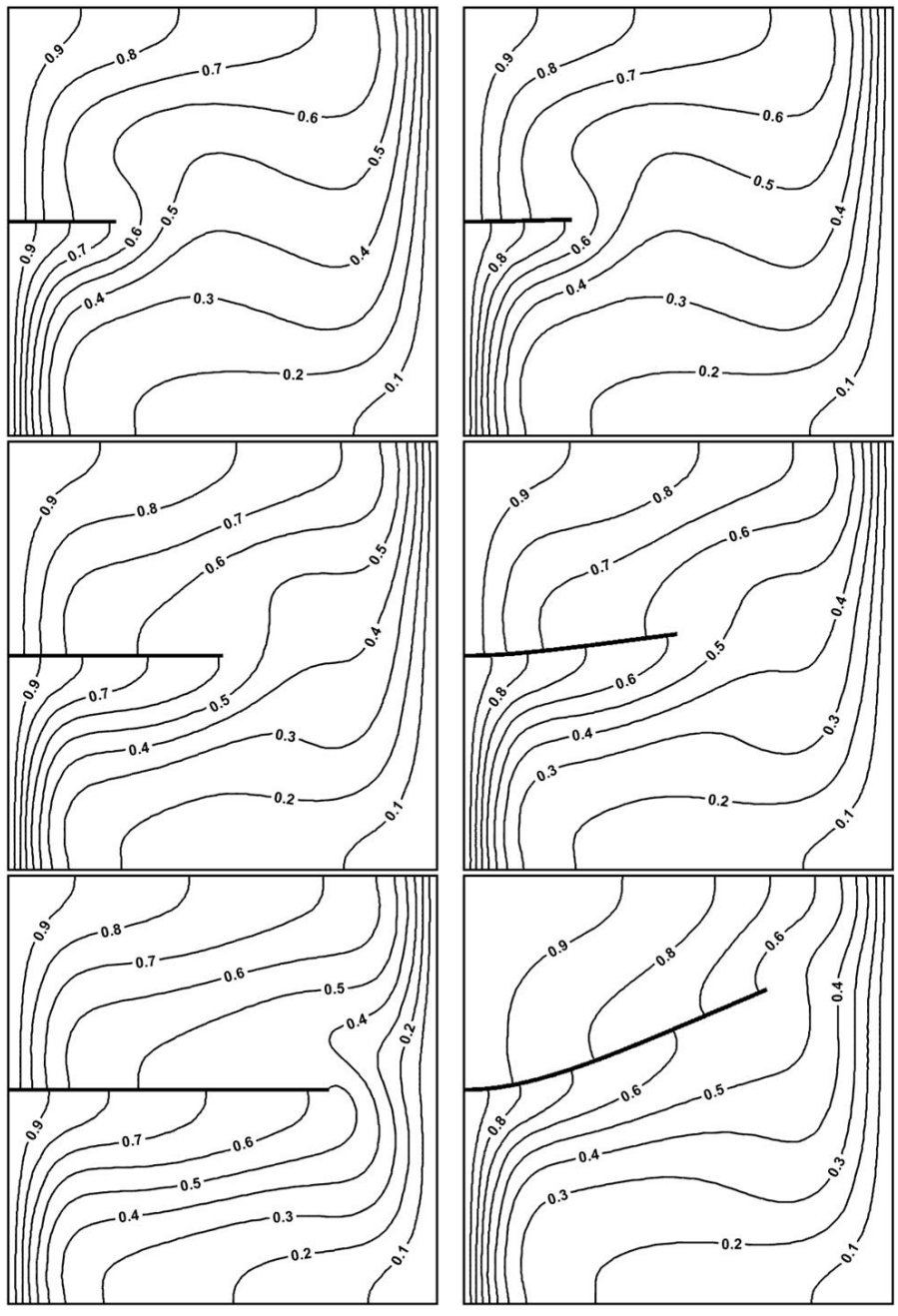
Ra		10^3	10^4	10^5	10^6
$H/A = 0/25$	$L/A = 0/25$	0/738	0/451	0/4908	6/0799
	$L/A = 0/50$	0/609	0/965	1/8120	1/2228
	$L/A = 0/75$	0/645	3/738	1/6940	-
$H/A = 0/50$	$L/A = 0/25$	0/759	0/490	0/9453	0/6544
	$L/A = 0/50$	0/606	0/678	0/9378	0/8190
	$L/A = 0/75$	0/723	1/380	2/7375	-
$H/A = 0/75$	$L/A = 0/25$	0/639	0/508	0/3963	0/6556
	$L/A = 0/50$	0/588	1/245	1/9386	3/8730
	$L/A = 0/75$	0/732	3/006	1/0416	-

است، فرآیند انتقال حرارت به حالت پایا نرسیده و حل جریان گذرا در زمان‌های مشخصی متوقف گردیده است. در $H/A = 0.75$، $L/A = 0.75$، $Ra = 10^6$ و $H/A = 0.50$، $L/A = 0.75$، $Ra = 10^6$ پره به ترتیب در زمان‌های $\tau = 0.0467$ و $\tau = 0.1279$ با دیواره بالایی محفظه برخورد می‌کند. همچنین در $H/A = 0.25$، $L/A = 0.75$، $Ra = 10^6$ و در زمان $\tau = 0.1002$ پره به علت تغییر شکل بیش از اندازه دچار شکست می‌گردد. شایان ذکر است که در جدول 4، حدود 90 درصد از مقادیر در مقایسه با پره صلب افزایش یافته‌اند و همان‌طور که در بالا به آن اشاره شد این افزایش، امر مطلوبی تلقی نمی‌گردد.

6-2- بررسی اثر طول پره و عدد رایلی

در این بخش تأثیر طول پره و عدد رایلی بر میدان جریان و انتقال حرارت در حالت پایا بررسی می‌گردد. برای این منظور، حالات مختلف مربوط به پره با موقعیت $H/A = 0.50$ در نظر گرفته شده است.

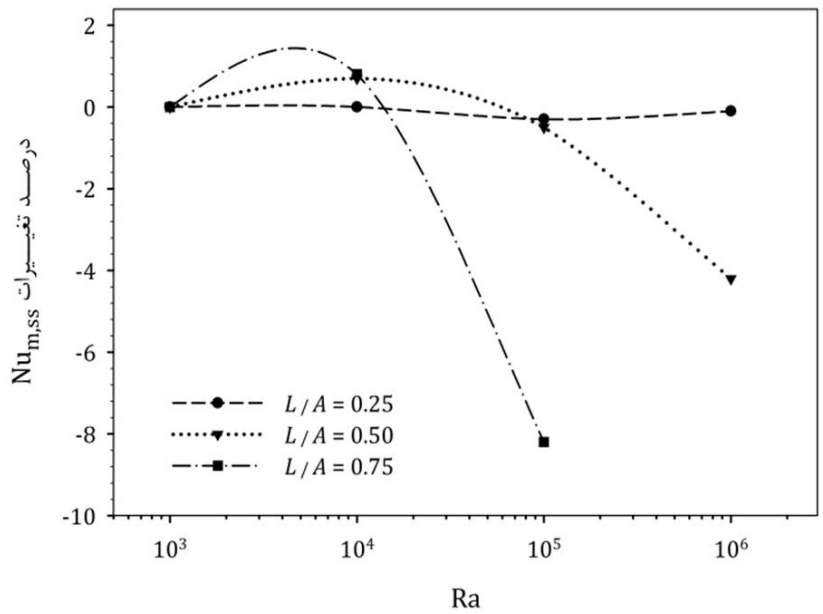
در شکل 7 خطوط همدما در هر دو حالت محفظه با پره صلب و ارتجاعی به ازای سه طول مختلف پره و در عدد رایلی 10^5 مقایسه شده است. مطابق با انتظار، با افزایش طول پره مقدار نیروهای وارده بر آن افزایش یافته و تغییر شکل آن افزایش می‌یابد. با توجه به شکل هنگامی که پره بیشترین طول خود را دارد، تغییر در الگوی خطوط همدما در محفظه دارای پره ارتجاعی در مقایسه با پره صلب کاملا مشخص است. در این حالت با تغییر شکل پره به سمت بالای محفظه، خطوط همدما در زیر پره به سمت دیواره گرم متمایل شده و این تجمع خطوط به سمت دیواره در مقایسه با حالت پره صلب، نشان دهنده افزایش انتقال حرارت در این قسمت از محفظه است. علت این افزایش در این است که با بالا رفتن پره فضای بیشتری در زیر آن برای چرخش سیال میانی محفظه ایجاد می‌گردد و در نتیجه با ایجاد گردابه‌های بزرگتر و با قدرت بیشتر، نرخ انتقال حرارت افزایش می‌یابد. از طرفی در قسمت بالایی پره، برعکس این اتفاق رخ داده و نرخ انتقال حرارت کاهش می‌یابد. این امر به صورت فاصله گرفتن شدید خطوط همدما از یکدیگر و از قسمت بالایی دیواره گرم در شکل نمایان است. برآیند این افزایش و کاهش انتقال حرارت، در نهایت منجر به کاهش انتقال حرارت پایا درون محفظه دارای پره ارتجاعی در مقایسه با پره صلب شده است. این رفتار در حالت پره با طول $L/A = 0.50$ نیز در شکل قابل ملاحظه است ولی میزان تغییر در الگوی خطوط همدما و در نتیجه میزان کاهش انتقال حرارت کمتر از پره با طول $L/A = 0.75$ است. در نهایت در طول $L/A = 0.25$ مشاهده می‌گردد تغییر شکل پره ارتجاعی نسبت به پره صلب بسیار اندک بوده و لذا تغییر چندانی در الگوی خطوط هم‌دما و میزان انتقال حرارت روی نمی‌دهد.



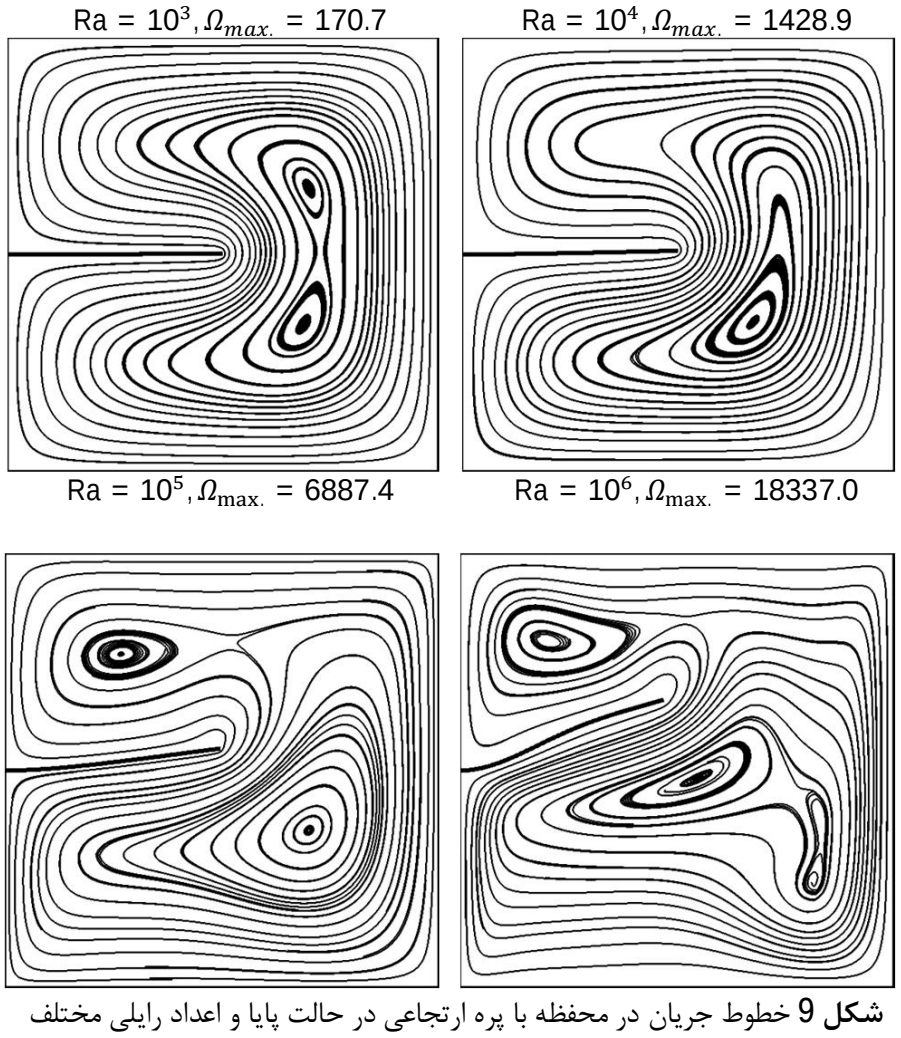
شکل 7 خطوط همدما در محفظه با پره صلب (ستون چپ) و ارتجاعی (ستون راست) در حالت پایا و در $Ra = 10^5$

در شکل 8 این کاهش نسبی انتقال حرارت، به صورت درصد تغییرات عدد ناسلت متوسط دیواره سرد در حالت پایا برحسب عدد رایلی و به ازای سه طول مختلف پره نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل مشخص است و در بالا هم به آن اشاره شد، با افزایش عدد رایلی و طول پره، اثرات پدیده برهم‌کنش بین سیال و جامد افزایش یافته و میزان کاهش نسبی انتقال حرارت محسوس‌تر است. در طول $L/A = 0.25$ ملاحظه می‌گردد که همانند تغییر شکل پره، تغییرات عدد ناسلت نیز اندک بوده و قابل توجه نیستند. همچنین در منحنی‌ها مشاهده می‌گردد که در ابتدا با افزایش عدد رایلی عدد ناسلت افزایش یافته و سپس از عدد رایلی 10^4 به بعد مقدار آن کاهش می‌یابد. این تغییر رفتار حاکی از تغییر شیوه غالب انتقال حرارت از هدایتی به جابجایی در عدد رایلی 10^4 است.

در شکل 9 خطوط جریان در محفظه با پره به طول $L/A = 0.50$ در اعداد رایلی مختلف نشان داده شده است. ملاحظه می‌گردد با افزایش عدد رایلی، میزان تغییر شکل پره افزایش یافته و در عدد رایلی 10^6، پره به شکل مود ارتعاشی دوم خود (دو نقطه عطف در طول پره) ظاهر شده است. همچنین با افزایش عدد رایلی، نیروهای شناوری افزایش یافته و خطوط جریان به سمت دیواره‌ها کشیده می‌شوند. در این حالت گردابه‌های میانی نیز در راستای پره تغییر شکل داده‌اند؛ و فشردگی خطوط جریان نزدیک پره و دیواره سرد، نشان دهنده افزایش سرعت سیال مجاور آن‌هاست. با توجه به مقادیر بیشینه ورتیسیته بی بعد سیال، مشاهده می‌گردد که با افزایش عدد رایلی، قدرت گردابه‌ها و در نتیجه میزان انتقال حرارت افزایش می‌یابد.



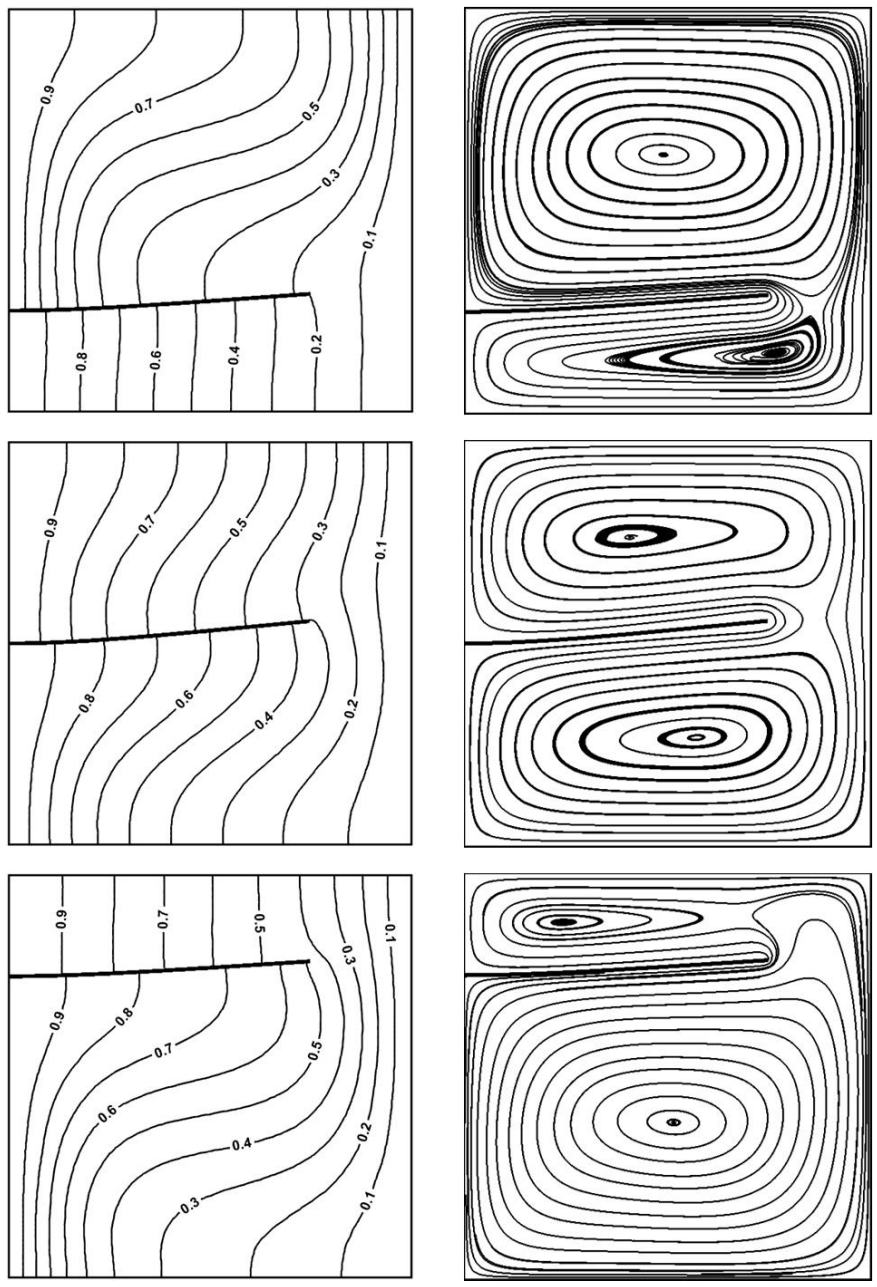
شکل 8 تغییرات عدد ناسلت متوسط دیواره سرد برحسب عدد رایلی در حالت پایا ($H/A = 0.50$)



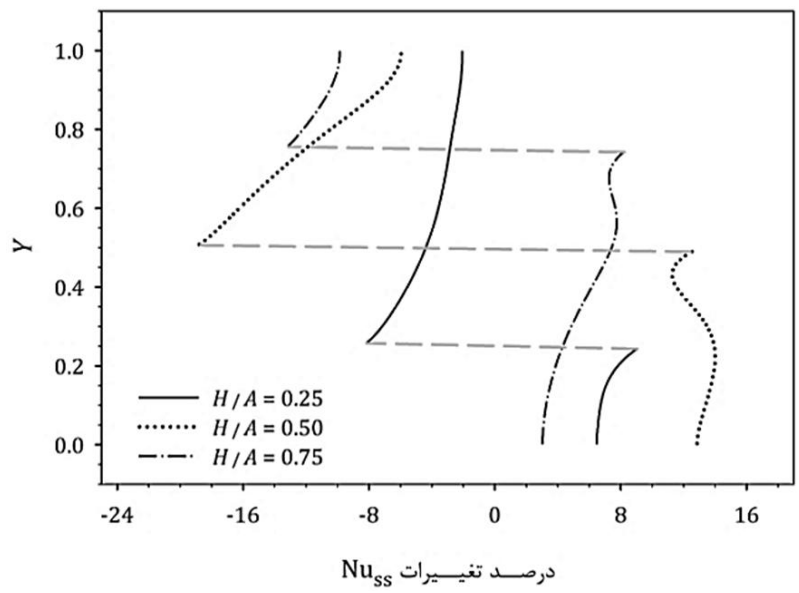
شکل 9 خطوط جریان در محفظه با پره ارتجاعی در حالت پایا و اعداد رایلی مختلف

6-3- بررسی اثر موقعیت پره

به منظور بررسی تأثیر موقعیت پره بر میدان جریان و انتقال حرارت در حالت پایا، محفظه با پره ارتجاعی به طول $L/A = 0.75$ در نظر گرفته شده است. در شکل 10 خطوط جریان و خطوط هم‌دما در محفظه مذکور با موقعیت‌های مختلف پره و در عدد رایلی 10^4 در حالت پایا نشان داده شده است. در اینجا نیز همانند حالاتی که تا کنون بررسی شد، با تغییر شکل پره به سمت بالا، انتقال حرارت (در مقایسه با پره صلب) در قسمت پایینی آن افزایش و در بالای آن کاهش می‌یابد. با مقایسه شکل‌ها و با توجه به میزان تغییر شکل پره‌ها، پره با موقعیت $H/A = 0.50$ بیشترین تغییر شکل را از خود نشان داده است. در نتیجه انتظار می‌رود، در این حالت با افزایش اثرات پدیده برهم‌کنش بین سیال و جامد، افزایش و کاهش نسبی انتقال حرارت نیز در مقایسه با دو حالت دیگر محسوس‌تر گردد. به منظور اطمینان از این امر و نیز آگاهی از چگونگی برآیند این افزایش و کاهش، مقادیر عدد ناسلت موضعی دیواره گرم بررسی شده است.



شکل 10 خطوط همدما (ستون چپ) و خطوط جریان (ستون راست) در محفظه با پره ارتجاعی در حالت پایا و در $Ra = 10^4$



شکل 11 پروفیل درصد تغییرات عدد ناسلت موضعی دیواره گرم در حالت پایا ($L/A = 0.75, Ra = 10^4$)

در شکل 11 پروفیل درصد تغییرات عدد ناسلت موضعی دیواره گرم (برای حالات نشان داده شده در شکل 10 در مقایسه با پره صلب) رسم شده است. خط‌چین‌ها مربوط به قسمتی از دیواره است که پره عایق در آن ثابت شده و انتقال حرارتی از طریق آن صورت نمی‌پذیرد. مشاهده می‌گردد در هر سه حالت، استفاده از پره ارتجاعی منجر به افزایش مقادیر عدد ناسلت موضعی دیواره در زیر پره و کاهش مقادیر آن در بالای پره شده است. مطابق با انتظار، بیشترین و کمترین میزان تغییرات، در پره با موقعیت $H/A = 0.50$ صورت گرفته و به ترتیب برابر با 14/0 و 18/8- درصد است. برآیند این افزایش و کاهش‌ها، با فاصله گرفتن موقعیت پره از دیواره بالایی محفظه، به ترتیب منجر به تغییرات 2/9، 0/8 و3/0- درصدی مقادیر عدد ناسلت متوسط حالت پایا شده است.

در جدول 5 مقادیر عدد ناسلت متوسط حالت پایا به ازای اعداد رایلی مختلف در طول و موقعیت‌های متفاوت پره ارتجاعی آمده است. در اینجا نیز همانند محفظه با پره صلب مشاهده می‌گردد که با افزایش عدد رایلی، عدد ناسلت افزایش یافته و نیز در یک عدد رایلی و موقعیت ثابت پره، با افزایش طول پره عدد ناسلت کاهش یافته است. در جدول 6 درصد تغییرات مقادیر عدد ناسلت متوسط حالت پایا در محفظه با پره ارتجاعی نسبت به پره صلب به ازای اعداد رایلی مختلف در طول و موقعیت‌های متفاوت پره آمده است.

ملاحظه می‌گردد روند تغییرات عدد ناسلت با افزایش عدد رایلی و طول پره نسبتا شدیدتر شده است. در حالاتی که اثرات پدیده برهم‌کنش بین سیال و جامد ناچیز بوده و میزان تغییرات کمتر از 0/1 درصد است، در جدول مقدار صفر جایگزین شده است. در بین حالات مورد بررسی، به ترتیب حدود 25 و 35 درصد از آن‌ها، افزایش و کاهش انتقال حرارت در مقایسه با پره صلب از خود نشان داده‌اند. بیشترین و کمترین میزان تغییرات عدد ناسلت متوسط حالت پایا به ترتیب برابر با 4/5 و 15/4- درصد است.

7- نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر با در نظر گرفتن اثرات برهم‌کنش دو طرفه بین سیال و جامد، انتقال حرارت جابجایی طبیعی گذرا در یک محفظه مربعی با پره ارتجاعی و عایق به روش عددی بررسی گردید. حالات مختلف به ازای مقادیر بی بعد طول و موقعیت پره برابر با 0/25، 0/50 و 0/75 و در اعداد رایلی 10^3، 10^4، 10^5 و 10^6 بررسی گردید. مهم‌ترین نتایجی که بدست آمدند، عبارتند از:

1. با افزایش عدد رایلی و طول پره، اثرات پدیده برهم‌کنش بین سیال و جامد افزایش یافته و میزان تغییرات نرخ انتقال حرارت نیز افزایش می‌یابد.
2. در مقایسه با پره صلب، زمان رسیدن به حالت پایا در حدود 90 درصد از حالات مورد بررسی افزایش یافته که این افزایش، امر مطلوبی تلقی نمی‌گردد.
3. به طور معمول با تغییر شکل پره به سمت بالا، انتقال حرارت (در مقایسه با پره صلب) در قسمت پایینی آن افزایش و در بالای آن کاهش می‌یابد. بیشترین و کمترین میزان تغییرات عدد ناسلت موضعی دیواره گرم در حالت $H/A = 0.50$، $L/A = 0.75$ و $Ra = 10^4$ به ترتیب برابر با 14/0 و 18/8- درصد، در حالت پایاست.

جدول 5 مقادیر $Nu_{m,ss}$ به ازای اعداد رایلی مختلف در طول و موقعیت‌های متفاوت پره ارتجاعی

Ra		10^3	10^4	10^5	10^6
$H/A = 0/25$	$L/A = 0/25$	1/07	1/90	3/89	8/01
	$L/A = 0/50$	1/03	1/70	3/68	7/94
	$L/A = 0/75$	1/02	1/64	3/01	-
$H/A = 0/50$	$L/A = 0/25$	1/03	1/73	3/80	7/94
	$L/A = 0/50$	1/00	1/37	3/64	7/68
	$L/A = 0/75$	1/00	1/27	3/24	-
$H/A = 0/75$	$L/A = 0/25$	1/07	2/06	4/11	8/10
	$L/A = 0/50$	1/03	1/86	4/01	8/00
	$L/A = 0/75$	1/02	1/76	3/91	-

جدول 6 درصد تغییرات مقادیر $Nu_{m,ss}$ در محفظه با پره ارتجاعی نسبت به پره صلب به ازای اعداد رایلی مختلف در طول و موقعیت‌های متفاوت پره

		Ra	10^3	10^4	10^5	10^6
H/A = 0/25		L/A = 0/25	0	0	-0/3	-0/7
		L/A = 0/50	0	-1/1	-0/5	0/3
		L/A = 0/75	0	-3/0	-15/4	-
H/A = 0/50		L/A = 0/25	0	0	-0/3	-0/1
		L/A = 0/50	0	0/7	-0/5	-4/2
		L/A = 0/75	0	0/8	-8/2	-
H/A = 0/75		L/A = 0/25	0	0	0	0/1
		L/A = 0/50	0	0/5	0/5	-0/5
		L/A = 0/75	0	2/9	4/5	-

4. در بین حالات مورد بررسی، به ترتیب حدود 25 و 35 درصد از آن‌ها، افزایش و کاهش انتقال حرارت در مقایسه با پره صلب از خود نشان داده‌اند. بیشترین و کمترین میزان تغییرات عدد ناسلت متوسط حالت پایا به ترتیب برابر با 4/5 و 15/4- درصد است.

8- فهرست علائم

A طول ضلع محفظه (m)

$\vec{d}$ بردار جابجایی (m)

$\vec{D}$ بردار جابجایی بی بعد

E ضریب الاستیسیته (Pa)

$\vec{f}_B$ بردار نیروهای حجمی اعمال شده بر واحد حجم (Nm^{-3})

g شتاب گرانش (ms^{-2})

H فاصله پره از دیواره پایینی محفظه (m)

$\bar{\bar{I}}$ ماتریس واحد

L طول پره (m)

$\vec{n}$ بردار یکه عمود بر سطح (m)

Nu عدد ناسلت موضعی

p فشار سیال (Pa)

$\bar{p}$ فشار کاهش یافته سیال (Pa)

P فشار بی بعد سیال

Pr عدد پرانتل

Ra عدد رایلی

t زمان (s)

T دمای سیال (K)

$\vec{u}$ بردار سرعت (ms^{-1})

u, v مؤلفه‌های بردار سرعت در راستای x و y (ms^{-1})

U, V مؤلفه‌های بی بعد بردار سرعت در راستای X و Y

x, y مختصات کارتزین (m)

X, Y مختصات بی بعد

علائم یونانی

α ضریب پخش حرارتی (m^2s^{-1})

β ضریب انبساط حرارتی سیال (K^{-1})

θ دمای بی بعد سیال

ϑ ضریب پواسون

λ^s ثابت اول لامه (Pa)

μ^f لزجت دینامیکی سیال (Pa.s)

μ^s ثابت دوم لامه (Pa)

ν لزجت سینماتیکی سیال (m^2s^{-1})

ρ چگالی (kgm^{-3})

$\bar{\bar{\sigma}}$ تانسور تنش کوشی (Pa)

τ زمان بی بعد

$\Omega_{max.}$ بیشینه ورتیسیته بی بعد سیال

بالانویس‌ها

f سیال

g شبکه

s جامد

$*$ بی بعد

زیرنویس‌ها

c دیواره سرد

h دیواره گرم

i سطح مشترک سیال و جامد

m متوسط

ss حالت پایا

t. a. متوسط زمانی

9- مراجع

[1] N. Linder, *Automatic Boundary Recognition for Thermal Fluid-Structure Interaction,* BS Thesis, Department of Mechanical Engineering, Technical University of Darmstadt, Darmstadt, 2011.

[2] G. Hou, J. Wang, A. Layton, Numerical methods for fluid-structure interaction—a review, *Commun. Comput. Phys,* Vol. 12, No. 2, pp. 337-377, 2012.

[3] Y. Bazilevs, K. Takizawa, T. E. Tezduyar, *Computational Fluid–Structure Interaction: Methods and Applications,* pp. 1-35, India: John Wiley & Sons, Ltd., 2013.

[4] S. Muntz, *Fluid structure interaction for fluid flow normal to deformable porous media,* PhD Thesis, Department of Mathematics, Technical University of Kaiserslautern, Kaiserslautern, 2008.

[5] J. Gale, *Fluid-Structure Interaction for simulations of fast transients,* Doctoral Thesis, Department of Mathematics and Physics, University of Ljubljana, Ljubljana, 2008.

[6] A. Baïri, E. Zarco-Pernia, J.-M. G. de María, A review on natural convection in enclosures for engineering applications. The particular case of the parallelogrammic diode cavity, *Applied Thermal Engineering,* Vol. 63, No. 1, pp. 304-322, 2014.

[7] M. A. Coman, G. O. Hughes, R. C. Kerr, R. W. Griffiths, The effect of a barrier on laminar convection in a box with differentially heated endwalls, *International journal of heat and mass transfer,* Vol. 49, No. 17-18, pp. 2903-2911, 2006.

[8] F. Xu, J. C. Patterson, C. Lei, Transition to a periodic flow induced by a thin fin on the sidewall of a differentially heated cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer,* Vol. 52, No. 3-4, pp. 620-628, 2009.

[9] F. Xu, J. C. Patterson, C. Lei, Unsteady flow and heat transfer adjacent to the sidewall wall of a differentially heated cavity with a conducting and an adiabatic fin, *International Journal of Heat and Fluid Flow,* Vol. 32, No. 3, pp. 680-687, 2011.

[10] F. Xu, J. C. Patterson, C. Lei, Effect of the fin length on natural convection flow transition in a cavity, *International Journal of Thermal Sciences,* Vol. 70, pp. 92-101, 2013.

[11] F. Xu, S. C. Saha, Transition to an unsteady flow induced by a fin on the sidewall of a differentially heated air-filled square cavity and heat transfer, *International Journal of Heat and Mass Transfer,* Vol. 71, pp. 236-244, 2014.

[12] Y. Liu, C. Lei, J. C. Patterson, Natural convection in a differentially heated cavity with two horizontal adiabatic fins on the sidewalls, *International Journal of Heat and Mass Transfer,* Vol. 72, pp. 23-36, 2014.

[13] R. Roslan, H. Saleh, I. Hashim, A. Bataineh, Natural convection in an enclosure containing a sinusoidally heated cylindrical source, *International Journal of Heat and Mass Transfer,* Vol. 70, pp. 119-127, 2014.

[14] A. Al-Amiri, K. Khanafer, Fluid–structure interaction analysis of mixed convection heat transfer in a lid-driven cavity with a flexible bottom

wall, *International Journal of Heat and Mass Transfer,* Vol. 54, No. 17-18, pp. 3826-3836, 2011.
[15] K. Khanafer, Fluid–structure interaction analysis of non-Darcian effects on natural convection in a porous enclosure, *International Journal of Heat and Mass Transfer,* Vol. 58, No. 1-2, pp. 382-394, 2013.
[16] M. Souli, D. J. Benson, *Arbitrary Lagrangian-Eulerian and Fluid–Structure Interaction,* Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2010.
[17] K. Khanafer, A. Alamiri, I. Pop, Fluid–structure interaction analysis of flow and heat transfer characteristics around a flexible microcantilever in a fluidic cell, *International Journal of Heat and Mass Transfer,* Vol. 53, No. 9-10, pp. 1646-1653, 2010.
[18] G. D. V. Davis, Natural convection of air in a square cavity A bench mark numerical solution, *International Journal for Numerical Methods in Fluids,* Vol. 3, No. 3, pp. 249-264, 1983.
[19] M. Hortmann, M. Peri, G. Scheuerer, Finite volume multigrid prediction of laminar natural convection: Bench-mark solutions, *International Journal for Numerical Methods in Fluids,* Vol. 11, No. 2, pp. 189-207, 1990.
[20] B. Krishna Satya Sai, K. Seetharamu, P. Aswatha Narayana, Solution of transient laminar natural convection in a square cavity by an explicit finite element scheme, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications,* Vol. 25, No. 5, pp. 593-609, 1994.