



ردیابی ترک در قاب‌ها با توجه به تغییرات فرکانس طبیعی به کمک روش اجزاء محدود و الگوریتم کلونی مورچگان پیوسته

سید سجاد موسوی نژاد سوق¹، غلامحسین برادران^{2*}

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید باهنر، کرمان

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید باهنر، کرمان

*کرمان، صندوق پستی 76175-13364، bara@uk.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 28 فروردین 1394

پذیرش: 14 خرداد 1394

ارائه در سایت: 30 خرداد 1394

کلید واژگان:

قاب

ترک سطحی

فرکانس طبیعی

الگوریتم کلونی مورچگان پیوسته

چکیده

قاب‌ها از سازه‌های پرکاربرد در صنعت به شمار می‌روند. آن‌ها برای تحمل انواع بار مورد استفاده قرار می‌گیرند. بسیاری از خرابی‌های بزرگ در این سازه‌ها از یک یا چند ترک کوچک آغاز می‌شود. با تشخیص به موقع ترک‌ها و تعویض یا تعمیر اجزای معیوب می‌توان از خرابی‌های بزرگ جلوگیری کرد. یکی از اثرات ترک‌ها ایجاد تغییر در مشخصه‌های دینامیکی و ارتعاشی سیستم می‌باشد. در این مقاله تشخیص ترک‌های سطحی در سازه قاب با توجه به تغییر در فرکانس‌های طبیعی مورد بررسی قرار می‌گیرد. روش اجزاء محدود به عنوان روش محاسبه فرکانس طبیعی سازه ترک‌دار مورد استفاده قرار گرفته است. سپس با توجه به اختلاف فرکانس‌های طبیعی در سازه سالم و سازه ترک‌دار، با انجام حل معکوس، محل و عمق ترک تعیین شده است. برای حل معکوس، الگوریتم بهینه یابی کلونی مورچگان به کار گرفته شده است. در این مقاله، نشان داده شده است که هر چند مشخصه جایجایی فرکانس‌های طبیعی، ابزار موثری برای یافتن ترک در یک تیر مجزا به شمار می‌رود ولی این ابزار به تنهایی برای یافتن ترک در یک قاب کافی نیست و باید مشخصه‌های دیگری مانند تغییر در مدهای ویژه سیستم نیز مورد توجه قرار بگیرد.

Crack detection in frame Structures with regard to changes in natural frequencies by using finite element method and ACO_R

Seyyed Sajad Mousavi Nejad Souq, Gholamhossein Baradaran*

Department of Mechanical Engineering, Shahid Bahonar University, Kerman, Iran

*P.O.B.76175-13364, Kerman, Iran, bara@uk.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 17 April 2015
Accepted 04 June 2015
Available Online 20 June 2015

Keywords:
Frame
Surface crack
Natural Frequency
ACO_R

ABSTRACT

Frame structures have several applications in industries. They are used to carry all types of loadings. Usually catastrophic failure in these structures initiates from small cracks. Catastrophic failure can be prevented by detecting the cracks early and replacing or repairing the cracked members. The change in dynamics and vibration characteristics is one of the consequences of cracks in structures. In this work, detection of surface cracks in frame structures with regards to the change in natural frequencies of the system is studied. The finite element has been used to compute the natural frequencies of cracked structures. Then, according to the difference in natural frequencies of intact and cracked structures the locations and depths of cracks have been determined by the solution of an inverse problem. For the inverse problem the ant colony optimization algorithm has been employed. It is shown that, while the changes in natural frequencies are good means for crack detection in a separate beam, it is not sufficient for crack detection in a frame structure. It seems that, other characteristics of the system such as changes in natural modes must be considered.

1- مقدمه

ایجاد ترک و رشد آن عامل اصلی شکست در بسیاری از سازه‌ها مانند پل‌ها، بال هواپیماها و ساختمان‌ها می‌باشد. هنگامی که ترک ایجاد می‌شود نیروهای وارده بر جسم، بر رشد ترک اثر می‌گذارد.

ترک‌ها یا در هنگام تولید قطعه و یا در زمان استفاده از آن و بر اثر شرایط گوناگونی بوجود می‌آیند. این ترک‌ها که معمولاً بسیار ریز هستند، در حین کار با به هم پیوستن، ترک‌های بزرگ‌تری را ایجاد می‌کنند ترک‌های بزرگ باعث کاهش عملکرد سازه و یا در نهایت شکست آن می‌شوند. با

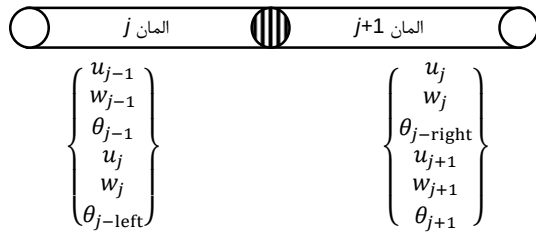
تشخیص به موقع ترک‌ها و تعویض یا تعمیر اجزای معیوب می‌توان از خرابی‌های بزرگ جلوگیری کرد. همان‌طور که می‌دانیم، فرکانس‌های طبیعی هر جسمی به شکل هندسی و مشخصات مکانیکی آن وابسته است. با توجه به اینکه ترک‌ها باعث تغییراتی در هندسه جسم می‌شوند، به تبع آن باعث تغییر در فرکانس‌های طبیعی نیز خواهند شد.

تعداد و مشخصه‌های ترک‌ها مانند عمق، زاویه و موقعیت آن‌ها می‌تواند مختلف باشد. بطور کلی دو روش برای تعیین تعداد ترک و مشخصات آن‌ها وجود دارد: روش مستقیم و روش غیرمستقیم. در روش مستقیم

Please cite this article using:

S. S. Mousavi Nejad Souq, Gh. Baradaran, Crack detection in frame Structures with regard to changes in natural frequencies by using finite element method and ACO_R, Modares Mechanical Engineering, Vol. 15, No. 8, pp. 51-58, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:



شکل 2 نمایش درجات آزادی تیر ترک‌دار در موقعیت ترک (ترک در گره j ام)

3- مدل سازی اجزاء محدود مسئله

معادله ارتعاش عرضی تیر، با توجه به تئوری اویلر برنولی بصورت رابطه (4) بیان می‌شود:

$$\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = 0 \quad (4)$$

و معادله حاکم بر ارتعاش محوری، به صورت رابطه (5) نوشته می‌شود:

$$\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(EA \frac{\partial u}{\partial x} \right) = 0 \quad (5)$$

برای حل معادلات (4) و (5)، روش اجزاء محدود مورد استفاده قرار گرفته است. معادلات (4) و (5) به فرم معادلات جبری بصورت رابطه (6) نوشته می‌شوند:

$$([K] - \omega^2 [M])\{x\} = 0 \quad (6)$$

معادله (6)، معادله ارتعاش آزاد تیر می‌باشد که در آن $[K]$ ماتریس سفتی، $[M]$ ماتریس جرم، ω فرکانس طبیعی و $\{x\}$ ماتریس جابجایی است. برای حل با جواب غیر بدیهی در معادله (6) نیاز است، رابطه (7) برقرار شود:

$$|[K] - \omega^2 [M]| = 0 \quad (7)$$

در این مقاله، از المان‌های درجه اول برای ارتعاش محوری و المان‌های درجه دوم برای ارتعاش عرضی استفاده شده است. ماتریس‌های سفتی و جرم برای یک جزء قاب در معادلات (8) تا (11) بیان شده است:

$$K = \frac{2EI}{h^3} \begin{bmatrix} +\mu & 0 & 0 & -\mu & 0 & 0 \\ 0 & +6 & -3h & 0 & -6 & -3h \\ 0 & -3h & 2h^2 & 0 & 3h & +h^2 \\ -\mu & 0 & 0 & +\mu & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 3h & 0 & +6 & 3h \\ 0 & -3h & +h^2 & 0 & 3h & 2h^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

که در آن

$$\mu = \frac{Ah^2}{2I} \quad (9)$$

$$M = C \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & -22h & 0 & +54 & +13 \\ 0 & -22h & 4h^2 & 0 & -13h & -3h^2 \\ +70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & +54 & -13h & 0 & 156 & 22h \\ 0 & 13h & -3h^2 & 0 & 22h & 4h^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

که در آن

$$C = \frac{\rho h A}{420} \quad (11)$$

ماتریس جابجایی، $\{x\}$ ، در رابطه (6) و (7)، به ازای هر المان قاب، به صورت $[u_1 \ w_1 \ \theta_1 \ u_2 \ w_2 \ \theta_2]^T$ ، تعریف می‌شود که در آن منظور از اندیس 1، مشخصه‌های گره ابتدایی المان و اندیس 2، مشخصه‌های گره انتهایی المان است. برای اضافه کردن فنر پیچشی (ترک) در مکان ترک، همانند شکل 2 در محل اتصال دو المان (گره مشخص شده با هاشور) دو زاویه شیب مختلف در نظر گرفته می‌شود.

دسترسی به قطعه ترک‌دار لازم و ضروری است ولی در روش غیرمستقیم نیازی به دسترسی مستقیم به قطعه نیست. در این مقاله روش مورد بررسی روش غیرمستقیم، مبتنی بر مدل اجزاء محدود است. بسیاری از پژوهش‌ها ترک در یک تیر مجزا را مورد بررسی قرار داده‌اند. در این مقاله تاثیر وجود ترک بر فرکانس‌های طبیعی در یک سازه قاب مرکب از چند تیر به هم پیوسته مورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین برای حل معکوس و یافتن مشخصه‌های ترک، از الگوریتم کلونی مورچگان پیوسته استفاده می‌شود.

1-1- تاریخچه

روش پیدا کردن ترک می‌تواند براساس ارتعاشات طولی [1] یا ارتعاشات عرضی [2]، با ترکیبی از ارتعاشات عرضی، طولی و ارتعاش پیچشی [3] باشد. گوناریس [4] یک مدل اجزاء محدود برای تحلیل دینامیکی تیری که لبه‌اش ترک خورده باشد پیشنهاد کرده است. هوسین [5] به کمک ماتریس سفتی، روابط کلاسیک و الگوریتم پیشنهادی خود، روشی برای محاسبه‌ی فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها در قاب‌های صفحه‌ای ارائه نمود. لی [6]، با بکار بستن روش نیوتن-رافسون، یافتن تعداد بیشتر از دو ترک در تیرها را بررسی کرد. کادیمی و کالیو [7] روشی برای بدست آوردن فرکانس‌های طبیعی در تیر اویلر-برنولی با تعداد زیاد ترک و در قاب‌ها را فرمول‌بندی کردند. همچنین تحلیل ارتعاش آزاد تیرها و قاب‌ها با روش مبتنی بر مدل فنری ترک و الگوریتم ویتربک-ویلیامز، توسط لیبب و همکاران [8] مورد بررسی قرار گرفته است.

2- مدل سازی ترک برای مسئله ارتعاش آزاد

در این مقاله، برای مدل کردن ترک در تیر (اجزای سازه قاب) از مدل فنر پیچشی استفاده شده است. سفتی فنر پیچشی از رابطه (1) محاسبه می‌شود:

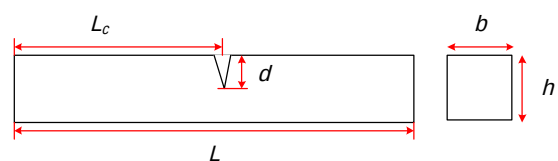
$$K_t = \frac{EI}{hf(\alpha)} \quad (1)$$

که در این رابطه، h عرض تیر، α ، اندازه بدون بعد ترک $(\alpha = d/h)$ ، d ، عمق ترک، I ممان اینرسی تیر، و E مدول الاستیسیته ماده سازنده تیر است. تابع $f(\alpha)$ با عنوان تابع انعطاف پذیری، با رابطه (2) بیان می‌شود:

$$f(\alpha) = \frac{\alpha(2-\alpha)}{0.9(\alpha-1)^2} \quad (2)$$

شکل 1 نمایشی از ترک و مشخصه‌های ترک در تیر را نشان می‌دهد. که در آن L طول تیر، L_c موقعیت ترک از سمت چپ و b عمق تیر را نشان می‌دهد. مدل رابطه (1) تنها بر روی ارتعاش عرضی اعمال می‌شود. برای اعمال ترک با فرض متفاوت بودن شیب سمت چپ و راست تیر در محل ترک (شکل 2)، ماتریس سفتی فنر پیچشی بصورت رابطه (3) بیان می‌شود:

$$K_s = \begin{bmatrix} K_t & -K_t \\ -K_t & K_t \end{bmatrix} \quad (3)$$



شکل 1 نمایش مشخصه‌های ترک در یک تیر

4- روش کلونی مورچگان پیوسته¹

این الگوریتم برای اولین بار توسط دوریگو [9] به عنوان یک راه حل چند عامله² برای حل مسائل مشکل بهینه‌یابی مانند مسئله فروشنده دوره‌گرد³ ارائه شد. این الگوریتم از رفتار جستجوی غذای برخی گونه‌های مورچه در طبیعت الهام گرفته شده است [10].

ایده اصلی روش کلونی مورچگان پیوسته استفاده از یک توزیع احتمال پیوسته با استفاده از یک تابع چگالی احتمال⁴، به جای استفاده از یک توزیع احتمال گسسته است. برای این منظور، الگوریتم، تابع گاوسی⁵ را به کار می‌گیرد. اما یک تابع گاوسی به تنهایی نمی‌تواند دو نقطه از فضا را که نامزد بهینه بودن هستند نشان دهد، بنابراین دوریگو [9]، یک کرنل گاوسی⁶ را که مجموع وزن دار از چندین تابع گاوسی واحد g می‌باشد تعریف کرده و آن را با $G(x)$ نشان داد.

$$G^i(x) = \sum_{l=1}^n \omega_l g_l^i(x) = \sum_{l=1}^n \omega_l \frac{1}{\sigma_l^i \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu_l^i)^2}{2(\sigma_l^i)^2}} \quad (12)$$

که در آن ω بردار وزن توابع گاوسی، μ^i بردار میانگین و σ^i واریانس تابع گاوسی است. در رابطه (6)، $i = 1, 2, \dots, m$ به تعداد ابعاد مسئله است. n در رابطه (12) همان پارامترهای موثر در هر مسئله هستند. چنین تابع چگالی احتمالی، ضمن اینکه امکان نمونه برداری ساده‌ای را فراهم می‌کند، در مقایسه با یک تابع گاوسی واحد انعطاف پذیرتر است. شکل 3 یک نمونه از تابع چگالی احتمال کرنل گاوسی را به همراه توابع گاوسی واحد نشان می‌دهد.

راه‌حل‌ها در الگوریتم کلونی مورچگان پیوسته در یک آرشیو ذخیره می‌شوند. در شروع الگوریتم؛ آرشیو، با تولید n راه‌حل تصادفی مقداردهی می‌شود. در آرشیو، n راه‌حل، $\{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ ، به همراه مقادیر تابع هدفشان $\{f(S_1), f(S_2), \dots, f(S_n)\}$ نگهداری می‌شوند. راه‌حل‌ها در آرشیو به ترتیب کیفیت‌شان نگهداری می‌شوند، بنابراین برای یک مسئله کمینه‌سازی، رابطه (13) بیان‌کننده ترتیب کیفیت راه‌حل‌ها است:

$$f(S_1) < f(S_2) < \dots < f(S_n) \quad (13)$$

وزن ω_l ام راه‌حل S_l از رابطه (14) محاسبه می‌شود:

$$\omega_l = \frac{1}{qn\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(l-1)^2}{2q^2n^2}} \quad (14)$$

مطابق رابطه (14) مقدار وزن تابع گاوسی برابر با 1 است. qn واریانس و q پارامتر الگوریتم است. زمانی که q کوچک باشد راه‌حل‌هایی با رتبه بالاتر ترجیح بیشتری دارند. بردار دوم از کرنل گاوسی که باید تعیین شود، بردار میانگین است. برای هر $G(x)$ مقادیر μ آموخته متغیر از راه‌حل‌های موجود در آرشیو به عنوان بردار میانگین μ^i انتخاب می‌شوند (رابطه 15).

$$\mu^i = \{\mu_1^i, \dots, \mu_n^i\} = \{S_1^i, \dots, S_n^i\} \quad (15)$$

کمیت سوم در کرنل گاوسی که باید تعیین شود، بردار واریانس $\sigma_l^i = qn$ است. برای این بردار فرض می‌شود یک مورچه، یکی از راه‌حل‌های موجود در آرشیو را بر اساس یک فرایند احتمالی مانند چرخه رولت [11] انتخاب می‌کند. بنابراین راه‌حلی که رتبه بالاتری دارد شانس بیشتری برای انتخاب شدن توسط مورچه‌ها را خواهد داشت. به منظور محاسبه σ_l^i میانگین فاصله‌ی راه‌حل انتخابی S_l تا دیگر راه‌حل‌های موجود در آرشیو در پارامتر ξ ضرب

می‌شود (رابطه 16):

$$\sigma_l^i = \xi \sum_{e=1}^n \frac{|S_e^i - S_l^i|}{n-1} \quad (16)$$

که در رابطه (16) پارامتر $\xi > 0$ برای همه‌ی ابعاد یکسان است و تأثیری مشابه نرخ تبخیر فرومون در روش کلونی مورچگان دارد. مقادیر بالای ξ سرعت همگرایی پایین الگوریتم را به همراه دارد. شکل 4، فلوجارت اعمال الگوریتم کلونی مورچگان بر روی مسئله را نمایش داده است.

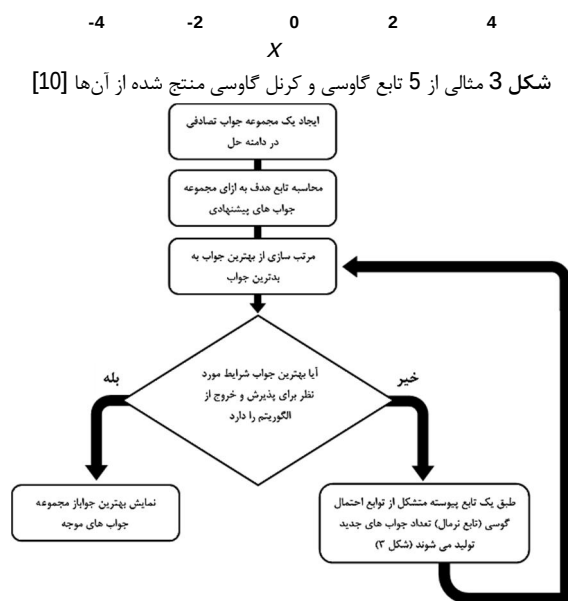
5- اعتبار سنجی مدل اجزای محدود

در این بخش از پژوهش، برای اطمینان از صحت داده‌های استنتاجی از حل، ابتدا جواب‌های به دست آمده با مدل حاضر برای تیرهایی با یک و دو ترک، با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه شده‌اند. سپس جواب‌های به دست آمده برای قاب‌ها با داده‌های یک حل تحلیلی مقایسه گردیده‌اند. در مثال 1 تا مثال 3 به اعتبارسنجی مدل ترک مورد استفاده در این مقاله پرداخته شده‌است. تعداد المان‌های مورد استفاده در این بخش برای هر تیر 100 عدد المان قاب می‌باشد. برای مثال 1 و مثال 2، 100 المان و برای مثال 3، 500 المان قاب مورد استفاده قرار گرفته است.

5-1- مثال 1

در مرجع [12] برای ترک، المان جدیدی بر مبنای مدل فنر پیچشی ارائه شده است. برای تیر یک‌سر گیردار نمایش داده در شکل 5 با مشخصات مکانیکی $E = 200 \text{ GPa}$ ، $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ ، $\nu = 0.29$ ، با یک ترک سطحی با عمق $d = 80 \text{ mm}$ و فاصله از سمت چپ $L_c = 1.5 \text{ m}$ (شکل 5)، فرکانس‌های طبیعی استخراج شده است. در جدول 1 مقایسه بین داده‌های پژوهش حاضر و مرجع [12] آورده شده است.

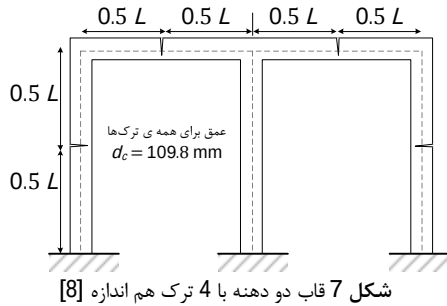
تابع گاوسی
چگالی احتمال کرنل گاوسی



شکل 4 فلوجارت جستجوی مشخصه‌های ترک

- 1- Ant Colony Optimization - R
- 2- Multi Agent
- 3- Travelling Salesman Problem(TSP)
- 4- Probability Density Function.
- 5- Gaussian Function
- 6- Gaussian Kernel

2-5- مثال 2



در مرجع [13] فرکانس‌های طبیعی برای یک تیر یک‌سر گیردار (شکل 6) با مشخصات مکانیکی $E = 181 \text{ GPa}$, $\rho = 7860 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 0.29$ با دو ترک با مشخصات عمق بدون بعد $\alpha_1 = 0.2$ و $\alpha_2 = 0.3$ و موقعیت‌های بدون بعد $\beta_1 = 0.3182$ و $\beta_2 = 0.6812$ (در $\beta = L_c/L$) آزمایشگاه بدست آمده است. مقایسه داده‌های پژوهش حاضر با داده‌های آزمایشگاهی در جدول 2 آمده است.

3-5- مثال 3

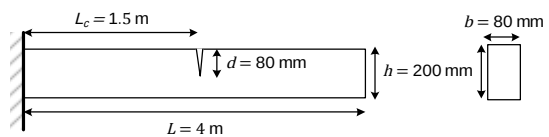
در این بخش برای قاب نشان داده شده در شکل 7، با مشخصات مکانیکی $E = 200 \text{ GPa}$, $\rho = 7849 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 0.29$ و ترک‌های مشخص شده، فرکانس‌های طبیعی به دست آمده‌اند. ترک‌ها در مرکز تیر و ستون‌ها قرار دارند. همگی ترک‌ها دارای عمق یکسان 109.8 mm ($\alpha = 0.9$) می‌باشند. سطح مقطع در همگی اجزا قاب $122 \text{ cm} \times 198 \text{ cm}$ و طول هر جزء قاب $L = 12 \text{ m}$ می‌باشد.

فرکانس‌های طبیعی حاصل از مدل اجزاء محدود در این پژوهش با مرجع [8] در جدول 3 با هم مقایسه شده‌اند. در این جدول، 6 فرکانس طبیعی اول مورد بررسی قرار گرفته است. همان‌طور که در جدول‌های 1 و 2 مشاهده می‌شود، برای تیر یک‌سر گیردار با یک ترک، سه فرکانس طبیعی اول، حد اکثر خطا برابر $2/4\%$ و برای تیر یک‌سر گیردار با دو ترک، حداکثر خطا در مقادیر سه فرکانس اول تیر برابر $0/57\%$ می‌باشد. در رابطه با مثال قاب، مطابق جدول 3 حداکثر خطای پژوهش حاضر نسبت به جواب‌های مرجع [8, 9] برابر $2/6\%$ دارد.

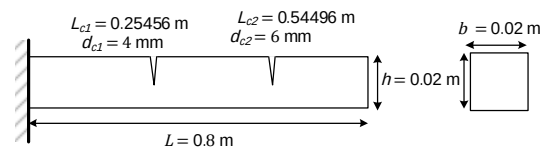
نتایج به دست آمده از حل این سه مسئله، اعتبار مدل اجزای محدود و روش به کار گرفته شده برای شبیه‌سازی ترک در این پژوهش را تایید می‌کند.

6- کشف ترک در قاب

حل‌های معکوس، از جمله مواردی هستند که همراه مورد توجه مهندسی مختلف قرار گرفته است. حل معکوس در این پژوهش به یافتن مشخصات ترک (عمق و موقعیت) با توجه به تغییرات فرکانس طبیعی می‌پردازد. به گونه‌ای که فرکانس طبیعی حاصل از آزمایش و مشخصات هندسی سازه



شکل 5 مشخصات هندسی تیر یک‌سرگیردار با یک ترک [12]



شکل 6 مشخصات هندسی تیر یک‌سرگیردار با دو ترک [13]

جدول 1 فرکانس‌های طبیعی برای تیر یک‌سر گیردار با یک ترک مدل یک بعدی

فرکانس اول	فرکانس دوم	فرکانس سوم	تیر ترک‌دار [12]
9/78	61/58	174/97	تیر ترک‌دار
9/78	60/94	170/79	پژوهش حاضر
0/0	1/039	2/389	درصد خطا

جدول 2 فرکانس‌های طبیعی برای تیر یک‌سر گیردار با دو ترک مدل یک بعدی

فرکانس اول	فرکانس دوم	فرکانس سوم	تیر ترک‌دار [13]
24/044	149/268	409/287	تیر ترک‌دار
23/94	148/41	407/01	پژوهش حاضر
0/43	0/57	0/57	درصد خطا

جدول 3 فرکانس‌های طبیعی برای یک قاب دو دهنه با 4 ترک

مرجع [8]	پژوهش حاضر	درصد خطا	فرکانس اول
0/5919	0/5768	2/55	فرکانس اول
1/7167	1/6727	2/56	فرکانس دوم
2/2836	2/2250	2/56	فرکانس سوم
3/2057	3/1233	2/57	فرکانس چهارم
3/3609	3/2743	2/57	فرکانس پنجم
4/2796	4/1710	2/53	فرکانس ششم

ورودی‌های مسئله هستند؛ و موقعیت و عمق ترک‌ها خروجی‌های مسئله هستند.

در ادامه این بخش از پژوهش به بررسی تغییرات فرکانس طبیعی در سازه‌ها پرداخته شد. ابتدا با استفاده از الگوریتم کلونی مورچگان پیوسته به جستجوی موقعیت‌های مختلف ترک در لینک‌های متفاوت پرداخته شده است. ابتدا یک سازه با دو لینک در حالت‌های مختلف ترک مورد بررسی و پژوهش قرار گرفته است. در این قسمت ابتدا نیاز به تعریف تابع هدف می‌باشد. برای تعریف تابع هدف از رابطه (17) استفاده می‌شود:

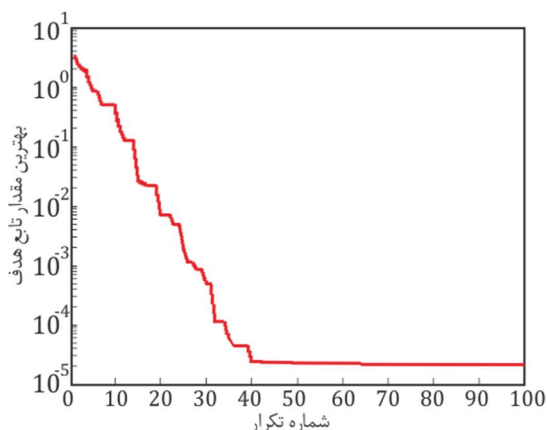
$$\text{CostFunction} = \sum_{i=1}^k |\bar{\omega}_i - \omega_i| \quad (17)$$

که در رابطه (17)، k ، تعداد فرکانس‌های طبیعی تعیین شده از طریق آزمایش، $\bar{\omega}_i$ فرکانس‌های طبیعی حاصل از آزمایش (ورودی‌های تابع هدف) و ω_i فرکانس‌های طبیعی متغیری هستند که از کد اجزا محدود برای حالات مختلف ترک بدست می‌آیند. در تحقیقات لی [6]، برای محاسبه n ترک به $2n$ فرکانس طبیعی نیاز است.

در این بخش برای حالت معکوس و جستجوی شرایط متفاوتی از موقعیت ترک در سازه‌های ترک‌دار، مدل‌های شکل 8 و شکل 11 را مورد بررسی قرار گرفته است. در این‌جا سطح مقطع تیرهای تشکیل دهنده قاب، مربعی و با ابعاد $10 \times 10 \text{ cm}^2$ ، مدول الاستیک $E = 370 \text{ GPa}$ و چگالی $\rho = 2500 \text{ kg/m}^3$ می‌باشد. طول ستون 5m و طول تیر افقی 4m است. تعداد المان‌های مورد استفاده شده به ازای هر تیر 100 المان بوده است.

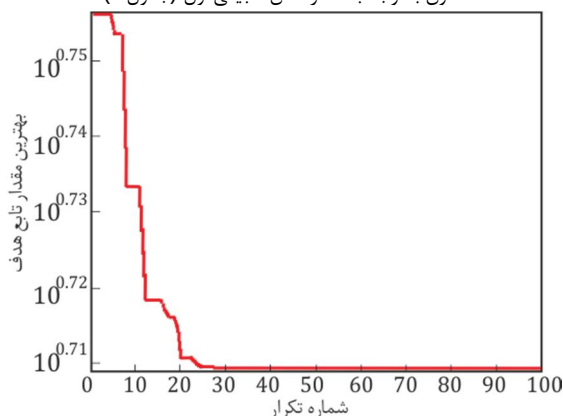
6-1- ترک در مدل شماره 1

ابتدا مطابق شکل 8، یک ترک با عمق 6 cm و در موقعیت بدون بعد 0.332 در ستون قاب، قرار داده شده است. 6 فرکانس طبیعی اول با استفاده از مدل اجزای محدود استخراج شده است. در ادامه با انجام حل معکوس، سعی شده



شکل 9 تغییرات تابع هدف به ازای تکرارهای مختلف برای جستجوی ترک در

ستون با توجه به 4 فرکانس طبیعی اول (جدول 5)



شکل 10 تغییرات تابع هدف به ازای تکرارهای مختلف برای جستجوی ترک در

ستون با توجه به 4 فرکانس طبیعی اول (جدول 6)

ترک‌های محاسبه شده در جدول 5، همگی یک موقعیت و عمق یکسان را نشان می‌دهند، ولی در جدول 6، ترک‌های متفاوتی به عنوان ترک معادل در تیر افقی محاسبه شده است. در جدول 8، شش فرکانس طبیعی اول قاب به ازای ترک‌های معادل در تیر افقی آمده است. در جدول 8، میزان خطای 6 فرکانس طبیعی اول به ازای هر کدام از ترک‌های محاسبه شده در جدول 6، آمده است.

جدول 7 محاسبه 6 فرکانس طبیعی اول قاب شکل 8 به ازای ترک‌های معادل جدول 6

شماره	فرکانس 4	فرکانس 3	فرکانس 2	قاب شکل 6
1	41/7275	41/8014	41/1617	41/1617
2	100/0124	100/0083	100/0124	100/0124
3	133/8161	132/102	136/8723	132/0969
4	244/4565	235/8767	246/5607	244/4563
5	322/4557	328/7803	318/1943	337/4229
6	426/7754	422/6473	424/7105	414/7014

جدول 8 محاسبه درصد خطای 6 فرکانس طبیعی اول قاب به ازای ترک‌های معادل

شماره	فرکانس 4	فرکانس 3	فرکانس 2	درصد خطا
1	1/4 %	1/6 %	0/0 %	
2	0/0 %	0/0 %	0/0 %	
3	1/3 %	0/0 %	3/6 %	
4	0/0 %	3/5 %	0/9 %	
5	4/4 %	2/56 %	5/7 %	
6	2/9 %	1/9 %	2/4 %	

است که با استفاده از 2، 3 و 4 فرکانس طبیعی اول، مشخصه‌های ترک در ستون مربوطه تعیین شود. 6 فرکانس طبیعی سازه به ازای ترک با مشخصات $\alpha = 0.6$ و $\beta = 0.332$ در جدول 4 نوشته شده است. تعداد المان‌ها در شکل 8، 200 المان قاب انتخاب شده است.

برای حل معکوس، ابتدا فرض شده است که ترک در عضو ستونی قاب واقع است (فرض صحیح). نتایج به دست آمده با این فرض، در جدول 5 آورده شده است. در این جدول، سه ترک پیدا شده توسط الگوریتم کلونی مورچگان پیوسته به ازای 2، 3 و 4 فرکانس طبیعی اول به عنوان پارامترهای تشکیل دهنده تابع هدف آورده شده‌اند (رابطه 22). همان‌طور که مشاهده می‌شود، برای این مرحله، در هر سه حالت، حتی حالتی که تنها دو فرکانس طبیعی به حساب آورده شده‌اند، موقعیت ترک و عمق آن به درستی محاسبه شده است. در مرحله بعد، همان مثال قبل تکرار شده است با این تفاوت که برای حل معکوس، فرض شده است که ترک در عضو افقی قاب واقع است (فرض ناصحیح). نتایج به دست آمده با این فرض، در جدول 6 آورده شده است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، برای این مرحله، در جدول 6، ترک‌های معادل یافت شده در تیر افقی به ازای 2، 3 و 4 فرکانس طبیعی اول به عنوان پارامترهای تشکیل دهنده تابع هدف آورده شده‌اند. در شکل 9 و 10 به ترتیب نمودار تغییرات تابع هدف، برای جستجوی ترک در ستون به ازای 4 فرکانس طبیعی اول، جستجوی ترک در تیر افقی به ازای 4 فرکانس طبیعی اول، برحسب تکرارهای مختلف الگوریتم کلونی مورچگان ترسیم شده است.

0.332

شکل 8 قاب یک دهنه با 1 ترک

جدول 4 فرکانس‌های طبیعی قاب شکل 8

شماره	فرکانس
1	41/1617
2	100/0124
3	132/0969
4	244/4563
5	337/4229
6	414/7014

جدول 5 مشخصات ترک‌های یافت شده در ستون به ازای 2، 3 و 4 فرکانس

طبیعی از جدول 4 برای تابع هدف

α	β
0/6	0/332
0/6	0/332
0/6	0/332

جدول 6 مشخصات ترک‌های یافت شده در تیر افقی به ازای 2، 3 و 4 فرکانس

طبیعی از جدول 4 برای تابع هدف

α	β
0/5253	0/3095
0/7854	0/6547
1/5871	0/5763

خطا با مقایسه 8 فرکانس طبیعی اول، 6/6% است. در این پژوهش بهترین جواب ترک‌های محاسبه شده با 6 فرکانس طبیعی اول می‌باشد و بدترین حالت جستجو بر مبنای 8 فرکانس طبیعی اول بوده است.

البته هرچند درصد خطای حالت جستجو مبتنی بر 4 فرکانس بهتر از جستجو با 6 فرکانس به نظر می‌رسد، اما به دست آوردن یک موقعیت در نزدیکی تکیه‌گاه می‌تواند این شک را افزایش دهد که این جواب یک جواب مناسب نباشد.

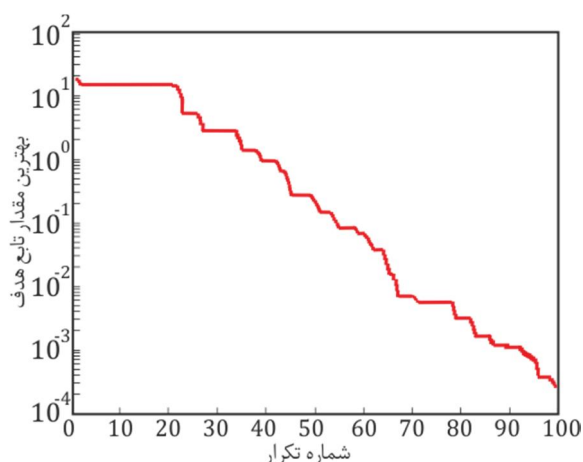
در جدول 10، مشخصه‌های ترک‌های پیدا شده با فرض یک ترک در ستون و یک ترک در تیر افقی به ازای 6 و 8 فرکانس طبیعی اول از جدول 9 به عنوان اجزاء تشکیل دهنده تابع هدف آمده است. در جدول 11 ترک‌هایی معادل با فرض این‌که هر دو ترک در ستون باشند محاسبه شده است. همچنین در جدول 12 ترک‌های معادل با فرض این‌که هر دو ترک در تیر افقی باشند، آمده است. و در ادامه به ازای ترک‌های یافت شده در جداول 8، 9، 10 فرکانس‌های طبیعی قاب بترتیب در جداول 11، 12 و 13 آمده است. در شکل‌های 12، 13 و 14 نمودار همگرایی تابع هدف به ازای جستجو ترک‌ها در سه حالت یک ترک در ستون و یک ترک در تیر، هردو ترک در ستون و هردو ترک در تیر افقی، با توجه به 8 فرکانس طبیعی اول نمایش داده شده است.

جدول 10 مشخصات ترک‌های یافت شده در قاب به ازای 6 و 8 فرکانس طبیعی

از جدول 9 برای تابع هدف با فرض هر جزء قاب دارای یک ترک				
β_2	α_2	β_1	α_1	
0/45	0/28	0/35	0/675	قاب شکل 7
0/491	0/596	0/661	0/480	4 فرکانس
0/438	0/234	0/348	0/685	6 فرکانس
0/45	0/28	0/35	0/675	8 فرکانس

جدول 11 مشخصات ترک‌های معادل یافت شده در قاب به ازای 6 و 8 فرکانس طبیعی از جدول 9 برای تابع هدف و با فرض هر دو ترک در ستون

β_2	α_2	β_1	α_1	
0/351	0/702	0/3454	0/130	4 فرکانس
0/345	0/698	0/341	0/062	6 فرکانس
0/378	0/121	0/349	0/674	8 فرکانس



شکل 12 تغییرات تابع هدف به ازای تکرارهای مختلف برای جستجوی ترک با فرض هر جز یک ترک با توجه به 8 فرکانس طبیعی اول (جدول 10)

با مقایسه 6 فرکانس طبیعی اول به دست آمده برای قاب، براساس فرض ناصحیح در مورد عضو ترک‌دار، مشاهده می‌شود که حداکثر خطا برابر 5/7% می‌باشد. این خطا برای حالتی است که از 2 فرکانس طبیعی به عنوان فرکانس‌های ایجاد تابع هدف استفاده شود.

2-6- ترک در مدل 2

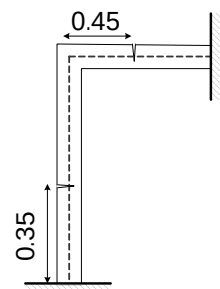
قاب شکل 11 با دو ترک، یک ترک در عضو قائم (ستون) و ترک دیگر در عضو افقی (تیر) انتخاب شده است. مشخصه‌های ترک‌ها در ستون و تیر مربوطه به ترتیب $\alpha_1 = 0.675$ و $\beta_1 = 0.35$ برای ستون و $\alpha_2 = 0.28$ و $\beta_2 = 0.45$ برای تیر افقی در نظر گرفته شده است.

ابتدا جستجوی محلی را با فرض یک ترک در تیر عمودی و یک ترک در تیر افقی و سپس در دو مرحله بعد با فرض دو ترک در تیر افقی و یا دو ترک در تیر عمودی انجام گرفت. بدین ترتیب جواب‌های متفاوتی از جستجوی ترک بدست آمد. به ازای هر ترک 2، 3 و 4 فرکانس طبیعی اول برای تشکیل تابع هدف انتخاب شد. بدین ترتیب، برای این مثال از 4، 6 و 8 فرکانس طبیعی اول به عنوان اجزاء تشکیل دهنده تابع هدف استفاده می‌شود. در جدول 9 فرکانس‌های طبیعی مربوط به شکل 11 آمده است.

برای حالت هر عضو یک ترک، ترک‌های تعیین شده با 6 فرکانس طبیعی اول به جواب اصلی بسیار نزدیک شده است، هر چند با 8 فرکانس طبیعی اول به جواب دقیق رسیده‌اند.

با فرض دو ترک در تیر عمودی، سه دسته ترک دوتایی به عنوان مشخصه‌های ترک‌ها محاسبه شده است. در این جواب‌ها موقعیت ترک‌ها تقریباً یکسان ولی عمق متفاوتی را دارا بوده‌اند. حداکثر خطا در رابطه با 8 فرکانس طبیعی اول حالت ترک‌دار اصلی، تنها 1/1% می‌باشد.

با فرض دو ترک در تیر افقی، سه دسته ترک دوتایی از مشخصه ترک‌ها بدست می‌آید. موقعیت ترک‌ها در جستجوی مبتنی بر 6 و 8 فرکانس طبیعی تقریباً یکسان و برای جستجوی مبتنی بر 4 فرکانس اول، موقعیت‌های متفاوتی نسبت به حالت 6 و 8 فرکانس طبیعی اعلام می‌شود. حداکثر



شکل 11 قاب یک دهنه با 2 ترک

جدول 9 فرکانس‌های طبیعی قاب شکل 11

شماره	فرکانس
1	40/4025
2	96/9188
3	129/2866
4	245/9158
5	336/052
6	399/436
7	562/0004
8	577/8278

جدول 14 فرکانس‌های طبیعی شکل 11، به ازای ترک‌های یافت شده (جدول 11)

شماره	8 فرکانس	6 فرکانس	4 فرکانس	قاب شکل 8
1	40/441	40/3922	40/2141	40/4025
2	97/8913	97/0825	96/8785	96/9188
3	130/7716	129/9897	130/036	129/2866
4	245/9285	245/243	245/9083	245/9158
5	336/0602	336/4461	335/8492	336/052
6	399/4418	399/4735	395/9271	399/436
7	567/51228	566/785	567/1667	562/0004
8	577/7765	572/7511	574/6315	577/8278

جدول 15 فرکانس‌های طبیعی شکل 11، به ازای ترک‌های یافت شده (جدول 12)

شماره	8 فرکانس	6 فرکانس	4 فرکانس	قاب شکل 8
1	39/9839	40/4775	40/5582	40/4025
2	103/3324	96/919	96/923	96/9188
3	129/2864	129/2866	129/3185	129/2866
4	241/1104	243/1097	244/4318	245/9158
5	336/0446	336/0499	322/7195	336/052
6	415/4566	418/0616	415/5709	399/436
7	562/0005	544/7537	551/646	562/0004
8	613/2406	612/6076	615/4408	577/8278

جدول 16 محاسبه درصد خطای 8 فرکانس طبیعی قاب شکل 11، به ازای ترک‌های

یافت شده با فرض هر جزء قاب یک ترک (جدول 10)

شماره	8 فرکانس	6 فرکانس	4 فرکانس
1	% 0/0	% 0/0	% 0/6
2	% 0/0	% 0/1	% 0/9
3	% 0/0	% 0/0	% 0/1
4	% 0/0	% 0/1	% 0/0
5	% 0/0	% 0/0	% 0/4
6	% 0/0	% 0/0	% 2/8
7	% 0/0	% 0/2	% 3/0
8	% 0/0	% 0/4	% 4/9

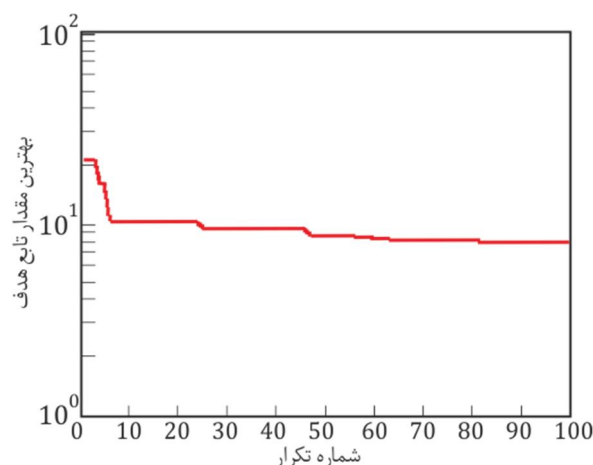
جدول 17 محاسبه درصد خطای 8 فرکانس طبیعی قاب شکل 11، به ازای ترک‌های

یافت شده با فرض هر دو ترک در ستون (جدول 11)

شماره	8 فرکانس	6 فرکانس	4 فرکانس
1	% 0/1	% 0/0	% 0/5
2	% 1/0	% 0/2	% 0/0
3	% 1/1	% 0/5	% 0/6
4	% 0/0	% 0/3	% 0/0
5	% 0/0	% 0/1	% 0/1
6	% 0/0	% 0/0	% 0/9
7	% 1/0	% 0/9	% 0/9
8	% 0/0	% 0/9	% 0/6

7- نتیجه گیری

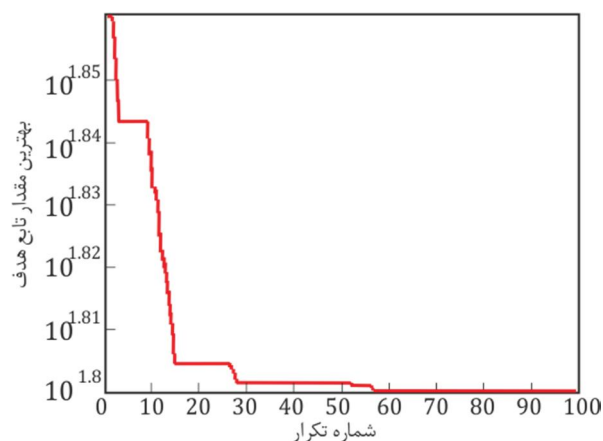
یافتن ترک در سازه قاب با توجه به تغییر در فرکانس طبیعی قاب ترک دار مورد بررسی قرار گرفت. برای حل مستقیم و محاسبه فرکانس‌های طبیعی سازه از روش اجزای محدود به همراه مدل فنر پیچشی برای ترک استفاده شد. برای حل معکوس و جستجو برای یافتن ترک، نوع پیوسته الگوریتم کلونی مورچگان به کار گرفته شد.



شکل 13 تغییرات تابع هدف به ازای تکرارهای مختلف برای جستوی ترک با فرض هر دو ترک در ستون با توجه به 8 فرکانس طبیعی اول (جدول 11)

جدول 12 مشخصات ترک‌های معادل یافت شده در قاب به ازای 4، 6 و 8 فرکانس

α_1	β_1	α_2	β_2
0/421	0/0003	0/5578	/3916
0/4831	0/054	0/5785	0/4452
0/6037	0/051	0/1454	0/4425



شکل 14 تغییرات تابع هدف به ازای تکرارهای مختلف برای جستوی ترک با فرض هر دو ترک در تیر افقی با توجه به 8 فرکانس طبیعی اول (جدول 12)

جدول 13 فرکانس‌های طبیعی شکل 11، به ازای ترک‌های یافت شده (جدول 10)

شماره	8 فرکانس	6 فرکانس	4 فرکانس	قاب شکل 8
1	40/4025	40/3917	40/1659	40/4025
2	96/9188	96/8381	96/0679	96/9188
3	129/2866	129/3141	129/2072	129/2866
4	245/9158	245/6437	245/9559	245/9158
5	336/052	336/0467	334/7313	336/052
6	399/436	399/4419	410/8026	399/436
7	562/0004	562/8667	545/0375	562/0004
8	577/8278	575/6279	606/1467	577/8278

در ادامه درصد خطای فرکانس‌های طبیعی جداول 13، 14 و 15 محاسبه شده و به منظور مقایسه به ترتیب در جدول 16، 17 و 18 نمایش داده شده است.

- [2] T. Chaudhari, *modelling of transverse vibration of geometrically segmented beams to facilitate crack detection*, Thesis, Ph. D. Thesis, Dept. of Mech. Engg., IIT, Bombay, 2000.
- [3] A. S. Sekhar, vibration characteristics of a cracked rotor with two open cracks, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 223, No. 4, pp. 497-512, 6/17/, 1999.
- [4] G. Gounaris, A. Dimarogonas, A finite element of a cracked prismatic beam for structural analysis, *Computers & Structures*, Vol. 28, No. 3, pp. 309-313, 1988.
- [5] W. P. Howson, A compact method for computing the eigenvalues and eigenvectors of plane frames, *Advances in Engineering Software* (1978), Vol. 1, No. 4, pp. 181-190, 9//, 1979.
- [6] J. Lee, Identification of multiple cracks using natural frequencies, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 320, No. 3, pp. 9, 2009.
- [7] S. Caddemi, I. Calò, The exact explicit dynamic stiffness matrix of multi-cracked Euler-Bernoulli beam and applications to damaged frame structures, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 332, No. 12, pp. 3049-3063, 6/10/, 2013.
- [8] A. Labib, D. Kennedy, C. Featherston, Free vibration analysis of beams and frames with multiple cracks for damage detection, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 333, No. 20, pp. 4991-5003, 9/29/, 2014.
- [9] M. Dorigo, *Optimization, Learning and Natural Algorithms* Ph.D Thesis, Dipartimento di Elettronica, Politecnico di Milano, Italy, 1992.
- [10] K. Socha, M. Dorigo, Ant colony optimization for continuous domains, *European Journal of Operational Research*, Vol. 185, pp. 1155-1173, 2008.
- [11] K. Deb, A.P., S. Agarwal, T. Meyarivan, A Fast Elitist Multi-Objective Genetic Algorithm: NSGA-II., *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 6, pp. 182-197, 2000.
- [12] M. Mehrjoo, N. Khaji, M. Ghafory-Ashtiani, Application of genetic algorithm in crack detection of beam-like structures using a new cracked Euler-Bernoulli beam element, *Applied Soft Computing*, Vol. 13, pp. 867-880, 2013.
- [13] R. Ruotolo, C. Surace, Damage assessment of multiple cracked beams: numerical results and experimental validation, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 206, No. 4, pp. 567-588, 1997.

جدول 18 محاسبه درصد خطای 8 فرکانس طبیعی قاب شکل 11، به ازای ترک‌های یافت شده با فرض هر دو ترک در تیر افقی (جدول 12)

شماره	8 فرکانس	6 فرکانس	4 فرکانس
1	% 1/0	% 0/2	% 0/4
2	% 6/6	% 0/0	% 0/0
3	% 0/0	% 0/0	% 0/0
4	% 2/0	% 1/1	% 0/6
5	% 0/0	% 0/0	% 4/0
6	% 4/0	% 4/7	% 4/0
7	% 0/0	% 3/1	% 1/8
8	% 6/1	% 6/0	% 6/5

می‌توان نتایج به دست آمده از این کار را به صورت زیر خلاصه کرد:

- مدل ترک مورد استفاده، می‌تواند در رابطه با سازه‌های ترک‌دار مورد استفاده قرار گیرد.
- در سازه‌ها قاب، یک ترک می‌تواند، معادل‌هایی از جهت تغییر در فرکانس‌های طبیعی داشته باشد.
- با استفاده از فرکانس‌های طبیعی به‌عنوان تنها مشخصه اصلی برای یافتن ترک در قاب‌ها نمی‌توان، جواب‌های یکتایی را استخراج کرد.

8- مراجع

- [1] W. T. Springer, K. L. Lawrence, T. J. Lawley, The effect of a symmetric discontinuity on adjacent material in a longitudinally vibrating uniform beam, *Experimental Mechanics*, Vol. 27, No. 2, pp. 168-171, 1987/06/01, 1987. English