



بررسی عددی اثرات تزریق جت صوتی سیال بر مشخصات میدان جریان و کارایی کنترل بردار تراست در نازل مافوق صوت

مجتبی طحانی^{1*}، محمد حججی²، محمد صالحی فر³، آرش درتومیان³

1- استادیار، دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران، تهران
2- دکتری، مهندسی هوافضا، بنیاد توسعه علوم و فناوری های هوافضا، تهران
3- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه تهران، تهران
*تهران، صندوق پستی 143951374، m.tahani@ut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 17 بهمن 1393
پذیرش: 19 اردیبهشت 1394
ارائه در سایت: 07 تیر 1394

کلید واژگان:

کنترل بردار تراست
تزریق جت صوتی
جریان آشفته
نازل مافوق صوت

چکیده

تأثیر تزریق جت صوتی سیال ثانویه در بخش واگرای نازل مافوق صوت بر ساختار میدان جریان و کارایی کنترل بردار تراست، به صورت عددی مورد مطالعه قرار گرفته است. کد عددی توسعه یافته سه بعدی و چند بلوکی، برای مدل سازی پیچیدگی های ناشی از آشفتگی جریان، از مدل SST $k-\omega$ استفاده شده است. میدان محاسباتی مورد استفاده به صورت با سازمان بوده و نتایج نخستین شبیه سازی با نتایج حاصل از تحقیقات آزمایشگاهی گذشته صحت سنجی شده است. تغییر قدرت جت تزریقی، به کمک تغییر سطح مقطع تزریق و همچنین تغییر نسبت فشار تزریق به فشار نازل ایجاد می شود. افزایش قدرت تزریق تغییراتی را در کارایی این روش کنترلی ایجاد کرده که گاهی سبب کاهش کارایی آن شده است. در این تحقیق علاوه بر تشریح کامل پدیده های فیزیکی پیچیده موجود در این جریان، محدوده افزایش قدرت تزریق جهت افزایش راندمان سیستم ارائه شده است. در محدوده مجاز دبی تزریق ثانویه، افزایش دبی تزریق سبب کاهش ضریب تقویت، افزایش زاویه انحراف به عنوان مهم ترین پارامتر مجموعه کنترلی و افزایش نیروی پیشران محوری می شود. در خارج از بازه مجاز محاسبه شده پارامترهای کارایی رفتار متفاوتی از خود نشان می دهند که بیانگر افت شدید کارایی است.

Numerical investigation of sonic jet injection effects on flow field structure and thrust vector control performance in a supersonic nozzle

Mojtaba Tahani^{1*}, Mohammad Hojaji², Mohammad Salehifar¹, Arash Dartoomian¹

1- Faculty of New Sciences and Technologies, University of Tehran, Tehran, Iran.
2- Aerospace Sciences and Technologies Institute, Tehran, Iran.
*P.O.B. 143951374 Tehran, Iran, m.tahani@ut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 06 February 2015
Accepted 09 May 2015
Available Online 28 June 2015

Keywords:
Thrust Vector Control
Sonic Jet Injection
Turbulent Flow
Supersonic Nozzle

ABSTRACT

Effects of secondary sonic jet injection in divergent part of supersonic nozzle on flow field structure and thrust vector control performance has been numerically analyzed. Three dimensional multi-blocks extended numerical code has been used to model the complexity of turbulence flow by $k-\omega$ SST model. Structured computational domain has been applied and the initial results of simulation were validated by the previous experimental result. Different injection power is generated by varying the injection surface and pressure ratio with respect to throat pressure. Injection power increment causes changes in performance and sometimes lowers it. In the current research, aside from a description of complete complex flow features, allowable power range to increase system performance has been presented. In this range, increasing the injection mass flow rate decreases the amplification factor, but increases the deflection angle and axial thrust augmentation as the most important performance parameters. Out of estimated range for allowable mass power injection performance parameters behave differently, which demonstrates a drastic drop in performance.

1- مقدمه

کنترل بردار تراست¹ برای کاربردهایی که در آن ها نیروهای آیرودینامیکی ناچیز است، مانند مراحل اولیه پرتاب و سیستم هایی که در جو رقیق پرواز

می کنند، یکی از راه های هدایت و کنترل است. براساس شکل 1 این روش ها به چهار نوع عمده شامل: روش های دارای چند نازل²، نازل های متحرک³،

2- Multi nozzle
3- Movable Nozzle

1- Thrust Vector Control (TVC)

Please cite this article using:

M. Tahani, M. Hojaji, M. Salehifar, A. Dartoomian, Numerical investigation of sonic jet injection effects on flow field structure and thrust vector control performance in a supersonic nozzle, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 8, pp. 175-186, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

پارامترها، شوک جدایش را بیشتر به سمت بالادست انتقال می‌دهد و نیروی تراست تولیدشده را افزایش می‌دهد. در حیطه فعالیت‌های تجربی، کمبود و گاهی اوقات فقدان سخت‌افزارهای مورد نیاز، احتیاج به سخت‌افزارهای پرهزینه، مشکلات ناشی از ارتعاشات، شکل‌گیری شوک‌های قوی و انسداد جریان در هنگام اجرا از جمله عواملی است که این تحقیقات را با دشواری مواجه کرده است.

از سوی دیگر توسعه روزافزون روش‌های محاسباتی و پیشرفت‌های چشم‌گیر به‌عمل آمده در این زمینه، راه انجام تحقیقات را به‌صورت عددی هموار کرده است. بسیاری از مطالعات انجام شده در سال‌های اخیر به کارهای عددی پرداخته‌اند و نتایج خود را با مطالعات آزمایشگاهی اعتبارسنجی می‌کنند. از نخستین اقدامات انجام‌شده برای مطالعه عددی، این سیستم توسط بالو و با حل معادلات اوایلر به‌صورت سه‌بعدی در سال 1991 بررسی شده است [7]. این تحقیق با مطالعه پارامترهایی مانند ضریب تقویت جت ثانویه و تراست محوری افزوده‌شده انجام پذیرفته است. نسبت نیروی جانبی به نیروی محوری نیز از نتایج این تحقیق است که با نتایج تجربی تطابق خوبی دارد و دارای یک مقدار بیشینه است.

در سال 2002 هیون و ساپ یون به بررسی کارایی تزریق ثانویه گاز به داخل یک نازل مخروطی موشک به‌صورت عددی پرداختند [8]. این تحقیق با تولید شبکه باسازمان به‌صورت سه‌بعدی، لزج و با درنظرگرفتن دو مدل توربولانسی جبری بالدوین لومکس¹⁰ و K-ε انجام گرفته است. تأثیرات زاویه بخش واگرای نازل و محل تزریق بر کارایی سیستم بررسی شده‌اند.

اردم و همکاران در سال 2006 به بررسی عددی پارامترهای تزریق ثانویه سیال در یک نازل مخروطی شکل برای کنترل بردار تراست پرداخت [9]. این تحقیق با استفاده از برنامه تجاری فلوئنت، با شبکه بی‌سازمان به‌صورت سه‌بعدی و لزج انجام گرفته است. از مهم‌ترین نتایج این تحقیق این است که تزریق باید با محور نازل هم راستا تر باشد تا از انعکاس شوک‌ها توسط دیواره مقابل جلوگیری شود، همچنین اگر محل تزریق بیش از حد نزدیک پایین دست باشد، در خروجی نازل جریان برگشتی را به همراه دارد.

در مطالعات انجام شده توسط پرینس و همکاران [10] در سال 2012، یک تحقیق تجربی انجام‌شده در گذشته، به‌صورت عددی مدل شده است. تولید شبکه با کد تجاری آیس¹¹ انجام‌پذیرفته و در حل عددی از نرم‌افزار فلوئنت و مدل K-ε برای مدل‌سازی جریان لزج استفاده شده است. نتایج بررسی کارایی در مقایسه با نتایج تجربی از دقت مناسبی برخوردار است.

زمیجانوویچ در سال 2013 به بررسی عددی و تجربی تزریق ثانویه سیال برای کنترل بردار تراست در یک نازل متقارن محوری پرداخت [11]. آزمایش‌ها برای سه مود مختلف فرانبساطی نازل انجام شده است که فشار تزریق ثانویه از 2 تا 3/5 بار با گام 0/5 بار در کل مدت آزمایش، بین 2 تا 3 دقیقه، تغییر می‌کند. جهت مدل‌سازی آشفستگی از مدل دو معادله‌ای K-ε استفاده شده است. در تصاویر منتج از مطالعه خطوط شوک کمانی، خمره‌ای¹² و شوک انعکاسی¹³ به روشنی دیده شده و تغییر مکان تزریق به سمت خروجی از برخورد شوک به دیواره مقابل و تشکیل منطقه چرخشی جلوگیری می‌کند.

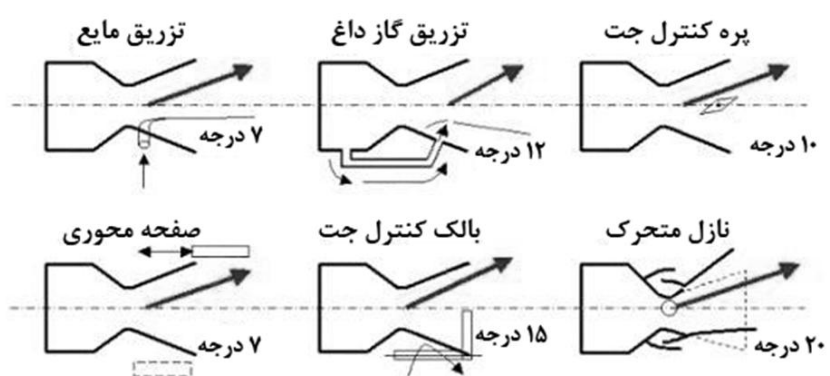
در سال 2010 هاشم آبادی و حیدری برای طراحی آیرودینامیکی کنترل بردار تراست به کمک تزریق سیال، الگوریتمی را پیشنهاد دادند [12]. این

روش‌های تداخلی¹ و روش‌های تزریق ثانویه² تقسیم می‌شوند. برخلاف سیستم‌های کنترل مکانیکی مانند نازل متحرک، که برای ایجاد انحراف به عملگر نیاز دارند، روش کنترل بردار تراست به کمک تزریق سیال ثانویه³، هیچ‌گونه نیازی به قطعات متحرک ندارد. قطعات متحرک مکانیکی علاوه بر افزایش وزن وسیله، موجب کاهش نیروی تراست محوری نیز می‌شوند. کنترل بردار پیشران به کمک تزریق ثانویه، از سال 1960 به‌طور موفقیت‌آمیزی مورد استفاده قرار گرفته است که با تزریق یک سیال ثانویه در بخش واگرای نازل مافوق صوت همگرا- واگرا به تدریج تکمیل شده است. برخی از انواع این روش‌ها در مقایسه با روش‌های مکانیکی موجب 43 تا 80 درصد کاهش وزن، 7 تا 12 درصد بهبود ضربه ویژه و 37 تا 53 درصد کاهش هزینه‌های ساخت و عمر نازل می‌شود [1].

تزریق گاز داغ⁴ به دلیل حجم کم و کارایی بالا از روش‌های مناسب کنترل بردار تراست به شمار می‌رود. در گذشته به دلیل خوردگی مکانیکی مواد شیرهای موجود در مسیر، از این روش استفاده چندان نمی‌شد، ولی امروزه با پیشرفت علم متالورژی این روش بسیار مورد توجه است. استفاده از تزریق سیال ثانویه برای کنترل بردار تراست نخستین بار توسط ودربی⁵ در سال 1949 مطرح شد و پیاده‌سازی آن در سال 1952 به انجام رسید [2].

در این زمینه مطالعات تحلیلی از پیشینه بیشتری نسبت به سایر تحقیقات برخوردار هستند و اساس کنترل بردار تراست به کمک تزریق ثانویه با انجام آن‌ها پایه‌گذاری شده است، ولی فرضیات ساده‌کننده مورد استفاده در این دسته، منجر به دستیابی به پاسخ‌های غیرواقعی می‌شود. مدل تحلیلی موج انفجار⁶ توسط برودول در سال 1963 ارائه شد [3]. این مدل با جریان به‌صورت دوبعدی و غیرلزج برخورد می‌کند. در این مطالعه اندازه حرکت جت تزریقی به‌عنوان یک پارامتر کلی مطرح است. شاندر و واکر در سال 1964 تئوری خطی‌شده⁷ را با فرض زاویه انحراف کم جریان، برای بررسی رفتار جریان با آنالیز یک‌بعدی تلفیق کردند [4]. در سال 1964 زاکوسکی و اسپاید [5] یک مدل را تحت عنوان جسم ضخیم⁸ پیشنهاد کردند. مشاهده شده که تزریق جریان ثانویه در جریان مافوق صوت میدان جریانی شبیه یک جسم ضخیم (مانند یک پله) ایجاد می‌کند. تحقیقات تئوری اغلب نتایج خود را با مطالعات آزمایشگاهی تکمیل و مقایسه می‌کنند.

ریچارد گاوس در سال 1965 به‌عنوان یک تحقیق تجربی، مطالعات دقیقی روی کنترل بردار تراست با تزریق ثانویه انجام داد [6]. این مطالعه نشان داد که افزایش فشار سکون جریان ثانویه با ثابت نگه‌داشتن باقی



شکل 1 شمایی از برخی روش‌های کنترل غیرمعارف⁹ و مقدار تقریبی انحراف آن‌ها

- 1- Interaction Methods
- 2- Secondary injection Methods
- 3- Secondary Injection Thrust Vector Control
- 4- Hot Gas Injection
- 5- A.E. Wetherbee
- 6- Blast Wave Theory
- 7- Linearized Theory
- 8- Blunt Body Model
- 9- Unconventional Methods

10- Algebraic Bladwin-Lomax
11- ICEM
12- Bow shock
13- Reflection Shock

$$F^* = \begin{bmatrix} \rho^* u^* \\ \rho^* u^* u^* + p^* - \tau_{xx}^* \\ \rho^* v^* u^* - \tau_{xy}^* \\ \rho^* w^* u^* - \tau_{xz}^* \\ u^* [\rho^* E^* + p^*] - u^* \tau_{xx}^* - v^* \tau_{xy}^* - w^* \tau_{xz}^* - q_x^* \\ \rho^* u^* k^* - \tau_{xx}^{k*} \\ \rho^* u^* \omega^* - \tau_{xx}^{\omega*} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$G^* = \begin{bmatrix} \rho^* v^* \\ \rho^* u^* v^* - \tau_{yx}^* \\ \rho^* v^* v^* + p^* - \tau_{yy}^* \\ \rho^* w^* v^* - \tau_{yz}^* \\ v^* [\rho^* E^* + p^*] - u^* \tau_{yx}^* - v^* \tau_{yy}^* - w^* \tau_{yz}^* - q_y^* \\ \rho^* v^* k^* - \tau_{yy}^{k*} \\ \rho^* v^* \omega^* - \tau_{yy}^{\omega*} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$H^* = \begin{bmatrix} \rho^* w^* \\ \rho^* u^* w^* - \tau_{zx}^* \\ \rho^* v^* w^* - \tau_{zy}^* \\ \rho^* w^* w^* + p^* - \tau_{zz}^* \\ w^* [\rho^* E^* + p^*] - u^* \tau_{zx}^* - v^* \tau_{zy}^* - w^* \tau_{zz}^* - q_z^* \\ \rho^* w^* k^* - \tau_{zz}^{k*} \\ \rho^* w^* \omega^* - \tau_{zz}^{\omega*} \end{bmatrix} \quad (5)$$

E^* ، بیانگر انرژی کل جریان است که شامل انرژی درونی، انرژی جنبشی و انرژی جنبشی آشفته بوده و از رابطه (6) به دست می آید.

$$E^* = (e^* + \frac{u^{*2} + v^{*2} + w^{*2}}{2} + k^*) \quad (6)$$

رابطه (7) شکل کلی معادلات بقا را برای یک متغیر کلی دلخواه W در روش حجم محدود نشان می دهد.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \vec{W} d\Omega + \oint_{\partial\Omega} (\vec{F}_C - \vec{F}_V) dS = \int_{\Omega} \vec{Q} d\Omega \quad (7)$$

گسسته سازی ترم های جابه جایی، با استفاده از روش بالادستی AUSM² انجام شده است. این روش که توسط ليو و استفن ابداع شد از تفکیک شارهای جابه جایی³ و جملات فشار استفاده می کند و آن ها را به صورت تابعی از یک عدد ماخ بین سلولی بازنویسی می کند. به دلیل در نظر نگرفتن هیچ فرضی برای ترمودینامیک جریان، این روش برای جریان های گازی نامتعادل و جریان هایی با ذرات احتراقی که از لحاظ گرمایی کامل نیستند، استفاده می شوند. شاید مهم ترین ضعف های AUSM، ظهور نوسانات فشار در پشت امواج ضربه قوی و رفتار میرایی اندک آن در اعداد ماخ پایین باشد. این روش نسبت به بقیه روش هایی که تاکنون مورد بررسی قرار گرفته جدیدتر است و مبنای محاسبات برخی از کدهای تجاری معروف نظیر FLUENT هم قرار دارد. در روش AUSM شار غیرلزج به دو بخش تقسیم می شود که در رابطه (8) ملاحظه می شود.

$$\vec{F} = \vec{F}^C + \vec{P} \quad (8)$$

ترم نخست $\vec{F}$ ، شار جابه جایی $\vec{F}^C$ ، که معرف جابه جایی ϕ توسط شار جرمی $\vec{m}$ بوده و ترم دوم معرف شار فشار است.

جهت افزایش دقت در محاسبات، معادلات به صورت مرتبه دو گسسته سازی شده اند. یکی از کاربردی ترین رهیافت ها برای میان یابی، استفاده از روش مرتبه نخست گودونوف⁴ است [17]. این روش میدان جریان را

تحقیق به معرفی و بررسی کوتاه پارامترهای مختلف پاشش سیال جانبی به درون جریان اصلی محصولات احتراق از منظر دینامیک گاز پرداخته است. نحوه انتخاب بهینه پارامترهایی مانند موقعیت پاشش، زاویه پاشش و دبی جریان پاشش و اثرات آن ها بر یکدیگر و بر میزان انحراف بردار تراست از نتایج این تحقیق است که بر اساس آن، روند طراحی آیرودینامیکی کنترل بردار تراست به روش پاشش سیال مایع تدوین شده است.

در سال 2014 طحانی و همکارانش به مقایسه بین پاسخ های جریان جریان دوبعدی و سه بعدی و بررسی کارایی در نازل مافوق صوت همراه با تزریق ثانویه پرداختند [14,13]. در این مطالعات که به صورت عددی انجام پذیرفت، پارامترهای فیزیکی مانند طول محل جدایش و محل برخورد شوک کمائی با دیواره مقابل تزریق بررسی شد، همچنین برخی کمیت های انتگرالی کارایی سیستم با نتایج تجربی و عددی مقایسه شد که نشان دهنده تطابق خوب نتایج برنامه عددی بود.

در مطالعه انجام شده توسط حامدی و همکارانش در سال 2015 نازل دارای دوگلوگاه به صورت عددی مدل شده است [15]. در این تحقیق مدل آشفستگی $k - \omega$ SST به عنوان مدلی مناسب برای پیش بینی جزئیات جریان معرفی شده است. تأثیر طول شکاف تزریق بر برداردهی¹ نازل بررسی شده که با افزایش سطح تزریق زاویه انحراف بردار تراست افزایش می یابد.

دستیابی به بررسی جامعی از فیزیک حاکم بر مسأله یکی از انگیزه های این مقاله است. هر چند تاکنون توضیحات زیادی برای تزریق در جریان جانبی ارائه شده، ولی کماکان خلاء یک تفسیر فیزیکی همه جانبه برای تزریق در سطوح دارای انحنا مانند نازل به ویژه در جریان مافوق صوت حس می شود. در این مقاله سعی شده تا این کاستی رفع شود. خطی سازی معادلات آشفستگی جهت افزایش سرعت برنامه و استفاده از روش سلول های مجازی در مرزهای میدان محاسباتی مورد آزمون قرار گرفته است، همچنین پارامترهای کارایی مربوط به یک نازل واقعی که پیشتر تحقیقات تجربی بر آن صورت پذیرفته، به واسطه تغییر در قدرت تزریق بررسی شده است. در پایان کیفیت مدل آشفستگی $k - \omega$ SST برای این جریان با نتایج فرض بی لزجت و مدل K-E مورد مقایسه و تحلیل قرار گرفته است.

2- روش عددی

معادلات مورد استفاده در این تحقیق معادلات ناویر- استوکس است که می توان شکل بقایی بی بعد آن ها را برای جریان تراکم پذیر و در مختصات کارتزین، به صورت رابطه (1) نمایش داد [16].

$$\frac{\partial U^*}{\partial t^*} + \frac{\partial F^*}{\partial x^*} + \frac{\partial G^*}{\partial y^*} + \frac{\partial H^*}{\partial z^*} = J \quad (1)$$

با توجه به آن که از تولید حرارت و نیز نیروهای بویانسی و گرانش صرف نظر شده است؛ بنابراین ترم J تنها مؤلفه های چشمه را در مدل آشفته، نشان می دهد. روابط (2-5) شکل بی بعد ژنریک این معادلات را نشان می دهد [18,17].

$$U^* = \begin{bmatrix} \rho^* \\ \rho^* u^* \\ \rho^* v^* \\ \rho^* w^* \\ \rho^* (e^* + V^{*2} / 2) \\ \rho^* k^* \\ \rho^* \omega^* \end{bmatrix} \quad (2)$$

2- Advection Upstream Splitting Method

3- Convection Fluxes

4- Godunov

1- Vectoring

مجموعه‌ای متشکل از قطعه‌های متصل به هم با شرایط ثابت تخمین می‌زند. محدودکننده ون‌آلبادا¹ در این تحقیق مورد استفاده قرار می‌گیرد که محدود کننده‌ای مشتق‌پذیر است و مانع از نزول باقی‌مانده‌های حل به سطح دقت ماشین نمی‌شود، همچنین برای گسسته‌سازی ترم‌های پخش، نیاز به تعیین مشتقات مؤلفه‌های سرعت و انرژی در سطوح میانی حجم‌های کنترل است. برای تعیین این مشتقات می‌توان از تئوری دیورژانس استفاده کرد که برای هر حجم دلخواه Ω به صورت رابطه (9) بیان می‌شود.

$$\int_{\Omega} \vec{\nabla} \phi d\Omega = \oint_S \phi d\vec{S} \quad (9)$$

با توجه به رابطه بالا، مقدار متوسط گرادیان متغیرها به صورت رابطه (10) تعیین می‌شود:

$$\begin{aligned} \overline{\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)}_{\Omega} &= \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \frac{\partial \phi}{\partial x} d\Omega = \frac{1}{\Omega} \oint_S \phi \hat{i} \cdot d\vec{S} \\ \overline{\left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)}_{\Omega} &= \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \frac{\partial \phi}{\partial y} d\Omega = \frac{1}{\Omega} \oint_S \phi \hat{j} \cdot d\vec{S} \end{aligned} \quad (10)$$

در این تحقیق، با توجه به طبیعت غیرخطی مساله جت در جریان جانبی و سه بعدی بودن مساله که استفاده از شبکه‌ای حجیم را می‌خواهد و با توجه به امکانات در دسترس و مشکلات روش‌های ضمنی در حل مسائل غیرخطی، از روش تکراری و صریح چند مرحله‌ای رانج کوتا² استفاده می‌شود. این روش با توجه به دقت تر کردن نتایج در هر تکرار، سبب پایدارتری فرایند حل نیز خواهد شد. براساس این روش ترم زمانی معادلات حاکم به صورت رابطه (11) گسسته می‌شود.

$$\begin{aligned} \vec{Q}^{(0)} &= \vec{Q}^n \\ \vec{Q}^{(k)} &= \vec{Q}^{(0)} + \alpha_k \Delta t \text{Res}(\vec{Q}^{(k-1)}), k = 1, 2, \dots, m \\ \vec{Q}^{(n+1)} &= \vec{Q}^{(m)} \end{aligned} \quad (11)$$

در رابطه (11)، α_k معرف ثوابت دلخواهی است که مقادیر بهینه آن با توجه به مرتبه رانج کوتای مورد استفاده، تغییر می‌کند، همچنین Δt معرف گام زمانی است. در مسائلی که میدان جریان در آن‌ها حالت پایدار دارد، فقط پاسخ نهایی حائز اهمیت است؛ بنابراین می‌توان برای هر سلول گام زمانی مربوط به آن را قرار داد. با این روش پاسخ‌های میانی به دست آمده فاقد ارزش است و تنها زمانی پاسخ ارزش دارد که مسئله به حالت پایدار رسیده باشد. مزیت این روش این است که سلول‌هایی که حجم بزرگ‌تری دارند گام زمانی بزرگ‌تری داشته و میدان سریع‌تر به سمت همگرایی حرکت می‌کند در شبکه‌های با سازمان گام زمانی برای حجم کنترل به صورت رابطه (12) محاسبه می‌شود [17].

$$\Delta t_I = CFL \frac{\Omega_I}{(\Lambda_c^I + \Lambda_c^J + \Lambda_c^K)_I + C(\Lambda_V^I + \Lambda_V^J + \Lambda_V^K)_I} \quad (12)$$

مخرج این رابطه به دو بخش شعاع‌های طیفی ژاکوبین‌های شار غیرلزوج و لزج تقسیم می‌شود. شعاع‌های طیفی جابه‌جایی به شکل رابطه (13) است.

$$\Lambda_c^I = (|\vec{V} \cdot \vec{n}^I + c|) \Delta S^I \quad (13)$$

شعاع‌های طیفی لزج نیز به صورت رابطه (14) محاسبه می‌شود.

$$\Lambda_V^I = \max\left(\frac{4}{3\rho}, \frac{\gamma}{\rho}\right) \left(\frac{\mu_L}{PR_L} + \frac{\mu_T}{PR_T}\right) \frac{(\Delta S_I)^2}{\Omega} \quad (14)$$

با توجه به پیچیدگی‌های موجود در میدان جریان از مدل آشفتگی انتقال تنش برشی منتر نسخه 2003، استفاده شده است [19].

ترکیب ویژگی‌های مثبت دو مدل آشفتگی $K - \varepsilon$ و $K - \omega$ سبب شده است تا این مدل دارای دقت مناسبی باشد. پیش‌بینی دقیق نواحی دارای

گردایان فشار مخالف به واسطه استفاده از ضرایب مدل آشفتگی $K - \omega$ در ناحیه لگاریتمی لایه مرزی و نیز قابلیت شناسایی این مناطق در جریان‌های تراکم‌پذیر، از جمله ویژگی‌های این مدل آشفتگی است. از سوی دیگر حل میدان جریان با استفاده از ضرایب مدل آشفتگی $K - \varepsilon$ به‌ویژه در مناطق جدایش‌یافته و تداخل با جریان آزاد (جایی که پارامتر ω به شرایط جریان آزاد بسیار حساس است) و نیز لایه‌های برشی حاضر در میدان جریان، سبب شده است تا این مدل به‌طور قابل ملاحظه‌ای برای بسیاری از جریان‌های پیچیده آشفته، مانند تزریق جت در جریان عرضی که هم‌زمان حضور گرادیان‌های فشاری مخالف، تراکم‌پذیری، جدایش جریان و لایه‌های برشی را به همراه دارد، مناسب باشد. معمولاً در جریان‌های تراکم‌پذیر، از شکل عمومی معادله انتقال آشفتگی برای جریان‌های تراکم‌پذیر به صورت رابطه (15) استفاده می‌شود [17].

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\phi) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho}\tilde{u}_i\phi) = D + Q_p - Q_D \quad (15)$$

حال می‌توان با جایگزینی کمیت‌های k و ω به جای کمیت انتقالی، شکل استاندارد مدل $k - \omega$ SST را به صورت روابط (16-18) نمایش داد.

$$\mu_T = \frac{a_1 \rho k}{\max(a_1 \omega, f_2 \|Cur\bar{V}\|_2)} \quad (16)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i k) = \frac{\partial}{\partial x_j}((\mu_l + \sigma_k \mu_T) \frac{\partial k}{\partial x_j}) + \tau_{ij}^F S_{ij} - \beta^* \rho a k \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i \omega) &= \frac{\partial}{\partial x_j}((\mu_l + \sigma_\omega \mu_T) \frac{\partial \omega}{\partial x_j}) + \\ &\quad \frac{C_\omega \rho}{\mu_T} \tau_{ij}^F S_{ij} - \beta \rho \omega^2 + 2(1 - f_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k_j}{\partial x_j} \frac{\partial \omega_j}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (18)$$

تابع f_1 وظیفه ترکیب ضرایب مدل $k - \omega$ در نواحی داخلی لایه مرزی را با ضرایب مدل $k - \varepsilon$ در نواحی با لایه‌های برشی و جریان‌های آزاد داشته و طبق روابط (19، 20) محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned} f_1 &= \tanh(\arg_1^4) \\ \arg_1 &= \min\left(\max\left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega d}, \frac{500\mu_l}{\rho\omega d^2}\right), \frac{4\rho\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k0}d^2}\right) \end{aligned} \quad (19)$$

$$C_{k\omega} = \max\left(2\frac{\rho\sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial K}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20}\right) \quad (20)$$

در این رابطه، d نزدیک‌ترین فاصله از دیوار را نشان داده و $\arg_1$ بیانگر بخش مثبت ترم پخش عرضی است. رابطه (21) تابع کمکی f_2 را نشان می‌دهد.

$$\begin{aligned} f_2 &= \tanh(\arg_2^2) \\ \arg_2 &= \max\left(\frac{2\sqrt{k}}{0.09\omega d}, \frac{500\mu_l}{\rho\omega d^2}\right) \end{aligned} \quad (21)$$

برای اطلاع از ثوابت، مرجع [18] توضیحات گسترده‌ای ارائه داده است. سرانجام می‌توان ضرایب مدل توربولانسی SST $k - \omega$ را که عبارتند از β ، C_ω ، σ_k و σ_ω ، با استفاده از رابطه (22) و متغیرهای ϕ_1 و ϕ_2 ، به دست آورد.

$$\phi = f_1 \phi_1 + (1 - f_1) \phi_2 \quad (22)$$

مؤلفه‌های بی‌بعد چشمه معادلات آشفته را نیز می‌توان در شکل ژنریک خود به صورت رابطه (23) نمایش داد.

$$\begin{aligned} S1 &= \tau_{ij}^F S_{ij} - \beta^* \rho \omega k \\ S2 &= \frac{C_\omega \rho}{\mu_T} \tau_{ij}^F S_{ij} - \beta \rho \omega^2 + 2(1 - f_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial x} \end{aligned} \quad (23)$$

یک روش ساده و کارآمد، جهت افزایش همگرایی حل عددی، استفاده از

نیروی تراست محوری و ضریب تقویت، نسبت ایمپالس ویژه جانبی به نسبت ایمپالس جریان اصلی است که این پارامتر معرف مقدار سیالی است که برای داشتن نیروی جانبی مشخص نیاز است، رابطه (30)، رابطه (31) نشان‌دهنده تراست محوری افزوده است که برابر است با نسبت ایمپالس محوری به ایمپالس جریان اصلی نخستین که معیاری برای اتلاف کلی سیستم برای به‌دست آوردن نیروی تراست جانبی مورد نظر است.

$$TR = \frac{F_s}{F_p} \quad (29)$$

$$K = \frac{Isp_s}{Isp_p} = \frac{F_s/m_s}{F_p/m_p} \quad (30)$$

$$ATA = \frac{\delta Isp_p}{Isp_p} = \frac{\delta F_p/m_s}{F_p/m_p} \quad (31)$$

با استفاده از تعاریف دینامیک گازها برای ضرایب نازل می‌توان روابط (32-35) را برای نازل اثبات کرد. مرجع [20] مباحث مشروحی را در این زمینه مورد بحث قرار داده است. در نازل‌های همگرا- واگرا به دلیل طراحی آن‌ها برای شرایط خفگی، روابط بالا به‌صورت شرایط خفگی بازنویسی می‌شود.

$$C_f = \frac{F_p}{p_0 r_0^2} = \left(\int_{r_i}^{r_e} \int_0^{2\pi} \{p_w - p_a\} r_w dr_w d\theta + p_i A_i \right) / p_0 r_0^2 \quad (32)$$

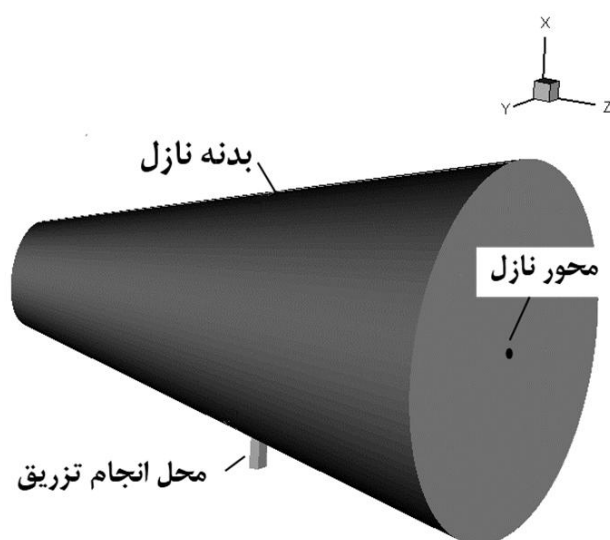
$$C_{fn} = \frac{F_n}{p_0 r_0^2} = \left(\int_{z_i}^{z_e} \int_0^{2\pi} \{p_w - p_a\} r_w \sin\theta dz d\theta \right) / p_0 r_0^2 \quad (33)$$

$$C_{fs} = \frac{F_s}{p_0 r_0^2} = \left(\int_{z_i}^{z_e} \int_0^{2\pi} \{p_w - p_a\} r_w \cos\theta dz d\theta \right) / p_0 r_0^2 \quad (34)$$

$$k = \frac{C_{fs}}{C_f} \left[\frac{m_p}{m_s} \right] \quad (35)$$

سه کمیت بی‌بعد مورد استفاده به‌صورت زیر تعریف می‌شوند. در این مقاله به حل بخش واگرای نازل مافوق صوت پرداخته می‌شود. شرایط گلوگاه به‌صورت جدول 1 و هندسه و شرایط مرزی مطابق کارهای تجربی و عددی مورد استفاده در منابع [10,7] در نظر گرفته شده است، همچنین شمایی از هندسه مساله در شکل 2 و نمایی از برش عرضی نازل در شکل 3 دیده می‌شود.

جدول 1 شرایط فیزیکی حاکم بر گلوگاه نازل		
دمای کل	عدد ماخ	فشار کل
3000 K	1.0	9.2 MPa



شکل 2 هندسه مورد بررسی

ژاکوبین‌های شار چشمه در معادلات آشفته است. می‌توان جهت محاسبه ترم‌های چشمه در گام زمانی $n+1$ ، آن را به‌صورت رابطه (24) تقریب زد.

$$\vec{Q}^{n+1} = \vec{Q}^n + \frac{\partial \vec{Q}}{\partial W} \Delta W \quad (24)$$

با توجه به پیشنهاد ویلکاکس [18]، در چهارچوب روش ضمنی مک-کورمک، می‌توان روش خطی‌سازی زیر را با مرتب کردن جمله چشمه به‌صورت روابط (25,26)، برای مدل آشفته انتقال تنش برشی نیز، به‌کار گرفت.

$$Q_k = \tau_{ij}^F S_{ij} - \beta^* \left(\frac{\omega}{k} \right) \rho k^2 \quad (25)$$

$$Q_\omega = \frac{C_\omega \rho}{\mu_T} \tau_{ij}^F S_{ij} - \beta \rho \omega^2 + 2(1 - f_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial x} \quad (26)$$

حال می‌توان با ثابت فرض کردن ترم‌های پخش عرضی در معادلات آشفته و صرف نظر کردن از ترم تولید در معادله ω ، ماتریس ژاکوبین چشمه را در مدل آشفته انتقال تنش برشی، به‌صورت رابطه (27)، نشان داد.

$$\frac{\partial Q}{\partial(k, \omega)} = \begin{bmatrix} -2\beta^* \omega & 0 \\ 0 & -2\beta \omega \end{bmatrix} \quad (27)$$

با این حال، اسپالارت و آلماراس نشان دادند، در ناحیه‌هایی که اتلاف و تولید هر دو بزرگ باشند و بر توازن کلی جمله‌های معادله غالب باشند، این شکل می‌تواند به هم‌گرایی کندی منجر شود [18]. بنابراین خطی‌سازی جمله چشمه براساس رابطه (28) پیشنهاد شد که در پژوهش حاضر از این مدل خطی‌سازی استفاده شده است. در این رابطه، W می‌تواند هر یک از دو پارامتر k یا ω باشد.

$$Q^{n+1} = Q^n + \text{Neg} \left(\frac{\partial Q}{\partial W} \right) \Delta W \quad (28)$$

$$\text{Neg}(x) = \begin{cases} x, & x < 0 \\ 0, & x > 0 \end{cases} \quad (28)$$

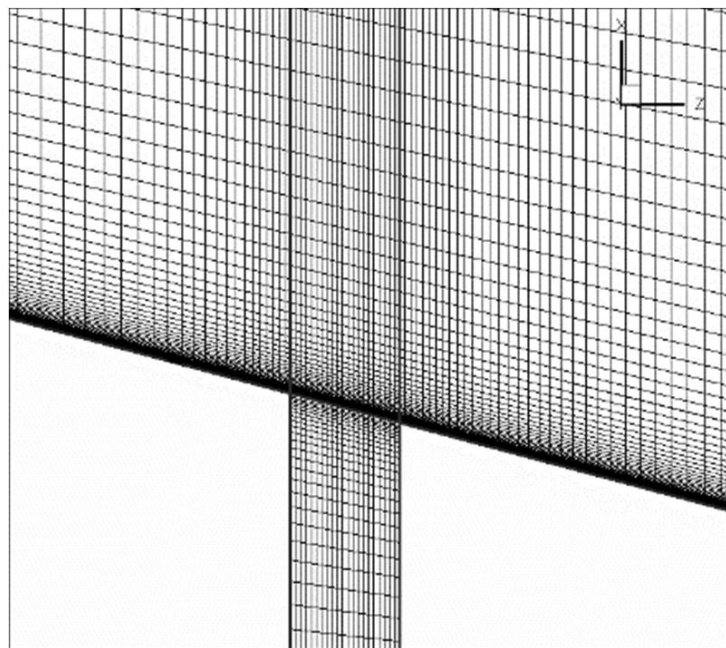
برای پیش‌گیری از تعیین صریح شارها در مرزهای میدان، از روش سلول‌های مجازی¹ متناسب با شرایط جریان استفاده شده است که منجر به تعیین صحیح شارهای مرزی می‌شود. با توجه به دقت مکانی مرتبه دو، برای $r_e = p_e/p$ ، $r_0 = p_0/p$ ، $\varepsilon_e = A_e/A_t$ محاسبه شارها به الگویی چهار سلولی نیاز است، که وجود دو سلول مجازی در مرزها را الزامی می‌کند.

3- شرایط مساله

دلیل اصلی نیروی ایجادشده برای انحراف، توزیع فشار نامتقارن به‌وجود آمده روی بدنه نازل است که نخست به‌واسطه شوک کمانی و پس از آن به دلیل مؤلفه عمودی مومنتم سیال تزریقی است. تقریباً 80-90 درصد نیروی جانبی تولیدشده به دلیل توزیع فشار نامتقارن پایین دست روی دیواره نازل ناشی از شوک کمانی و بقیه سهم مومنتم سیال تزریقی است [9]. اثرات کنترل بردار تراست که به واسطه نیروی اعمالی روی نازل ایجاد می‌شوند به سه دسته زیر تقسیم می‌شود [11].

- 1- نیروهای فشاری وارد بر دیواره نازل
 - 2- نیروهای لزجی وارد بر دیواره نازل
 - 3- نیروهای عکس‌العملی سیال تزریقی در محل تزریق (مومنتم سیال تزریقی)
- براساس رابطه (29) نسبت تراست برابر است با نسبت نیروی جانبی به

1- Ghost Cells



شکل 5 نمای نزدیک از شبکه محاسباتی در محل تزریق

راستای محور X و Y برابر است. لازم به یاد است که این مطالعه برای سه دبی تزریق مختلف انجام شده است و بیشترین اختلاف موجود بین شبکه‌های مختلف در جدول 4 و شکل‌های 6 و 7 مشاهده می‌شود.

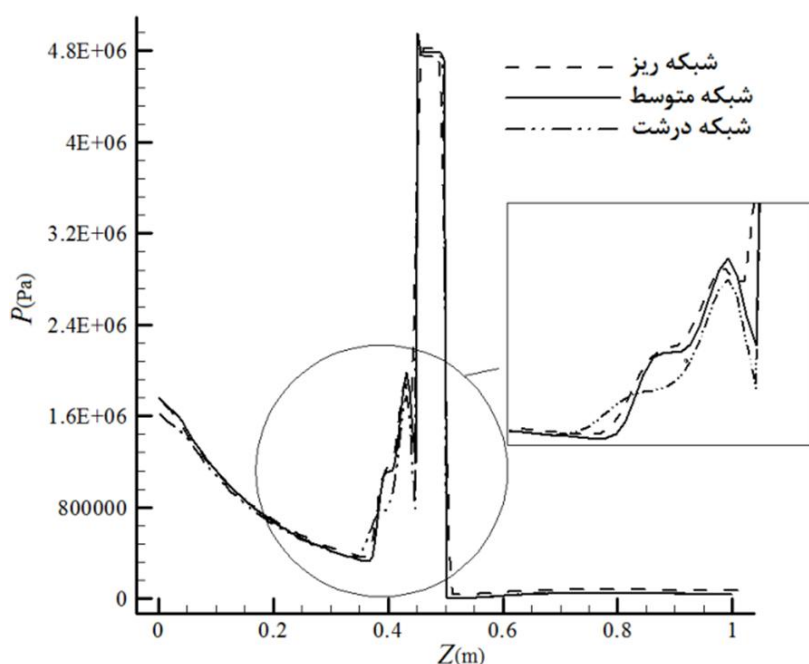
تغییرات فشار در حوالی محل تزریق بسیار شدید است؛ بنابراین توزیع فشار استاتیک روی بدنه نازل به‌عنوان یکی از مهم‌ترین و حساس‌ترین کمیت‌های مورد مطالعه است. شکل 6 تأثیر اندازه شبکه را بر توزیع فشار استاتیک روی خط عبوری از مرکز یال تزریق نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که برای به‌دست آوردن ابعاد صحیح گردابه‌های پیش از تزریق نیاز به استفاده شبکه متوسط است.

شکل 7 نیز تأثیر اندازه میدان محاسباتی بر توزیع عدد ماخ در خط مرکزی نازل را نشان می‌دهد.

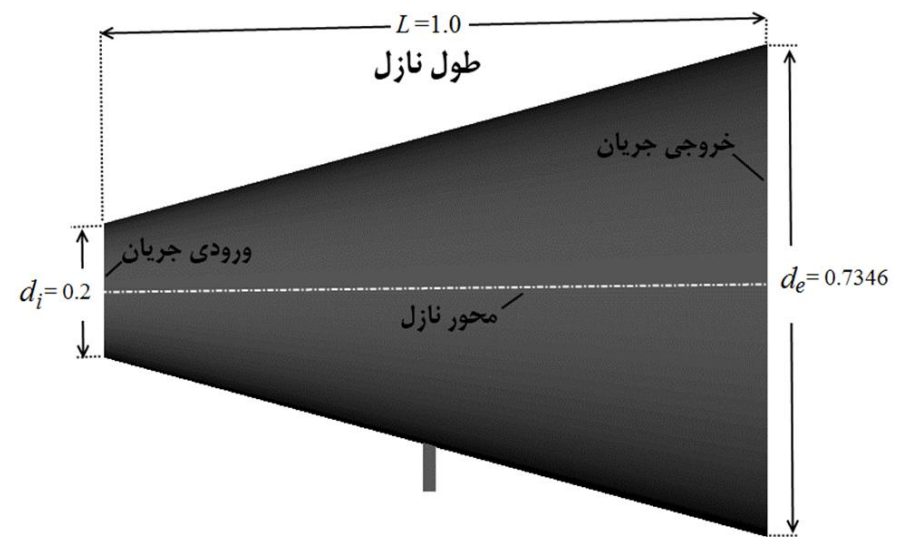
اگرچه اختلاف موجود برای مطالعه استقلال از شبکه کمی زیاد به نظر می‌رسد، ولی باید توجه داشت که این کمیت‌ها انتگرالی هستند و خطای

جدول 3 تعداد سلول‌های شبکه محاسباتی برای مطالعه استقلال از شبکه

اندازه شبکه	در راستای X و Y	در راستای Z	تعداد کل سلول‌ها
درشت	75	115	646875
متوسط	85	140	1011500
ریز	100	160	1600000



شکل 6 مقایسه توزیع فشار استاتیک روی خط عبوری از مرکز دیواره محل تزریق



شکل 3 نمای جانبی هندسه مساله

سیال مورد استفاده دارای خواص میانگین محصولات احتراق برای سوخت $UDMH^1$ و اکسیدکننده هواست (جدول 2).

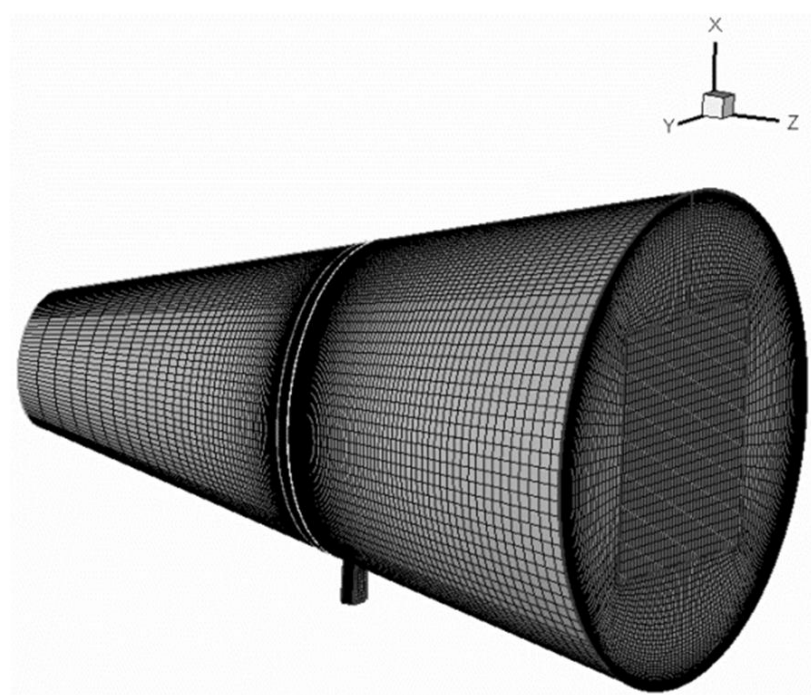
4- تولید شبکه محاسباتی

شبکه محاسباتی مورد نیاز برای حل میدان جریان مطابق شکل 4 به چند بلوک مجزا تقسیم می‌شود. کد عددی ایجادشده فقط قادر به محاسبه شارها برای سلول‌های شش وجهی است؛ بنابراین باید در مقطع طولی نازل، یک بلوک مربعی در مرکز دایره در نظر گرفت. این روش سبب ایجاد سلول‌هایی می‌شود که از لحاظ تعامد خیلی مناسب نیستند؛ بنابراین در مقطع نازل، ابتدا شبکه به‌دست‌آمده به‌صورت جبری را به‌عنوان حدس نخستین در نظر گرفته، سپس با استفاده از معادلات بیضوی کیفیت شبکه افزایش می‌یابد. به این معنا که با به‌کارگیری معادلات بیضوی علاوه بر یکنواختی و هموارتر شدن میدان محاسباتی زوایای وجه‌های مختلف هر سلول به حالت متعامد نزدیک‌تر می‌شود. در شکل 5 تصویر بزرگ‌نمایی‌شده در محل تزریق دیده می‌شود.

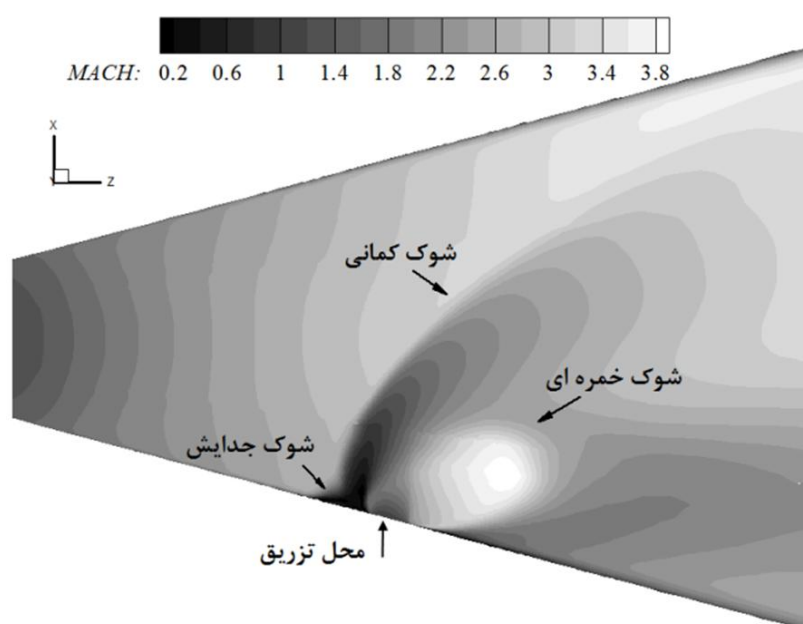
تنها راه حذف خطاهای ناشی از درشتی شبکه، انجام مطالعات مربوط به کیفیت شبکه است. برای این کار مطابق جدول 3، سه شبکه با ابعاد مختلف در نظر گرفته شده است. با توجه به تقارن مقطع نازل، تعداد سلول‌ها در

جدول 2 خواص سیال مورد استفاده

خاصیت	MW	γ	(در دمای 300 کلوین) μ	Pr	C_p
مقدار	28/9	1/25	0/0002	0/7	1/5



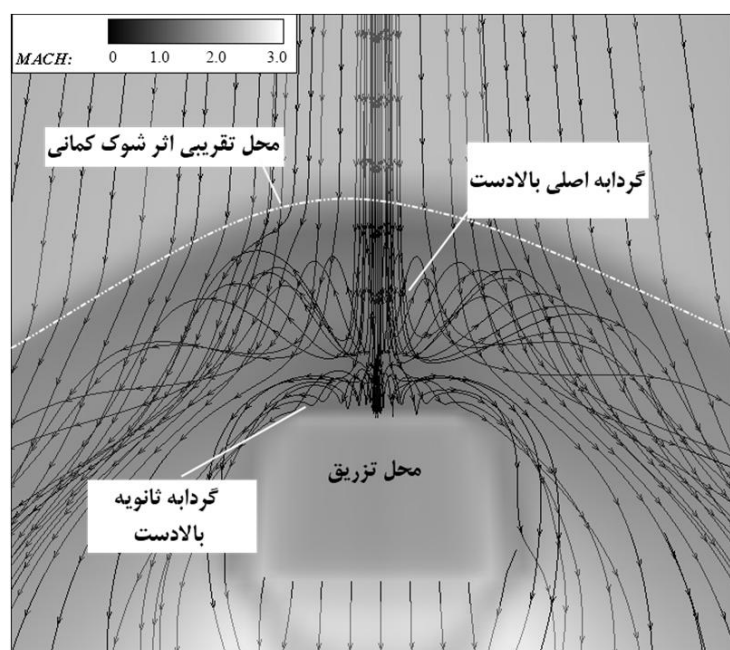
شکل 4 شبکه محاسباتی نازل جهت تزریق ثانویه



شکل 8 کانتورهای عدد ماخ در صفحه میانی نازل با تزریق 7 درصدی

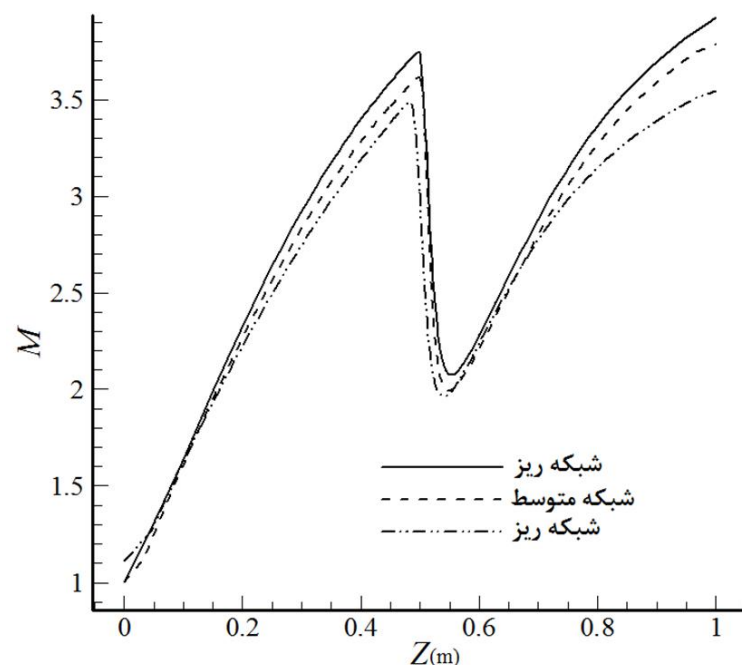
فقدان تقارن میدان است و یک شوک ضعیف ناشی از جدایش لایه مرزی در بالادست تزریق می‌شود.

ساختار پیچیده شوک در محل تزریق، مناطق با فشار بالا و فشار پایین ایجاد می‌کند. فشار نامطلوب ایجاد شده در برابر جریان اصلی، سبب ایجاد جدایش جریان و شوک ناشی از آن در بالادست محل تزریق می‌شود که این شوک و شوک کمانی در پایین دست با هم تداخل می‌یابند. مطابق شکل 9 ساختار بین دیواره، منطقه شوک و مانع متصور از سیال تزریقی، دربردارنده گردابه اصلی بالادست (PUV¹) که در راستای مرز دیواره ایجاد شده و گردابه‌ای موسوم به گردابه ثانویه بالادست (SUV²) که پیش از محل تزریق ایجاد شده است، می‌باشد. برخلاف گردابه‌های ایجاد شده ناشی از تزریق روی صفحه تخت در شرایط جریان مشابه، که کاملاً تا پایین دست جریان به صورت نعل اسبی ادامه می‌یابند، این گردابه‌ها در نازل، مماس بر بدنه نازل و به صورت مارپیچ حول محور نازل می‌چرخند. شکل 10 مؤید این مساله است. در صورت تزریق روی صفحه بدون انحنا، بلافاصله پس از تزریق، منطقه‌ای فشار پایین پشت جت ایجاد می‌شود که محصول آن مکشی است که سبب ایجاد دو گردابه ثانویه و اصلی پایین دست (SDV³ و PDV⁴)



شکل 9 نمایش گردابه‌های بالادست در محل تزریق (دید از بالا)

- 1- Primary Upstream Vortex
- 2- Secondary Upstream Vortex
- 3- Secondary Downstream Vortex
- 4- Primary Downstream Vortex



شکل 7 مقایسه تأثیر شبکه بر عدد ماخ در خط مرکزی نازل

ناشی از محاسبه فشار هر سلول جمع می‌شود. به همین دلیل بررسی تأثیر شبکه روی پارامترهایی مانند عدد ماخ در مقاطع مختلف اختلاف چندانی را در شبکه‌های متفاوت نشان نمی‌دهد، ولی این کمیات انتگرالی این خطا را بروز می‌دهند.

اجرای هر نمونه برای مش ریز حدود 50 روز طول می‌کشد (در صورت فقدان واگرایی حل) استفاده از شبکه متوسط با همین سطح از دقت که هم پدیده‌های فیزیکی را به خوبی تسخیر می‌کند و هم کمیات انتگرالی با دقت مناسبی به دست می‌آورد منطقی به نظر می‌رسد، همان‌طور که مشاهده می‌شود توزیع فشار در فواصل دور از محل تزریق دارای مقادیر مشخصی است که خیلی از اندازه شبکه تأثیر نمی‌پذیرد. تفاوت معنا داری بین شبکه متوسط و شبکه ریز دیده نمی‌شود لذا مطالعات بر شبکه‌هایی در مقیاس شبکه متوسط انجام می‌شود. کمیات‌های کارایی نیز در سه شبکه مورد نظر بررسی شده که نتایج در جدول 4 نشان داده شده است.

5- نتایج

در این بخش به بررسی نتایج حاصل از این مطالعه پرداخته می‌شود. نتایج به دو بخش عمده واکاوی پدیده‌های حاکم بر فیزیک جریان و بررسی کارایی سیستم کنترل بردار تراست با تزریق ثانویه تقسیم شده است.

5-1- پدیده‌های فیزیکی

تزریق سیال ثانویه یک میدان جریان سه‌بعدی و پیچیده را درون نازل ایجاد می‌کند و سیال ثانویه تزریق شده، تا زمانی که به فشار سکون جریان اصلی برسد، انبساط می‌یابد. جریان مافوق صوت اصلی، جریان ثانویه را به واسطه حجم اشغالی مثل یک مانع و به دلیل داشتن سرعتی مخالف جریان محوری، مانند یک منبع تولید مومنتم در برابر خود می‌بیند؛ بنابراین در پاسخ این اتفاق یک شوک کمانی قوی ایجاد می‌شود. براساس شکل 8 این میدان جریان پیچیده شامل یک شوک کمانی در بالادست محل تزریق که عامل

جدول 4 پارامترهای بررسی کارایی TVC در سه شبکه مورد نظر

اندازه شبکه	ATA	TR	k
شبکه درشت	0/031	0/052	0/83
شبکه متوسط	0/039	0/06	1/01
شبکه ریز	0/042	0/064	1/06

نازل) کاهش می‌یابد و در اطراف محل تزریق یعنی درون گردابه‌های بالادست افزایش می‌یابد. تغییرات ناگهانی کانتورهای ماخ پیش از محل تزریق اثرات شوک کمائی است.

$$C_p = \frac{P - P_\infty}{0.5 \rho V_\infty^2} \quad (36)$$

با رسیدن جریان به شوک کمائی افزایش ضریب فشار کاملاً محسوس است. در محل تزریق نیز دارای بیشترین مقدار خود است و پس از محل تزریق افت می‌یابد. در شکل 12 ضریب فشار انژکتور نمایش داده نشده است و با رنگ سفید مشخص شده است.

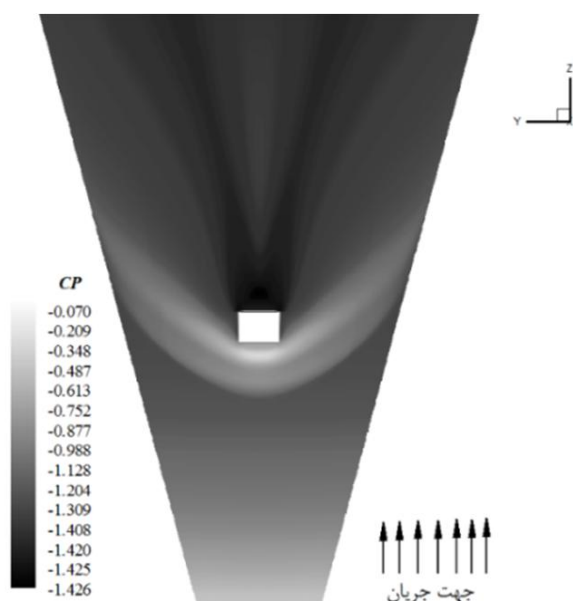
فشار جریان جانبی در جلو جت به دلیل اثرات انسدادی جت (مانع متصور از سیال تزریقی) بالا می‌رود. در اطراف جت نیز جریان جانبی به دلیل شتاب گرفتن این جریان حول جت دچار افت فشار می‌شود. از طرفی هم‌زمان با این اثرات، به دلیل تنش‌های برشی، جریان جانبی سیال، جت را در طول مرزهای خروجی جت به سمت پایین دست جریان می‌کشد. در فواصل پایین دست تزریق جت دو عدد گردابه با جهت دوران مخالف⁵ یکدیگر به وجود می‌آیند. با توجه به شکل 13 این گردابه‌ها پس از محل تزریق تشکیل می‌شوند و تا پایین دست جریان علاوه بر رشد دامنه، ارتفاع آن‌ها نیز افزایش می‌یابد. در این شکل بردارها فقط نشان‌دهنده جهت سرعت هستند و اندازه همه آن‌ها با هم برابر است و به صورت مماسی رسم شده‌اند، یعنی مؤلفه سرعت آن‌ها در جهت Z در نظر گرفته نشده است.

5-2- کمیت‌های کارایی

افزایش قدرت تزریق با دو مکانیزم افزایش سطح تزریق و افزایش فشار تزریق انجام می‌گیرد. در این مطالعه که سطح تزریق به صورت قطاعی در نظر گرفته شده افزایش آن به واسطه تغییر طول است. زاویه قطاع به اندازه 9 درجه (ثابت) بوده و طول انژکتور دارای 5 مقدار 0/025، 0/05، 0/08، 0/1 و 0/12 است. تأثیر افزایش دبی به وسیله افزایش سطح با بررسی پارامترهای کارایی در نمودارهای مربوطه مشخص است. برای بررسی این پارامترها، رفتار آن‌ها در برابر نسبت دبی جرمی نمایش داده می‌شود. این کمیت به صورت رابطه (37) تعریف می‌شود.

$$Mr = \frac{\dot{m}_s}{\dot{m}_p} \quad (37)$$

مطابق شکل 14 با استفاده از انتگرال‌گیری فشار روی دیواره و روابط مطرح شده، نسبت ایمپالس ویژه سیستم یا همان ضریب تقویت محاسبه شده است.

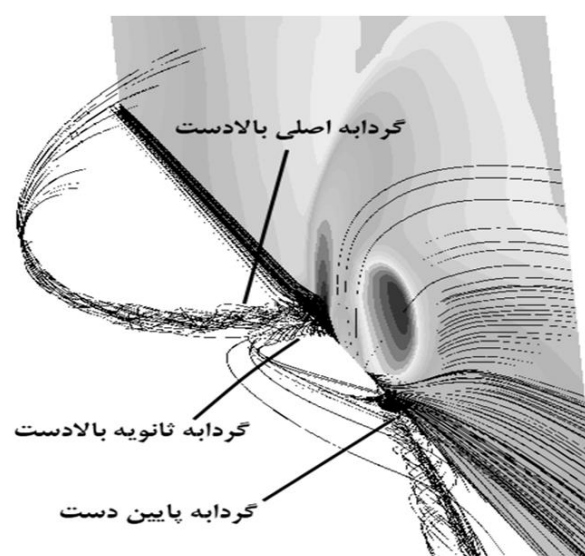


شکل 12 توزیع ضریب فشار روی بدنه نازل

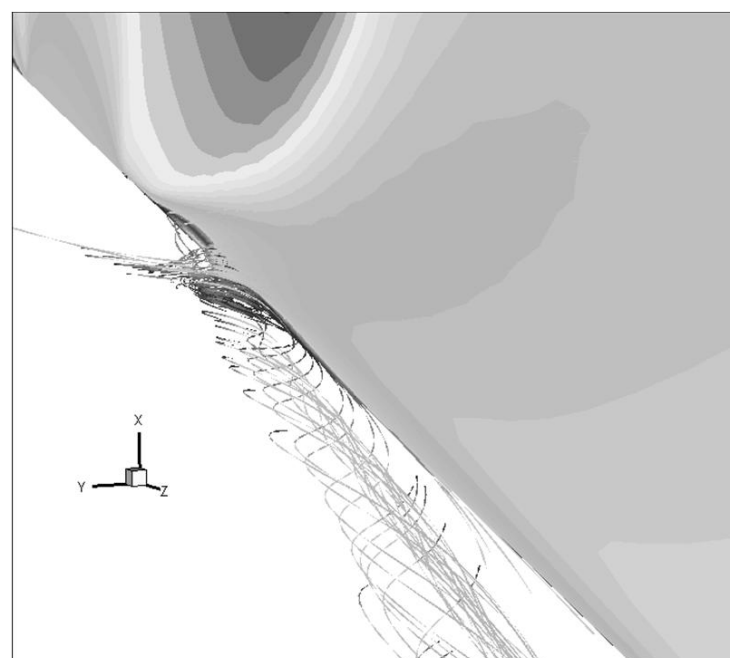
می‌شود ولی در نازل‌ها به دلیل وجود سطح دارای انحنا و اجبار جریان توسط بدنه، این اختلاف فشار آن قدر چشم‌گیر نیست که منجر به تولید این گردابه شود. هرچه نسبت فشار تزریق به جریان اصلی بیشتر باشد و یا تزریق با زاویه بیشتری انجام شود این گردابه بزرگ‌تر شده و قابل مشاهده است. این گردابه به حباب جدایش پایین دست (DSB¹) معروف است و دنباله آن تا خروجی نازل ادامه دارد (شکل 11).

ساختار کلی شوک خمره‌ای مانند تخلیه جت زیرانبساطی² در محیطی ساکن است و متشکل از دو سمت روی بدنه پشت به باد³ و روبه باد⁴ است. ولی برخلاف تخلیه جت در سیال ساکن توزیع فشار به واسطه وجود جریان عرضی اطراف جت متفاوت و فشار سکون در سمت روبه باد از فشار در سمت پشت به باد بیشتر است. فقدان تقارن فشار اطراف شوک خمره‌ای سبب شکل نامتقارن محوری این شوک شده است. در صفحه تقارن تزریق جت ثانویه، قدرت شوک کمائی متغیر است و در نزدیکی محل تزریق در صفحه تقارن که اساساً یک شوک عمودی است قدرت شوک از باقی نقاط بیشتر است. همیشه از این نقطه به بعد شوک در هر دو جهت عمودی و افقی دارای انحنا می‌شود.

از نظر توزیع فشار نیز می‌توان در مورد ساختار جریان به بررسی پرداخت. ضریب فشار براساس رابطه (36) تعریف می‌شود و همان‌طور که در شکل 12 ملاحظه می‌شود، تا پیش از محل تزریق که جریان متوجه حضور سیال تزریقی نیست ضریب فشار به طور طبیعی (با توجه به افزایش سرعت در



شکل 10 گردابه‌های ایجاد شده در جریان



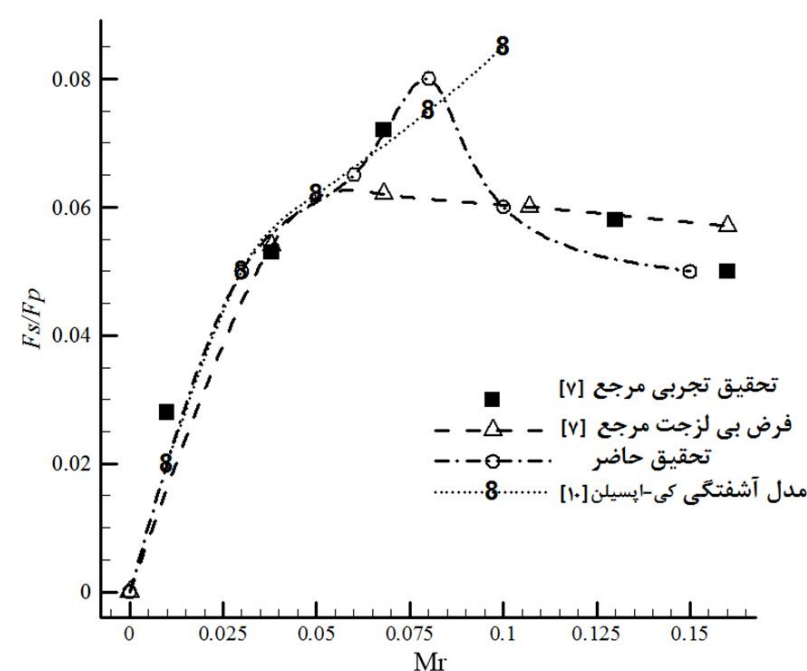
شکل 11 شکل جدایش حبابی پس از تزریق

- 1- Downstream Separation Bubble
- 2- Under expanded Jet
- 3- Leaside
- 4- Windward

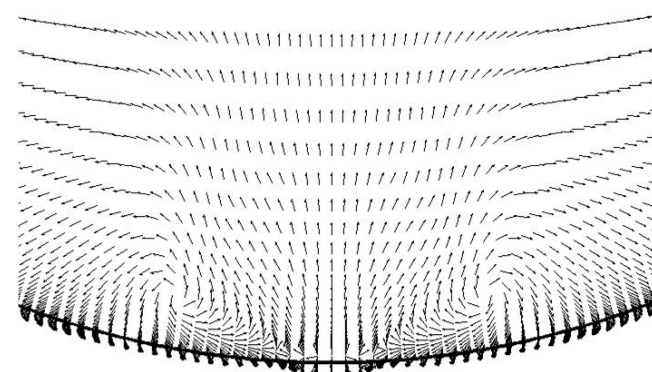
ممکن است شوک کمانی ایجاد شده به دیوار روبه‌رو برسد و توزیع فشار مورد نظر و ساختار جریان مطلوب داخل نازل را به کلی تغییر داده و سبب کاهش تراست جانبی و حتی منفی شدن آن می‌شود [9]. از نظر فیزیکی برخورد شوک کمانی با دیواره روبه‌رو و تداخل آن با لایه مرزی سبب ایجاد مکانیزم حباب شوک و چرخش دوباره بر دیواره مقابل می‌شود. نسبت نیروی جانبی به محوری که در واقع بیانگر همان زاویه انحراف است، برحسب نسبت دبی تزریق در شکل 15 نشان داده شده است. مشاهده می‌شود تا زمانی که شوک کمانی به دیواره روبه‌رو محل تزریق نرسیده این پارامتر روبه افزایش است، ولی پس از رخ دادن پدیده تجاوز شوک، (نسبت دبی حدود 7 درصد) توزیع فشار تحت تأثیر قرار گرفته و سبب کاهش نسبت تراست می‌شود. هرچه دبی تزریق بیشتر باشد، علاوه بر افزایش مومنتم جانبی، سبب ایجاد شوک قوی‌تری نیز می‌شود و منطقه گسترده‌تری تحت تأثیر آن قرار می‌گیرد؛ بنابراین نسبت تراست نیز افزایش می‌یابد.

یکی از مشکلات اساسی مدل $k-\epsilon$ این است که در مسایل شامل لایه‌های برشی پاسخ‌هایی خواهد داد که تا حدی فوق دیفیوز² است، یعنی μ_t که توسط این مدل پیش‌بینی می‌شود مقداری بزرگ خواهد بود [18]. این مدل تمایل به پیش‌بینی پروفیل‌های کشیده‌تر برای جریان‌های پیچش‌دار دارد و در مسأله مورد نظر جریان پس از محل تزریق دارای این ویژگی است. این مدل ناحیه جدایش‌یافته را کوچک‌تر پیش‌بینی می‌کند و از همه مهم‌تر این که مدل $k-\epsilon$ در پیش‌بینی هسته‌های جدایشی تشکیل‌شده بر سطوح با انحنا ملایم و همچنین لایه‌های مرزی در مسیرهای واگرا نتایج غلطی به همراه دارد [18]. با این حال مشاهده می‌شود که نسبت تراست محاسبه‌شده با مدل $k-\epsilon$ ، تا پیش از برخورد شوک، به دلیل سرعت بالای جریان و تأثیر کم ترم‌های ویسکوز روی توزیع فشار، چندان تفاوتی با یکدیگر ندارند، اگر چه در مورد مقادیر به‌دست‌آمده برای ضریب تقویت خطاهایی در حدود 50 درصد برای مدل $k-\epsilon$ مشاهده می‌شود. البته فیزیک گردابه‌ها و اندازه نواحی جدا شده در فرضیات مختلف دارای تفاوت زیادی است که در این مقاله به بررسی کمی پدیده‌های حاکم بر جریان پرداخته نمی‌شود. بخشی از اختلاف در نتایج می‌تواند ناشی از نبود آگاهی کافی نسبت به شرایط مرزی آشفتگی در پاسخ‌های $k-\epsilon$ باشد. فقدان تطابق آن‌ها با مقادیر واقعی آن در تحقیق تجربی است.

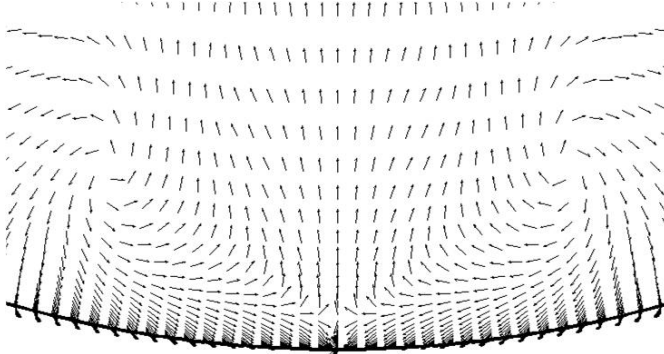
حال به بررسی تأثیر نسبت فشار تزریق به فشار گلوگاه جهت بررسی



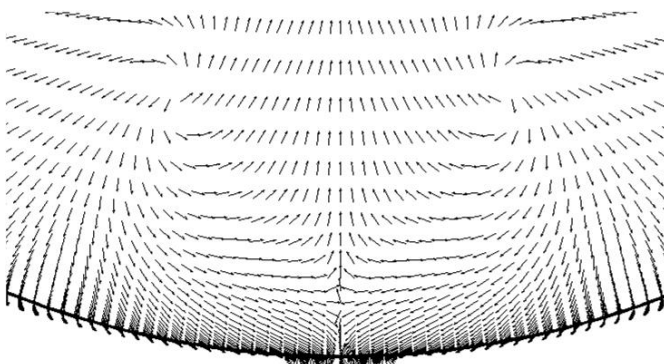
شکل 15 مقایسه نمودار نسبت تراست در برابر نسبت دبی با تحقیقات گذشته



الف

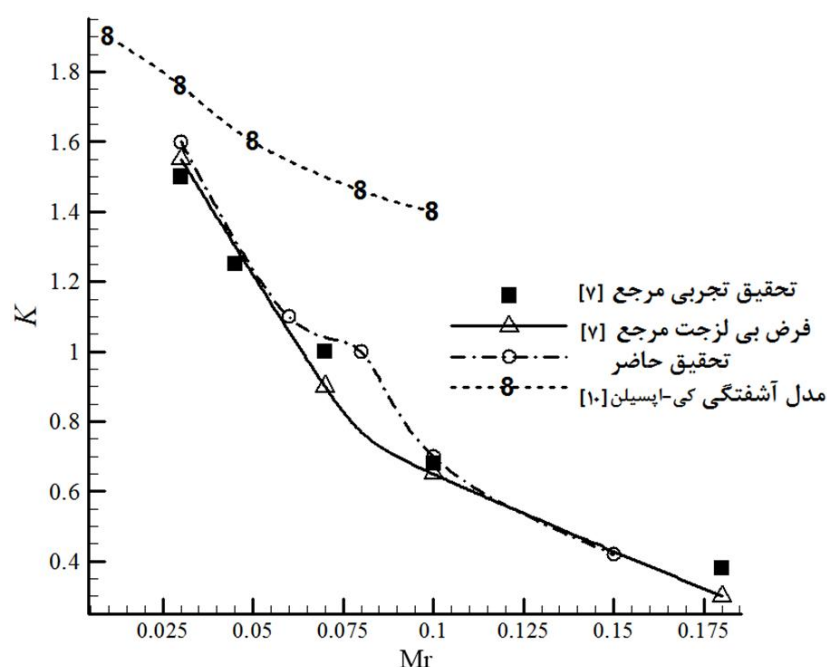


ب



ج

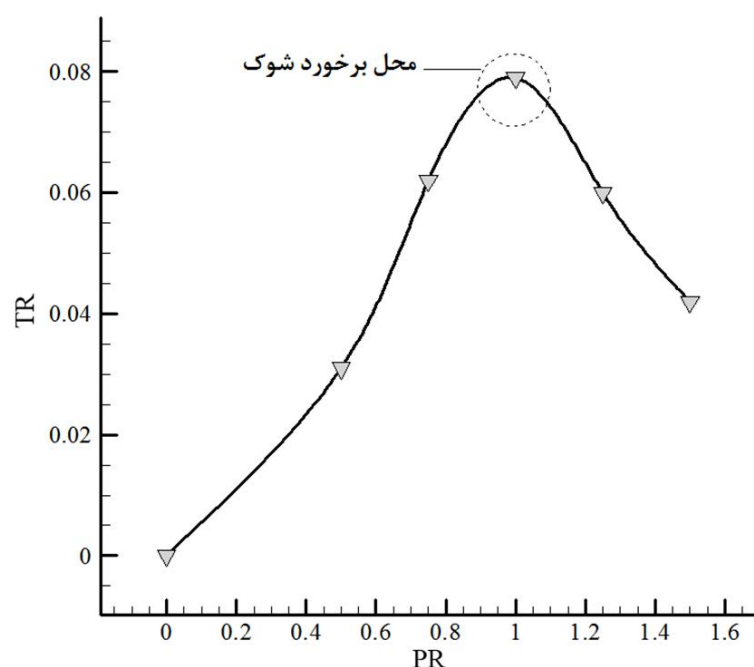
شکل 13 بردارهای سرعت در مقاطع مختلف جهت نمایش جفت گردابه‌های خلاف گرد. الف، ب و ج به فواصل 5، 10 و 15 سانتی‌متر پس از تزریق



شکل 14 مقایسه رفتار نسبت ایمپالس ویژه در برابر نسبت دبی با تحقیقات گذشته

با افزایش دبی تزریق این پارامتر رو به کاهش است که علت آن وجود دبی تزریقی در مخرج این کمیت است و این که نسبت کاهش آن با افزایش تراست محوری هم مرتبه نیستند. از آن‌جا که تئوری موج انفجار ایمپالس ویژه را ثابت به‌دست می‌آورد این نمودار یکی از بزرگ‌ترین معایب تئوری‌های تحلیلی را مشخص می‌کند [7,3].

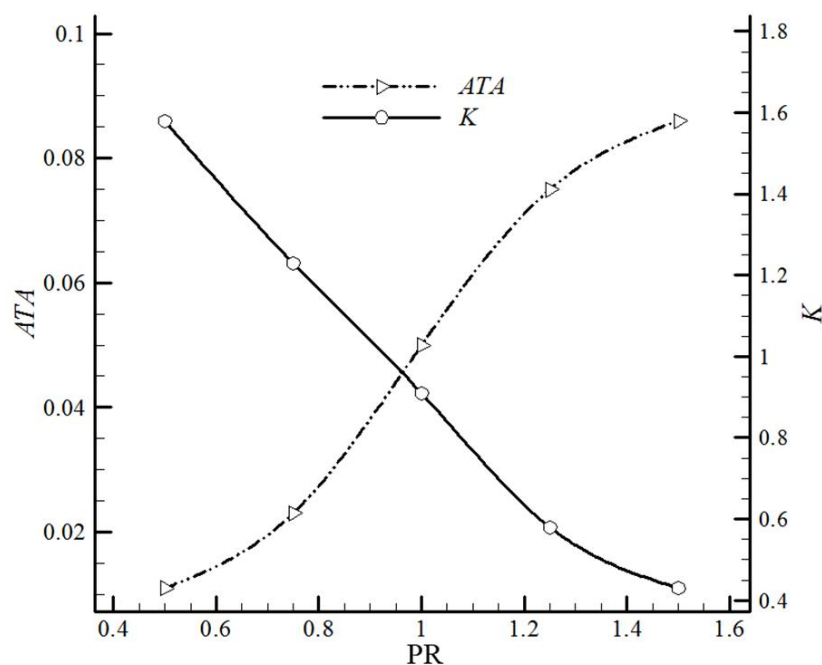
بحث تجاوز شوک¹ موضوع دیگری است که فقط در بحث تزریق سیال در جریان‌های مافوق صوت داخلی مطرح می‌شود. با افزایش قدرت تزریق،



شکل 18 رفتار نسبت تراست در برابر تغییرات نسبت فشار

تأثیرات آن بر کمیت‌های انتگرالی کارایی سیستم مشخص خواهد شد. زاویه تزریق نیز مانند پارامترهای پیشین از جمله عوامل مؤثر بر اندرکنش جت و جریان جانبی است. تغییر توزیع فشار روی سطح و مسیر خط مرکزی جت، از جمله اثرات این پارامتر است. با کاهش زاویه جت، میزان نفوذ جت در جریان جانبی کاهش می‌یابد، همچنین خطوط هم‌تراز فشار نشان می‌دهد که با کاهش زاویه انحراف، منطقه فشار پایین، هنگام بزرگ شدن، یک شیفت به سمت پایین جریان دارد. یکی از آثار تزریق زاویه‌دار جت در جریان بالادست این است که سرعت نسبی بزرگ‌تر بین گاز خروجی از موتور سیال تزریقی سبب اختلاط بهتر می‌شود.

سیال تزریقی کمی به بالای نقطه تزریق منتقل می‌شود که اثری معادل با همان مقدار جابه‌جایی نقطه‌ی تزریق به بالادست جریان دارد. هنگامی که جت تحت زاویه تزریق می‌شود، عمل نفوذ جت کاهش می‌یابد و مخلوط تزریقی نزدیک دیواره نگه داشته شده و فشار بیشتری نزدیک دیواره ایجاد می‌شود که نتیجه آن تولید نیروی جانبی بالاتری است. اگر جت خیلی نزدیک به دیواره تزریق شود، اثرات مفید مخلوط شدن بهتر و موقعیت بهتر ناحیه فشار بالا، بیشتر از افت‌ها خواهد بود، ولی این افت‌ها سبب کاهش مؤلفه مفید نیروی عکس‌العمل جت تزریقی و همچنین سبب ایجاد افت بیشتری در مومنتوم جریان اصلی‌شده و از مومنتوم سیال انژکتور به دلیل زاویه زیاد جت با دیواره نیز می‌کاهد. مطابق شکل 20، تغییر زاویه تزریق تا



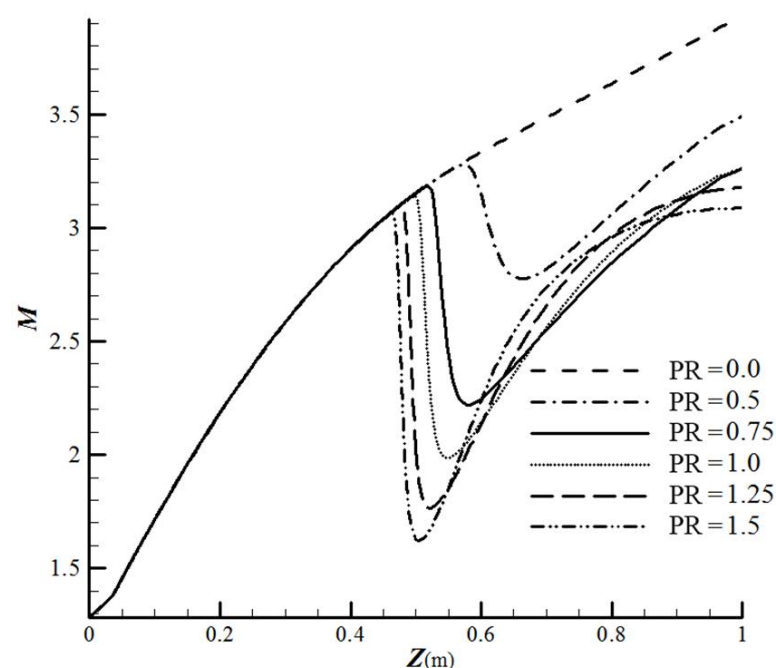
شکل 19 تغییرات پارامترهای کارایی در برابر نسبت فشار

کارایی پرداخته می‌شود. در یک سطح تزریق ثابت که در نسبت فشار 1/0، دبی برابر 5 درصد را به دست می‌دهد، پنج نسبت فشار 0/75، 0/50، 1/0، 1/25 و 1/50 مورد مطالعه واقع شده‌اند. شکل 16 توزیع عدد ماخ را در خط مرکزی نازل نشان می‌دهد که با افزایش نسبت فشار قدرت شوک افزایش یافته و این سبب می‌شود تا منطقه تحت تأثیر شوک کمانی بزرگ‌تر شود و به واسطه آن توزیع فشار روی دیواره در منطقه بیشتری متأثر از تزریق باشد؛ بنابراین تمام پارامترهای ناشی از تغییر فشار نیز مقادیر متفاوتی را به خود می‌گیرند.

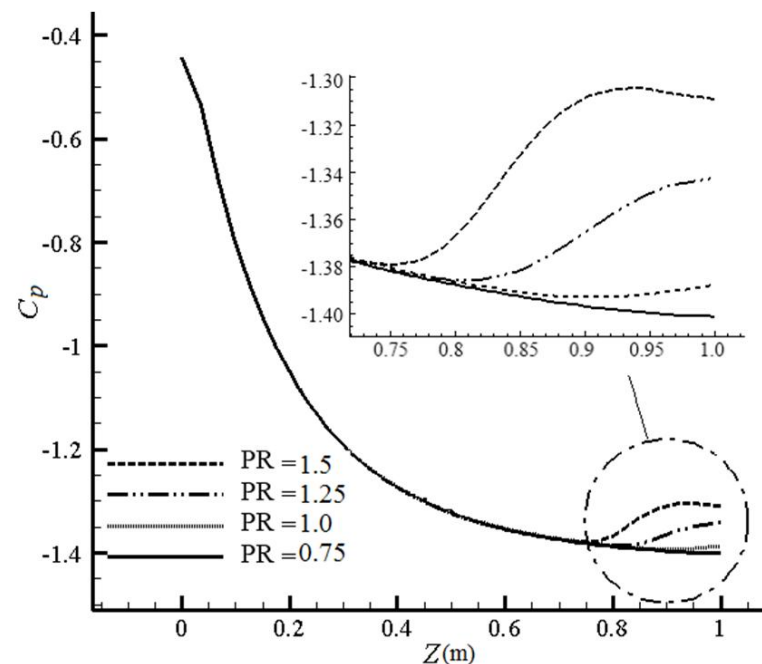
با افزایش نسبت فشار، شوک کمانی به تدریج قدرت می‌یابد و گردابه‌های پیش از تزریق نیز قوی‌تر شده و منطقه بیشتری را پوشش می‌دهند. برای مشاهده رسیدن شوک کمانی به دیواره روبه‌رو، نمودار توزیع ضریب فشار روی خط مرکزی دیواره در شکل 17 نمایش داده شده است.

این اتفاق می‌تواند اثرات بدی در رابطه با پایداری نیز داشته باشد. این پدیده حد بالایی برای دبی تزریق و حد پایینی برای محل تزریق تعیین می‌کند، یعنی با توجه به محل تزریق، قدرت تزریق از مقداری خاص نمی‌تواند بیشتر و یا این‌که با یک قدرت تزریق خاص، محل تزریق از مقداری معین نمی‌تواند به گلوگاه نزدیک باشد.

نمودارهای مربوط به کمیت‌های کارایی سیستم با تغییرات نسبت فشار در شکل 18 و شکل 19 دیده می‌شود. شوک کمانی به تدریج به دیواره بالا نزدیک می‌شود، و در نسبت فشار حدود 1/0 به دیواره برخورد می‌کند که



شکل 16 توزیع عدد ماخ در خط مرکزی نازل در نسبت فشارهای متفاوت



شکل 17 مقایسه توزیع ضریب فشار دیواره روبه‌روی محل تزریق

ضریب تقویت	K
طول مرجع	L
نرخ دبی جرمی	$\dot{m}$
عدد ماخ	M
نسبت دبی جرمی تزریق به جریان اصلی	Mr
وزن مولکولی	Mw
فشار	p
پرنتل	Pr
نسبت فشار تزریق به گلوگاه	PR
ترم چشمه	Q
نسبت فشار	r
سطح حجم کنترل	S
ترم تولید	S_p
ترم اضمحلال	S_D
تانسور نرخ کرنش	S_{ij}
دما	T
نسبت تراست	TR
سرعت اصطکاکی	U_τ
بردار متغیرهای آشفته	W
فاصله بی بعد از دیواره	y^+

علائم یونانی

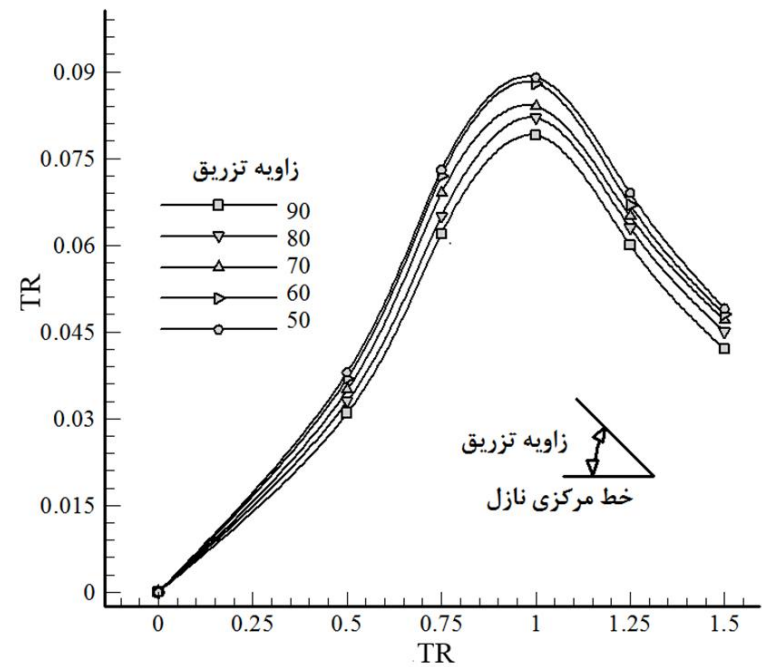
زاویه تزریق	α
یکی از ضرایب مدل SST (ثابت معادله k)	β
نسبت حرارت ویژه	Γ
ضریب دیفیوژن	Γ
شعاع طیفی جابه جایی	Λ
مشتق جزئی، دلتای کرونگر، زاویه انحراف	Δ
نرخ اضمحلال آشفستگی	E
کمیتی دلخواه	φ
چگالی	ρ
یکی از ضرایب مدل SST (ثابت معادله k)	σ_k
یکی از ضرایب مدل SST (ثابت معادله ω)	σ_ω
تنش برشی، تانسور تنش جرمی فاوره	τ
لزجت	μ
نرخ اضمحلال ویژه آشفته	ω
حجم سلول محاسباتی	Ω

زیرنویس

خروجی نازل	e
ورودی نازل	i
جریان آرام	l
جریان اصلی	p
جریان جانبی	s
جریان آشفته، گلوگاه نازل	t
دیواره	w

8- مراجع

[1] G. P. Sutton, O. Biblarz, *Rocket Propulsion Elements*: Wiley, 2001.



شکل 20 تأثیر زاویه تزریق بر نسبت تراست به ازای نسبت فشارهای مختلف

حدود 70 درجه موجب بهبود وضعیت سیستم می شود و پس از آن اگرچه نسبت تراست را افزایش می دهد، ولی مقدار آن چندان حائز اهمیت نیست و با توجه به اثرات انسدادی ایجاد شده ممکن است موجب کاهش تراست محوری شود.

6- جمع بندی و نتیجه گیری

در این مقاله فیزیک و کارایی مسأله کنترل بردار تراست با تزریق سیال ثانویه به طور جامعی بررسی شد. پدیده های فیزیکی حاکم بر میدان جریان از جمله شوک ها و گردابه های مختلف، مورد واکاوی قرار گرفتند. نتایج کارایی این روش و تأثیر تزریق ثانویه بر پارامترهای نازل مافوق صوت در پنج سطح تزریق و پنج نسبت فشار متفاوت بررسی شد. نتایج علاوه بر تطابق مناسب با داده های تجربی تحقیقات گذشته، نشان داد که در نسبت فشار ثابت 1/0 در نسبت دبی حدود 0/07، پدیده برخورد شوک به دیواره مقابل رخ می دهد. در ادامه تأثیرات منفی این پدیده بر کارایی سیستم مورد مطالعه قرار گرفت. سرانجام زاویه تزریق به عنوان یک پارامتر کاری برای بهبود کارایی مورد مطالعه واقع شد که نتایج حاصل از تزریق زاویه دار بهتر از تزریق عمودی به دست آمد.

7- فهرست علائم

علائم لاتین

سرعت صوت	a
تراست محوری افزوده	ATA
ضریب فشار	C_p
یکی از ضرایب مدل SST (ثابت معادله ω)	C_ω
قطر	d
ترم پخش	D
انرژی کل	E
شار عبوری	f
نیرو، بردار شار	F
بردار شار جابجایی	$\vec{F}^c$
انتالپی کل	H
ایمپالس ویژه	I_{sp}
انرژی جنبشی آشفستگی، ضریب هدایت حرارتی	k

- Proceedings Series-Advances in AeroSpace Sciences*, Vol. 4, pp. 227-256, 2013.
- [12] M. H. Hashem Abadi, M.; Aerodynamic Design Algorith of Liquid Injection Thrust Vector Control, *Aerospace Sciences and Researches*, Vol. 2, No. 2, 2010. (In Persian)
- [13] M. hojaji, M. Tahani, M. Salehifar, A. Dartoomian, Performance Analysis of Secondary Injection Thrust Vector Control, in *The 1st International and 3rd National Conference of Irainain Aerospace Propultion Association*, Iran, 2014. (In Persian)
- [14] M. Salehifar, A. Dartoomian, M. hojaji, M. Tahani, Comparison of 2D and 3D Analysis of Secondary Injection Thrust Vector Control, in *The 8th Student Conference on Mechanical Engineering Iran*, 2014. (In Persian)
- [15] M. H. Hamed, M. Jahromi, M. Mahmodi, J. Pirkandi, Effects of Secondary Flow Injection Area on Thrust Vectoring Angle in Double Throat Nozzles, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 117-125, 2015. (In Persian)
- [16] J. C. Tannehill, D. A. Anderson, R. H. Pletcher, Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer, Series in Computational and Physical Processes in Mechanics and Thermal Sciences, Taylor & Francis, Washington, DC, 1997.
- [17] J. Blazek, *Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications: Principles and Applications*: Elsevier, 2001.
- [18] D. C. Wilcox, *Turbulence modeling for CFD*: DCW industries La Canada, CA, 1998.
- [19] F. Menter, M. Kuntz, R. Langtry, Ten years of industrial experience with the SST turbulence model, *Turbulence, heat and mass transfer*, Vol. 4, No. 1, 2003.
- [20] M. J. Zucrow, J. D. Hoffman, *Gas dynamics*, 1976.
- [2] A. Noorolahi, Liquid Injection Thrust Vector Control and its Effective Parameters *Energetic Materials Research and Development*, Vol. 1, 2008.(In Persian)
- [3] J. E. Broadwell, Analysis of the fluid mechanics of secondary injection for thrust vector control, *AIAA Journal*, Vol. 1, No. 5, pp. 1067-1075, 1963.
- [4] M. Shandor, R. Walker, Influence of injectant properties for fluid injection thrust vector control, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 1, No. 4, pp. 409-413, 1964.
- [5] F. Spaid, E. Zukoski, Secondary injection of gases into a supersonic flow, *AIAA journal*, Vol. 2, No. 10, pp. 1689-1696, 1964.
- [6] R. D. Guhse, *An Experimental Investigation of Thrust Vector Control by Secondary Injection*, DTIC Document, pp. 1965.
- [7] R. Balu, A. Marathe, P. Paul, H. Mukunda, Analysis of performance of a hot gas injection thrust vector controlsystem, *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 7, No. 4, pp. 580-585, 1991.
- [8] H. Ko, W.-S. Yoon, Performance analysis of secondary gas injection into a conical rocket nozzle, *Journal of propulsion and power*, Vol. 18, No. 3, pp. 585-591, 2002.
- [9] E. Erdem, *Thrust vector control by secondary injection*, Thesis, The Graduate School Of Natural And Applied Sciences, Middle East Technical University, Turkey, 2006.
- [10] L. P. Raj, P. Rejith, R. Balu, Numerical Simulation of a Hot Gas Injection Thrust Vector Control System Performance, *Procedia Engineering*, Vol. 38, pp. 1745-1749, 2012.
- [11] V. Zmijanovic, V. Lago, L. Leger, E. Depussay, M. Sellam, A. Chpoun, Thrust vectoring effects of a transverse gas injection into a supersonic cross flow of an axisymmetric convergent-divergent nozzle, *EUCASS*