



## کنترل بهینه ارتعاشات شیمی ارا به فرود دماغه هواپیما

حامی تورجی زاده<sup>1\*</sup>، سعید زارع<sup>2</sup>

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه خوارزمی، تهران

2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه خوارزمی، تهران

\* تهران، صندوق پستی 15719-14911، tourajizadeh@khu.ac.ir

## اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 25 اسفند 1393

پذیرش: 06 خرداد 1394

ارائه در سایت: 07 تیر 1394

کلید واژگان:

ارابه فرود

ارتعاشات شیمی

کنترل بهینه

سیستم‌های غیرخطی

## چکیده

در این مقاله، ضمن تحلیل دینامیک ارتعاشات شیمی (تاب خوردن) ارا به فرود دماغه هواپیما و بررسی پایداری آن، برای میراسازی این ارتعاشات کنترل‌گر بهینه فعال، براساس مدل خطی سیستم طراحی شده و بر روی مدل غیرخطی (واقعی) اعمال شده است. ارتعاشات شیمی در واقع به ارتعاشات جانبی و پیچشی چرخ گفته می‌شود که به صورت خودبرانگیخته بوده و در سرعت‌های بالا باعث ناپایداری سیستم می‌شوند. بنابراین در ارا به‌ی فرود هواپیما به دلیل سرعت بالای هواپیما در مراحل فرود و برخاست، بسیار تأثیرگذار هستند و باعث صدمه رسیدن به خود ارا به فرود، بدنه هواپیما و مسافران می‌شوند. بنابراین کنترل این ارتعاشات از اهمیت بالایی برخوردار است. در این پژوهش با استفاده از دینامیک غیرخطی حاکم بر سیستم ارا به فرود دماغه هواپیما، معادلات ارتعاشات شیمی خطی‌سازی و سپس معادلات فضای حالت سیستم استخراج شده است. براساس مدل خطی سیستم، پایداری، کنترل‌پذیری و رؤیت‌پذیری بررسی شده است، و برای کنترل (میراسازی) بهینه این ارتعاشات نیز از مدل کنترلی تنظیم کننده خطی درجه دوم استفاده شده است. برای تخمین حالت‌هایی از سیستم که بوسیله حسگرها قابل اندازه‌گیری نیستند، با برقراری اصل جداسازی، رؤیت‌گر طراحی شده است. برای صحت‌سنجی و بررسی عملکرد کنترل‌گر طراحی شده، پاسخ‌های ارتعاشی سیستم در حالت کنترل حلقه باز، با روش‌های کنترل حلقه بسته، در نرم‌افزار متلب شبیه‌سازی و با هم مقایسه شده، که در تمام روش‌های کنترلی بهبود عملکرد در مقایسه با سیستم کنترلی حلقه باز مشاهده می‌شود. در نهایت نیز کنترل دیجیتال سیستم و اثر نرخ نمونه‌برداری در نزدیک شدن پاسخ سیستم گسسته به سیستم پیوسته، بررسی و شبیه‌سازی شد.

## Optimal Control of Shimmy Oscillation in Aircraft Nose Landing Gear

Hami Tourajizadeh\*, Saeed Zare

Department of Mechanical Engineering, Kharazmi University, Tehran, Iran

\* P.O.B. 15719-14911 Tehran, Iran, tourajizadeh@khu.ac.ir

## ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 16 March 2015  
Accepted 27 May 2015  
Available Online 28 June 2015

**Keywords:**  
Landing gear  
shimmy oscillation  
optimal control  
nonlinear systems

## ABSTRACT

In this paper, an optimal active controller is designed to prevent the shimmy vibrations in aircraft nose landing gear. The controller is designed according to the linearized system while the input is implemented on the real non-linear plant. Shimmy vibration is the lateral and torsional vibrations in the wheel that is self-excited and causes instability in high speed performances. This phenomenon is highly impressive since this malfunction over a long period of time can damage the landing gear of the aircraft, its fuselage and can even harm the passengers. Thus, control and suppression of this vibration is extremely important. In this paper, using the nonlinear dynamics of the nose landing gear system, the equivalent linearized system is extracted and then its related linearized state space is derived. Stability, controllability and observability of the system are investigated based on the linearized model of the system and damping the shimmy vibrations is performed with the least amount of consumed energy using Linear Quadratic Regulator (LQR). To estimate the states of the system which are not measurable using ordinary sensors, an observer is designed and implemented using separation principal. To verify the performance of the proposed controller, vibration response of the open loop system is compared with the closed loop response of the designed optimal controller. Considerable improvement can be seen in the performance of the closed loop system since not only are the vibrations effectively damped but also the consumption of energy is minimized. Finally, digital control system is extended in order to implement the proposed controller on the discretized model of the system and the effect of sampling rate on the accuracy of the system is studied.

## 1- مقدمه

عرضی و پیچشی ارا به فرود بوجود می‌آید و باعث دور شدن چرخ از موقعیت تعادل در جهت عرضی و به صورت پیچشی می‌شود. انرژی جنبشی ایجاد شده در زمان حرکت روبه‌جلو هواپیما، در اثر ناصافی‌های سطح تماس و غیر-یکنواختی تایر، عامل اصلی ایجاد این نوسانات است. در واقع، در موقع حرکت

یکی از دغدغه‌های مهم در طراحی ارا به فرود هواپیما ارتعاشات شیمی<sup>1</sup> است. این ارتعاشات، نوسانات ناخواسته و مزاحم شدیدی است که از ترکیب حرکت

1- Shimmy

شده است، که علاوه بر مقاوم بودن در برابر اغتشاشات و شرایط مختلف فرود، میزان مصرف انرژی را به حداقل مقدار خود برساند.

در حال حاضر، برخلاف دیگر سیستم‌های هواپیما (از قبیل سیستم موتور هواپیما) ارابه فرود به عنوان یک جاذب ارتعاشی غیرفعال و منفعل عمل می‌کند، اما با ظهور کامپیوترهای قوی و ریزپردازنده‌هایی با قدرت پردازش و اطمینان بالا که در کنترل‌گرها بکار برده می‌شوند، ایده استفاده از سیستم ارابه فرود فعال و هوشمند، برای راحتی و ایمنی بیشتر خلبان و مسافران، مورد توجه محققان قرار گرفته است. اما چنانچه در [9] گزارش شده است، در حال حاضر هواپیمایی که مجهز به چنین سیستمی باشد، تولید نشده است. در مرجع [13] ابتدا مکانیزم‌های مختلف ارابه فرود طراحی شده و سپس به کنترل و شبیه‌سازی شرایط مختلف ارابه فرود پرداخته شده است. هدف اصلی این مطالعه، کنترل و شبیه‌سازی ضربه ناشی از فرود و کنترل ارتعاشات عمودی، هنگام حرکت هواپیما بر روی ناهمواری‌های سطح بوده است. در [14] کنترل فعال و نیمه فعال سیستم تعلیق ارابه فرود هواپیما را مورد بررسی و مقایسه قرار داده است و در آن بیان شده است که در کنترل نیمه فعال نیازی به منبع تولید توان خارجی نیست و بر این نکته تأکید کرده که اجرای کنترل نیمه فعال عملی‌تر و ساده‌تر می‌باشد. ناسا [15] نیز یک مدل ساده‌سازی شده از ارابه فرود هواپیمای جنگنده نیروی دریایی آمریکا، مجهز به سیستم سروهیدرولیک برای کنترل فعال ارتعاشات عمودی ارابه، معرفی می‌کند و بیان می‌کند که این سیستم در آزمایشات انجام شده جهت جذب ارتعاشات عمودی، عملکرد خوبی از خود نشان داده است.

در مطالعات قبلی بحثی در مورد کنترل ارتعاشات شیمی به صورت فعال و بهینه صورت نگرفته است. بنابراین کنترل (جلوگیری) از ارتعاشات شیمی مسأله‌ای است که هنوز به طور کامل حل نشده است و می‌بایست مطالعات بیشتری در این زمینه صورت گیرد که در این مقاله به این مهم پرداخته شده است.

سیستم ارابه فرود از نوع سیستم متغیر پارامتری خطی<sup>3</sup> است و این بدین معناست که ماتریس‌های فضای حالت آن تابعی از سرعت تاکسی کردن هواپیما هستند و طراحی کنترل‌گر برای سیستم متغیر پارامتری خطی، نیازمند پیش‌بینی شکل تغییرات آینده سیستم است [16]. بنابراین می‌توان از کنترل بهینه تنظیم کننده درجه دوم خطی<sup>4</sup> برای میرا کردن ارتعاشات شیمی استفاده کرد.

ساختار مقاله به شرح زیر است. در بخش 2 به مدل‌سازی غیرخطی ارتعاشات شیمی ارابه فرود دماغه هواپیما، شامل دینامیک پیچشی ارابه‌ی فرود، نیرو و گشتاورهای اعمالی به ارابه از منابع مختلف و تغییر شکل الاستیک تایر یا به اصطلاح مکانیک تایر، پرداخته شده است. در بخش 3 به مبحث کنترل این ارتعاشات پرداخته شده است. در این بخش برای کنترل ارتعاشات شیمی، ابتدا پایداری ارتعاشات شیمی که با تغییر طول بازوی اتصال و سرعت تاکسی کردن هواپیما، متغیراست، بررسی شده و پس از بررسی کنترل‌پذیری و رؤیت‌پذیری سیستم، در بخش 4 کنترل‌گر بهینه طراحی شده است و سپس در بخش 5 به طراحی رؤیت‌گر پرداخته‌ایم. در بخش 6 نیز با شبیه‌سازی نتایج، اثر کنترل‌گر بهینه و رؤیت‌گر در جلوگیری از ارتعاشات شیمی نشان داده شده است، که بهبود عملکرد را در مقایسه با کنترل غیر-فعال نشان می‌دهد.

هواپیما بر روی باند فرود، برهم‌کنش رفتار دینامیکی تایر و سطح تماس، و انتقال انرژی به سازه ارابه، باعث بروز این نوسانات می‌شود. فرکانس این ارتعاشات معمولاً بین 10 تا 30 هرتز می‌باشد [1]. این ارتعاشات در ارابه فرود دماغه هواپیما شدت بیشتری دارد و از طریق خود ارابه فرود به سازه اصلی هواپیما انتقال پیدا کرده و با افزایش دامنه این ارتعاشات، باعث تکان‌های شدیدی در کابین می‌شود که علاوه بر این‌که دیدن و خواندن تجهیزات دقیق را برای خلبان دشوار می‌کند، ایمنی و راحتی مسافران را کاهش داده، بنابراین باعث نارضایتی آن‌ها می‌شود. به همین دلیل کاهش نوسانات شیمی در طراحی بسیار مهم بوده و در حال حاضر برای جلوگیری و به حداقل رساندن آن از گزینه‌هایی چون افزایش میرایی استفاده می‌شود. به همین منظور در هواپیماهای مدرن از قطعه‌ای بنام میراکننده‌ی شیمی استفاده می‌شود [2-5]. اما پس از مدتی عملکرد میراکننده‌های شیمی به دلیل وابسته بودن ویسکوزیته روغن به دما و نشتی روغن کاهش می‌یابد. بنابراین میراسازی ارتعاشات شیمی به درستی صورت نمی‌گیرد، و نیاز است که تعمیر دوره‌ای انجام شود، که علاوه بر هزینه تعمیرات، نیاز به صرف وقت و انرژی نیز دارد [6،7]. استفاده از این میراکننده‌ها به علت سرعت بالای ارتعاشات شیمی، نمی‌تواند از وقوع این ارتعاشات به طور موثری جلوگیری کند. از طرفی، پس از طراحی ارابه فرود، پارمترهای طراحی سازه‌ای قابل تغییر نیستند و شرایطی مانند باند فرود نامناسب، لغزنده بودن باند فرود، آب و هوای بد، اشتباهات خلبان و یا هر اغتشاش خارجی دیگری که سیستم برای آن شرایط طراحی نشده باشد، می‌تواند منجر به ارتعاشات شیمی شود. در چنین شرایطی استفاده از یک مکانیزم کنترل هوشمند می‌تواند بسیار مفید بوده و در سرعت‌های مختلف، مقدار نوسانات و اغتشاشات را حس کرده و سیستم را کنترل کند و مانع از بروز ارتعاشات شیمی و مشکلات احتمالی شود [8].

در مورد ارتعاشات شیمی مطالعات بسیار زیادی صورت گرفته است، که تاریخچه تقریباً کاملی از آن در [8] ارائه شده است. بدین گونه که بسیاری از تحقیقات اخیر بر روی دینامیک ارتعاشات شیمی [9] و مدل‌سازی تایر، تمرکز کرده‌اند [10]؛ که به طراحان در پیدا کردن ساختار بهینه ارابه فرود، یا جست‌وجوی بهتر پارامترهای فیزیکی تایر، کمک می‌کند. در [11] ابتدا معادلات غیرخطی دینامیک ارتعاشات شیمی ارابه فرود با در نظر گرفتن زاویه رو به عقب استخراج شده است. سپس تحلیل پایداری نیز با استفاده از آنالیز غیرخطی انشعاب<sup>1</sup> بر روی سرعت پیشروی و نیروی عمودی صورت گرفته است و محدوده‌های پایداری ارتعاشات شیمی، به ازای پارامترهای مختلف مشخص شده است. در [12] به تحلیل پایداری ارتعاشات پیچشی ارابه فرود پرداخته شده است. با خطی سازی معادلات غیرخطی حاکم بر سیستم، تحلیل پایداری با معیار روث-هورویس<sup>2</sup> ارائه شده است و در نهایت نیز به‌ازای مقادیر پارامترهای مختلف، درصد پایداری ارتعاشات شیمی را به صورت جدول ارائه شده است.

نکته‌ای حائز اهمیت آن است که اگر پارامترهای بهینه برای ارابه فرود هواپیما طراحی شده باشد، باز هم با اطمینان نمی‌توان از عدم وقوع این ارتعاشات صحبت کرد، چرا که این پارامترها برای شرایط خاص طراحی شده و توانایی جلوگیری از وقوع این ارتعاشات در تمام شرایط را ندارد. به عنوان مثال، اگر هواپیما در مسیر فرود، مجبور به عبور از زمین چمن و یا حرکت بر روی باند یخ زده و لغزنده شود قادر به مهار این ارتعاشات نخواهد بود. بنابراین در این مقاله، به طراحی یک سیستم کنترل بهینه برای ارابه فرود پرداخته

3- Linear Parameter Varying  
4- Linear Quadratic Regulator

1- Bifurcation  
2- Routh-Hurwitz

## 2- مدل سازی مکانیزم ارتعاشات شیمی ارا به فرود هواپیما [9]

مدل غیرخطی ارتعاشات شیمی، شامل دینامیک پیچشی ارا به ی فرود، نیرو و گشتاورهای اعمالی به ارا به از منابع مختلف و تغییر شکل الاستیک تایر یا به اصطلاح مکانیک چرخ است. شکل 1 نمایی از یک ارا به فرود دماغه هواپیما را نشان می دهد که برای کنترل آن باید گشتاور کنترلی  $M_5$  را نیز به آن اعمال کرد. با استفاده از قانون دوم نیوتن و گشتاورگیری حول محور عمودی ارا به فرود و با استفاده از روابط حاکم بر دینامیک تایر می توان معادله ی دیفرانسیل ارتعاشات شیمی را به صورت روابط (1) تا (10) به دست آورد:

$$I_z \ddot{\psi} = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5 \quad (1)$$

$$\dot{y} + \frac{V}{\sigma} y = V \cos(\varphi) \psi + (e_{\text{eff}} - a) \cos(\varphi) \dot{\psi} \quad (2)$$

$$e_{\text{eff}} = e \cos(\varphi) + \tan(\varphi)(R + e \sin(\varphi)) \quad (3)$$

$$M_1 + M_2 = C\psi + K\dot{\psi} \quad (4)$$

$$M_3 = M_z - e_{\text{eff}} F_y \quad (5)$$

زاویه  $\varphi$  زاویه عمودی ارا به فرود (زاویه حمله) و  $R$  شعاع چرخ می باشد. گشتاور  $M_1$  ناشی از سختی پیچشی استرات (بازوی عمودی ارا به) و گشتاور پیچشی ناشی از بازوی اتصال است و گشتاور  $M_2$  ناشی از خاصیت میرایی پیچشی استرات در اثر میرایی ویسکوز بین یاتاقان ها و ضربه گیر است.

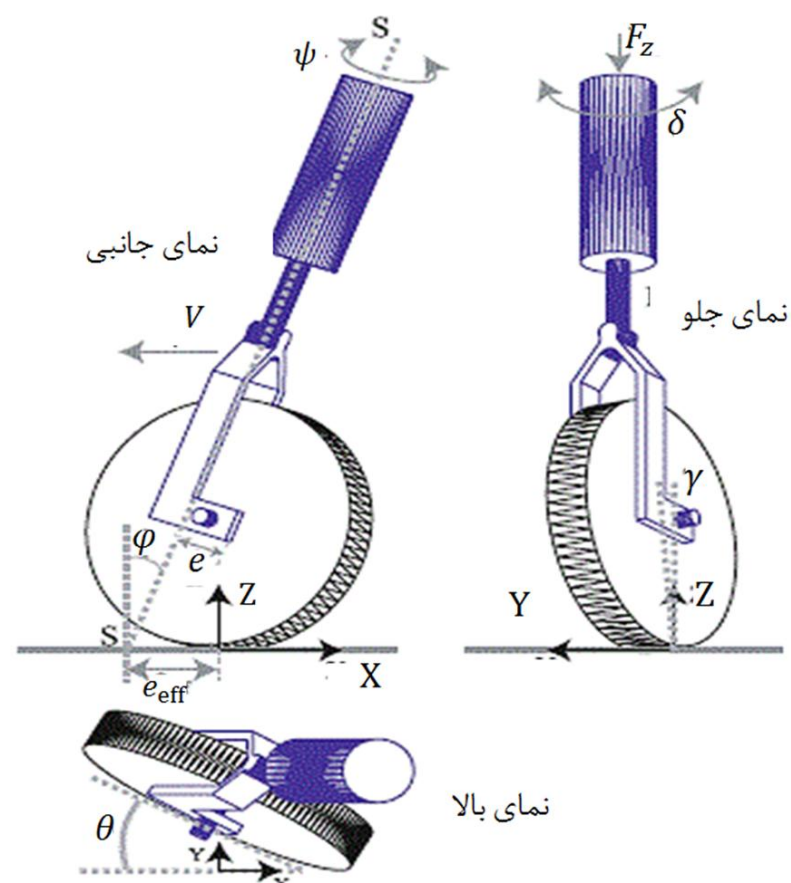
$I_z$  گشتاور اینرسی حول محور عمودی ارا به است.  $C$  نرخ سختی پیچشی و  $K$  ضریب میرایی ویسکوز بازوی عمودی ارا به (استرات) است. نیروها و گشتاورهای ناشی از تغییر شکل عرضی چرخ ها که ناشی از زاویه ی لغزش جانبی  $\alpha$  و نرخ تغییرات زاویه ی پیچشی  $\dot{\psi}$  است باعث ایجاد گشتاور  $M_3$  (سختی پیچشی ناشی از چرخ ها) و گشتاور  $M_4$  (میرایی پیچشی ناشی از چرخ ها) می شود.

$$F_y = \begin{cases} C_F \alpha \propto F_z & , \alpha \leq \delta \\ C_F \alpha \delta F_z \text{sign}(\alpha) & , \alpha \geq \delta \end{cases} \quad (6)$$

$$M_z = \begin{cases} C_{M\alpha} \frac{\alpha_g}{180} \sin\left(\frac{180}{\alpha_g} \alpha\right) F_z & , |\alpha| \leq \alpha_g \\ 0 & , |\alpha| \geq \alpha_g \end{cases} \quad (7)$$

$$M_4 = \frac{k}{V} \cos(\varphi) \dot{\psi} \quad (8)$$

$$M_5 = K_e u \quad (9)$$



شکل 1 نمایی ترسیمی از ارا به فرود [17]

گشتاور  $M_3$ ، از دو بخش گشتاور همسوگر  $M_z$  حول محور چرخ و گشتاور ناشی از ضرب نیروی جانبی  $F_y$  در طول بازوی موثر محور چرخ  $e_{\text{eff}}$  تشکیل می شود. مقدار این نیرو و گشتاور وابسته به نیروی عمودی تایر  $F_z$  و زاویه لغزش آن  $\alpha$  می باشد. برای توصیف گشتاور همسوگر نیز از یک تقریب نیم-پریود از تابع سینوس که بین دو مقدار حدی زاویه  $\alpha_g$ ، محدود شده است، استفاده می شود.  $\delta$  و  $\alpha_g$  به ترتیب، مربوط به حداکثر زاویه لغزش، ناشی از نیروی جانبی و گشتاور همسوگر هستند. گشتاور  $M_4$  ناشی از برجستگی ها و دندانه های سطح چرخ است که به سرعت هواپیما  $V$  و سرعت زاویه ای  $\dot{\psi}$  وابسته است.  $k$  نیز ضریب گشتاور دندانه های تایر است. جابجایی عرضی چرخ و تغییر شکل آن با استفاده از فرضیه نوار ارتجایی قابل بیان است که در [9] ارائه شده است. این فرضیه در واقع رابطه ی بین زاویه چرخش ارا به فرود  $\psi$  و تغییر شکل ایجاد شده در چرخ ها  $y$  به هنگام ارتعاش را بیان می کند. که توسط رابطه (4) بیان شده است. قسمتی از نوار یا چرخ که با زمین در تماس است دارای طول محدود  $2a$  است و ناحیه ای که با زمین در تماس نیست اما دچار تغییر شکل می شود دارای طول  $2\sigma$  است. می توان دریافت رابطه ی بین زاویه لغزش و جابجایی چرخ ها از طریق رابطه ی (10) به دست می آید [2]:

$$\alpha \approx \tan(\alpha) = \frac{y}{\sigma} \quad (10)$$

## 3- معادلات فضای حالت

برای بررسی و کنترل ارتعاشات شیمی ارا به فرود هواپیما، ابتدا معادلات غیرخطی فضای حالت را با توجه به معادلات (1) تا (10) به صورت معادله (11) می نویسیم:

$$Z_1 = \psi \rightarrow \dot{Z}_1 = Z_2$$

$$Z_2 = \dot{\psi} \rightarrow \dot{Z}_2 = \ddot{\psi} = \frac{1}{I_z} (CZ_1 + KZ_2 + \frac{k}{V} \cos(\varphi) Z_2 + M_3 + M_5)$$

$$Z_3 = y \rightarrow \dot{Z}_3 = V \cos(\varphi) Z_1 + (e_{\text{eff}} - a) \cos(\varphi) Z_2 - \frac{V}{\sigma} Z_3 \quad (11)$$

اگر گشتاور  $M_5$  را به عنوان ورودی سیستم در نظر بگیریم تنها ترم غیرخطی مربوط به گشتاور  $M_3$  می باشد که با استفاده از بسط تیلور حول نقطه تعادل، یعنی حول  $y=0$  و  $\psi=0$  گشتاور  $M_3$  به فرم معادله (12) بیان می شود [2]:

$$M_3(y) = y \frac{(C_{M\alpha} - e_{\text{eff}} C_{F\alpha}) F_z}{\sigma} \quad (12)$$

حال با قرار دادن عبارت خطی شده (12) در معادله ی (1) و با استفاده از معادله (2)، متغیرهای خطی حالت را به صورت به صورت (13) تعریف می کنیم [2]:

$$x_1 = \psi, \quad x_2 = \dot{\psi}, \quad x_3 = y \quad (13)$$

چنانچه زاویه  $\psi$  را به عنوان خروجی در نظر بگیریم، معادلات حالت به فرم (14) و (15) خواهد شد:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi \\ \dot{\psi} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi \\ \dot{\psi} \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} M_5 \quad (14)$$

$$y = Cx \Rightarrow y = [\psi] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi \\ \dot{\psi} \\ y \end{bmatrix} \quad (15)$$

که در آن، درایه های ماتریس فضای حالت به صورت رابطه (16) بیان می -

شوند.

## 6-رؤیت پذیری سیستم

در موارد بسیاری امکان اندازه گیری تمام حالت های سیستم بوسیله حسگرها وجود ندارد. برای رفع این مشکل می توان به طراحی رؤیت گر پرداخت. اگر بخواهیم از روی مقادیر خروجی سیستم، سایر حالت های آن را بدست آوریم، این سیستم باید رؤیت پذیر باشد. در این جا، رؤیت پذیری سیستم را با تشکیل ماتریس رؤیت پذیری بررسی می کنیم. در صورت کامل بودن مرتبه این ماتریس، سیستم رؤیت پذیر است. ماتریس رؤیت پذیری و نحوه تشکیل آن در معادله (21) نشان داده شده است.

$$OB = [C \quad CA \quad CA^2]^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ c & \left(K + \frac{k}{V} \cos(\varphi)\right) & \frac{(c_{M_\alpha} - e_{\text{eff}} c_{F_\alpha}) F_Z}{I_Z \sigma} \end{bmatrix} \quad (21)$$

## 7- طراحی کنترل گر بهینه برای دفع ارتعاشات شیمی ارا به فرود

کنترل تنظیم کننده خطی درجه دوم یکی از روش های کنترل مطلوب است که بین ورودی کنترلی سیستم و حالت های آن برای رسیدن به خروجی مطلوب با توجه به قیود و محدودیت های حاکم بر سیستم دینامیکی، مصالحه و سازش ایجاد می کند. در این روش معادلات حالت سیستم کنترل حلقه - بسته به صورت (22) و (23) خواهد شد:

$$\dot{x} = Ax + Bu = (A - BK)x \quad (22)$$

$$u = -Kx \quad (23)$$

ماتریس K در این معادله همان ماتریس بهره کنترلی است. هدف اصلی از کنترل بهینه، تعیین سیگنال کنترلی یک فرایند (دستگاه) است که باعث برآورده شدن برخی از محدودیت های فیزیکی و در زمان مشخص، با انتخاب یک معیار عملکرد مطلوب (به حداکثر یا حداقل رساندن) می شود. کنترل حلقه بسته بهینه به صورت معادلات (22) و (23) خواهد بود. با این تفاوت که ماتریس K در این جا همان ماتریس بهره کنترلی بهینه است که از حداقل کردن تابع هزینه که در معادله (24) نشان داده شده است بدست می آید.

$$J = \int (X^T Q X + u^T R u) dt \quad (24)$$

که در آن ماتریس های وزنی Q و R به ترتیب مربوط به اهمیت حالت های سیستم و ورودی سیستم هستند، بنابراین برای بدست آوردن ماتریس K نیاز است که بسته به اهمیت ورودی و حداکثر خطای مربوط به خروجی، ماتریس های وزنی Q و R را تعریف کنیم. برای انتخاب این ماتریس ها روش های مختلفی وجود دارد [19]. ماتریس Q را می توان به صورت  $Q = C^T C$  انتخاب کرد. روش دیگر در انتخاب این ماتریس ها بصورت  $Q = \frac{1}{\max \|x\|}$  و  $R = \frac{1}{\max \|u\|}$  است. که در آن  $\max \|x\|$  و  $\max \|u\|$ ، به ترتیب نشان دهنده حداکثر اندازه ورودی کنترلی و حداکثر خطای تعقیب مجاز متغیرهای حالت است. در این مقاله با در نظر گرفتن قیود و شرایط مسأله، حداکثر اندازه ورودی کنترلی و حداکثر خطای تعقیب مجاز متغیرهای حالت به ترتیب برابر  $\max \|u\| = 100$  و  $\max \|x\| = 0.01$  انتخاب شده اند. بنابراین Q و R به صورت رابطه (25) تعریف می شوند.

$$Q = 100 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R = \{0.01\} \quad (25)$$

با استفاده از معادله (24) و داشتن ماتریس های Q و R، ماتریس بهره کنترلی بهینه از معادله (26) محاسبه خواهد شد.

$$K = R^{-1} B^T S \quad (26)$$

$$\begin{aligned} A_{21} &= \frac{c}{I_Z} \\ A_{22} &= \frac{\left(K + \frac{k}{V} \cos(\varphi)\right)}{I_Z} \\ A_{23} &= \frac{(c_{M_\alpha} - e_{\text{eff}} c_{F_\alpha}) F_Z}{I_Z \sigma} \\ A_{31} &= V \cos(\varphi) \\ A_{32} &= (e_{\text{eff}} - a) \cos(\varphi) \\ A_{33} &= -\frac{c}{\sigma} \end{aligned} \quad (16)$$

## 4- پایداری سیستم

طبق معادله دینامیک پیچشی غیرخطی ارا به فرود هواپیما، تابع لیپانوف را با توجه به انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل سیستم به صورت معادله (17) انتخاب می کنیم [18]:

$$U = \frac{1}{2} c \psi^2 + \frac{1}{2} I_Z \dot{\psi}^2 \quad (17)$$

در این رابطه c معادل سختی پیچشی ارا به فرود است. بنابراین با استفاده از معادلات (17) و (11) نرخ زمانی تغییرات تابع لیپانوف به صورت (18) خواهد شد:

$$\begin{aligned} \dot{U} &= c \psi \dot{\psi} + I_Z \dot{\psi} \ddot{\psi} = 2c \psi \dot{\psi} + (M_Z - e_{\text{eff}} F_Y) \\ &\quad + \left(K + \frac{k}{V} \cos(\varphi)\right) \dot{\psi}^2 \end{aligned} \quad (18)$$

برای پایداری سیستم، باید معادله (18) منفی باشد.

## 5- کنترل پذیری سیستم

برای کنترل یک سیستم، دینامیک آن باید قابلیت کنترل داشته باشد و برای فهم این موضوع می توان کنترل پذیری سیستم را بررسی کرد، در این جا کنترل پذیری سیستم را با تشکیل ماتریس کنترل پذیری بررسی می کنیم. در صورت کامل بودن مرتبه ماتریس کنترل پذیری، این سیستم قابل کنترل خواهد بود.

ماتریس کنترل پذیری برای سیستم ارا به فرود دماغه هواپیما به فرم رابطه (19) خواهد بود:

$$CO = [B \quad AB \quad A^2 B] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & CO_{13} \\ 1 & CO_{22} & CO_{23} \\ 0 & CO_{32} & CO_{33} \end{bmatrix} \quad (19)$$

که درایه های این ماتریس به صورت رابطه (20) استخراج شده است.

$$\begin{aligned} CO_{13} &= \frac{\left(K + \frac{k}{V} \cos(\varphi)\right)}{I_Z} \\ CO_{22} &= \frac{\left(K + \frac{k}{V} \cos(\varphi)\right)}{I_Z} \\ CO_{23} &= \left(\frac{\left(K + \frac{k}{V} \cos(\varphi)\right)}{I_Z}\right)^2 \\ &\quad + \frac{(e_{\text{eff}} - a) \cos(\varphi) (c_{M_\alpha} - e_{\text{eff}} c_{F_\alpha}) F_Z}{I_Z \sigma} + \frac{c}{I_Z} \\ CO_{32} &= (e_{\text{eff}} - a) \cos(\varphi) \\ CO_{33} &= \frac{\left(\left(K + \frac{k}{V} \cos(\varphi)\right) \sigma - V I_Z\right) (e_{\text{eff}} - a) \cos(\varphi)}{\sigma I_Z} \\ &\quad + V \cos(\varphi) \end{aligned} \quad (20)$$



جدول 1 مشخصات ارباه فرود [9]

متغیرها	مقادیر	واحد
سرعت	70	m/s
طول بازوی چرخ	0/1	m
ضریب ارتجاعی فنر پیچشی	-100	kNm/rad
ضریب میرایی پیچشی	-10	Nm/rad/s
نیروی عمودی	9	kN
نصف طول تماس تایر	0/1	m
طول آرامش تایر	0/3	m
ممان اینرسی	1	kgm <sup>2</sup>
ضریب نیروی جانبی	20	1/rad
ضریب گشتاور همسوگر	-2	m/rad
ثابت گشتاور میرایی دندانهای چرخ	-270	Nm <sup>2</sup> /rad
حدود زاویه لغزش برای گشتاور همسوگر	10	deg
حدود زاویه لغزش برای نیروی جانبی	5	deg
شعاع چرخ	0/36	m
زاویه عمودی ارباه	10	deg

$$CO = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -13.79 \\ 1 & -13.79 & -110060.4 \\ 0 & 0.064 & -53.026 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$\text{rank}(CO) = 3$$

از معادله (21) و ماتریس‌های  $A$  و  $C$ ، ماتریس رؤیت‌پذیری به فرم (32) می‌شود. که مرتبه آن کامل بوده و بنابراین، سیستم رؤیت‌پذیر نیز است.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -100000 & -13.5 & -159223 \\ 72 & 4 & -236 \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$C = [1 \ 0 \ 0];$$

$$OB = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -100000 & -13.79 & -159223.8 \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$\text{rank}(OB) = 3$$

همان‌طور که رؤیت می‌شود سیستم هم کنترل‌پذیر و هم رویت‌پذیر است. بنابراین با این‌که سیستم دارای قطب ناپایدار است (چنانچه در بخش 3-9 نیز خواهیم دید)، می‌توان آن را کنترل کرد.

برای طراحی کنترل‌گر بهینه از توابع هزینه بیان شده در معادلات (25) و معادله (27) استفاده کرده و ماتریس ریکاتی به صورت (33) بدست می‌آید.

$$S = 10^6 \begin{bmatrix} 7.5344 & 0.0040 & 5.8530 \\ 0.0040 & 0.0001 & -0.0134 \\ 5.8530 & -0.0134 & 8.7543 \end{bmatrix} \quad (33)$$

با استفاده از ماتریس ریکاتی بدست آمده و جای‌گذاری در معادله (26)، ماتریس بهره بهینه به صورت (34) خواهد شد.

$$K_{opt} = [3957 \quad 67 \quad -13392] \quad (34)$$

برای طراحی رؤیت‌گر حالت، قطب‌های سیستم باید به گونه‌ای انتخاب و تنظیم شوند که پاسخ‌های سیستم زمان نشست<sup>1</sup> و فراجهش<sup>2</sup> مناسبی داشته باشد و باعث پایداری سیستم شوند. بر همین اساس اندازه قطب‌های مربوط به طراحی رؤیت‌گر باید بزرگتر از قطب‌های کنترلر باشند؛ بنابراین قطب‌های مربوط به طراحی رؤیت‌گر به صورت  $p_1 = -60$ ,  $p_2 = -500$ ,  $p_3 = -300$ ، انتخاب شده‌اند تا ترم مختلط نداشته باشد و به شکل نمایی اصلاح شود. بنابراین ماتریس  $L$  از فرمول آکرمن به صورت ماتریس رابطه (35) بدست می‌آید.

$$L = 10^4 [0.0612 \quad -6.69297 \quad 0.01127]^T \quad (35)$$

که در این رابطه ماتریس  $S$  از معادله ریکاتی (27) بدست می‌آید [20].

$$A^T S + SA - SBR^{-1}B^T S + Q = 0 \quad (27)$$

## 8- طراحی رؤیت‌گر حالت

به طور معمول، تمام حالت‌های سیستم توسط حسگرها قابل اندازه‌گیری نیستند. برای بدست آوردن حالت‌هایی که حسگرها قادر به اندازه‌گیری آنها نیستند، می‌توان از رؤیت‌گر حالت استفاده کرد. برای طراحی رؤیت‌گر حالت از معادلات (28) استفاده می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & BK \\ 0 & A - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$x = \begin{bmatrix} \psi \\ \dot{\psi} \\ y \end{bmatrix}, e = \begin{bmatrix} e_\psi \\ e_{\dot{\psi}} \\ e_y \end{bmatrix}$$

که در آن  $e$  خطای سیستم،  $L$  ماتریس مربوط به طراحی رؤیت‌گر سیستم و ماتریس  $K$  در این معادله همان ماتریس بهره کنترلی است، که می‌تواند بهره کنترلی بهینه باشد. در این‌جا نیز برای طراحی رؤیت‌گر مورد نظر از بهره کنترلی بهینه استفاده می‌کنیم. نمودار ساختاری ترکیب کنترل‌گر بهینه و رؤیت‌گر در شکل 2 نشان داده شده است.

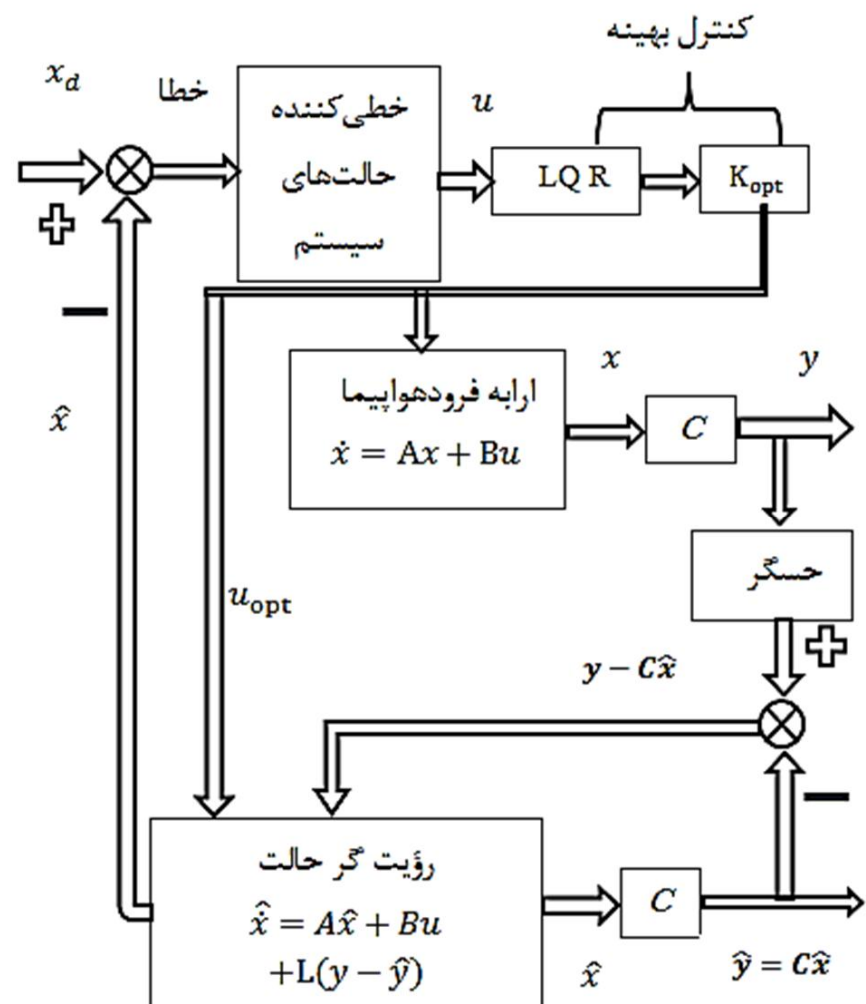
## 9- بررسی نتایج (حل عددی ماتریس‌ها و رسم نمودارها)

### 9-1- شبیه سازی نتایج

با استفاده از مقادیر جدول 1 ماتریس‌های  $A$ ،  $B$  و ماتریس کنترل‌پذیری به صورت معادلات (29) و (30) می‌باشند و چنانچه مشخص شده مرتبه ماتریس کامل بوده و این سیستم کنترل‌پذیر است.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -100000 & -13.5 & -159223 \\ 72 & 4 & -236 \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$B = [0 \quad 1 \quad 0]^T$$



شکل 2 نمای ترسیمی ترکیب کنترل‌گر بهینه و رؤیت‌گر

1- Settling time  
2- Overshoot

## 9-2- کنترل دیجیتال

برای کنترل دیجیتال سیستم و تبدیل سیستم زمان پیوسته به زمان گسسته از مدار نگهدار مرتبه صفر استفاده شده است. بدین صورت که معادلات خطی سازی شده را، با در نظر گرفتن گشتاور  $M_5$  به عنوان ورودی به سیستم و زاویه چرخش به عنوان خروجی آن، با در نظر گرفتن بهره کنترلی نشان داده شده در رابطه (34)، به فضای لاپلاس برده و تابع تبدیل سیستم را به صورت رابطه (36) بدست می آوریم.

$$G(s) = \frac{s + 233.3}{s^3 + 292.1s^2 + 2.506 \cdot 10^5 s + 6.745 \cdot 10^7} \quad (36)$$

حال از مدار نگهدار مرتبه صفر که در رابطه (37) داده شده است، استفاده کرده و تابع تبدیل زمان گسسته آن را در رابطه (38) آورده ایم.

$$G(z) = (1 - z^{-1})Z\left\{\frac{G(s)}{s}\right\} \quad (37)$$

$$G(z) = \frac{5.307 \cdot 10^{-6} z^2 - 2.895 \cdot 10^{-6} z - 1.967 \cdot 10^{-6}}{z^3 + 0.4391 z^2 + 0.6741 z - 0.3108} \quad (38)$$

برای بدست آوردن ماتریس های فضای حالت گسسته نیز از روابط (39) و (40) استفاده کرده ایم. که در آن  $A$  و  $B$  ماتریس های فضای حالت پیوسته و  $A_d$  و  $B_d$  ماتریس های فضای حالت گسسته هستند.

$$\begin{aligned} A_d &= e^{A\tau} \\ A_d &= T e^{A\tau} T^{-1} \\ \Lambda &= T^{-1} A T \end{aligned} \quad (39)$$

$$e^{A\tau} = \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 \tau} & 0 & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 \tau} & 0 \\ 0 & 0 & e^{\lambda_3 \tau} \end{bmatrix}$$

$$B_d = \int_0^\tau e^{A t} B dt \quad (40)$$

در رابطه (39)  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  و  $\lambda_3$  مقادیر ویژه ماتریس  $A$  هستند و  $T$  ماتریس بردارهای ویژه ماتریس  $A$  می باشد. مقادیر محاسبه شده  $A_d$  و  $B_d$  ماتریس های فضای حالت گسسته نیز در رابطه (41) نشان داده شده است.

$$A_d = \begin{bmatrix} 0.1844 & 0.001629 & -2.432 \\ -328.6 & -0.4329 & -482.1 \\ -0.01304 & 0.0004208 & -0.1906 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 5.307 \cdot 10^{-6} \\ 0.001629 \\ 1.262 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix} \quad (41)$$

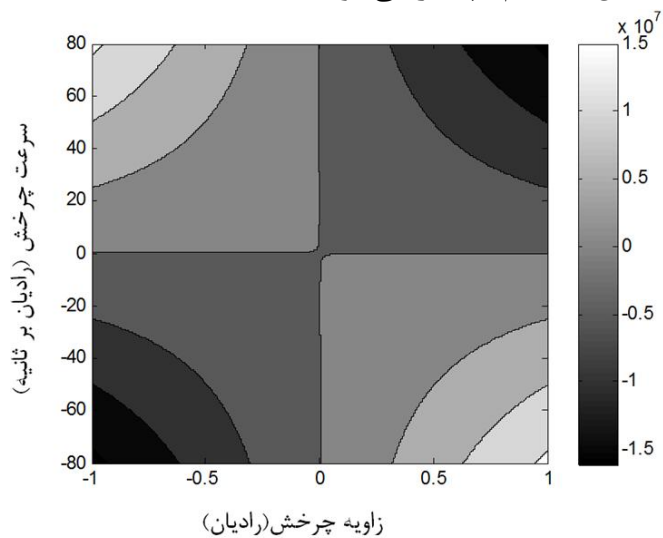
در کنترل دیجیتال بازه نمونه برداری سیگنال ها باید از نصف کوچکترین پریود مربوط به بزرگترین فرکانس کوچکتر باشند. در واقع فرکانس نمونه برداری باید بیشتر از دو برابر بزرگترین فرکانس باشد تا دچار پدیده تداخل<sup>1</sup> نشویم. نکته دیگر آنکه هرچه نرخ نمونه برداری بیشتر باشد پاسخ دیجیتال سیستم به پاسخ پیوسته آن نزدیکتر می شود [21]. لازم به ذکر است که این ماتریس ها به ازای گام زمانی  $\tau = 0.004$  ثانیه بدست آمده اند.

## 9-3- مقایسه و رسم نتایج

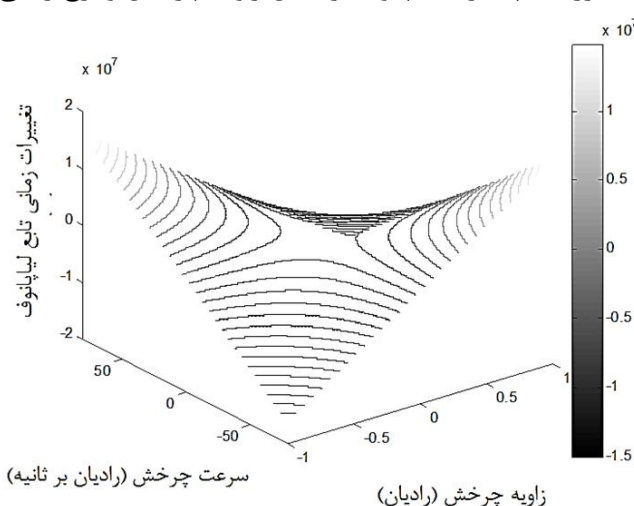
برای طراحی کنترل برخط<sup>2</sup> ارتعاشات شیمی ارا به فرود، شبیه سازی نتایج بدست آمده برای این ارتعاشات لازم است. به طور کلی براساس توابع پایداری، مناطقی پایدار و مناطقی ناپایدارند، که این مناطق در نمودارها و شکل ها آورده می شوند. در این مقاله شرط پایداری براساس تابع لیاپانوف و نتیجتاً حوزه های پایداری براساس متغیرهای حالت استخراج گشته است. نیازی به اثبات پایداری سیستم حلقه بسته نیست چون سیستمی که براساس روش

کنترل بهینه تنظیم کننده خطی درجه دوم کار می کند پایدار است [19]. در واقع دلیل اصلی بررسی پایداری سیستم حلقه باز، اثبات این موضوع است که سیستم در تمام شرایط پایدار نبوده و لازم است که از کنترل گر فعال استفاده شود. در اینجا با استفاده از مقادیر پارامترهای داده شده در جدول 1، مرزهای پایداری سیستم را در دو حالت برای بررسی پایداری با توجه به معادلات غیرخطی از تابع لیاپانوف و معادله (18) استفاده کرده ایم که مرزهای پایداری در دو و سه بعد، برحسب زاویه چرخش و سرعت چرخش در شکل های 3 و 4 نشان داده شده است، که نواحی تیره رنگ محدوده پایداری را نشان می دهد، و چنانچه در شکل 4 نشان داده شده است در این نواحی، مشتق زمانی تابع لیاپانوف منفی می باشد.

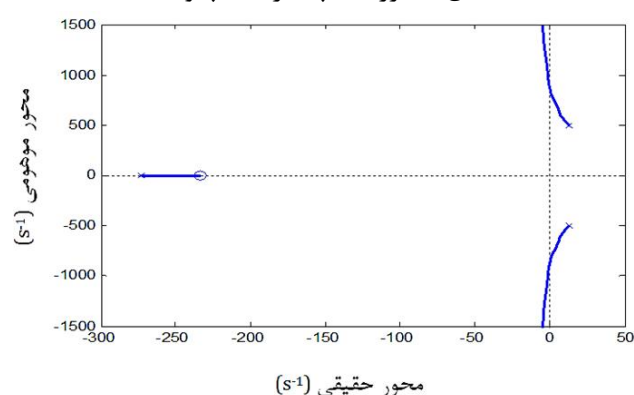
برای بررسی پایداری با معادلات خطی نیز، از معادله مشخصه ماتریس ضرایب معادله خطی سازی شده (14) استفاده کرده ایم. پایداری سیستم را به روش روت-لوکاس<sup>3</sup> از نحوه ی قرار گرفتن قطب های سیستم بررسی می کنیم، و چنانچه از شکل 5 و محل قرارگیری قطب ها رؤیت می شود، ریشه حقیقی آن منفی بوده و مشکلی برای پایداری ایجاد نمی کند، اما بخش حقیقی دو قطب مختلط آن در سرعت 70m/s مثبت بوده، بنابراین در این سرعت مشخص سیستم ناپایدار می شود.



شکل 3 مرزهای پایداری لیاپانوف براساس زاویه چرخش و نرخ زمانی آن



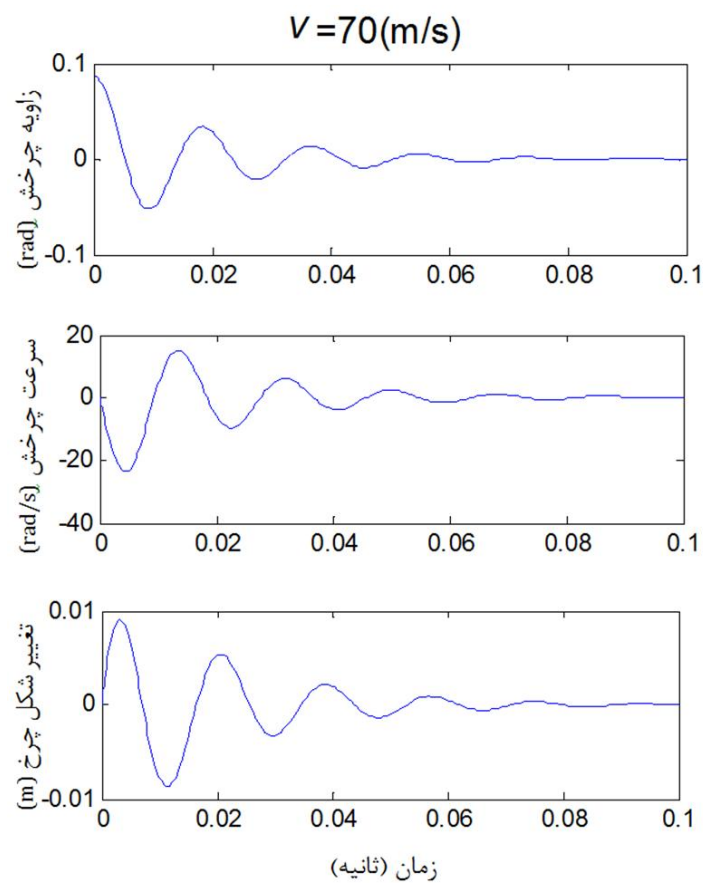
شکل 4 مرزهای پایداری لیاپانوف



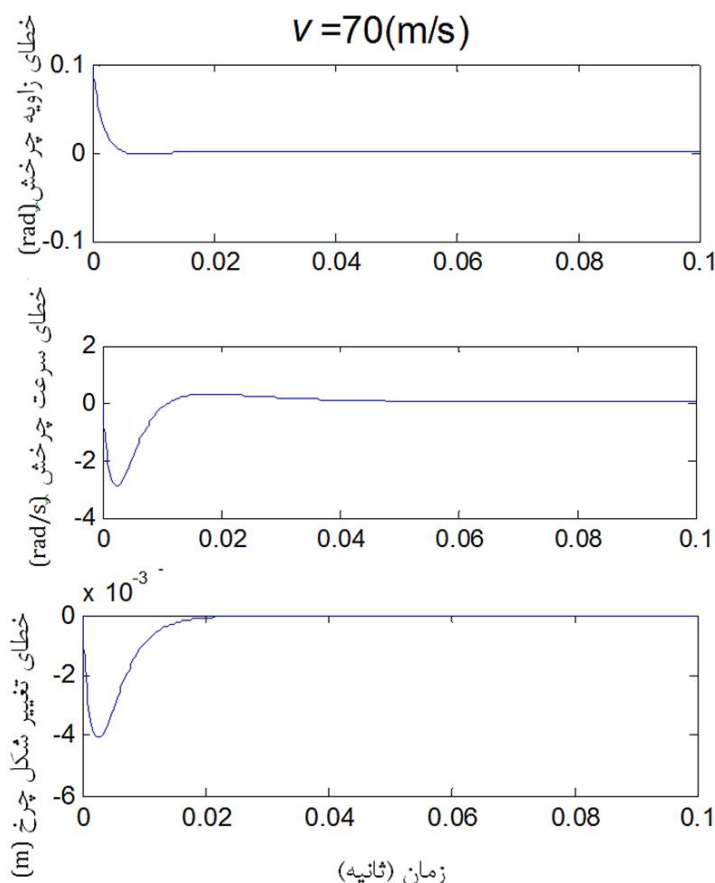
شکل 5 بررسی پایداری سیستم و محل قرارگیری قطب ها

3- Root Locus

1- Aliasing  
2- online



شکل 8 پاسخ‌های سیستم با اعمال رؤیت‌گر حالت



شکل 9 خطای حالت‌های سیستم با اعمال رؤیت‌گر حالت

شکل 9 نیز مربوط به خطای حالت‌های سیستم است که با توجه به این شکل کاهش خطا را مشاهده می‌کنیم. بنابراین با طراحی چنین رؤیت‌گری انتظار می‌رود سایر حالت‌های سیستم نیز در صورت نیاز به خوبی و با خطای اندک و کاهشی، تخمین زده شوند. در این حالت زمان نشست خطای رؤیت‌گر حدود 0/02 ثانیه بوده که نسبت به زمان نشست حالت‌های سیستم 10 برابر بهتر است.

در شکل 10 پایداری ارتعاشات شیمی ارباه را در حالت کنترل حلقه باز و با استفاده از معادلات غیرخطی، با کنترل حلقه بسته سیستم که در کنترل آن از کنترل بهینه استفاده شده است، در سرعت 70m/s مورد مقایسه قرار داده‌ایم و مشاهده می‌کنیم که در پاسخ حلقه باز، دامنه ارتعاشات افزایشی بوده و سیستم ناپایدار است، اما زمانی که سیستم توسط کنترل حلقه بسته بهینه کنترل می‌شود، در کمتر از 0/2 ثانیه ارتعاشات سیستم میرا می‌شود و عملکرد خوب کنترل بهینه در مقایسه با کنترل حلقه باز نشان می‌دهد.

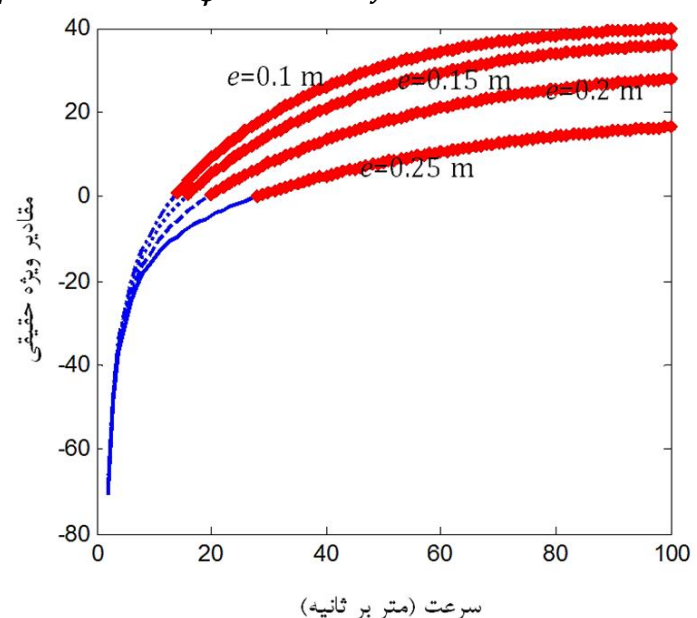
مقادیر پارامترهای طراحی را که در شبیه‌سازی نتایج از آنها استفاده کرده‌ایم، همان مقادیر ارائه شده در جدول 1 می‌باشد. برای پیدا کردن مرزهای پایداری از بخش حقیقی دو ریشه مختلط استفاده می‌کنیم. شکل 6 مرزهای پایداری را برای طول‌های مختلف بازوی اتصال ارباه فرود (0/15, 0/1m, 0/25, 0/2) نشان می‌دهد و قسمت‌های ناپایدار با رنگ قرمز مشخص شده‌اند. چنانچه مشاهده می‌شود در بهترین حالت مرز پایداری برای بازوی اتصال با طول (e=0/25 m)، کمتر از 30m/s می‌باشد. که اهمیت کنترل این ارتعاشات در سرعت‌های بالا را گوشزد می‌کند.

در شکل 7 پایداری ارتعاشات شیمی ارباه را در حالت کنترل حلقه باز و با استفاده از معادلات غیرخطی، با کنترل حلقه بسته سیستم که در کنترل آن از بهره کنترلی رابطه (42) استفاده شده است، مورد مقایسه قرار داده‌ایم و مشاهده می‌کنیم که در پاسخ حلقه باز سیستم ناپایداری را نشان می‌دهد، در حالی که زمانی که سیستم توسط کنترل حلقه بسته کنترل می‌شود، سیستم به سمت پایداری پیش می‌رود.

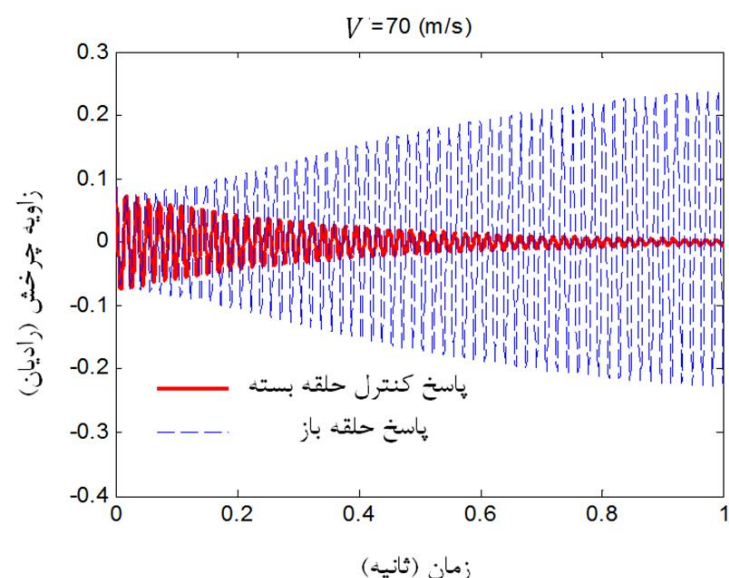
$$K = [-1248 \quad 45 \quad 12351] \quad (42)$$

شکل 8 تأثیر استفاده از رؤیت‌گر حالت را در کاهش ارتعاشات شیمی نشان می‌دهد که با استفاده از ماتریس رؤیت‌گر حالت طراحی شده در رابطه (35) و ماتریس کنترل‌گر بهینه طراحی شده رابطه (34) با در نظر گرفتن شرایط اولیه به صورت رابطه (43) بدست آمده است. مشاهده می‌شود که میزان این ارتعاشات در کمتر از 0/2 ثانیه به سمت صفر میل می‌کند و این عملکرد خوب رؤیت‌گر طراحی شده و ادغام آن با کنترل‌گر بهینه را نشان می‌دهد.

$$\begin{aligned} \psi(0) &= 0.1, \dot{\psi}(0) = 0, y(0) = 0, \\ e_{\psi}(0) &= 0.1, e_{\dot{\psi}}(0) = 0, e_y = 0 \end{aligned} \quad (43)$$

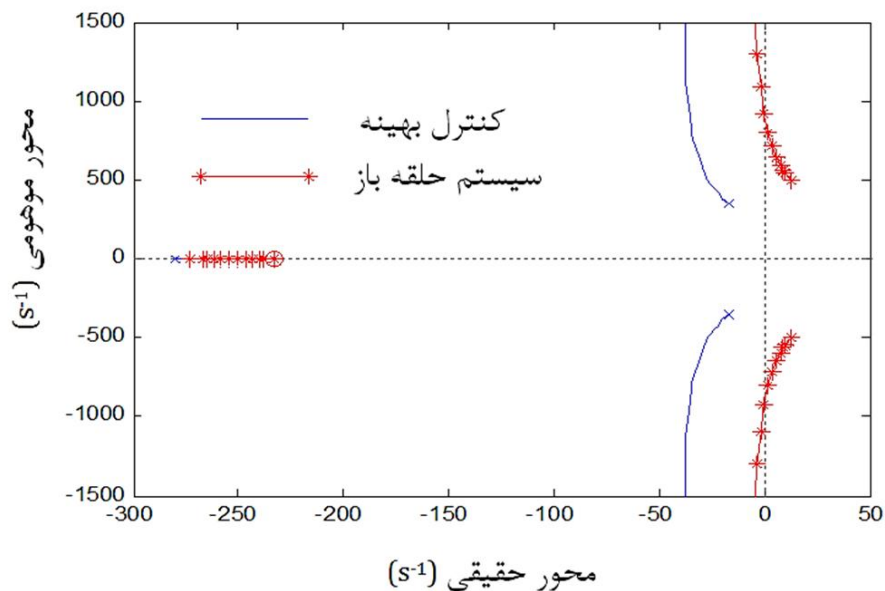


شکل 6 بررسی مرزهای پایداری به ازای طول‌های مختلف بازوی اتصال ارباه فرود (e= 0/25, 0/2, 0/15, 0/1m)



شکل 7 مقایسه پاسخ حلقه باز سیستم و کنترل حلقه بسته آن



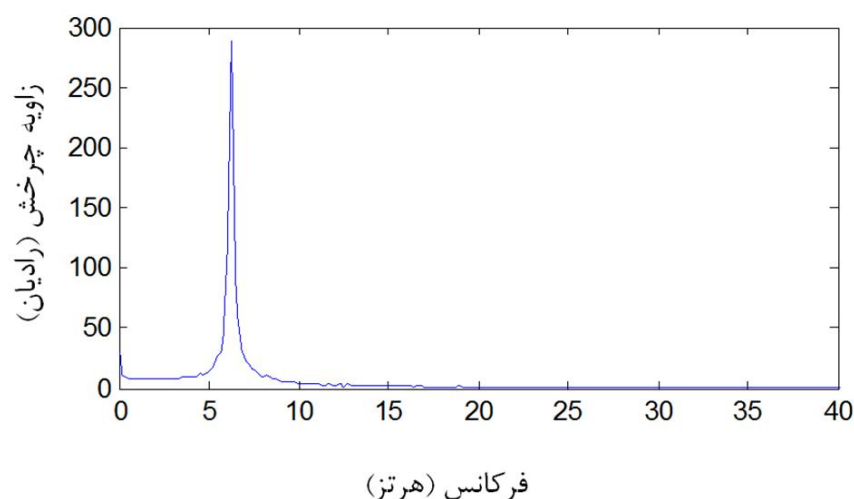


شکل 13 نحوه قرارگرفتن قطب‌های سیستم خطی سازی شده و اثر سیستم کنترلی بهینه بر پایداری آن

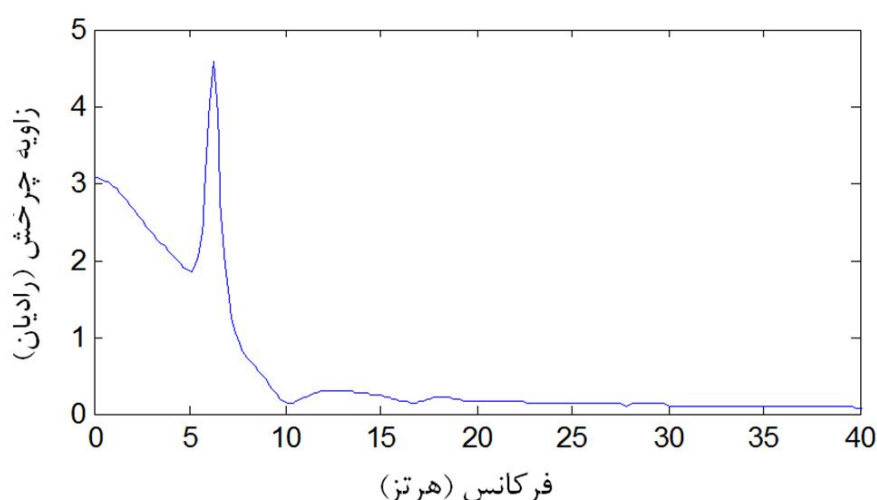
شکل‌های 14 و 15 طیف فرکانسی ارتعاشات شیمی را در حالت پاسخ غیر-خطی و کنترل بهینه، نشان می‌دهد و چنانچه مشاهده می‌شود در هر دو نمودار حداکثر مقدار در محدوده فرکانس 5 تا 7 هرتز می‌باشد، با این تفاوت که این مقدار حداکثری در پاسخ حلقه باز غیرخطی بسیار بیش‌تر از پاسخ کنترل بهینه می‌باشد.

در شکل‌های 16 و 17 نیز پاسخ سیستم کنترلی پیوسته و گسسته، نسبت به ورودی ضربه نشان داده شده است. گام زمانی نمونه‌برداری در کنترل دیجیتال 0/01 و 0/004 ثانیه در نظر گرفته شده است که مشاهده می‌گردد پاسخ‌های سیستم گسسته و پیوسته با افزایش نرخ نمونه‌برداری به هم نزدیک‌تر می‌شوند.

کنترل نیمه فعال این ارتعاشات با کنترل بهینه در [22] مقایسه شده است که در شکل 18 مشاهده می‌گردد. شکل 18 عملکرد بهتر کنترل بهینه را نسبت به کنترل نیمه فعال تأیید می‌کند.

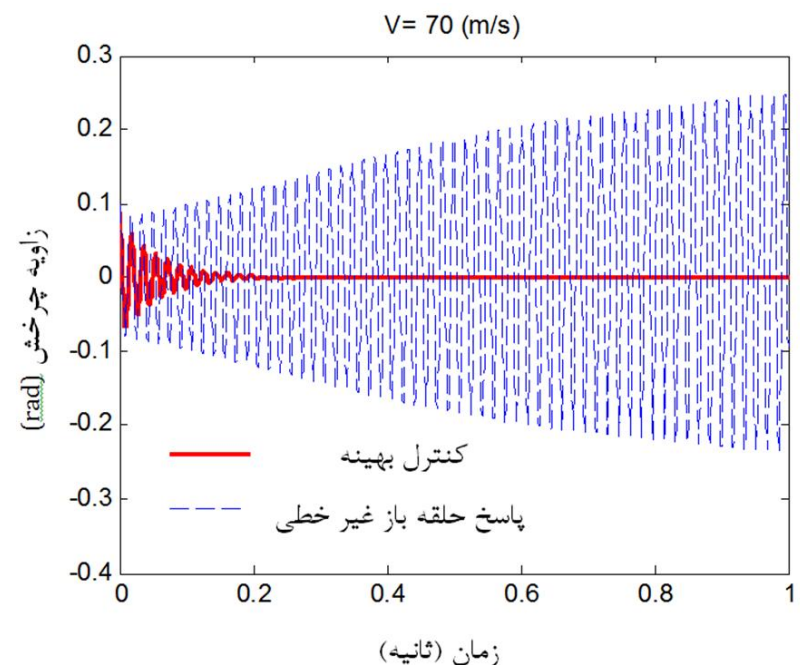


شکل 14 نمودار طیف فرکانسی سیستم غیرخطی

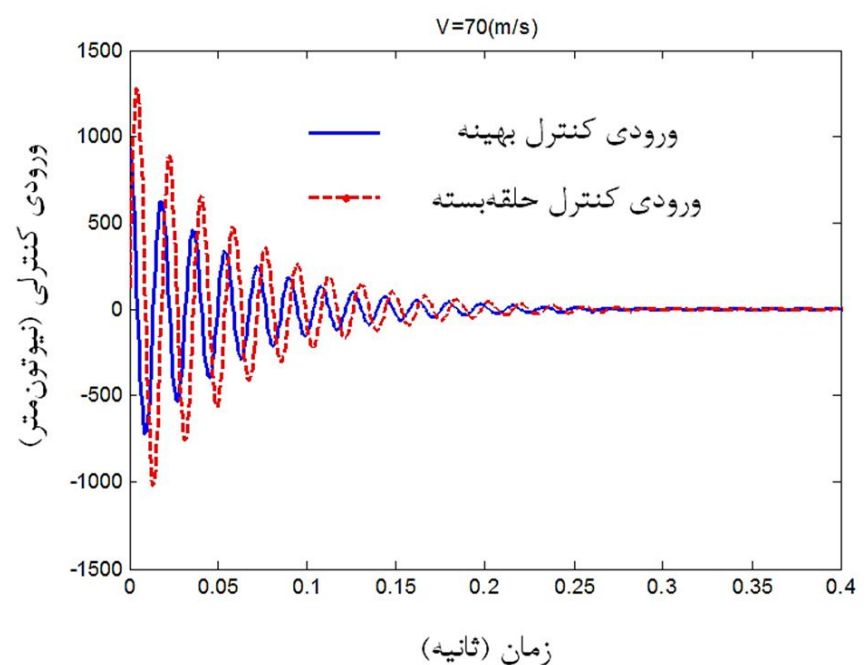


شکل 15 نمودار طیف فرکانسی سیستم کنترل شده با کنترل گر بهینه

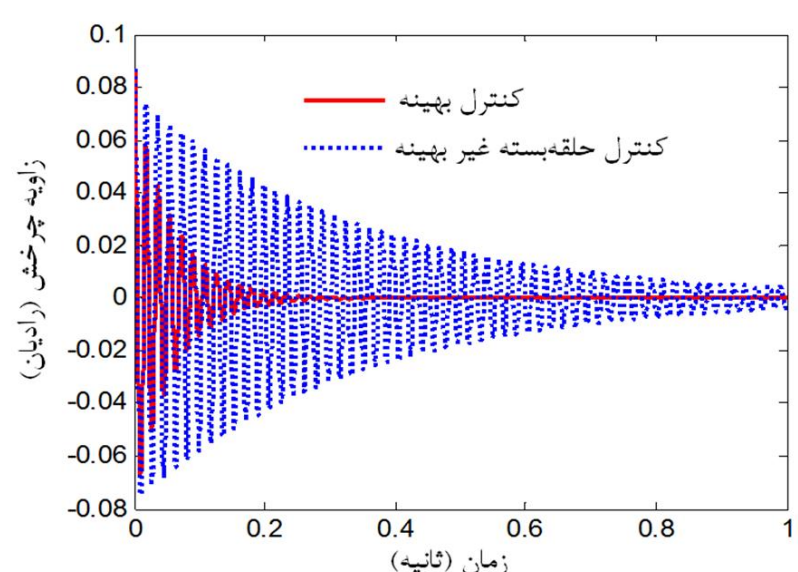
در شکل‌های 11 و 12 ابتدا ورودی کنترلی در کنترل حلقه بسته و کنترل بهینه نشان داده شده است که ملاحظه می‌گردد ورودی کنترل بهینه کمتر است. چنانچه در شکل 12 مشاهده می‌شود کنترل بهینه در مقایسه با کنترل حلقه بسته، به ازای ورودی کنترلی کمتری، پاسخ بهتری می‌دهد. شکل 13 مقایسه‌ای بین جای‌گیری قطب‌ها را در حالت کنترل حلقه باز و کنترل بهینه نشان می‌دهد. در ابتدا دو قطب سیستم ناپایدار بوده و با اعمال کنترل حلقه بسته بهینه تمام قطب‌های سیستم در حالت پایدار و سمت چپ محور موهومی قرار می‌گیرند.



شکل 10 مقایسه عملکرد سیستم کنترلی بهینه با پاسخ حلقه باز سیستم غیرخطی در سرعت 70m/s



شکل 11 مقایسه ورودی کنترلی حلقه بسته و کنترل بهینه



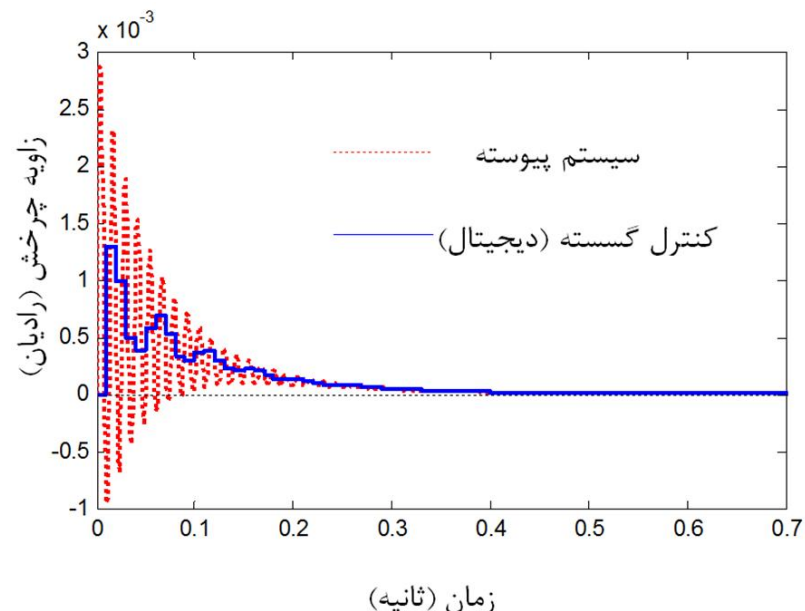
شکل 12 مقایسه عملکرد سیستم کنترلی بهینه با پاسخ حلقه بسته سیستم خطی-سازی شده



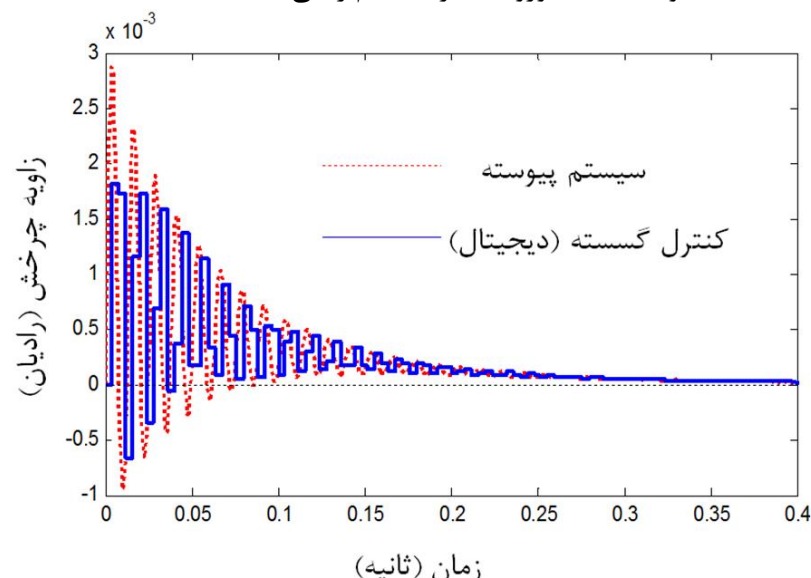
سیستم پرداخته شد؛ پس از آن برای بهینه کردن کنترل از روش کنترلی بهینه تنظیم کننده خطی درجه دوم استفاده شد. برای تخمین حالت‌هایی از سیستم که ممکن است حسگرها نتوانند اندازه‌گیری کنند، رؤیت‌گر حالت طراحی شد. کنترل‌گر و رؤیت‌گر بر روی سیستم واقعی (غیرخطی) اعمال شد. برای نشان دادن برتری کنترل بهینه، پاسخ و همچنین ورودی‌های کنترل بهینه و کنترل حلقه بسته با هم مقایسه، و در شبیه‌سازی نتایج نشان داده شد که کنترل بهینه با وجود نسبت کمتر ورودی، پاسخی بهتر و سریع‌تر از کنترل‌گر حلقه بسته دارد. در نهایت نیز برای بررسی کنترل دیجیتال، پاسخ سیستم را در حالت گسسته و پیوسته نسبت به ورودی ضربه با گام‌های زمانی 0/01 و 0/004 ثانیه مورد مقایسه قرار داده، و مشاهده شد که با افزایش نرخ نمونه‌گیری، پاسخ سیستم گسسته به سیستم پیوسته نزدیک خواهد شد.

### 11- منابع

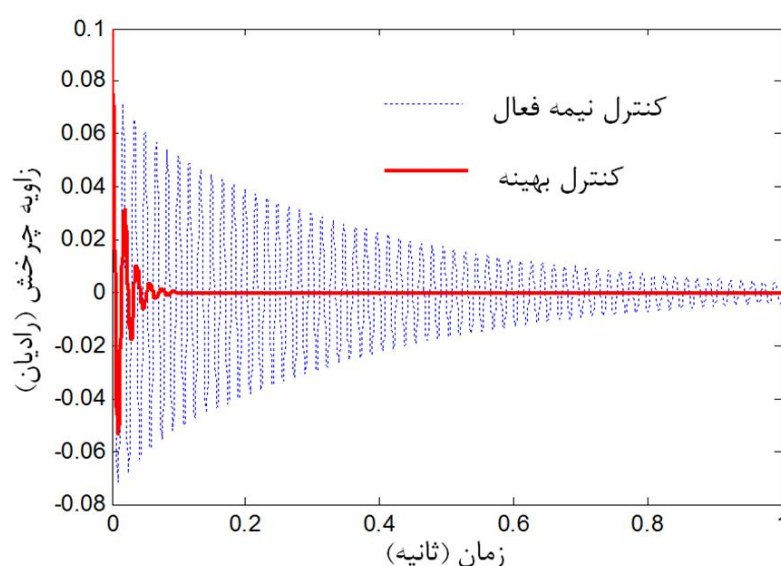
- [1] I. J. M. Besselink, Shimmy of aircraft main landing gears, *TU Delft, Delft University of Technology*, 2000.
- [2] H. Haddadpour, S. Bornassi, The Shimmy Vibration Analysis of Aircraft Landing Gear, *Journal of Aeronautical Engineering(Issue 2)*, 2012. (In Persian)
- [3] W. Krabacher, A review of aircraft landing gear dynamics, in *81st Meeting of the AGARD Structures and Materials Panel*, 1995.
- [4] N. K. Sura, S. Suryanarayan, Lateral stability of aircraft nose-wheel landing gear with closed-loop shimmy damper, *Journal of Aircraft*, Vol. 46, No. 2, pp. 505-509, 2009.
- [5] D. Takacs, G. Orosz, G. Stepan, Delay effects in shimmy dynamics of wheels with stretched string-like tyres, *European Journal of Mechanics-A/Solids*, Vol. 28, No. 3, pp. 516-525, 2009.
- [6] H.b. GU, Y.l. Ding, Z. Yao, J.h. Zhang, M. Xiong, L.g. Gong, Simulation of aircraft wheel shimmy, *ACTA Aeronautica ET Astronautica Sinca-Series A And B*, Vol. 22, pp. 362-365, 2001.
- [7] B. Spencer Jr, S. Nagarajaiah, State of the art of structural control, *Journal of structural engineering*, Vol. 129, No. 7, pp. 845-856, 2003.
- [8] J. Pritchard, An overview of landing gear dynamics, *NASA Langley RC*, 1999.
- [9] G. Somieski, Shimmy analysis of a simple aircraft nose landing gear model using different mathematical methods, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 1, No. 8, pp. 545-555, 1997.
- [10] B. Von Schlippe, R. Dietrich, Shimmying of a pneumatic wheel, *Lilienthal-Gesellschaft fur Luftfahrtforschung, Bericht*, Vol. 140, pp. 125-160, 1941.
- [11] P. Thota, B. Krauskopf, M. Lowenberg, Interaction of torsion and lateral bending in aircraft nose landing gear shimmy, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 57, No. 3, pp. 455-467, 2009.
- [12] E. Atabay, I. Ozkol, Stability analysis of a landing gear mechanism with torsional degree of freedom, *Global Journal of Researches in Engineering, Aerospace engineering*, Volume 12 Issue 1 Version 1.0, 2012.
- [13] S. Ambalaparambil, Aircraft landing gear simulation and control, *Master of Science in Mechanical Engineering*, 2003.
- [14] W. Kruger, I. Besselink, D. Cowling, D. Doan, W. Kortum, W. Krabacher, Aircraft landing gear dynamics: simulation and control, *Vehicle System Dynamics*, Vol. 28, No. 2-3, pp. 119-158, 1997.
- [15] L. G. Horta, R. H. Daugherty, V. J. Martinson, Modeling and validation of a Navy A6-Intruder actively controlled landing gear system, *Citeseer*, 1999.
- [16] L. Palladino, G. Duc, R. Pothin, LPV control for  $\mu$ -split braking assistance of a road vehicle, in *Decision and Control, European Control Conference. CDC-ECC'05. IEEE*, pp. 2664-2669, 2005.
- [17] P. Thota, B. Krauskopf, M. Lowenberg, Shimmy in a nonlinear model of an aircraft nose landing gear with non-zero rake angle, *6th EUROMECH Nonlinear Dynamics Conference, ENOC*, 2008.
- [18] D. Chen, G. Hong-bin, and W. Hao, Application of magneto-rheological (MR) damper in landing gear shimmy, *Systems and Control in Aeronautics and Astronautics (ISSCAA)*, 2010.
- [19] B. D. Anderson, J. B. Moore, Optimal control: linear quadratic methods: *Courier Corporation*, 2007.
- [20] K. Ogata, *Modern control engineering*, Fifth Edition, pp. 793-806, 2010.
- [21] G. F. Franklin, J. D. Powell, M. L. Workman, Digital control of dynamic systems: Addison-wesley Menlo Park, 1998.
- [22] H. Tourajizadeh, S. Zare, A. Farshbaf, S.A.A. Hosseini, Optimal Control of Shimmy vibration in Aircraft Nose Landing Gear, *Conference of Iranian Aerospace Society*, 2015. (In Persian).



شکل 16 مقایسه عکس العمل سیستم حلقه بسته ی پیوسته و گسسته به ورودی ضربه با گام زمانی 0/01 ثانیه



شکل 17 مقایسه عکس العمل سیستم حلقه بسته ی پیوسته و گسسته به ورودی ضربه با گام زمانی 0/004 ثانیه



شکل 18 مقایسه عملکرد کنترل بهینه فعال و نیمه فعال [22]

### 10- نتیجه گیری

در این پژوهش، در ابتدا با استفاده از معادلات غیرخطی ارتعاشات شیمی ارباه فرود دماغه هواپیما، پایداری ارتعاشات شیمی با استفاده از تابع لیاپانوف بررسی شد. پس از خطی‌سازی معادلات غیرخطی این ارتعاشات، بار دیگر پایداری را برای طول‌های مختلف بازوی اتصال ارباه بررسی کرده و مشاهده شد که در بهترین حالت، یعنی طول ارباه فرود 0/25 متر، این ارتعاشات تنها در سرعت‌های کمتر از 30 متر بر ثانیه پایدار هستند و اهمیت کنترل ارتعاشات برای سرعت‌های بالا مشخص شد. بنابراین ابتدا با بررسی کنترل‌پذیری و رؤیت‌پذیری سیستم، مشخص شد که سیستم هم کنترل‌پذیر و هم رؤیت‌پذیر است، بدین ترتیب، به طراحی کنترل‌گر و رؤیت‌گر برای کنترل