



# یک الگوریتم کارای پایه میکرومکانیکی جهت پیش‌بینی پاسخ کامپوزیت‌های زمینه فلزی فعال شده با الیاف آلیاژ حافظه‌دار

سیامک مقبلی<sup>1</sup>، محمدجواد محمودی<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

2- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

\*تهران، صندوق پستی 167651719، mj\_mahmoudi@sbu.ac.ir

## اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 05 خرداد 1394

پذیرش: 20 مرداد 1394

ارائه در سایت: 08 شهریور 1394

کلید واژگان:

کامپوزیت تقویت شده با الیاف آلیاژ حافظه‌دار

میکرومکانیک

برنامه نویسی شی گرای

خواص حافظه‌شکلی

## چکیده

در این مقاله با اعمال یک شیوه نوین برنامه‌نویسی و استفاده از یک مدل تحلیلی میکرومکانیکی سه‌بعدی رفتار ترمومکانیکی کامپوزیت‌های فعال شده با الیاف آلیاژ حافظه‌دار تحت بارگذاری خارج از محور چرخه‌ای استخراج می‌شود. شی گرای و اصول کاربردی آن بر مدل میکرومکانیکی پیاده‌سازی می‌شود و با استفاده از روش حل عددی غیرخطی نیوتن-رافسون پاسخ کامپوزیت در بازه‌های مختلف دمایی تعیین می‌گردد. جهت دستیابی به پاسخی بهینه ضریب همگرایی در روش حل غیرخطی نیوتن-رافسون استفاده می‌شود. المان حجمی نماینده کامپوزیت از دو فاز شامل الیاف آلیاژ حافظه‌دار و زمینه فلزی تشکیل می‌شود. رفتار زمینه به صورت ویسکوپلاستیک و رفتار الیاف به صورت غیرخطی غیرالاستیک براساس مدل لاگوداس در نظر گرفته می‌شود که قادر به مدل‌سازی استحاله فاز آلیاژ حافظه‌دار و رفتار سوپرالاستیک آلیاژ حافظه‌دار است، همچنین آرایش الیاف در زمینه به صورت توزیع اتفاقی در نظر گرفته می‌شود. پاسخ‌های ترمومکانیکی کامپوزیت در بازه‌های دمایی مختلف جهت نمایش خواص حافظه‌شکلی و سوپرالاستیسته الیاف حافظه‌دار بررسی می‌گردند. در این راستا ابتدا کامپوزیت تحت بارگذاری و باربرداری چرخه‌ای مکانیکی قرار می‌گیرد و سپس تحت بارگذاری حرارتی قرار می‌گیرد. خاصیت حافظه‌شکلی سیم آلیاژ حافظه‌دار و کامپوزیت مورد مقایسه قرار می‌گیرد و اثرات نیروهای به وجود آمده در کامپوزیت فعال، به وسیله مقیدسازی محوری کامپوزیت بررسی می‌شود و همچنین اثرات زاویه‌داری الیاف نشان داده می‌شود. مقایسه نتایج تحقیق حاضر با تحقیقات موجود در دسترس پیشین، تطابق بسیار خوبی را نشان می‌دهد.

## An efficient micromechanics based algorithm to predict the response of metal matrix composites activated with shape memory alloy fiber

Siamak Moghbeli, Mohammad Javad Mahmoodi\*

Faculty of Mechanical and Energy Engineering, Shahid Beheshti University, A.C., Tehran, Iran

\* P.O.B. 167651719 Tehran, mj\_mahmoudi@sbu.ac.ir

## ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 26 May 2015  
Accepted 11 August 2015  
Available Online 30 August 2015

### Keywords:

Shape memory alloy fiber reinforced composite  
Micromechanics  
Object oriented programming  
Shape memory properties

## ABSTRACT

In this paper, by applying a new programming mode, thermomechanical behavior of activated composite with shape memory alloy fiber is extracted subjected to cyclic off axis loading using a 3D analytical micromechanical model. Object-orientation and its applied principles are implemented on the micromechanical model and response of the composite is determined by Newton-Raphson nonlinear numerical solution method at different thermal interval. In order to achieve an optimal response, a factor such as convergence coefficient in the Newton - Raphson nonlinear solution method is employed. Representative volume element of the composite consists of two-phases including shape memory alloy fiber and metal matrix. behavior of the metallic matrix is considered as viscoplastic while shape memory alloys is assumed nonlinear inelastic based on Lagoudas model which is able to model phase transformation and super elastic behavior of the shape memory alloys. Moreover, arrangement of fibers within the matrix is considered randomly. Thermo mechanical responses of composite at different temperature ranges are investigated to display the shape memory effect and super elasticity properties of shape memory fiber. In this regard, at the first, the composite system is exposed to cyclic mechanical loading and unloading and then exposed to thermal loading. Shape memory effect, property of shape memory wire and composite are compared and the effects of forces within the active composite induced via axially constraining the composite are investigated. Furthermore, the effect of fiber orientation is illustrated. Comparison between the present research results and previous available researches shows good agreement.

Please cite this article using:

S. Moghbeli, M. J. Mahmoodi, An efficient micromechanics based algorithm to predict the response of metal matrix composites activated with shape memory alloy fiber, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 10, pp. 67-77, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

## 1- مقدمه

مواد مرکب زمینه فلزی به دلیل به دلیل خواص مکانیکی و فیزیکی فوق‌العاده به‌عنوان موادی مناسب و پرکاربرد برای صنایع خودروسازی و بسیاری از کاربردهای مهندسی دیگر به‌کار می‌روند [1]. در میان آن‌ها مواد مرکب زمینه آلومینیومی به دلیل چگالی پایین و روش تولید آسان به همراه قیمت پایین، یکی از بهترین نمونه‌های کامپوزیت‌های زمینه فلزی است. از جمله خصوصیات قابل توجه آن‌ها می‌توان به مدول الاستیک بالا و مقاومت بالا و هزینه به نسبت پایین مورد استفاده قرار می‌گیرند. تقویت‌کننده‌ها در زمینه فلزی می‌توانند پیوسته و به صورت الیاف بلند باشند و یا به صورت غیرپیوسته و الیاف کوتاه و دزه در نظر گرفته شوند که بسیاری از این تقویت‌کننده‌ها از مدل‌های سرامیک‌ها مانند SiC و Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> است [1]. یکی از راه‌های اعمال و استفاده از آلیاژهای حافظه‌دار افزودن آن‌ها به کامپوزیت‌هاست که سبب بهینه‌سازی خواص می‌شود [2].

آلیاژهای حافظه‌دار به واسطه این‌که تداعی‌کننده رفتار موجودات زنده هستند، هوشمند نامیده می‌شوند. این رفتار به‌واسطه جبران تغییر شکل پلاستیک با استفاده از افزایش دما صورت می‌پذیرد. به عبارت دیگر در صورتی که آلیاژ حافظه‌دار دچار تغییر شکل پلاستیک شود می‌توان با افزایش دما جبران کرد و آلیاژ را به شکل اولیه خود بازگرداند [3]. سقف کرنش‌های به وجود آمده می‌تواند تا 10 درصد باشد [4]. پدیده حافظه‌داری به دلیل استحاله جامد بدون نفوذ بین فاز دمای بالای آستنیت و فاز دمای پایین مارتنزیت است. آلیاژ حافظه‌دار با چهار مشخصه دمایی  $M_s$  و  $M_f$  به ترتیب دماهای آغاز و پایان استحاله مارتنزیتی و  $A_s$  و  $A_f$  نیز به ترتیب دماهای آغاز و پایان استحاله آستنیتی معرفی می‌شود [5].

اثر حافظه‌داری یک‌راهه<sup>1</sup>، دوراهه<sup>2</sup> و خاصیت فوق‌کشسان<sup>3</sup> از جمله خاصیت‌های دیگر آلیاژ حافظه‌دار است که در شرایط مختلف از خود نشان می‌دهد. منشاء هر دو خاصیت حافظه‌داری و فوق‌کشسانی در آلیاژهای حافظه‌دار، مشترک است و به دلیل استحاله جامد بدون نفوذ بین فاز دمای بالای آستنیت و فاز دمای پایین مارتنزیت. آلیاژ قادر است تا شکل خود را در دو حالت آستنیتی (دما بالا) و مارتنزیتی (دما پایین) به یاد بسپارد که این ویژگی در آلیاژهای حافظه‌دار دوراهه مشاهده می‌شود. در حالت حافظه‌داری یک‌راهه پس از ایجاد تغییر شکل در آلیاژ با افزایش دما می‌توان تغییر شکل به‌وجودآمده را جبران کرد، ولی اعمال سرمایه‌گذاری تغییر در شکل آلیاژ ایجاد نمی‌کند [6].

مدل‌سازی آلیاژهای حافظه‌دار با سه دسته میکرو، میکرو-ماکرو و ماکرو مورد بررسی قرار می‌گیرد. در میان مدل‌های بیان‌شده، مدل‌های ماکرو به دلیل سادگی و سازگاری با روش‌های محاسباتی در کاربردهای مهندسی مناسب بوده و مورد استفاده قرار گرفته‌اند. این مدل‌ها برای توصیف سینیتیک ساختاری حاکم بر استحاله فاز مارتنزیت و جهت‌گیری متغیرهای مارتنزیتی معمولاً از قوانین ساختاری مکانیکی استفاده می‌کنند. از آنجایی که نیروی بازایی حاصل از المان حافظه‌دار مقید، در جهت تغییر شکل اعمال می‌شود، می‌تواند موجب تولید کار شود؛ بنابراین المان حافظه‌دار می‌تواند به‌عنوان عملگر حرارتی عمل کند که در این المان، انرژی حرارتی به‌طور مستقیم به انرژی مکانیکی تبدیل می‌شود [7]. بوید و لاگوداس [8] مدلی سه‌بعدی و با در نظر گرفتن کسر حجمی مارتنزیت به‌عنوان متغیر داخلی که

نمایان‌گر اثرات تغییر فاز و ارتباط این تغییر فاز با کرنش‌های غیرالاستیک ایجادشده در سیم آلیاژ حافظه‌دار است، ارائه کردند. آن‌ها تابع سختی خطی را برای سینیتیک ساختاری استحاله فاز مارتنزیتی در نظر گرفتند. لاگوداس و همکاران [9] مدل سه‌بعدی که براساس مدل بوید و لاگوداس [8] بنا شده بود را ارائه و پاسخ کامپوزیت فعال‌شده به واسطه الیاف آلیاژ حافظه‌دار را با آرایش‌های مختلف الیاف آلیاژ حافظه‌دار بررسی کردند.

آریکیو و تایلور [10] مدلی با قابلیت در نظر گرفتن رفتار سوپرالاستیسیته آلیاژ حافظه‌دار برای حالات همراه با کرنش‌های بزرگ ارائه دادند. مدلی جامع برای شبیه‌سازی رفتار ترمودینامیکی آلیاژ حافظه‌دار با قابلیت‌های شبیه‌سازی اثر حافظه‌شکلی و سوپرالاستیسیته توسط سوزا و همکاران ارائه شد [11]. پانیکو و برینسون مدلی سه‌بعدی برای بارگذاری‌های چندمحوره تناسبی و غیرتناسبی با قابلیت‌های در نظر گرفتن استحاله فاز مارتنزیتی و جهت‌گیری مارتنزیتی ارائه کردند [12]. به تازگی سدک و همکاران [13] مدلی سه‌بعدی، برای پیش‌بینی رفتار آلیاژ حافظه‌دار با در نظر گرفتن استحاله موجود بین آستنیت و فاز R و مارتنزیت و جهت‌گیری مارتنزیت تحت بارگذاری با مسیر پیچیده و غیرتناسبی ارائه کردند.

استفاده از یک روش میکرومکانیکی مناسب جهت مدل‌سازی رفتارهای پیچیده آلیاژ حافظه‌دار در کامپوزیت‌ها لازم و ضروری به‌نظر می‌رسد [14]. مدل‌های میکرومکانیکی متعددی جهت بررسی پاسخ ترمومکانیکی کامپوزیت‌های تقویت‌شده با آلیاژهای حافظه‌دار ارائه شده است. بیرمن و همکاران [14] و سراوانس و همکاران [15]، روشی میکرومکانیکی محاسبه خواص معادل کامپوزیت‌های زمینه الاستیک با الیاف آلیاژ حافظه‌دار تحت بارگذاری حرارتی یکسان طولی ارائه کردند. آن‌ها برای پیش‌بینی رفتار آلیاژ حافظه‌دار از مدل چمیس [16] استفاده کردند. ابودی با استفاده از روش تحلیلی میکرومکانیکی و با در نظر گرفتن اثرات میکرو و ماکرو به‌صورت چندمقیاسی پاسخ کلی کامپوزیت زمینه تقویت‌شده با الیاف آلیاژ حافظه‌دار را مورد بررسی قرار داد [17]. در این میان برای مدل‌سازی رفتار آلیاژ حافظه‌دار از مدل گراز و کوزالی [18] که به‌وسیله ویتینگ [19] اصلاح شده است، استفاده کرد. گیلان و ابودی [7] روشی بر مبنای تحلیل چندمقیاسی برای بررسی پاسخ ترمومکانیکی کامپوزیت‌های تک‌جهتی زمینه فلزی/ پلیمری با الیاف آلیاژ حافظه‌دار تحت بارگذاری حرارتی ارائه کردند. ایشان برای مدل‌سازی رفتار آلیاژ حافظه‌دار از روش لاگوداس استفاده کردند. ابودی پاسخ میکرومکانیکی کامپوزیت‌های تک‌جهتی تقویت‌شده با الیاف آلیاژ حافظه‌دار را تحت تغییر شکل‌های بزرگ مورد بررسی قرار داد [20]. برای تحلیل و پیش‌بینی رفتار سوپرالاستیسیته آلیاژ حافظه‌دار از مدل [21] استفاده کرد. اثرات برهم‌کنش ترمومکانیکی و کرنش‌های غیرالاستیک ناشی از استحاله فاز در آلیاژ حافظه‌دار در کامپوزیت‌های تقویت‌شده با الیاف آلیاژ حافظه‌دار به وسیله فرید و ابودی مورد بررسی قرار گرفت [22]. در این مطالعه برای مدل‌سازی آلیاژ حافظه‌دار از مدل آریکیو [23] و روش میکرومکانیکی سلول تعمیم‌یافته با دقت بالا<sup>4</sup> مورد استفاده قرار گرفت. ماریا و ساکو روشی مبتنی بر تحلیل چندمقیاسی میکرو-ماکرو برای تحلیل کامپوزیت‌های تقویت‌شده با الیاف بلند آلیاژ حافظه‌دار ارائه کردند. تحلیل میکرومکانیکی آن‌ها شامل قرارگیری الیاف با توزیع منظم و اتفاقی در زمینه همگن الاستیک و بر مبنای محاسبات تحلیلی و عددی انجام شد [24]. آلیاژ حافظه‌دار در این پژوهش با استفاده از مدل سه‌بعدی سوزا مورد بررسی قرار گرفت. سب و

1- One- way shape memory alloy

2- Two- way shape memory alloy

3- Super elastic

4- High Fidelity Generalized Method of Cells

$L_c$  در جهت محور  $X$  و با طول ضلع  $L_r$  در جهت محور  $Y$  است. اگر متغیر  $i$  متغیر شمارنده در جهت  $X$  و  $j$  در جهت  $Y$  باشد، هر سلول با نام  $ij$  شناخته می‌شود و طول هریک از سلول‌ها در جهت  $X$  با  $a_i$  و در جهت  $Y$  با  $b_j$  و در جهت  $Z$  با 1 مشخص می‌شود.

## 2-1- رفتار ماده مرکب تحت بارگذاری محوری

براساس مدل سلول واحد برای استخراج روابط میکرومکانیکی حاکم، فرض می‌شود که مؤلفه‌های جابه‌جایی داخل هر سلول المان نماینده توابعی خطی است، همچنین فرض می‌شود که تنش‌های نرمال وارده بر المان حجمی نماینده کامپوزیت هیچ‌گونه تنش برشی داخل آن ایجاد نمی‌کند [28] و برعکس. با استفاده از معادله تنش‌های میکرو ( $\sigma_i^{ij}$ ) در سلول‌ها و تنش‌های ماکرو ( $S_l, l = x, y, z$ ) اعمالی در مرز المان نماینده رابطه (1) محاسبه می‌شود [29].

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^r \sigma_x^{1j} b_j &= S_x L_r \\ \sum_{i=1}^c \sigma_y^{1i} a_i &= S_y L_c \\ \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^c b_j (a_i \sigma_z^{ij}) &= S_z L_r L_c \end{aligned} \quad (1)$$

رابطه (2) نیز از تعادل تنش‌های عمودی در سطوح مشترک در هر دو سلول مجاور به‌دست می‌آید [30].

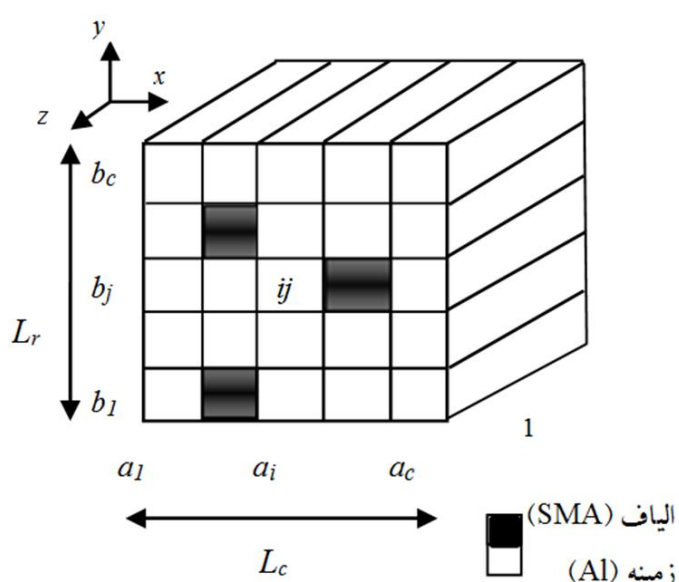
$$\begin{cases} \sigma_x^{1j} = \sigma_x^{ij} (i > 1) \\ \sigma_y^{i1} = \sigma_y^{ij} (j > 1) \end{cases} \quad (2)$$

با فرض اتصال کامل بین اجزای سازنده المان حجمی کامپوزیت، تغییر مکان المان نماینده در یک جهت برابر مجموع تغییر مکان سلول‌های یک ردیف در همان جهت است، پس می‌توان رابطه (3) را نوشت [31].

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^c a_i \varepsilon_x^{i1} = \sum_{i=1}^c a_i \varepsilon_x^{ij} = L_c \bar{\varepsilon}_x (j > 1) \\ \sum_{j=1}^r b_j \varepsilon_y^{1j} = \sum_{j=1}^r b_j \varepsilon_y^{ij} = L_r \bar{\varepsilon}_y (i > 1) \\ \varepsilon_z^{ij} = \bar{\varepsilon}_z (i > 1, j > 1) \end{cases} \quad (3)$$

## 2-2- رفتار ماده مرکب تحت بارگذاری برشی

در این بخش فرض می‌شود که تنها نیروهای برشی بر المان نماینده وارد می‌شوند [32,33]. با فرض این‌که با اعمال نیروی برشی هیچ‌گونه تنش



همکاران با روشی بر مبنای همگن‌سازی که براساس استحاله فاز آلیاژ حافظه‌دار مرتب شده بود را برای تحلیل کامپوزیت‌های با الیاف آلیاژ حافظه‌دار ارائه و برای این تحلیل از روش اوانگلیستا استفاده کردند. به تازگی دامن‌پاک و همکاران با استفاده از روش المان محدود، با در نظر گرفتن الیاف آلیاژ حافظه‌دار در زمینه‌های فلزی و پلیمری، خواص کامپوزیت‌های تقویت‌شده را بررسی کردند [25]. به تازگی خلیلی و همکاران مدل میکرومکانیک مبتنی بر روش تحلیلی اشلیبی و مدل نیمه‌تجربی هالپین-سای برای پیش‌بینی خواص کامپوزیت صرفاً زمینه پلیمری اپوکسی تقویت‌شده با سیم‌های کوتاه حافظه‌دار با جهت‌گیری اتفاقی مورد استفاده قرار دادند [26]. در میان مدل‌های میکرومکانیک، مدل میکرومکانیکی سلول واحد ساده شده به دلیل دقت و سادگی و همچنین کارایی بالا، مورد توجه محققین بسیار زیادی قرار گرفته شده است؛ بنابراین در این مقاله با استفاده از مدل میکرومکانیکی سلول واحد ساده‌شده، پاسخ ترمومکانیکی کامپوزیت زمینه فلزی تقویت‌شده با الیاف آلیاژ حافظه‌دار ارائه می‌شود. آلیاژ حافظه‌دار دارای رفتاری غیرخطی است که برای مدل‌سازی آن از مدل سه‌بعدی لاگوداس استفاده می‌شود.

در این مقاله یک الگوریتم کارای پایه میکرومکانیکی جهت پیش‌بینی پاسخ کامپوزیت‌های زمینه فلزی فعال‌شده با الیاف آلیاژ حافظه‌دار ارائه می‌شود. با استفاده از شیوه نوین برنامه‌نویسی شی‌گرا<sup>1</sup> و تعریف کلاس‌های برنامه‌نویسی متعدد و استفاده از ویژگی‌های اصلی این شیوه برنامه‌نویسی مانند وراثت<sup>2</sup>، مخفی‌سازی<sup>3</sup> و چندریختی<sup>4</sup> استفاده می‌شود. در راستای حل معادلات دیفرانسیلی غیرصریح و غیرخطی آلیاژ حافظه‌دار، کلاسی شامل معادلات جبری روش سلول واحد در نظر گرفته می‌شود و با استفاده از روش حل عددی نیوتن-رافسون نتایج عددی معادلات غیرخطی آلیاژ حافظه‌دار در مدل سلول واحد ساده‌شده قرار می‌گیرند. روش میکرومکانیک سلول واحد قادر به مدل‌سازی این رفتارهای پیچیده و غیرخطی کامپوزیت‌های تقویت‌شده با الیاف آلیاژ حافظه‌دار است. المان حجمی نماینده کامپوزیت به  $r \times c \times 1$  سلول مکعبی در سه‌بعد گسترش می‌یابد. فرض اتصال کامل بین اجزای سازنده المان حجمی کامپوزیت با توجه به زمینه فلزی و الیاف آلیاژ حافظه‌دار در نظر گرفته می‌شود. الگوریتم ارائه‌شده در این مقاله جهت پیاده‌سازی روش میکرومکانیک سلول واحد ساده‌شده بر آلیاژهای حافظه‌دار است که جهت بررسی پاسخ میکرومکانیکی کامپوزیت تقویت‌شده با الیاف آلیاژ حافظه‌دار مورد استفاده قرار گرفته است. اثرات دمایی و کسر حجمی الیاف<sup>5</sup> بر پاسخ کامپوزیت بررسی می‌شود. اثر زاویه الیاف بر پاسخ میکرومکانیکی کامپوزیت بررسی می‌شود. در ادامه ابتدا معادلات ساختاری روش میکرومکانیک روش سلول واحد و معادلات ساختاری زمینه و الیاف و الگوریتم حل و پیاده‌سازی برنامه‌نویسی بیان می‌شود، سپس نتایج مربوط مورد بررسی قرار می‌گیرند.

## 2- مدل تحلیلی میکرومکانیک

شکل 1 المان حجمی نماینده کامپوزیت را با توزیع اتفاقی الیاف درون زمینه فلزی نشان می‌دهد. المان حجمی نماینده از دو فاز شامل زمینه فلزی و الیاف آلیاژ حافظه‌دار در نظر گرفته شده است [27]. در شکل 1 المان حجمی نماینده دارای  $r \times c \times 1$  سلول با طول ضلع 1 در جهت محور  $Z$  و با طول ضلع

1- Object Oriented Programming  
2- Inheritance  
3- Encapsulation  
4- Polymorphism  
5- Fiber Volume Fraction

نرمالی در داخل سلول ها ایجاد نمی‌شود؛ بنابراین در هر سلول سه مؤلفه تنش مجهول وجود خواهد داشت.

$$\sigma^{ij} = \begin{Bmatrix} \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix}^{ij} \quad (4)$$

همچنین تغییر درجه حرارت سبب ایجاد کرنش برشی نمی‌شود [26].

برای تعادل مابین تنش‌های برشی اعمالی و تنش‌های برشی داخلی سلول‌ها باید رابطه (5) برقرار باشد.

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^r b_j \tau_{xz}^{ij} = L_r \bar{\tau}_{xz} \\ \sum_{i=1}^c a_i \tau_{yz}^{ij} = L_c \bar{\tau}_{yz} \\ \tau_{xy}^{ij} = \bar{\tau}_{xy} \end{cases} \quad (5)$$

سازگاری کرنش‌ها در داخل هر سلول را می‌توان با رابطه (6) نوشت

[34,33].

$$\begin{cases} \varepsilon_{yz}^{1j} = \varepsilon_{yz}^{ij} (i > 1) \\ \varepsilon_{xz}^{i1} = \varepsilon_{xz}^{ij} (j > 1) \end{cases} \quad (6)$$

تغییر مکان زاویه‌ای کل المان نماینده برابر مجموع تغییر زاویه سلول‌های یک ردیف در آن جهت است که به‌صورت معادله (7) نشان داده می‌شود [26].

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^c a_i \varepsilon_{xz}^{i1} = L_c \bar{\varepsilon}_{xz} \\ \sum_{i=1}^c b_j \varepsilon_{yz}^{1j} = L_r \bar{\varepsilon}_{yz} \\ \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^c a_i b_j \varepsilon_{xy}^{ij} = L_c L_r \bar{\varepsilon}_{xy} \end{cases} \quad (7)$$

که در نهایت با استفاده از روابط بالا می‌توان روش سلول واحد را برای

ماده‌ای که تحت بارگذاری برشی و نرمال قرار گرفته است را مدل‌سازی کرد [34].

### 3- مدل‌سازی رفتار آلیاژ حافظه‌دار

معادلات ساختاری آلیاژ حافظه‌دار با استفاده از مدل لاگوداس [4] ارائه شده است. معادله سه‌بعدی برای سلول  $ij$  به‌صورت رابطه (8) بیان می‌شود.

$$\dot{\varepsilon}_{mn} = \dot{\varepsilon}_{mn}^e + \dot{\varepsilon}_{mn}^I + \dot{\varepsilon}_{mn}^{th}, \quad m, n = 1, 2, 3 \quad (8)$$

نرخ کرنش الاستیک  $\dot{\varepsilon}_{mn}^e$  مطابق قانون هوک به‌صورت رابطه (9) با نرخ

تنش  $\dot{\sigma}_{mn}$  مرتبط می‌شود.

$$\dot{\varepsilon}_{mn}^e = S_{mnkl} \dot{\sigma}_{kl} \quad (9)$$

در این رابطه  $S_{mnkl}$  تنسور نرمی حالت الاستیک است. نرخ کرنش

حرارتی  $\dot{\varepsilon}_{mn}^{th}$  به‌صورت رابطه (10) نوشته می‌شود.

$$\dot{\varepsilon}_{mn}^{th} = \alpha_{mn} \dot{T} \quad (10)$$

در این معادله  $\alpha_{mn}$  ماتریس ضرایب انبساط حرارتی است. رفتار زمینه و

الیاف به‌صورت همسان‌گرد در نظر گرفته می‌شوند و ثوابت مورد نیاز در جدول

1 ارائه می‌شود.

رفتار غیرالاستیک الیاف با استفاده از مدل لاگوداس مدل می‌شود. برای

این مواد نرخ کرنش غیرالاستیک ماده در سلول  $ij$  به‌صورت رابطه (11) بیان

می‌شود [4].

$$\dot{\varepsilon}_{mn}^I = \Lambda_{mn} \dot{\xi} \quad (11)$$

$\xi$  کسر حجمی مارتنزیت است و تابع جریان  $\Lambda_{mn}$  به‌صورت رابطه (12) تعریف می‌شود.

$$\Lambda_{mn} = \begin{cases} \frac{3H}{2\bar{\sigma}} \sigma'_{mn}, & \dot{\xi} > 0 \\ \frac{H}{\bar{\varepsilon}^I} \varepsilon'_{mn}, & \dot{\xi} < 0 \end{cases} \quad (12)$$

که در رابطه (13) داریم:

$$\begin{aligned} \sigma'_{mn} &= \sigma_{mn} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{mn} \\ \bar{\sigma} &= \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right) \sigma'_{mn} \sigma'_{mn}} \\ \bar{\varepsilon}^I &= \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right) \varepsilon'_{mn} \varepsilon'_{mn}} \end{aligned} \quad (13)$$

تنش انحرافی و تنش مؤثر و کرنش مؤثر در استحاله فازی است که به ترتیب در روابط (13) بیان شد و  $H = \varepsilon^{I \max}$  بیشترین کرنش استحاله فازی محوری است [7]. خطوط استحاله فاز مستقیم (رفت) و غیرمستقیم (برگشت) به‌صورت رابطه (14) تعریف می‌شوند.

$$\begin{aligned} A^s &= A^{os} + \frac{\sigma_{mn} \Lambda_{mn}}{H C^A} \\ A^f &= A^{of} + \frac{\sigma_{mn} \Lambda_{mn}}{H C^A} \\ M^f &= M^{of} + \frac{\sigma_{mn} \Lambda_{mn}}{H C^M} \\ M^s &= M^{os} + \frac{\sigma_{mn} \Lambda_{mn}}{H C^M} \end{aligned} \quad (14)$$

که  $A^{os}, A^{of}, M^{os}, M^{of}$  به‌ترتیب تشکیل و پایان آستنیت و مارتنزیت است که تحت شرایط آزاد بدون تنش و  $C^M$  و  $C^A$  ضرایب نفوذ مارتنزیت و آستنیت است. معادله حالت برای نرخ کسر حجمی مارتنزیت به‌صورت رابطه (15) بیان می‌شود.

$$\dot{\xi} = -\frac{R_{mn} \varepsilon_{mn} + S \dot{T}}{B} \quad (15)$$

ضرایب  $R_{mn}$  و  $S$  و  $B$  به‌صورت رابطه (16) تعریف می‌شوند.

$$\begin{aligned} R_{mn} &= C_{mnkl} \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma_{kl}} \\ S &= \frac{\partial \varphi}{\partial T} - \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma_{mn}} C_{mnkl} \alpha_{kl} \\ B &= \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma_{mn}} p_{mn} + \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \\ p_{mn} &= \frac{\partial \sigma_{mn}}{\partial \xi} \\ a^M &= \frac{\ln(0.01)}{M^s - M^f} \\ a^A &= \frac{\ln(0.01)}{A^s - A^f} \end{aligned} \quad (16)$$

$C_{mnkl}$  سفتی آلیاژ حافظه‌دار است و همان‌طور که از پیش بیان شد، به‌صورت ایزوتروپ در نظر گرفته می‌شود. تابع استحاله فاز  $\varphi$  به‌صورت رابطه (17) تعریف می‌شود [7].

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &> 0, M^f \leq T \leq M^s \\ \varphi &= \sigma_{mn} \Lambda_{mn} + H C^M (M^{os} - T - \frac{\ln(1 - \xi)}{a^M}) \\ \dot{\xi} &< 0, A^s \leq T \leq A^f \\ \varphi &= -\sigma_{mn} \Lambda_{mn} - H C^A (A^{os} - T - \frac{\ln(\xi)}{a^A}) \end{aligned} \quad (17)$$

### 4- مدل‌سازی رفتار ویسکو-پلاستیک آلومینیوم

معادلات ساختاری الاستیک-ویسکوپلاستیک سه‌بعدی [35] به‌صورت رابطه



مدل‌سازی رفتار الاستیک و ترموالاستیک و غیرالاستیک زمینه و الیاف در یک کلاس مورد تحلیل قرار می‌گیرد (کلاس رفتار الاستیک و ترموالاستیک و غیرالاستیک). این کلاس به دلیل خاصیت و مشابه کرنش‌های الاستیک و ترموالاستیک زمینه و الیاف تعریف شده است و با توجه به فراخوانی کاربر زمینه و الیاف، کرنش غیرالاستیک مورد نظر در آن قرار می‌گیرد.

مدل‌سازی رفتار ویسکوپلاستیک زمینه در کلاس دیگری به نام ویسکوپلاستیک مورد بررسی قرار می‌گیرد. این کلاس از کلاس آلیاژ حافظه‌دار مجزا بوده و دارای متغیرهای خصوصی است، ولی به دلیل لزوم قرار گرفتن در معادلات میکرومکانیکی زیرمجموعه‌ای از کلاس رفتار الاستیک و ترموالاستیک و غیرالاستیک است.

در کلاس بعدی که آخرین کلاس ارائه‌شده در بررسی پاسخ میکرومکانیکی کامپوزیت هوشمند است، کلاس روش میکرومکانیکی سلول واحد است که این کلاس به‌عنوان عملگر پاسخ میکرومکانیکی استفاده می‌شود. در این کلاس معادلات جبری روش سلول واحد با استفاده از روش حل عددی غیرخطی نیوتن-رافسون مرتب می‌گردند [37]. ابتدا به‌صورت معادلات خطا و برابر با مقدار صفر در نظر گرفته می‌شوند و سپس ماتریس  $J$  که بیانگر ماتریس ژاکوبین است، تشکیل می‌شود.

برای کنترل پاسخ میکرومکانیک و کنترل کرنش‌های به وجود آمده در زمینه و الیاف، با استفاده از روش نیوتن-رافسون ضریبی برای کنترل سرعت وراثت و همگرایی کلاس‌های تابع معادلات ساختاری در کلاس معادله میکرومکانیکی در نظر گرفته شده است که با  $\beta$  نمایش داده شده است و مقدار این محدودکننده با استفاده از روش سعی و خطا حاصل شده است. این مقدار در این مقاله  $2 \times 10^{-5}$  در نظر گرفته شده است.

در راستای ایجاد همگرایی در حل مسئله میکرومکانیک کامپوزیت تقویت‌شده با الیاف آلیاژ حافظه‌دار، گام زمانی برای حل مسئله  $10^{-5}$  در نظر گرفته می‌شود. این مقدار با استفاده از روش سعی و خطا و برای رسیدن به نتیجه مطلوب مورد استفاده قرار گرفته است.

## 6- نوع ماده

در این مطالعه کامپوزیت با زمینه فلزی با الیاف بلند آلیاژ حافظه‌دار در نظر گرفته می‌شود. فرض ایزوتروپ کامل برای زمینه و الیاف در نظر گرفته می‌شود و همه ثوابت الیاف آلیاژ حافظه‌دار و فلز مستقل از دما در است. خواص آلیاژ حافظه‌دار که ساخته‌شده از نیتینول است و فلز آلومینیوم در جدول 1 بیان‌شده است [7].

## 7- نتایج و بحث

رفتار ترمومکانیکی کامپوزیت تقویت‌شده با الیاف آلیاژ حافظه‌دار در چندین حالت تحت بارگذاری چرخه‌ای جهت نمایش خاصیت اثر حافظه‌شکلی و سوپرالاستیسیته آلیاژ حافظه‌دار نشان داده‌شده است. نتایج ارائه‌شده به دو

جدول 1 خواص زمینه آلومینیوم و الیاف آلیاژ حافظه‌دار [7]

الیاف حافظه‌دار	آلومینیوم	خاصیت
21/5	69	$E$ (GPa)
0/33	0/33	$\nu$
8/8	23/1	$\alpha$ ( $10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ )
$M^0f=5^{\circ}\text{C}, M^0s=23^{\circ}\text{C}, A^0s=29^{\circ}\text{C}, A^0f=51^{\circ}\text{C},$		
$H=0/0423, C^A=4/5 \text{ MPa}/^{\circ}\text{C}, C^M=11/3 \text{ MPa}/^{\circ}\text{C}$		
$n=31 \text{ MPa}, m=135 \text{ MPa}, Z_1=52/\text{s}, Z_0=10000D_0=10$		

(9) بیان می‌شود. نرخ کرنش الاستیک ( $\dot{\epsilon}_{mn}^e$ ) و نرخ کرنش حرارتی ( $\dot{\epsilon}_{mn}^{th}$ ) به‌صورت روابط (10، 11) محاسبه و ثوابت مورد نیاز از جدول (1) جایگزین و نرخ کرنش غیرالاستیک ماده به‌صورت رابطه (18) بیان می‌شود.

$$\dot{\epsilon}_{mn}^I = \Gamma \Sigma_{mn} \quad (18)$$

که در این رابطه  $\Sigma_{mn}$  تنش انحرافی و تابع جریان  $\Gamma$  به‌صورت رابطه (19) است.

$$\Gamma = \frac{D_0}{\sqrt{j_2}} \exp\left(-\frac{n+1}{2n} \left(\frac{Z^2}{3j_2}\right)^n\right) \quad (19)$$

که  $j_2 = \Sigma_{mn}\Sigma_{mn}/2$  نامتغیر دوم تنش انحرافی است.  $Z$  متغیر حالت است که می‌تواند به‌عنوان پارامتر وابسته به پیشینه بارگذاری در نظر گرفته شود و حالت سخت‌شده ماده نسبت به جریان پلاستیک را نشان دهد. سخت‌شوندگی ایزوتروپ  $Z$  به‌صورت رابطه (20) بیان می‌شود.

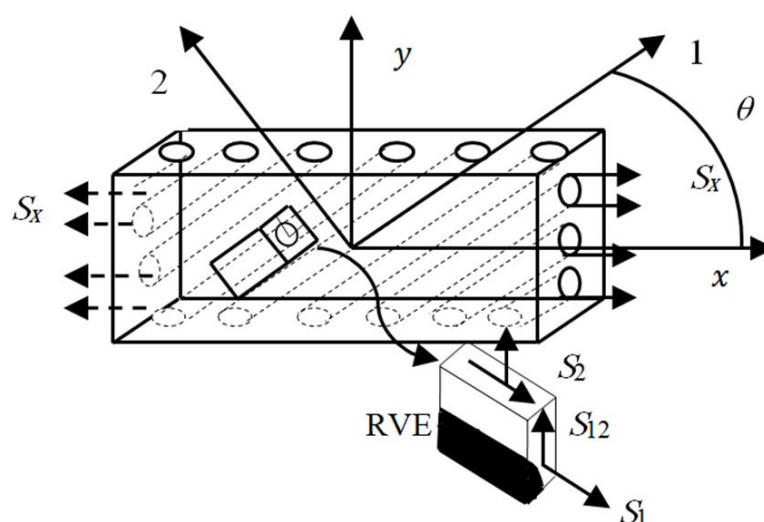
$$\dot{Z} = m(Z_1 - Z)\dot{W}_p/Z_0 \quad (20)$$

که  $\dot{W}_p$  نرخ کار پلاستیک است و  $\dot{W}_p = \sigma_{mn}\dot{\epsilon}_{mn}^I$  در معادلات (20) پارامترهای  $Z_0, Z_1, m, n$  و  $D_0$  رفتار ماده را در محدوده غیرالاستیک مشخص می‌کنند که در جدول 1 مشخص شده‌اند [7].

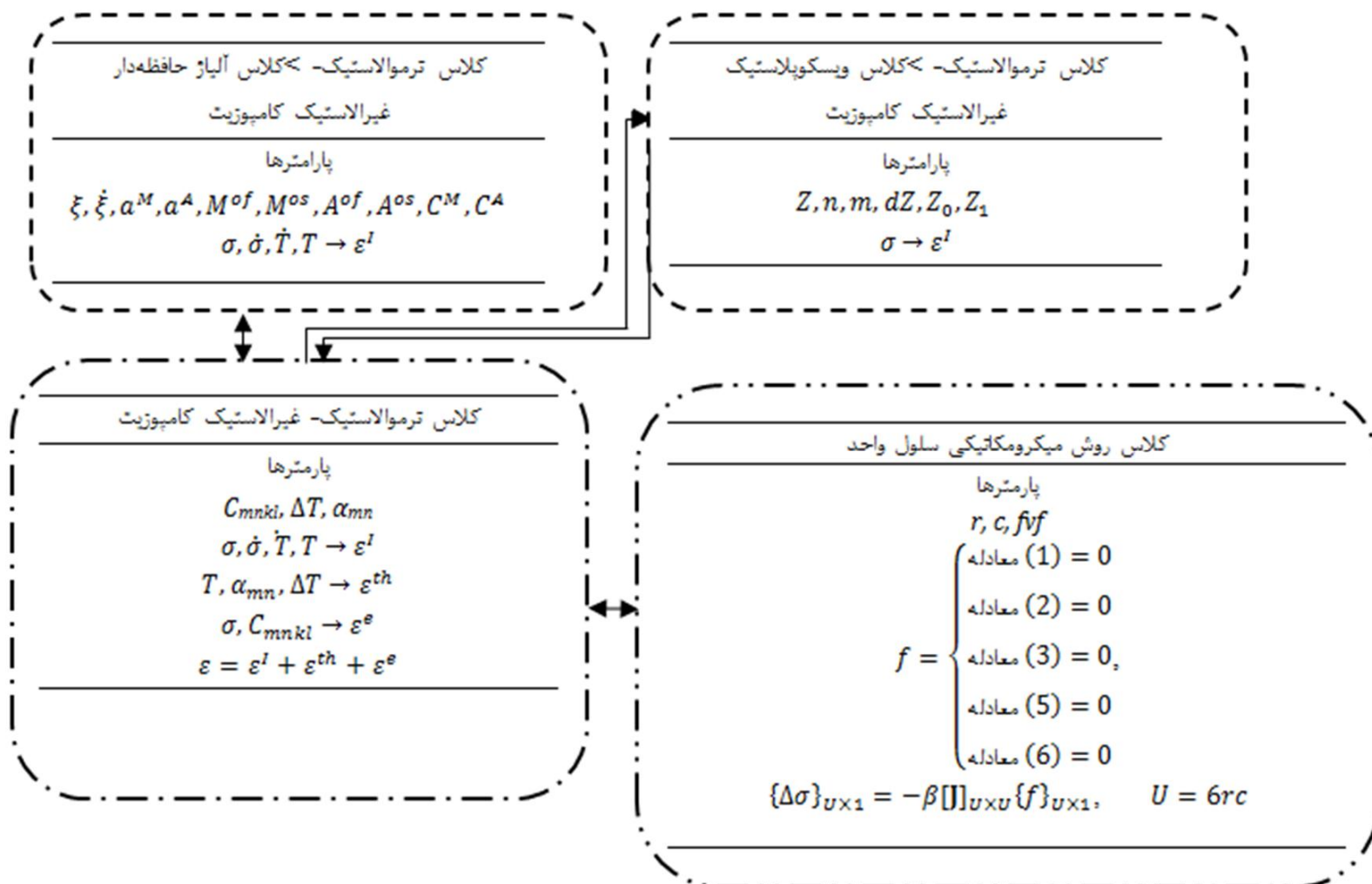
## 5- الگوریتم حل

پاسخ کلی ترمومکانیکی مواد کامپوزیتی، شامل پاسخ الاستیک، ترموالاستیک و غیرالاستیک است. در بارگذاری خارج از محور، بارگذاری بر یک نمونه المان که الیاف دارای زاویه  $\theta$  با محور  $x$  است وارد می‌شود که در شکل 2 نمایش داده شده است. روابط موجود بین محورهای کلی و محلی با استفاده از [36، 34] در نظر گرفته می‌شود.

همان‌گونه که پیش از این یاد شد در راستای محاسبه خواص ماده مرکب هوشمند از روش عددی نیوتن-رافسون جهت حل غیرخطی معادله حاکم بر کامپوزیت استفاده می‌شود [37]. حل معادله غیرخطی حاکم بر آلیاژ حافظه‌دار [4]، با استفاده از برنامه‌نویسی شی‌گرا و بر خلاف شیوه‌های روندی<sup>1</sup> متداول، کلاس‌های برنامه‌نویسی متعددی تعریف و استفاده از ویژگی‌های اصلی این شیوه برنامه‌نویسی مانند وراثت، مخفی‌سازی و چندریختی که در نمودار جریان‌ی شکل 3 نشان داده شده است، مورد بررسی قرار می‌گیرد [38]. در راستای حل معادلات دیفرانسیلی غیرصریح و غیرخطی آلیاژ حافظه‌دار کلاسی به نام آلیاژ حافظه‌دار تشکیل می‌شود که در این کلاس با استفاده از پارامترهای موجود، که در الگوریتم نشان داده می‌شود، خواص اثر حافظه‌شکلی و سوپرالاستیسیته، استخراج می‌شود.



شکل 2 کامپوزیت تحت بارگذاری خارج از محور و یک نمونه از المان نماینده حجمی

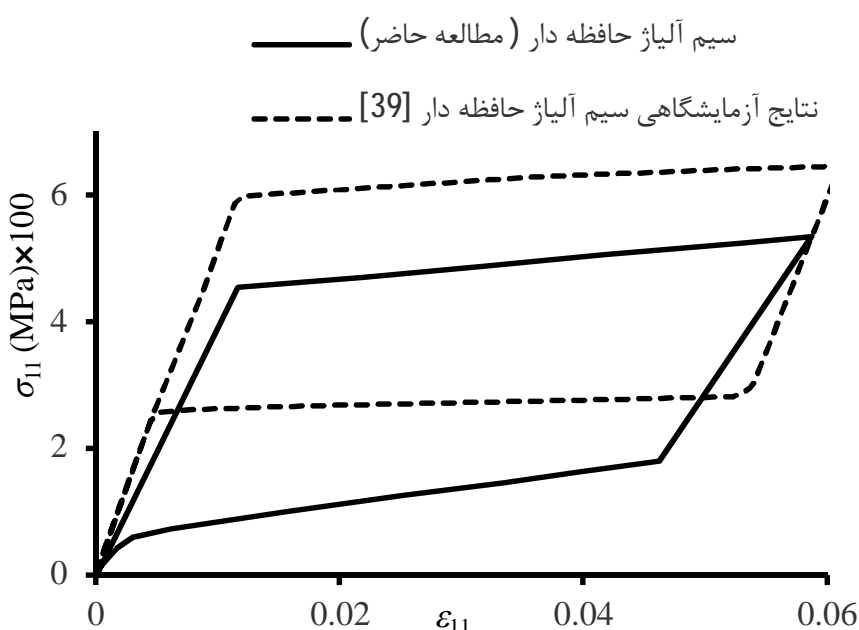


شکل 3 نمودار جریانی حل پاسخ میکرومکانیک کامپوزیت

درصد حجمی الیاف کرنش باقی‌مانده در باربرداری مکانیکی افزایش می‌یابد که در شکل 4 نشان داده شده است.

با توجه به قابلیت‌های روش میکرومکانیکی سلول واحد، تحلیلی برای حساسیت به تعداد مش یا زیرسلول در سطح المان مورد نظر در شکل 6 انجام می‌شود. با در نظر گرفتن توزیع اتفاقی الیاف الیاز حافظه‌دار در زمینه فلزی، المان حجمی نماینده با تعداد  $2 \times 2$ ،  $4 \times 4$ ،  $6 \times 6$ ،  $8 \times 8$  و  $10 \times 10$  زیرسلول گسترش می‌یابد. در این مرحله درصد حجمی الیاف در سلول کامپوزیتی 0/33 در نظر گرفته شده است.

چنان‌چه از شکل 6 مشاهده می‌شود، تعداد زیرسلول‌های سطح کامپوزیت در رفتار کلی کامپوزیت تأثیر به‌سزایی ندارد، ولی با توجه به همگرایی نتایج به تعداد مش  $10 \times 10$ ، سعی شده است که با این تعداد سلول و البته با حاشیه امنیت بالا، تحلیل‌های میکرومکانیکی کامپوزیت فعال مورد



شکل 4 پاسخ تنش کرنش محوری مدل ارائه شده با نتیجه آزمایشگاهی

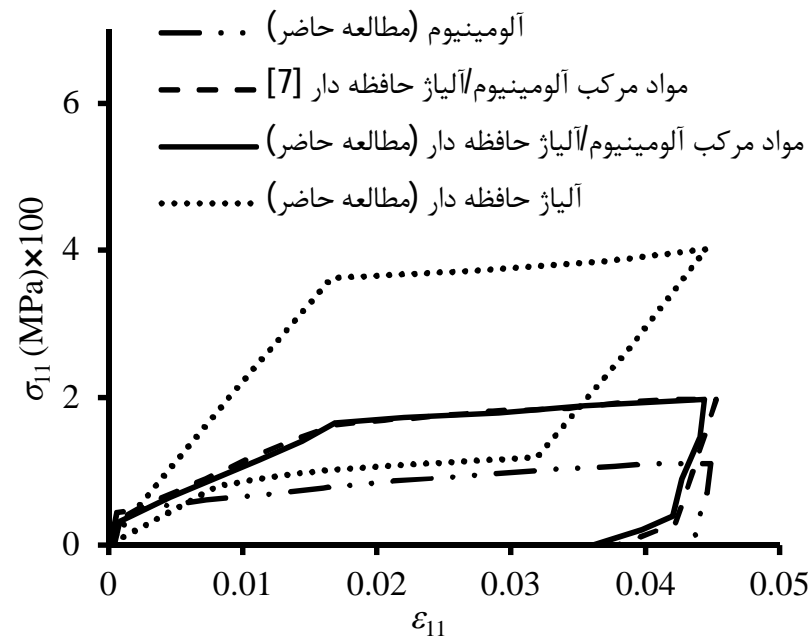
صورت مطالعات پارامتری و مطالعات مقایسه‌ای تقسیم‌بندی می‌شوند.

جهت اعتبارسنجی مدل حاضر و با توجه به عدم دسترسی به نتایج تجربی کامپوزیت با الیاف آلیاژ حافظه‌دار، پاسخ میکرومکانیکی کامپوزیت با مقدار درصد حجمی الیاف برابر یک (فقط سیم آلیاژ حافظه‌دار) با نتایج تجربی [39] موجود مورد بررسی قرار گرفته است که در شکل 4 نشان داده شده است. برای این تحلیل مکانیکی ثوابتی که در جدول 1 برای آلیاژ حافظه‌دار در نظر گرفته شده است، از [39] گرفته شده است و در معادلات ساختاری آلیاژ حافظه‌دار گذاشته شده است.

چنان‌چه از شکل 4 مشخص است روش میکرومکانیکی کنونی رفتار غیرخطی ناشی از استحاله فازی را در دمای بالاتر از محدوده آستنیتی پیروی می‌کند و قادر به ارائه رفتارهای خطی و غیرخطی آلیاز حافظه‌دار است.

جهت بررسی و صحه‌گذاری استخراج پاسخ میکرومکانیکی کامپوزیت، اثر پارامتر درصد حجمی الیاف آلیاژ حافظه‌دار که به‌عنوان پارامتری مهم در رفتار ترمومکانیکی کامپوزیت‌های هوشمند شناخته می‌شود، در دمای  $55^\circ\text{C}$  بررسی می‌شود. همان‌گونه که مشاهده می‌شود در صورتی که درصد حجمی الیاف آلیاژ حافظه‌دار برابر صفر باشد، کل المان نماینده حجمی به زمینه فلزی تبدیل می‌شود که رفتار این نمونه کامپوزیت در شکل 5 نمایش داده شده است. واضح است در صورتی که درصد حجمی الیاف برابر با مقدار یک باشد، المان نماینده حجمی به‌طور کامل به‌صورت آلیاژ حافظه‌دار است که باید در این دما دارای رفتاری چون سیم آلیاژ حافظه‌دار باشد. در این دما پیش از بارگذاری چرخه ای سیم آلیاژ حافظه‌دار در فاز آستنیتی و به همین دلیل دارای رفتاری خطی است. با افزایش بارگذاری استحاله فاز در آلیاژ حافظه‌دار آغاز می‌شود و پس از استحاله فاز کامل در سیم آلیاژ حافظه‌دار دوباره رفتاری خطی از این ماده مشاهده می‌شود. در این مرحله از بارگذاری سیم آلیاژ حافظه‌دار در فاز مارتنزیتی قرار دارد.

در این دما آلیاژ حافظه‌دار دارای رفتار سوپراالاستیسیته و مشخص است هنگام باربرداری کرنش باقی‌مانده در سیم آلیاژ حافظه‌دار صفر است. با کاهش



شکل 7 پاسخ تنش کرنش محوری کامپوزیت در دمای 55 °C

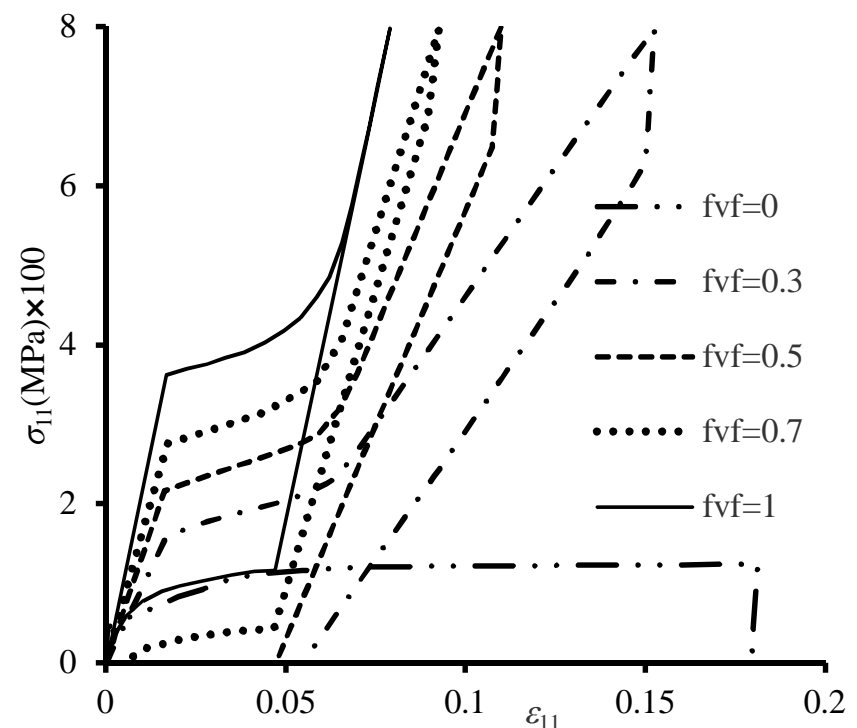
شده است؛ بنابراین شکل‌گیری پاسخ میکرومکانیکی وابسته به رفتار زمینه است.

همچنین در شکل 7 پاسخ مکانیکی آلومینیوم در دمای 55°C که تحت بارگذاری تا کرنش 0/045 قرار می‌گیرد، نشان داده شده است. پاسخ میکرومکانیکی کامپوزیت نشان می‌دهد در صورتی که بارگذاری آغاز شود، با توجه به این‌که رفتار زمینه فلزی و الیاف رفتاری مشابه است پاسخ میکرومکانیکی مانند زمینه و الیاف است. با افزایش مقدار بارگذاری کرنش زمینه به ناحیه ویسکوپلاستیک می‌رسد که در این مرحله آلیاژ حافظه‌دار دارای رفتاری خطی است و کرنش به‌وجود آمده در کامپوزیت به نسبت زمینه مقداری کمتر است. با افزایش مقدار بارگذاری در کامپوزیت استحاله فاز در آلیاژ حافظه‌دار آغاز می‌شود که این کرنش در راستای کرنش پلاستیک در زمینه است و سبب به وجود آمدن کرنشی به نسبت زیاد در پاسخ میکرومکانیکی می‌شود. الیاف آلیاژ حافظه‌دار تمایل دارند در باربرداری کرنش پسماند در کامپوزیت را به سمت صفر میل دهند که با توجه به کرنش به وجود آمده در زمینه و درصد حجمی الیاف، در باربرداری مکانیکی کرنشی به اندازه 0/035 در کامپوزیت باقی می‌ماند که این کاهش مقدار به نسبت 0/045 به دلیل رفتار سوپرالاستیسیته الیاف است [7].

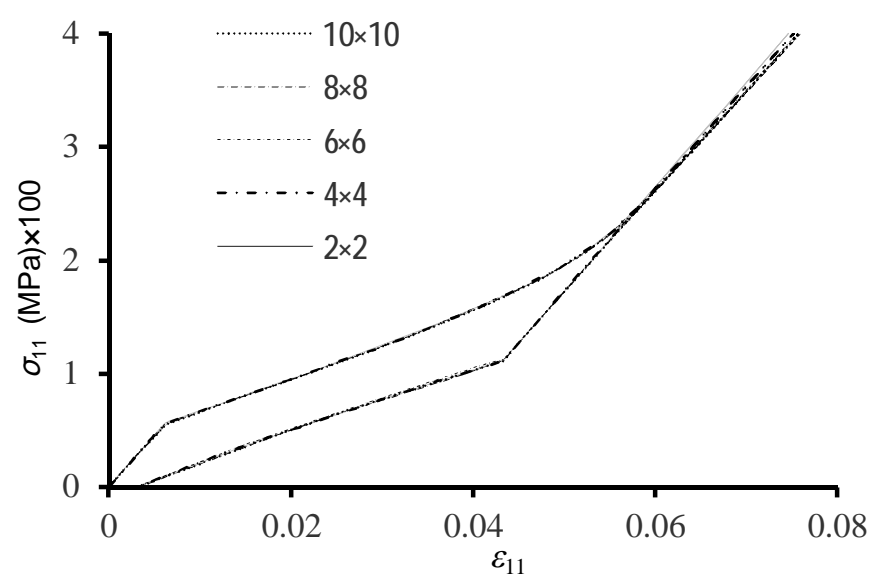
اشکال 8 و 9 رفتار کامپوزیت با الیاف بلند تک‌جهتی را تحت بارگذاری محوری به‌ترتیب در دمای 25°C و 35°C نمایش می‌دهند. در این شرایط دمایی با توجه به این‌که  $T < A_f$  است آلیاژ حافظه‌دار دارای رفتار سوپرالاستیسیته نیست، ولی به دلیل خاصیت حافظه‌شکلی، فعال‌شدن آلیاژ حافظه‌دار بر رفتار میکرومکانیکی کامپوزیت تأثیرگذار است. با توجه به این‌که درصد حجمی الیاف در سلول کامپوزیتی 0/33 کرنش باقی‌مانده در کامپوزیت با زمینه فلزی برگرفته از رفتار زمینه فلزی است. برخلاف حالت پیش آلیاژ حافظه‌دار در باربرداری مکانیکی دارای کرنش پسماند که این رفتار در شکل 7 و 8 نشان داده شده است.

بررسی رفتار سیم آلیاژ حافظه‌دار در دمای 35°C و 25°C بیان‌گر توضیحات بالاست. همان‌گونه که روشن است رفتار سیم آلیاژ حافظه‌دار در دمای 55°C فاقد کرنش پسماند در باربرداری مکانیکی است. در صورتی که در دمای 35°C و 25°C سیم آلیاژ حافظه‌دار دارای کرنش پسماند در باربرداری مکانیکی است.

همان‌طور که پیشتر بیان شد به دلیل درصد حجمی بالای زمینه در کامپوزیت هوشمند، پاسخ غالب میکرومکانیکی کامپوزیت برگرفته از رفتار



شکل 5 پاسخ تنش کرنش محوری کامپوزیت در دمای 55 °C با درصد‌های حجمی مختلف

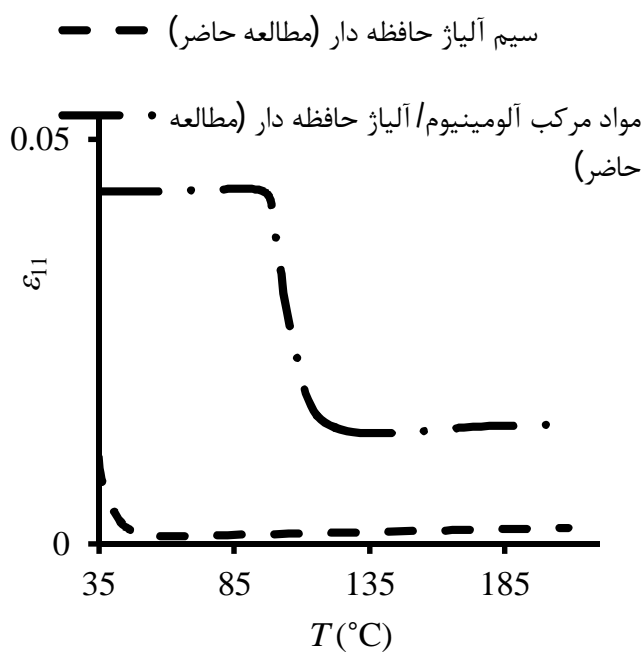


شکل 6 پاسخ تنش کرنش محوری کامپوزیت در دمای 55 °C با تعداد زیر سلول‌های مختلف

بررسی قرار گیرد.

نخست پاسخ کامپوزیت هوشمند در بازه‌های مختلف دمایی نشان داده می‌شود. در قسمت دوم این قسمت اثر بارگذاری حرارتی بررسی می‌شود. در بخش پایانی اثرات زاویه‌داری الیاف و بارگذاری خارج از محور کامپوزیت هوشمند بررسی می‌شود.

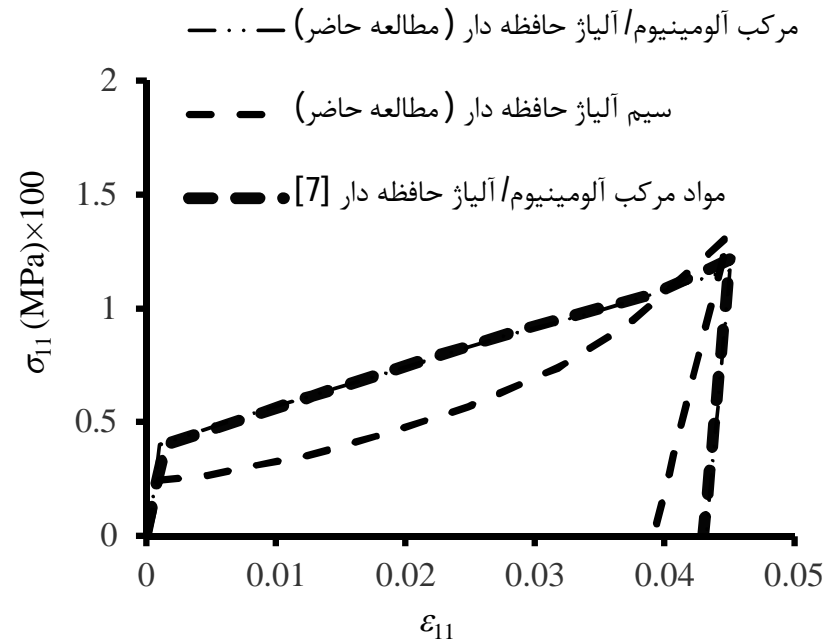
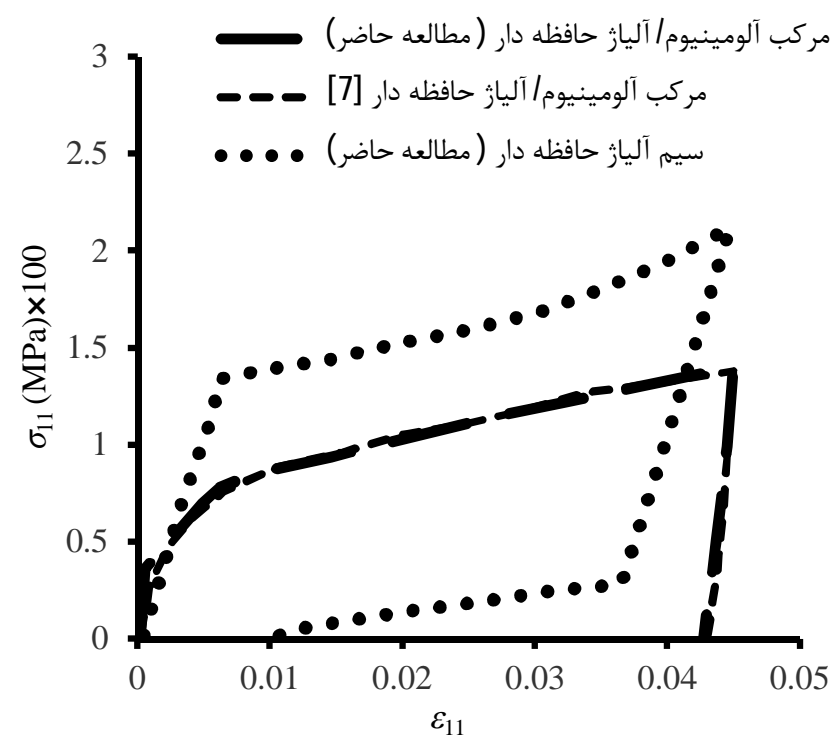
در شکل 7 آلیاژ حافظه‌دار دارای رفتار سوپرالاستیسیته است؛ بنابراین تمایل دارد که در باربرداری مکانیکی کرنش باقی‌مانده و پسماند در کامپوزیت تک‌جهتی تقویت‌شده با الیاف آلیاژ حافظه‌دار را به سمت صفر میل دهد. این رفتار را می‌توان با بررسی نمودار سیم آلیاژ حافظه‌دار بررسی شده در شکل 7 توجیه کرد. در این دما ابتدا سیم آلیاژ حافظه‌دار در فاز آستنیت و به همین دلیل دارای رفتار خطی است و سپس با افزایش بارگذاری مکانیکی چرخه‌ای استحاله فاز آستنیت به مارتنزیت در سیم آلیاژ حافظه‌دار آغاز می‌شود که این استحاله فاز سبب تحمل کرنش غیرالاستیک ناشی از استحاله فاز در سیم آلیاژ حافظه‌دار است. پس از پایان استحاله فاز در آلیاژ حافظه‌دار، سیم آلیاژ حافظه‌دار به فاز مارتنزیت تبدیل می‌شود که ادامه بارگذاری مکانیکی چرخه‌ای سبب مشاهده رفتار الاستیک و خطی سیم آلیاژ حافظه‌دار است. با توجه به این‌که رفتار زمینه به‌صورت الاستیک/ویسکوپلاستیک در نظر گرفته



شکل 10 پاسخ دما کرنش محوری کامپوزیت

حافظه‌دار به اتمام می‌رسد و پس از این دما اثر کرنش‌های بازگشتی در سیم آلیاژ حافظه‌دار کاهش می‌یابد و سپس اثرات انبساط حرارتی در سیم آلیاژ حافظه‌دار پدیدار می‌شود. سرانجام اثرات انبساط حرارتی سبب افزایش کرنش پسماند در سیم آلیاژ حافظه‌دار می‌شود. چنین اتفاق مشابهی نیز در کامپوزیت با زمینه فلزی اتفاق می‌افتد. زمانی که کامپوزیت تحت بارگذاری حرارتی قرار می‌گیرد، با توجه به این که سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار در درون زمینه کامپوزیتی قرار گرفته است؛ بنابراین فعال‌سازی آلیاژ حافظه‌دار نیاز به دمای بالاتری در کامپوزیت دارد. با افزایش دما تا اندازه تقریبی  $80^{\circ}\text{C}$  استحاله فاز در سیم آلیاژ حافظه‌دار درون کامپوزیت آغاز نمی‌شود. پس از افزایش دما از این محدوده استحاله فاز در آلیاژ حافظه‌دار درون کامپوزیت آغاز می‌شود و پس از بارگذاری حرارتی به کامپوزیت استحاله فاز در سیم آلیاژ حافظه‌دار به پایان می‌رسد. پس از پایان استحاله فاز در الیاف آلیاژ حافظه‌دار، اثرات انبساط حرارتی در کامپوزیت رفتار ترمومکانیکی را مشخص می‌کند. همان‌گونه که مشهود است با افزایش دما در این مرحله در کامپوزیت، کرنش پسماند در کامپوزیت افزایش می‌یابد. یکی دیگر از روش‌های نمایش اثرات سیم فعال آلیاژ حافظه‌دار در کامپوزیت، مقیدسازی و بارگذاری حرارتی جهت نمایش تنش‌های به‌وجودآمده در کامپوزیت است. این تحلیل نمایان‌گر اثرات فعال‌سازی کامپوزیت است. همان‌گونه که دیده می‌شود با افزایش بارگذاری حرارتی به کامپوزیت زمینه فلزی تقویت‌شده با الیاف آلیاژ حافظه‌دار سبب کاهش کرنش به‌وجودآمده در کامپوزیت می‌شود. از آن‌جا که سازه‌های فلزی مکانیکی مورد استفاده در صنایع با دما و فشار بالا نظیر پره‌های توربین جت و قطعات راکتورهای هسته‌ای تحت شوک‌های حرارتی بالا قرار می‌گیرند؛ بنابراین استفاده از این مواد می‌تواند پاسخ دینامیکی سیستم را بهبود بخشد. در این میان با آگاهی از خواص ترمومکانیکی آلیاژهای حافظه‌دار می‌توان از آن‌ها برای کنترل پاسخ سازه‌ها استفاده کرد.

در شکل 11 سیم آلیاژ حافظه‌دار در دمای  $35^{\circ}\text{C}$  تحت بارگذاری و باربرداری مکانیکی قرار می‌گیرد. از آن‌جا که پیشتر نیز گفته شد، هنگام باربرداری مکانیکی و در این محدوده دمایی کرنش پسماند در سیم آلیاژ حافظه‌دار و زمینه فلزی باقی می‌ماند. در صورتی که پس از باربرداری مکانیکی سیم آلیاژ حافظه‌دار تحت بارگذاری حرارتی قرار گیرد و سیم آلیاژ حافظه‌دار به‌صورت محوری مقید شود، از آن‌جا که در آلیاژ حافظه‌دار کرنش ناشی از استحاله فاز اتفاق می‌افتد سبب به‌وجود آمدن تنش‌های کششی ( $\sigma_{11} > 0$ )

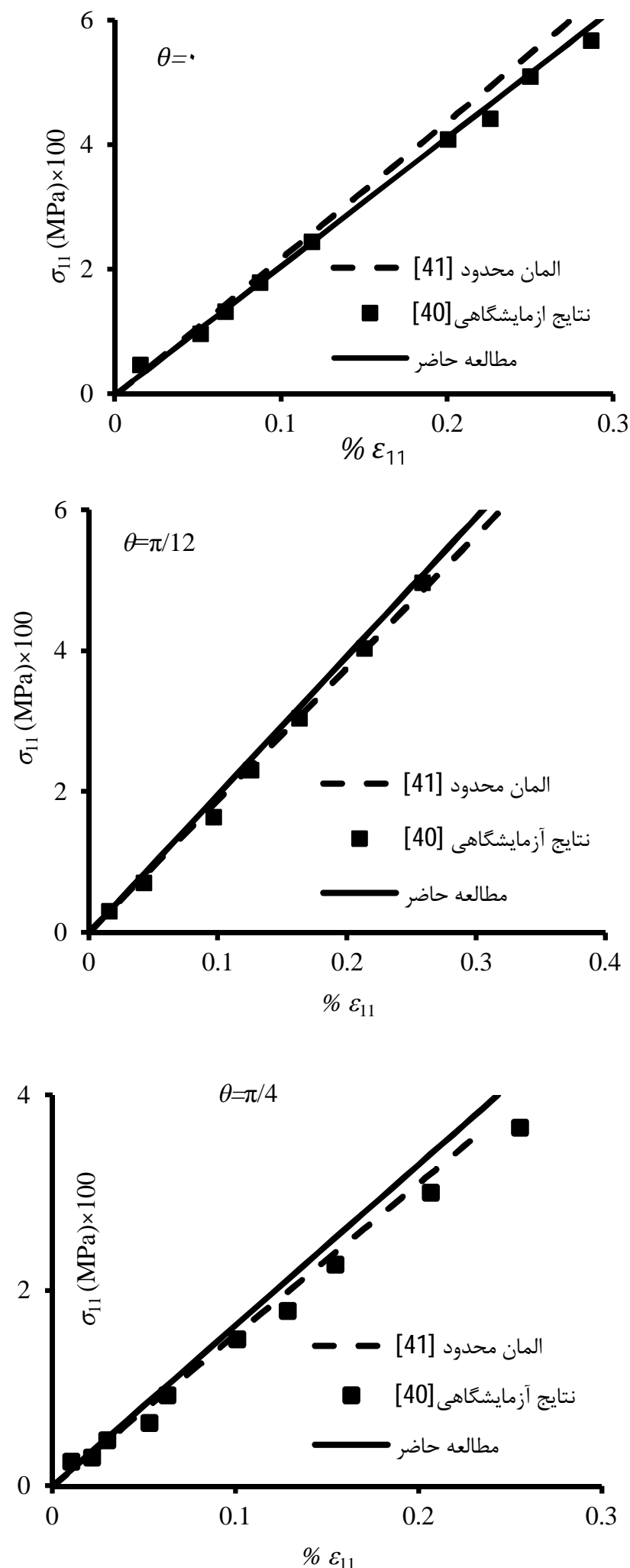
شکل 8 پاسخ تنش کرنش محوری کامپوزیت در دمای  $25^{\circ}\text{C}$ شکل 9 پاسخ تنش کرنش محوری کامپوزیت در دمای  $35^{\circ}\text{C}$ 

زمینه فلزی است. در تحلیل‌های میکرومکانیکی ارائه‌شده بارگذاری و باربرداری مکانیکی در دمای ثابت انجام شد. در این مرحله می‌توان جهت نمایش اثر فعال‌شدن آلیاژ حافظه‌دار در کامپوزیت تقویت‌شده، خاصیت حافظه‌شکلی آلیاژ حافظه‌دار را ارائه کرد. با توجه به این که دما پارامتری مهم در رفتار ترمومکانیکی آلیاژ حافظه‌دار است؛ بنابراین می‌توان با بارگذاری حرارتی خاصیت اثر حافظه‌شکلی آلیاژ حافظه‌دار را ارائه کرد.

در شکل 10 کامپوزیت ابتدا تحت یک نمونه بارگذاری و باربرداری مکانیکی مکانیکی قرار گرفته است که در این مقاله به‌عنوان پیش بارگذاری مکانیکی تعریف می‌شود. با توجه به خاصیت حافظه‌شکلی آلیاژ حافظه‌دار، با افزایش بارگذاری حرارتی در کامپوزیت کرنش پسماند در کامپوزیت کاهش می‌یابد.



می‌شود. در ناحیه آغاز بارگذاری، تغییر زاویه الیاف کامپوزیت، تأثیر بسیاری بر پاسخ کامپوزیت ندارد. با افزایش بارگذاری، مشخص است که با افزایش زاویه از مقداراز صفر درجه تا  $\pi/4$  سبب کاهش شیب نمودار و افزایش مقدار کرنش با مقدار یکسان تنش می‌شود. با توجه به رفتار ویسکوپلاستیک زمینه، کرنش محدودکننده مانند حالات پیش‌دارای مقدار 0/045 است. با افزایش زاویه الیاف از  $\pi/4$  تا مقدار  $\pi/2$ ، خواص کامپوزیت به سمت خواص عرضی کامپوزیت همگرا می‌شود. پس از باربرداری و در جهت ارائه خاصیت اثر حافظه‌شکلی، مشاهده می‌شود که تغییر زاویه الیاف سبب تغییر چشم‌گیر کرنش باقی‌مانده در کامپوزیت نمی‌شود. روشن است که خواص کامپوزیت با



می‌شود. افزایش دما و مقیدسازی هم‌زمان سیم آلیاژ حافظه‌دار سبب افزایش تنش محوری، که در شکل 11 نشان داده شده است. پس از افزایش دما و تا پایان رسیدن به پایان استتال فاز در آلیاژ حافظه‌دار، مقدار  $\sigma_{11}$  افزایش می‌یابد. پس از اتمام استتال فاز اثرات انبساط حرارتی در سیم آلیاژ حافظه‌دار مشخص می‌شود که سبب کاهش مقدار  $\sigma_{11}$  در پاسخ ترمومکانیکی سیم آلیاژ حافظه‌دار می‌شود.

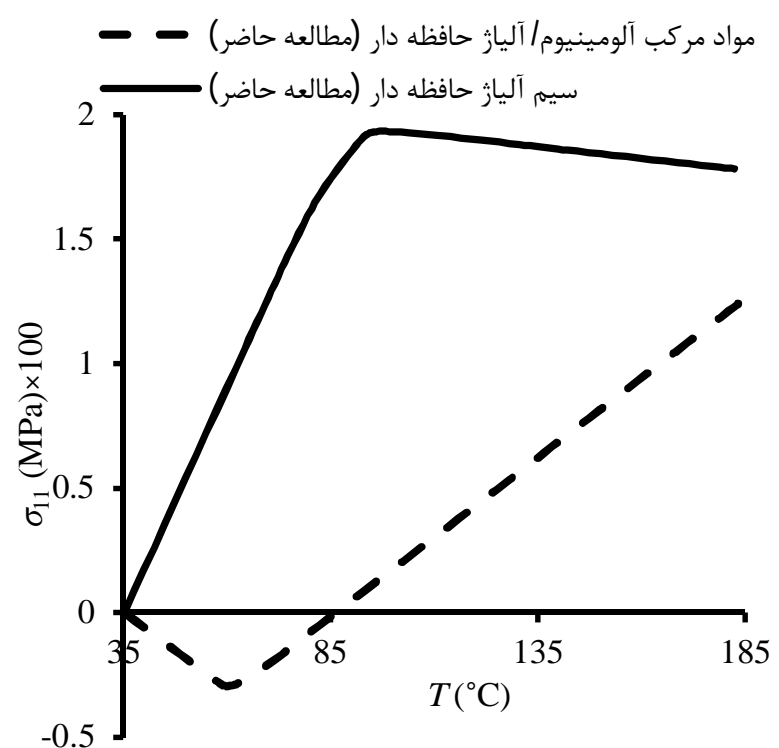
چنین اثرات مشابهی نیز در کامپوزیت زمینه فلزی با الیاف آلیاژ حافظه‌دار پدیدار می‌شود. در تحلیل حرارتی کامپوزیت آغاز استتال فاز در الیاف تعبیه‌شده در زمینه نسبت به شروع استتال فاز در سیم آلیاژ حافظه‌دار در دمای بالاتری مشاهده می‌شود.

مقیدسازی محوری در کامپوزیت تقویت‌شده با الیاف آلیاژ حافظه‌دار بدین‌صورت توصیف می‌شود که با افزایش دما، نخست اثرات فعال‌سازی در الیاف آلیاژ حافظه‌دار مشاهده نمی‌شود و تنها اثرات انبساط حرارتی بر رفتار کامپوزیت مقیدشده محوری مشاهده می‌شود که این اثر سبب ایجاد تنش فشاری ( $\sigma_{11} < 0$ ) می‌شود. با گذشت دما از مقدار تقریبی  $80^\circ\text{C}$  استتال فاز در سیم آلیاژ حافظه‌دار درون کامپوزیت آغاز که سبب اثرات بازگشتی و ایجاد تنش‌های کششی در کامپوزیت می‌شود. نخست اثرات کرنش‌های ناشی از استتال فاز غالب می‌شود، ولی با افزایش دما اثرات استتال فاز تمام و اثرات انبساط حرارتی مشاهده می‌شود که در شکل 11 نمایش داده شده است.

در ادامه پاسخ‌های میکرومکانیک کامپوزیت SiC/Ti تحت بارگذاری خارج از محور به‌ترتیب با زاویه الیاف  $\theta$  برابر صفر،  $\pi/12$ ،  $\pi/4$  و  $\pi/2$  استخراج شده از مطالعه کنونی در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی [40] و مدل المان محدود [41] ارائه می‌شود.

نتایج نشان داده شده در شکل 12 نشان می‌دهند که مدل ارائه‌شده حاضر در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی دارای تطابق بالایی است. مدل المان محدود [40] جدایی بین زمینه و الیاف را در نظر گرفته که در تحقیق حاضر این مسئله لحاظ نشده است. لازم به توضیح است که روش میکرومکانیکی استفاده‌شده در این مقاله این قابلیت را داراست [33].

در شکل 13 پاسخ میکرومکانیکی کامپوزیت تقویت‌شده در دمای  $55^\circ\text{C}$  با الیاف آلیاژ حافظه‌دار با زوایای الیاف  $\theta$  برابر صفر،  $\pi/12$ ،  $\pi/6$ ،  $\pi/4$ ،  $\pi/3$  و  $5\pi/12$  استخراج و اثرات زاویه‌داری بر پاسخ کلی کامپوزیت مشاهده

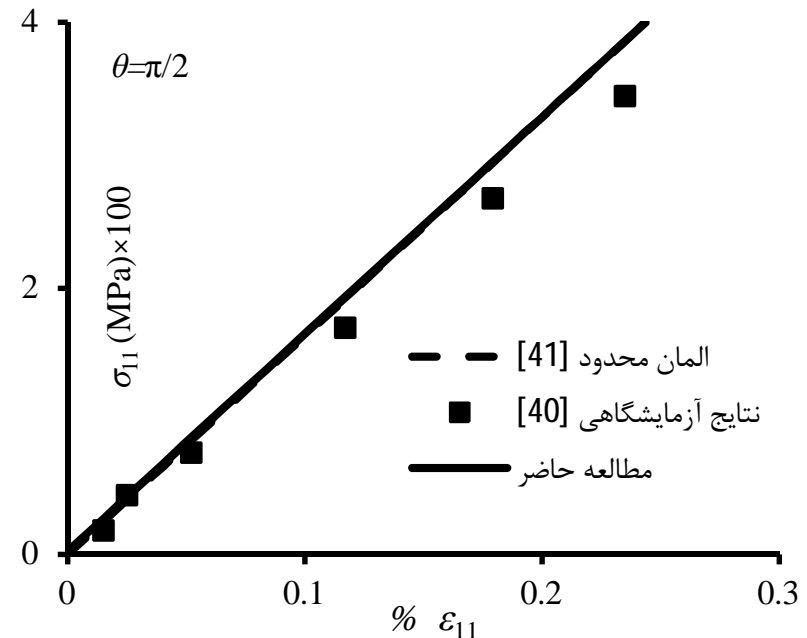


شکل 11 پاسخ تنش دمایی کامپوزیت مقید شده

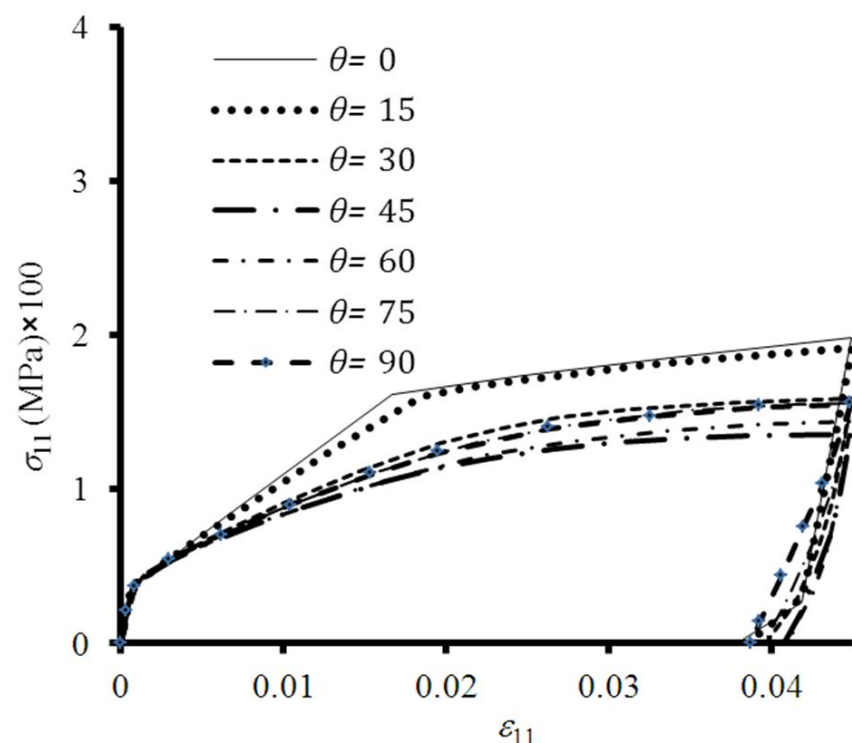
مکانیکی، کرنش پسماند در کامپوزیت را کاهش می‌دهند و اثر زاویه‌داری سبب افزایش کرنش به وجود آمده در کامپوزیت می‌شود. نتایج مدل میکرومکانیکی کنونی با نتایج آزمایشگاهی و تحلیلی دیگر مورد مقایسه قرار گرفت و تطابق بالایی میان آن‌ها مشاهده شد.

## 9- مراجع

- [1] I.A. Ibrahim, F.A. Mohamed, E.J. Lavernia, Particulate Reinforced Metal Matrix Composite-A Review, *Journal of Material Science*, Vol. 26, No. 5, pp. 1137-1156, 1991.
- [2] W.M. Ostachowicz, M. Krawczuk, A. Zak, Dynamics and buckling of multilayer composite plates with embedded SMA weirs, *Journal of Composite Structures*, Vol. 48, pp. 163.167, 2000.
- [3] F.E. WangWjb, S.J. Pickart, Crystal structure and a unique martensitic transition of TiNi, *Journal of Applied Physics*, Vol. 36, No. 10, pp. 3232-3239, 1965.
- [4] D.C. Lagoudas, *Shape Memory Alloys: Modeling and Engineering Applications*, Springer, 2008.
- [5] L.C. Brinson, MS. Huang, C. Boller, W. Brand, Analysis of Controlled Beam Deflections Using SMA Wires, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 8, No. 1, pp. 12-25, 1997.
- [6] J. Mohd Jani, M. Leary, A. Subic, M.A. Gibson, A review of shape memory alloy research, application and opportunities, *Journal of Material & Design*. Vol. 56, pp. 1078-1113, 2014.
- [7] R. Gilat, J. Aboudi, Dynamic response of active composite plates: shape memory alloy fibers in polymeric/metallic matrices, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 41, No. 20, pp. 5717-5731, 2004.
- [8] J.G. Boyd, D.C. Lagoudas, A thermo dynamical constitutive model for shape memory materials. Part I. The monolithic shapememory alloy. *International Journal of Plasticity*, Vol. 12, No. 6, pp. 805-842, 1996.
- [9] D.C. Lagoudas, Z. BO, M.A. Qidwai, A unified thermodynamic constitutive model for SMA and finite element analysis of active metal matrix composites. *Mechanics of Composite Materials and Structures*. Vol. 3, No. 2, pp. 153-179, 1996.
- [10] F. Auricchio, R.L. Taylor, Shape-memory alloys: modelling and numerical simulations of the finite strain superelastic behavior. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 143, No. 1-2, pp. 175-194, 1997.
- [11] A.C. Souza, E.N. Mamiya, N. Zouain, Three-dimensional model for solids undergoing stress-induced phase transformations. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, Vol. 17, No. 5, pp. 789-806, 1998.
- [12] M. Panico, L.C. Brinson, A three-dimensional phenomenological model for martensite reorientation in shape memory alloys. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 55, No. 11, pp. 2491-2511, 2007.
- [13] P. Sedlak, M. Frost, B. Bene, P. Sittner, T. Ben. Zineb, Thermomechanical model for NiTi-based shape memory alloys including R-phase and material anisotropy under multi-axial loadings. *International Journal of Plasticity*. Vol. 39, pp. 132-151, 2012.
- [14] V. Birman, D.A. Saravanos, D.A. Hopkins, Micromechanics of composites with shape memory alloy fibers in uniform thermal fields. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, Vol. 34, No. 9, pp. 1905-1912, 1996.
- [15] D.A. Saravanos, V. Birman, D.A. Hopkins, Micromechanics and stress analysis of composites with shape memory alloy fibers in uniform thermal fields. *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, Vol. 1, pp. 433-443, 1995.
- [16] C.C. Chamis, Simplified Composite Micromechanics Equation for Hygral, Thermal and Mechanical Properties. *NASATM-83320*, 1983.
- [17] J. Aboudi, The response of shape memory alloy composites. *Smart Materials and Structures*. Vol. 6, No. 1, pp. 1-9, 1997.
- [18] E.J. Graesser, F.A. Cozzarelli, Shape memory alloys as new materials for a seismic isolation, *Journal of Engineering Mechanics. ASCE* Vol. 117, No. 11, pp. 2590-2608, 1991.
- [19] P.R. Witting, *Rate-sensitive Shape Memory Constitutive Model: Theory and Experimental Verification*, PhD Thesis, State University of New York at Buffalo, 1994.
- [20] J. Aboudi, Micromechanically based constitutive equations for shape memory fiber composites undergoing large deformations. *Smart Material Structure*. Vol. 13, No. 4, pp. 828-837, 2004.
- [21] F. Auricchio, A robust integration-algorithm for a finite-strain shape-memory- alloy super elastic model, *International Journal of plasticity*, Vol. 17, No. 7, pp. 971-990, 2001.
- [22] Y. Freed, J. Aboudi, Thermo mechanically coupled micromechanical analysis of shape memory alloy composites undergoing transformation induced plasticity. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. Vol. 20, No. 23, pp. 23-38, 2009.
- [23] F. Auricchio, A. Reali, U. Stefanelli, A three-dimensional model describing stress-induced solid phase transformation with permanent inelasticity. *International Journal of plasticity*. Vol. 23, No. 2, pp. 207-226, 2007.
- [24] S. Marfia, E. Sacco. Analysis of SMA composite laminates using a



شکل 12 بررسی پاسخ تنش کرنش محوری کامپوزیت SiC/Ti با زوایای الیاف  $\theta$  برابر صفر،  $\pi/12$ ،  $\pi/4$  و  $\pi/2$



شکل 13 بررسی پاسخ تنش کرنش محوری کامپوزیت زمینه آلومینیومی با الیاف آلیاژ حافظه‌دار با زوایای الیاف مختلف

زاویه الیاف  $\pi/2$  مانند بارگذاری عرضی کامپوزیت تک‌جهتی است.

## 8- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، مدل میکرومکانیکی سه‌بعدی سلول واحد ساده جهت استخراج خواص کامپوزیت زمینه فلزی تقویت‌شده با الیاف آلیاژ حافظه‌دار ارائه شد. المان نماینده حجمی کامپوزیت از دو فاز الیاف و زمینه تشکیل و شرایط اتصال کامل میان آن‌ها برقرار شد. با استفاده از مدل لاگوداس رفتار آلیاژهای حافظه‌دار مدل‌سازی و با استفاده از مدل بادرنر- پارتم رفتار زمینه مدل‌سازی شد. آرایش الیاف در زمینه فلزی به‌صورت اتفاقی در نظر گرفته شد و برای این منظور المان حجمی نماینده به  $r \times c \times 1$  سلول در سه بعد گسترش یافت و با استفاده از روش نیوتن- رافسون و برنامه‌نویسی شی‌گرا، معادلات ساختاری آلیاژ حافظه‌دار در معادلات میکرومکانیکی روش سلول واحد بسط داده شد. جهت نشان دادن اثر حافظه‌شکلی و سوپراالاستیسیته در بازه‌های مختلف دمایی رفتار کامپوزیت در مقیاس میکرو نمایش داده شد، همچنین اثرات زاویه‌داری الیاف مورد بررسی قرار گرفت. نشان داده شد که الیاف آلیاژ حافظه‌دار به دلیل خاصیت اثر حافظه‌شکلی و سوپراالاستیسیته، در باربرداری

- damage of metal matrix composites subjected to transverse loading. *Journal of Composite Structure*, Vol. 66, pp. 415–420, 2004.
- [33] M.J. Mahmoodi, M.M. Aghdam, M.Shakeri, Micromechanical modeling of interface damage of metal matrix composites subjected to off-axis loading, *Materials & Design*, Vol. 31, No. 2, pp. 829-836, 2010.
- [34] M.J. Mahmoodi, M.M. Aghdam, M. Shakeri, Micromechanical modeling of interface damage of metal matrix composites subjected to off-axis loading, *Materials & Design*, Vol. 31, No. 2, pp. 829-836, 2010.
- [35] S.R. Bodner, Y. Partom, Constitutive Equations for Elastic-viscoplastic Strain Hardening Materials, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 42, No. 2, pp 385-389, 1975.
- [36] J.N. Reddy, *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis*, CRC press, 2003.
- [37] S.C. Chapra, *Applied Numerical Methods with Matlab for Engineers and Scientists*, 3rd ed, *Raghothaman Srinivasan*, 2012.
- [38] H. Register, *A Guide to MATLAB Object-Oriented Programming*, Chapman & Hall/CRC, 2007.
- [39] F. Nematzadeh, S.K. Sadrnezhad, Effects of material properties on mechanical performance of Nitinol stent designed for femoral artery: Finite element analysis, *Scientia Iranica B*, Vol. 19, No 6, pp. 1564–1571, 2012.
- [40] M.P. Thomas, Tensile Properties of Ti-6-4/SM1240 Titanium Metal Matrix Composite with off-axis Fibres. SMC Technical Report No. DERA/SMC/SM2/TR 970145. *Defence Evaluation and Research Agency*, Farnborough, UK. 1997.
- [41] M.M. Aghdam, M.J. Pavier, D.J. Smith, Micro-mechanics of off-axis loading of metal matrix composites using finite element analysis. *International Journal of Solids Structures*, Vol. 38, No. 22-23, pp. 3905-3925, 2001.
- multiscale modelling technique. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 70, No. 10, pp. 1182-1208, 2007.
- [25] A.R. Damanpack, M.M. Aghdam, M.Shakeri, Micro-mechanics of composite with SMA fibers embedded in metallic/ polymeric matrix under off-axial loadings, *European Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 49, pp. 467-480, 2015.
- [26] S.M.R. Khalili, A. Saeedi, Micromechanics modeling and experimental characterization of shape memory alloy short wires reinforced composites. *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 2, No. 1, pp. 1-6, 2015. (In Persian)
- [27] M.K. Hassanzadeh Aghdam, M.J. Mahmoodi, Micromechanical damage analysis of short fiber titanium matrix composites under combined axial loading, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 4, pp. 86-97, 2013. (In Persian)
- [28] M.J. Mahmoodi, M.K. Hassanzadeh Aghdam, R. Ansari, Effects of interphase damage on the elastoviscoplastic behavior of general unidirectional metal matrix composites, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 99-107, 2015. (In Persian)
- [29] M.M. Aghdam, A.Dezhsetan, Micromechanics based analysis of randomly distributed fiber reinforced composites using simplified unit cell model, *Composite Structures*, Vol. 71, No. 3-4, pp. 327–332, 2005.
- [30] M.J. Mahmoodi, M.M. Aghdam, Damage analysis of fiber reinforced Ti-alloy subjected to multi-axial loading—A micromechanical approach, *Materials Science and Engineering A*, Vol. 528, No. 27, pp. 7983-7990, 2011.
- [31] Dezhsetan. *Analytical modeling of random fiber arrangements of unidirectional composites using simplified unit cell method*, MSc thesis, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran.
- [32] M.M. Aghdam, SR. Falahatgar. Micromechanical modeling of interface