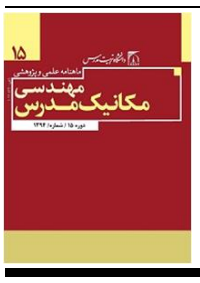
مجله مهندسی مکانیک مدرس، دی 1394، دوره 15، شماره 10، ص‌ص 97-103

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir



ارائه و تحلیل دینامیکی نوع جدیدی از اتوبالانسر اتوماتیک سه ساچمه‌ای

موسی رضائی[1*]، رضا فتحی[2]

1- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران
2- دانشجوی دکترا، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران
* تبریز، صندوق پستی 315-51665، m_rezaee@tabrizu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 16 تیر 1394
پذیرش: 27 مرداد 1394
ارائه در سایت: 08 شهریور 1394

کلید واژگان:
اتوبالانسر ساچمه‌ای
ناحیه گذرا
ناحیه بالانس پایدار

چکیده

نابالانسی یکی از عوامل مخرب و از دلایل اصلی ارتعاشات ناخواسته در ماشین‌های دوار است. یکی از روش‌های جدید مورد استفاده برای رفع نابالانسی استفاده از بالانسر دینامیکی اتوماتیک ساچمه‌ای است. در تحقیقات پیشین، مطالعات گسترده‌ای بر روی رفتار دینامیکی و پایداری این نوع بالانسرها انجام شده است که این مطالعات علاوه بر مزایای متعدد، نشانگر دو عیب عمده در عملکرد این نوع اتوبالانسر است. افزایش دامنه در سرعت‌های دورانی زیر دور بحرانی اول و محدود بودن ناحیه بالانس پایدار دو عیب مذکور می‌باشد. در این مقاله طرح جدیدی از اتوبالانسر با سه ساچمه ارائه شده و معادلات حاکم بر سیستم با استفاده از معادلات لاگرانژ استخراج و محدوده‌ی بالانس پایدار سیستم تعیین شده است. با تحلیل دینامیکی مدل ارائه شده، نشان داده شده است که در سیستم جدید علاوه بر کاهش قابل ملاحظه دامنه در دورهای زیر دور بحرانی اول، محدوده‌ی بالانس پایدار سیستم نیز افزایش می‌یابد. کاهش دامنه در ناحیه مذکور سبب افزایش عمر سیستم می‌شود. همچنین افزایش ناحیه بالانس پایدار سبب می‌شود که این نوع بالانسر توانائی بالانس سیستم‌ها با محدوده‌ی وسیع‌تری از پارامترها را داشته باشد.

Presenting and dynamic analysis of a new type of three-ball automatic balancer

Mousa Rezaee*, Reza Fathi

Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran.
*P.O.B. 51665-315 Tabriz, Iran, m_rezaee@tabrizu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 07 July 2015
Accepted 18 August 2015
Available Online 30 August 2015

Keywords:
Automatic ball balancer
transient state
Balanced stable region

ABSTRACT

The unbalancing is a destructive phenomenon and a major cause of undesired vibrations in rotating machinery. One of the new methods used to reduce the imbalance is the implementation of automatic dynamic ball balancer. In previous studies the dynamic behavior of automatic ball balancer has been investigated. These studies indicate numerous advantages of automatic ball balancer. However, the traditional automatic ball balancer has two major deficiencies: First, the rotor vibration amplitude is larger than that of a rotor without an automatic ball balancer in speeds below the first critical speed and, the second deficiency is that it has a limited stable region of the perfect balancing configuration. In this paper, a new design of a three-ball automatic balancer is introduced. The governing equations of motion are derived using the Lagrange's equations, and the balanced stable region is obtained. It is shown that this type of automatic ball balancer can prevent the vibrations of the rotor from increasing at the speed range below the first critical speed. Moreover, the new type of balancer increases the balance stable region of the system. Reducing the vibration amplitude in the mentioned range causes the lifetime of the system to be increased. Moreover, increasing the balanced stable region allows the new design of balancer to balance the systems with a wider range of parameters.

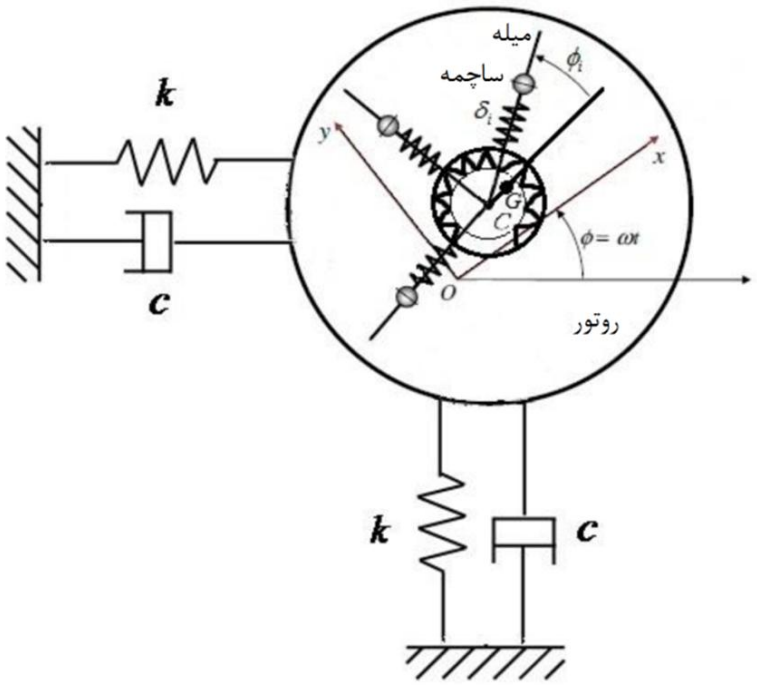
1- مقدمه

نابالانسی باعث ایجاد ارتعاشات ناخواسته، سر و صدا و کاهش عمر در سیستم‌های دوار می‌شود. نابالانسی وقتی اتفاق می‌افتد که محور اینرسی اصلی روتور منطبق بر محور دوران آن نباشد. اگر نابالانسی مشخص و ثابت باشد با استفاده از روش‌های معمول، عملیات بالانس سیستم پس از متوقف کردن دستگاه و با وزنه‌گذاری یا برداشتن جرم از صفحات خاصی که جهت انجام این کار بر روی روتور تعبیه شده‌اند انجام می‌پذیرد. ولی در صورتی که نابالانسی بسته به شرایط کاری تغییر کند دیگر با یک بار بالانس کردن، مشکل حل نمی‌شود. در چنین شرایطی، استفاده از اتوبالانسر ساچمه‌ای دینامیکی توصیه می‌شود که قادر است بدون نیاز به متوقف کردن دستگاه برای عملیات بالانس، عمل بالانس را انجام دهد. اتوبالانسر ساچمه‌ای کاربردهای متفاوتی از جمله در سی‌دی‌رام یا دی‌وی‌دی درایوها و ماشین‌های ابزار دارد [1-4]. بالانسر دینامیکی ساچمه‌ای متداول از یک دیسک دوار شیاردار تشکیل شده است که در آن ساچمه‌هایی قرار دارند و در فضای خالی بین ساچمه‌ها در داخل شیار، یک مایع لزج وجود دارد. تحت شرایطی این ساچمه‌ها نهایتاً در وضعیتی قرار می‌گیرند که نابالانسی سیستم را جبران کرده و آن را به حالت بالانس در می‌آورند.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

M. Rezaee, R. Fathi, Presenting and dynamic analysis of a new type of three-ball automatic balancer, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 15, No. 10, pp. 97-103, 2015 (In Persian)



شکل 1 پیکربندی بالانسر اتوماتیک ساچمه‌ای جدید

مطالعات پایه‌ای در رابطه با این نوع از بالانسر به وسیله تیرل [5]، الکساندر[6] و کید [7] انجام شده است. رفتار دینامیکی و پایداری روتور صفحه‌ای مجهز به اتوبالانسر در مراجع [8-12] بطور مفصل بررسی شده است. در مراجع [13-17] رفتار دینامیکی روتور غیرصفحه‌ای مجهز به اتوبالانسر ساچمه‌ای بررسی شده است. در سال 2009 احیایی و همکارش [18] به بررسی تحلیلی و عددی یک محور انعطاف پذیر دوار نابالانس واقع بر روی دو تکیه‌گاه الاستیک خطی و مجهز به چندین اتوبالانسر ساچمه‌ای پرداختند. آن‌ها با فرض توزیع نابالانسی به صورت جرمهای نقطه‌ای در طول محور دوار بدون جرم، معادلات حرکت را استخراج کردند و نشان دادند که با انتخاب مناسب پارامترهای بالانسر می‌توان شفت را بالانس نمود و هنگامی که بالانسرها در نزدیکی نابالانسی‌ها قرار داده شوند نتایج بهتری حاصل می‌شود. در سال 2011 چان و همکارانش [19] تاثیر غیرخطی بودن سیستم در عملکرد بالانسر ساچمه‌ای را مورد مطالعه قرار دادند. سانق و همکارانش [20] در سال 2013 به بررسی تاثیر تحریک خارجی بر موقعیت زاویه‌ای ساچمه‌ها پرداخته‌اند. در سال 2014 رضائی و همکارش [21] تاثیر ضریب میرایی و جرم ساچمه‌های اتوبالانسر بر پایداری و بالانس روتور مجهز به اتوبالانسر در غیاب اثر ژیروسکوپی را بررسی کردند. در سال 2015 رضائی و همکارش [22] با لحاظ کردن اثرات ژیروسکوپی و با استفاده از الگوریتم سیمپلکس نلدر-مید پارامترهای بهینه اتوبالانسر به منظور کمینه‌سازی زمان بالانس و صفر کردن زوایای اویلر را استخراج کردند.

مرور تحقیقات پیشین نشان می‌دهد که اتوبالانسر ساچمه‌ای علاوه بر مزایای متعدد، از جمله ساختار ساده و بالانس اتوماتیک نابالانسی‌های متغیر در شرایط خاص [23] دارای دو عیب عمده می‌باشد که عبارتند از: افزایش دامنه در ناحیه گذرا (از حالت سکون تا رسیدن به دور بحرانی اول) [24] و محدود بودن ناحیه بالانس پایدار. با توجه به این‌که این نوع بالانسر عمدتاً در سیستم‌هایی به‌کار می‌رود که ممکن است در طول روز چند بار روشن و خاموش شوند بنابراین افزایش دامنه در ناحیه گذرا سبب ایجاد صدا و کاهش عمر سیستم می‌شود. دلیل افزایش دامنه سیستم در ناحیه گذرا، همگرایی ساچمه‌ها به طرف نابالانسی در دورهای زیر دور بحرانی اول است. در سال 2013 سانقسو و همکارش [25] با ارائه طرحی که در آن با قرار دادن فنرهایی به صورت محیطی موقعیت ساچمه‌ها را در ناحیه مذکور کنترل کرده و با جلوگیری از همگرایی ساچمه‌ها به طرف نابالاسی سبب کاهش دامنه سیستم شدند. تحلیل‌های انجام شده در مورد پایداری روتور مجهز به اتوبالانسر نشان داده است که ناحیه بالانس پایدار به پارامترهای سیستم از جمله جرم، سفتی و ثابت میرایی بستگی دارد. به همین منظور برای این‌که بالانسر قادر به بالانس سیستم باشد، باید پارامترهای سیستم در محدوده‌ی بالانس پایدار قرار گیرند. محدود بودن این ناحیه سبب می‌شود اتوبالانسر قادر به بالانس سیستم‌های با مقدار پارامترهای معین باشد. در تحقیق دیگر، در سال 2011 چانق و همکارش [26] با ارائه طرح جدیدی از اتوبالانسر که در آن ساچمه‌ها به فنرهای شعاعی متصل هستند محدوه‌ی بالانس پایدار سیستم را افزایش دادند.

با توجه به این‌که تاکنون مدلی که دارای دو مزیت ذکر شده به طور همزمان باشد ارائه نشده است در تحقیق حاضر، طرح جدیدی از اتوبالانسر ارائه می‌شود که دارای دو مزیت ذکر شده به‌طور همزمان می‌باشد. به عبارت دیگر مزیت این اتوبالانسر نسبت به مدل ارائه شده در مرجع [26] کمتر بودن دامنه پاسخ در ناحیه گذرا و نسبت به مدل ارائه شده در مرجع [25] وسیعتر بودن ناحیه بالانس پایدار می‌باشد. در این مقاله مدل ریاضی سیستم جدید با سه ساچمه ارائه شده و معادلات غیرخطی حرکت با استفاده از معادلات لاگرانژ استخراج و محدوده‌ی پارامترهایی که باعث بالانس سیستم می‌شود به‌دست آمده و با بالانسر نوع متداول مقایسه شده است.

2- استخراج معادلات حرکت اتوبالانسر جدید

در شکل 1 بالانسر ساچمه‌ای جدید که بر روی یک روتور نابالانس نصب گردیده نشان داده شده است. خط واصل محور یاتاقان‌ها از نقطه O می‌گذرد. مرکز جرم با G و خروج از مرکز با ε نشان داده شده است. موقعیت ساچمه‌ها به وسیله شعاع δ_i و زاویه $\phi_i, i = 1,2,\dots,n$ تعیین می‌شـــود که n تعداد ساچمه‌ها می‌باشد. مرکز هندسی C با استفاده از مختصاتx و y تعیین می‌شود. دستگاه مختصات مرجع oxy که با همان سرعت زاویه‌ای روتور چرخش می‌کند به عنوان مرجع انتخاب شده است. هنگامی‌که روتور در حالت سکون قرار دارد C منطبق بر O می‌باشد.

همان‌طور که در شکل 1 مشاهده می‌شود برخلاف نوع متداول اتوبالانسر که ساچمه‌ها در داخل شیاری حرکت می‌کنند در اتوبالانسر نوع جدید ساچمه‌ها به فنرهای شعاعی متصل بوده و بر روی میله‌های نازک قادر به حرکت هستند. هر یک از میله‌ها می‌توانند نسبت به روتور و نسبت به یکدیگر حرکت نسبی زاویه‌ای داشته باشند. میله‌ها به فنرهای محیطی متکی هستند و این فنرها با کنترل موقعیت میله‌ها سبب کنترل موقعیت‌های زاویه‌ای ساچمه‌ها می‌شوند.

لازم به توضیح است که در اتوبالانسر متداول در ناحیه گذرا به دلیل همگرایی ساچمه‌ها به طرف نابالانسی، نیروی گریز از مرکز وارد بر ساچمه‌ها با نیروی ناشی از نابالانسی جمع شده و سبب می‌شود دامنه ارتعاشی روتور مجهز به بالانسر نوع متداول در این ناحیه نسبت به روتور بدون بالانسر افزایش یابد. همچنین با افزایش سرعت دورانی از اولین دور بحرانی، ساچمه‌ها در مقابل نابالانسی قرار می‌گیرد و نیروی گریز از مرکز ناشی از ساچمه‌ها نیروی گریز از مرکز ناشی از نابالانسی را کاهش داده و سبب کاهش دامنه ارتعاش در حالت پایا و بالانس سیستم می‌شود. در حالی که در اتوبالانسر جدید ارائه شده در این مقاله از فنرهای محیطی استفاده شده تا از همگرایی ساچمه‌ها در ناحیه گذرا خودداری شود تا دامنه سیستم در این ناحیه افزایش پیدا نکند. در ادامه نحوه استخراج معادلات روتور مجهز به اتوبالانسر نوع جدید ارائه می‌شود.

معادلات غیرخطی حاکم بر حرکت اتوبالانسر جدید را می‌توان با استفاده از معادلات لاگرانژ که در رابطه (1) نشان داده شده به‌دست آورد:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k}\right)-\frac{\partial T}{\partial q_k}+\frac{\partial V}{\partial q_k}+\frac{\partial F}{\partial \dot{q}_k}=0\ k=1,2,\dots,n \quad (1)$$

که در آن T انرژی جنبشی، V انرژی پتانسیل، F تابع اتلاف ریلی و q_k مختصات تعمیم یافته می‌باشند که عبارتند از x، y، ϕ_i و δ_i که $i=1,2,\dots,n$ است.

با فرض یکسان بودن جرم ساچمه‌ها و کوچک بودن قطر آن‌ها، انرژی جنبشی اتوبالانسر ساچمه‌ای به همراه روتور از رابطه (2) بدست می‌آید:

$$\begin{aligned}T=&\frac{1}{2}J\omega^2+\frac{1}{2}M[\dot{x}^2+\dot{y}^2+2(x\dot{y}-\dot{x}y)\omega\\&+\omega^2(x^2+y^2)]+\frac{1}{2}m_d(2x\varepsilon\omega^2+\varepsilon^2\omega^2\\&+2\varepsilon\dot{y}\omega)+\frac{1}{2}m_b\sum_{i=1}^{n}\left[\dot{\delta}_i^2+2\delta_i(\dot{\phi}_i+\omega)\times\right.\\&(\dot{y}+\omega x)\cos\phi_i-2\delta_i(\dot{\phi}_i+\omega)(\dot{x}-\omega y)\sin\phi_i\\&+{\delta_i}^2(\dot{\phi}_i+\omega)^2+2\dot{\delta}_i(\dot{x}-\omega y)\cos\phi_i\\&\left.+2\dot{\delta}_i(\dot{y}+\omega x)\sin\phi_i\right]\end{aligned} \quad (2)$$

که در آن J ممان اینرسی دیسک حول مرکز جرم، Mجرم کل، m_d جرم روتور و m_b جرم هر یک از ساچمه‌ها است. با صرف‌نظر کردن از انرژی پتانسیل گرانشی، انرژی پتانسیل سیستم را می‌توان به‌صورت رابطه (3) بیان کرد:

$$\begin{aligned}V=&\frac{1}{2}k(x^2+y^2)+\frac{1}{2}k_b\sum_{i=1}^{n}(\delta_i-a)^2\\&+\frac{1}{2}k_d d^2\left[(\phi_2-\phi_1-\frac{2\pi}{n})^2+\cdots\right.\\&\left.+(\phi_n-\phi_{n-1}-\frac{2\pi}{n})^2\right]\end{aligned} \quad (3)$$

که در آن k سفتی معادل روتور، k_d سفتی فنرهای محیطی و k_b سفتی فنرهای شعاعی می‌باشد. همچنین تابع اتلاف ریلی را نیز می‌توان به صورت رابطه (4) بیان نمود:

$$\begin{aligned}F=&\frac{1}{2}c[\dot{x}^2+\dot{y}^2+2(x\dot{y}-\dot{x}y)\omega\\&+\omega^2(x^2+y^2)]+\frac{1}{2}c_r\sum_{i=1}^{n}(\dot{\delta}_i^2+{\delta_i}^2\dot{\phi}_i^2)\end{aligned} \quad (4)$$

که در آن c ثابت میرایی معادل روتور، c_r ثابت میرایی لزج می‌باشد. فرض می‌شود که ثابت‌های میرایی لزج برای همه ساچمه‌ها یکسان است. معادلات غیرخطی حرکت روتور مجهز به اتوبالانسر جدید با استفاده از معادلات لاگرانژ به‌صورت روابط (5) تا (9) به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned}&M\ddot{x}+m_b\sum_{i=1}^{n}\left[(\ddot{\delta}_i-\delta_i(\dot{\phi}_i+\omega)^2)\cos\phi_i\right.\\&\left.-\delta_i\dot{\omega}\sin\phi_i-(\delta_i\ddot{\phi}_i+2\dot{\delta}_i(\dot{\phi}_i+\omega))\sin\phi_i\right]\\&-m_d\varepsilon\omega^2+c\dot{x}-2M\omega\dot{y}+(k-M\omega^2)x\\&-(c\omega+M\dot{\omega})y=0\end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}&M\ddot{y}+m_b\sum_{i=1}^{n}\left[(\ddot{\delta}_i-\delta_i(\dot{\phi}_i+\omega)^2)\sin\phi_i\right.\\&\left.+\delta_i\dot{\omega}\cos\phi_i+(\delta_i\ddot{\phi}_i+2\dot{\delta}_i(\dot{\phi}_i+\omega))\cos\phi_i\right]\\&+m_d\varepsilon\dot{\omega}+c\dot{y}+2M\omega\dot{x}+(k-M\omega^2)y\\&+(c\omega+M\dot{\omega})x=0\end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}&\delta_i m_b[2\dot{\delta}_i(\dot{\phi}_i+\omega)-(\ddot{x}-2\omega\dot{y}+\dot{\omega}y-\omega^2y)\\&\times\sin\phi_i+(\ddot{y}+2\omega\dot{x}+\dot{\omega}x-\omega^2y)\cos\phi_i]\\&+c_r{\delta_i}^2\dot{\phi}_i+k_d d^2 q_i(\phi_i)+\delta_i\dot{\omega}+\delta_i\ddot{\phi}_i=0\end{aligned} \quad (7)$$

که

$$\begin{aligned}&q_1(\phi)=(\phi_1-\phi_2-\frac{2\pi}{n})\\&q_i(\phi)=(2\phi_i-\phi_{i-1}-\phi_{i+1})\\&q_n(\phi)=(\phi_n-\phi_{n-1}-\frac{2\pi}{n})\\&i=2,3,\dots,n-1\end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned}&m_b[(\ddot{y}+2\omega\dot{x}-\omega^2y)\sin\phi_i-\delta_i(\dot{\phi}_i+\omega)^2\\&+(\ddot{x}-2\omega\dot{y}-\omega^2x)\cos\phi_i+\ddot{\delta}_i]+c_r\dot{\delta}_i\\&+k_b(\delta_i-a)+m_b\dot{\omega}(x\sin\phi_i-y\cos\phi_i)=0\end{aligned} \quad (9)$$

لازم به توضیح است که رابطه (5) مربوط به درجه آزادی x ساچمه‌ها ، رابطه (6) مربوط به درجه آزادی y ساچمه‌ها، رابطه (7) مربوط به درجه آزادی محیطی ساچمه‌ها (ϕ_i) و رابطه (9) مربوط به درجه آزادی شعاعی ساچمه‌ها (δ_i) می‌باشد.

صحت روابط اخیر با قرار دادن $\delta_i=R$، $\dot{\delta}_i=0$، $\dot{\omega}=0$ و $k_b=k_d=0$ در روابط (5) تا (9)، که به روابط موجود در مقالات [9-10] منجر می‌شود تائید می‌گردد.

3- بی‌بعد کردن پارامترها

به منظور کسب نتایج عمومی‌تر، پارامترهای بی‌بعد به‌صورت رابطه (10) تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned}&\zeta=\frac{c}{2\sqrt{Mk}},\bar{m}=\frac{m_b}{M},\bar{\omega}=\frac{\omega}{\omega_n},\beta=\frac{c_r}{2m_b\omega_n},\tau=\omega_n t\\&\bar{x}=\frac{x}{\lambda},\bar{y}=\frac{y}{\lambda},\bar{\delta}_i=\frac{\delta_i}{\lambda},\bar{\varepsilon}=\frac{\varepsilon}{\lambda},f=\frac{\omega_b}{\omega_n},r=\sqrt{\bar{x}^2+\bar{y}^2}\end{aligned} \quad (10)$$

که در آن ζ بیانگر نسبت میرایی سیستم و β نشان دهنده نسبت میرایی بالانسر، $\bar{\delta}_i$جابجایی بی‌بعد ساچمه‌ها در راستای شعاعی، λ طول تعادل فنرهای شعاعی می‌باشد. ω_nفرکانس طبیعی سیستم بدون اتوبالانسر و ω_b فرکانس طبیعی سیستم ساچمه- فنر شعاعی است. معادلات حرکت سیستم با استفاده از پارامترهای بی‌بعد معرفی شده به‌صورت روابط (11) تا (14) بدست می‌آید:

$$\begin{aligned}&\ddot{\bar{x}}+\bar{m}\sum_{i=1}^{n}\left[(\ddot{\bar{\delta}}_i-\bar{\delta}_i(\dot{\phi}_i+\bar{\omega})^2)\cos\phi_i\right.\\&\left.-\bar{\delta}_i\dot{\bar{\omega}}\sin\phi_i-(\bar{\delta}_i\ddot{\phi}_i+2\dot{\bar{\delta}}_i(\dot{\phi}_i+\bar{\omega}))\sin\phi_i\right]\\&-(1-\bar{m})\bar{\varepsilon}\bar{\omega}^2-2\bar{\omega}\dot{\bar{y}}-(2\zeta\bar{\omega}+\dot{\bar{\omega}})\bar{y}\\&+2\zeta\dot{\bar{x}}+(1-\bar{\omega}^2)\bar{x}=0\end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned}&\ddot{\bar{y}}+\bar{m}\sum_{i=1}^{n}\left[(\ddot{\bar{\delta}}_i-\bar{\delta}_i(\dot{\phi}_i+\bar{\omega})^2)\sin\phi_i\right.\\&\left.+\bar{\delta}_i\dot{\bar{\omega}}\cos\phi_i+(\bar{\delta}_i\ddot{\phi}_i+2\dot{\bar{\delta}}_i(\dot{\phi}_i+\bar{\omega}))\cos\phi_i\right]\\&+(1-\bar{m})\bar{\varepsilon}\dot{\bar{\omega}}+2\bar{\omega}\dot{\bar{x}}+(2\zeta\bar{\omega}+\dot{\bar{\omega}})\bar{x}\\&+2\zeta\dot{\bar{y}}+(1-\bar{\omega}^2)\bar{y}=0\end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned}&\bar{\delta}_i\bar{m}[2\dot{\bar{\delta}}_i(\dot{\phi}_i+\bar{\omega})+(\ddot{\bar{x}}-2\bar{\omega}\dot{\bar{y}}+\dot{\bar{\omega}}\bar{y}-\bar{\omega}^2\bar{x})\\&\times\sin\phi_i+(\ddot{\bar{y}}+2\bar{\omega}\dot{\bar{x}}+\dot{\bar{\omega}}\bar{x}-\bar{\omega}^2\bar{y})\cos\phi_i\\&+\bar{\delta}_i\ddot{\phi}_i+\bar{\delta}_i\dot{\bar{\omega}}]+2\beta\bar{m}{\bar{\delta}_i}^2\dot{\phi}_i+\eta\bar{m}q_i(\phi_i)=0\end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned}&\bar{m}[(\ddot{\bar{x}}-2\bar{\omega}\dot{\bar{y}}-\bar{\omega}^2\bar{x})\cos\phi_i\\&+(\ddot{\bar{y}}+2\bar{\omega}\dot{\bar{x}}-\bar{\omega}^2\bar{y})\sin\phi_i+\ddot{\bar{\delta}}_i-\bar{\delta}_i\dot{\phi}_i^2-2\bar{\delta}_i\bar{\omega}\dot{\phi}_i]\\&+\dot{\bar{\omega}}\bar{m}(\bar{x}\sin\phi_i-\bar{y}\cos\phi_i)+2\beta\bar{m}\dot{\bar{\delta}}_i\\&+\bar{m}(\bar{\delta}_i-1)(f^2-\bar{\omega}^2)=0\end{aligned} \quad (14)$$

بعد از استخراج معادلات غیرخطی حرکت، پاسخ‌های زمانی سیستم اتوبالانسر با استفاده از روش رانگ کوتای مرتبه‌ی 4 قابل استخراج است.

در شکل 2 پاسخ زمانی روتور در سه حالت رسم شده است: 1- روتور مجهز به اتوبالانسر نوع متداول 2- روتور مجهز به اتوبالانسر نوع جدید 3- روتور بدون اتوبالانسر. همان‌طور که از این شکل مشاهده می‌شود پاسخ ارتعاشی در سیستم مجهز به اتوبالانسر نوع جدید در ناحیه گذرا نسبت به روتور مجهز به اتوبالانسر متداول کاهش یافته است. همان‌طور که قبلاً توضیح داده شد همگرایی ساچمه‌ها به طرف نابالانسی در روتور مجهز به اتوبالانسر نوع متداول سبب افزایش دامنه ارتعاشی سیستم می‌شود. به همین دلیل در سیستم جدید فنرهایی به صورت محیطی قرار داده شده است که در ناحیه مذکور از همگرایی ساچمه‌ها و در نتیجه از افزایش دامنه ارتعاشی سیستم جلوگیری می‌کند. دلیل این‌که ساچمه‌ها قادر به فشرده کردن فنرها در ناحیه گذرا نیستند این است که نیروی گریز از مرکز وارد بر ساچمه‌ها متناسب با سرعت روتور و شعاع دورانی ساچمه‌ها می‌باشد و در ناحیه گذرا سرعت روتور و شعاع دورانی ساچمه‌ها کم بوده و در نتیجه مؤلفه‌ی مماسی ناشی از نیروی گریز از مرکز کوچک است و قادر به فشرده کردن فنرها نمی‌باشد و در دورهای بالای دور بحرانی اول به دلیل بالا رفتن سرعت روتور و باز شدگی فنرهای شعاعی، نیروی گریز از مرکز افزایش یافته و در نتیجه نیروی مماسی افزایش یافته و با فشرده کردن فنرها به موقعیت تعادل پایدار خود رفته و سبب بالانس سیستم می‌شود. بنابراین

اتوبالانسر نوع جدید سبب کاهش دامنه در ناحیه گذرا می‌شود که این امر سبب افزایش عمر سیستم نیز می‌گردد.

4- تعیین ناحیه بالانس پایدار

برای تعیین ناحیه بالانس پایدار، ابتدا نقاط تعادل سیستم مورد نظر را پیدا کرده و در ادامه با خطی‌سازی معادلات حول نقاط تعادل پایداری سیستم مورد بررسی قرار می‌گیرد.

4-1- تعیین موقعیت‌های تعادل و خطی‌سازی معادلات حاکم حول نقاط تعادل

برای تعیین نقاط تعادل باید ابتدا معادلات در فضای حالت بیان شوند. سپس با صفر قرار دادن بردار تحریک، نقاط تعادل بدست می‌آید. معادلات حرکت در فضای حالت به صورت ماتریسی- برداری به‌شکل رابطه (15) بیان می‌شوند:

$$A(x)\dot{\vec{x}} = \vec{X}(x) \tag{15}$$

که در آن $\vec{x}$ بردار حالت، $\vec{X}$ بردار تحریک و A ماتریس سیستم است که به ترتیب به‌صورت روابط (16) تا (18) بیان می شوند:

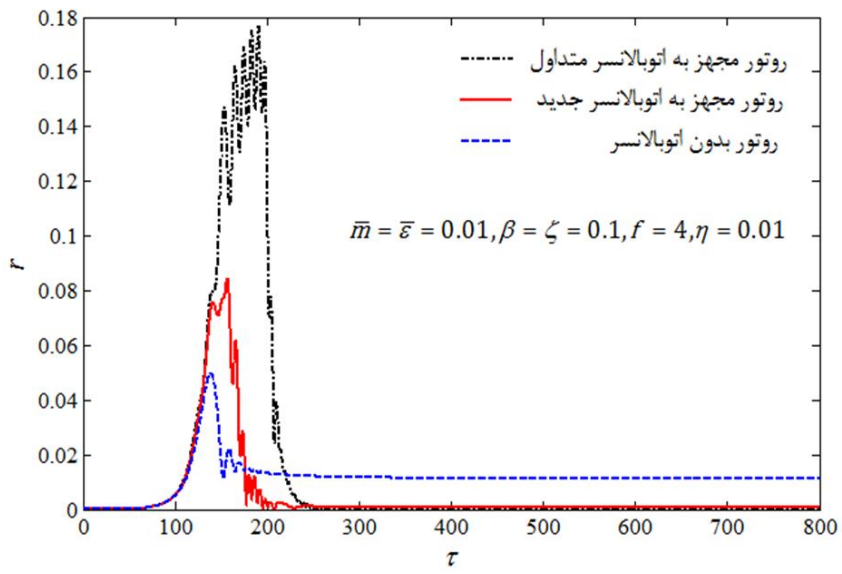
$$\vec{x} = [x, y, \phi_1, \dots, \phi_n, \delta_1, \dots, \delta_n, \dot{x}, \dot{y}, \dot{\phi}_1, \dots, \dot{\phi}_n, \dot{\delta}_1, \dots, \dot{\delta}_n]^{\mathrm{T}} \tag{16}$$

$$\vec{X} = [X_x, X_y, X_{\phi_1}, \dots, X_{\phi_n}, X_{\delta_1}, \dots, X_{\delta_n}, X_{\dot{x}}, X_{\dot{y}}, X_{\dot{\phi}_1}, \dots, X_{\dot{\phi}_n}, X_{\dot{\delta}_1}, \dots, X_{\dot{\delta}_n}]^{\mathrm{T}} \tag{17}$$

$$A = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \tag{18}$$

در رابطه (18)، I ماتریس مربعی واحد از مرتبه n+4 می‌باشد و ماتریس M به صورت رابطه (19) بدست می‌آید:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\bar{m}\bar{\delta}_1\sin\phi_1 & \cdots & -\bar{m}\bar{\delta}_n\sin\phi_n & \bar{m}\cos\phi_1 & \cdots & \bar{m}\cos\phi_n \\ 0 & 1 & \bar{m}\bar{\delta}_1\cos\phi_1 & \cdots & \bar{m}\bar{\delta}_n\cos\phi_n & \bar{m}\sin\phi_1 & \cdots & \bar{m}\sin\phi_n \\ -\bar{m}\bar{\delta}_1\sin\phi_1 & \bar{m}\bar{\delta}_1\cos\phi_1 & \bar{m}\bar{\delta}_1^2 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -\bar{m}\bar{\delta}_2\sin\phi_2 & \bar{m}\bar{\delta}_2\cos\phi_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & 0 & \ddots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -\bar{m}\bar{\delta}_n\sin\phi_n & \bar{m}\bar{\delta}_n\cos\phi_n & 0 & \cdots & \bar{m}\bar{\delta}_n^2 & 0 & \cdots & 0 \\ \bar{m}\cos\phi_1 & \bar{m}\sin\phi_1 & 0 & \cdots & 0 & \bar{m} & \cdots & 0 \\ \bar{m}\cos\phi_2 & \bar{m}\sin\phi_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{m}\cos\phi_n & \bar{m}\sin\phi_n & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & \bar{m} \end{bmatrix} \tag{19}$$



شکل 2 پاسخ زمانی سیستم برای روتور مجهز به اتوبالانسر نوع متداول (-·-·-)، روتور مجهز به اتوبالانسر نوع جدید (——) و روتور، بدون اتوبالانسر (– – –) به ازای $\beta = 0.1$ ، $\zeta = 0.1$، $\bar{\varepsilon} = 0.01$، $\bar{m} = 0.01$ ، $f = 4$ و $\eta = 0.01$.

با در نظر گرفتن $\dot{\vec{x}} = 0$، وضعیت‌های تعادل مطابق رابطه (20) می‌باشد:

$$\vec{X}(x^*) = 0 \tag{20}$$

از رابطه (20) روابط (21) تا (24) حاصل می‌شود:

$$(1-\bar{\omega}^2)x^* - 2\zeta\bar{\omega}y^* - (1-\bar{m})\bar{\varepsilon}\bar{\omega}^2 - \bar{\omega}^2\bar{m}\sum_{i=1}^{n}(\delta_i^*\cos\phi_i^*) = 0 \tag{21}$$

$$(1-\bar{\omega}^2)y^* + 2\zeta\bar{\omega}x^* - \bar{\omega}^2\bar{m}\sum_{i=1}^{n}(\delta_i^*\sin\phi_i^*) = 0 \tag{22}$$

$$\bar{\omega}^2\bar{m}\delta_i^*(x^*\sin\phi_i^* - y^*\cos\phi_i^*) = 0 \; i = 1 \dots n \tag{23}$$

$$\bar{m}[(f^2-\bar{\omega}^2)(\delta_i^*-1) - \bar{\omega}^2(x^*\cos\phi_i^* + y^*\sin\phi_i^*)] = 0 \; i = 1 \dots n \tag{24}$$

با بیان x^* و y^* به صورت قطبی $x^* = r^*\cos\theta^*$ و $y^* = r^*\sin\theta^*$ که r^* نشانگر دامنه ارتعاشات روتور در حالت پایا می‌باشد، روابط (25) تا (28) بدست می‌آید:

$$(1-\bar{\omega}^2)r^*\cos\theta^* - 2\zeta\bar{\omega}r^*\sin\theta^* - (1-\bar{m}) \times \bar{\varepsilon}\bar{\omega}^2 - \bar{\omega}^2\bar{m}\sum_{i=1}^{n}(\delta_i^*\cos\phi_i^*) = 0 \tag{25}$$

$$(1-\bar{\omega}^2)r^*\sin\theta^* + 2\zeta\bar{\omega}r^*\cos\theta^* - \bar{\omega}^2\bar{m} \times \sum_{i=1}^{n}(\delta_i^*\sin\phi_i^*) = 0 \tag{26}$$

$$\bar{\omega}^2\bar{m}\delta_i^* r^*\sin(\phi_i^* - \theta^*) = 0 \tag{27}$$

$$\bar{m}[(f^2-\bar{\omega}^2)(\delta_i^*-1) - \bar{\omega}^2 r^*\cos(\phi_i^* - \theta^*)] = 0 \tag{28}$$

براساس معادلات به‌دست آمده از روابط (25) تا (28) می‌توان وضعیت‌های تعادل سیستم را برای دو مقدار $r^* = 0$ و $r^* \neq 0$ استخراج کرد. با توجه به اهمیت حالت بالانس، در این‌جا فقط وضعیت بالانس $r^* = 0$ ، مورد بررسی قرار می‌گیرد. در حالت بالانس، با قرار دادن $r^* = 0$ در معادلات (25) تا (28) سه معادلهٔ (29) تا (31) حاصل می‌شود:

$$\sum_{i=1}^{n}(\delta_i^*\cos\phi_i^*) + \frac{(1-\bar{m})\bar{\varepsilon}}{\bar{m}} = 0 \tag{29}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sin\phi_i^* = 0 \tag{30}$$

$$\delta_i^* = 1 \tag{31}$$

معادلات (29) تا (31) وضعیت قرارگیری ساچمه‌ها در حالت بالانس را نشان می‌دهند. برای بررسی ارتعاشات کوچک سیستم حول نقاط تعادل پایدار، از مختصه‌های اغتشاشی به صورت رابطه (32) استفاده می‌شود:

$$\vec{x} = \vec{x}^* + \Delta\vec{x} \tag{32}$$

که در آن x^* نقطه تعادل سیستم است و بردار $\Delta\vec{x}$ به صورت رابطه (33) تعریف می‌شود:

$$\Delta\vec{x} = [\Delta x, \Delta y, \Delta\phi_1, \dots, \Delta\phi_n, \Delta\delta_1, \dots, \Delta\delta_n, \Delta\dot{x}, \Delta\dot{y}, \Delta\dot{\phi}_1, \dots, \Delta\dot{\phi}_n, \Delta\dot{\delta}_1, \dots, \Delta\dot{\delta}_n]^{\mathrm{T}} \tag{33}$$

در واقع مؤلفه‌های Δx ، Δy ، $\Delta\phi_i$ ، $\Delta\delta_i$، $\Delta\dot{x}$، $\Delta\dot{y}$ ، $\Delta\dot{\phi}_i$ و $\Delta\dot{\delta}_i$ تغییرات بسیار

کوچکی هستند که به ترتیب در x، y، ϕ_i، δ_i، $\dot{x}$، $\dot{y}$، $\dot{\phi}_i$ و $\dot{\delta}_i$ داده شده‌اند. با در نظر گرفتن روابط فوق، معادلات حرکت در فضای حالت به صورت رابطه (34) بدست می‌آید:

$$A(x^* + \Delta x)\Delta\vec{\dot{x}} = \vec{X}(x^* + \Delta x) - \vec{X}(x^*) \quad (34)$$

با بسط رابطه (34) و صرف نظر کردن از جملات مرتبه دوم و بالاتر Δx رابطه (35) حاصل می‌شود:

$$A(x^*)\Delta\vec{\dot{x}} = B\Delta\vec{X} \quad (35)$$

در رابطه (35)، B^* ماتریسی مربعی از مرتبه 2(n+4) می‌باشد که به صورت رابطه (36) تعریف می‌شود:

$$B^* = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K^* & -C^* \end{bmatrix} \quad (36)$$

و ماتریس‌های C^* و K^* ماتریس‌های مربعی هستند که به دلیل مفصل بودن از آوردن آنها خودداری شده است.

4-2- بررسی پایداری

پایداری سیستم از روش اول لیاپانوف (بررسی پایداری سیستم حول نقاط تعادل) بررسی می‌شود. همان‌طور که قبلاً توضیح داده شد با در نظر گرفتن تغییرات کوچک حول نقطه تعادل، معادلات حاکم را می‌توان به صورت رابطه (37) نمایش داد:

$$A^*\Delta\dot{x} = B^*\Delta X \quad (37)$$

پایداری حول وضعیت تعادل را می‌توان به یک مسأله مقدار ویژه تبدیل نمود، پاسخ سیستم به صورت رابطه (38) در نظر گرفته می‌شود:

$$\Delta x = \Delta X e^{\lambda t} \quad (38)$$

که در آن λ مقدار ویژه و ΔX بردار ویژه متناظر با آن می‌باشد. معادلات حـاکم، به مسأله مقدار ویژه مطابق رابطه (39) تبدیل می‌شود:

$$(B^* - \lambda A^*)\Delta X = 0 \quad (39)$$

هنگامی که همه مقادیر ویژه دارای قسمت حقیقی منفی باشند سیستم به صورت مجانبی پایدار است. به عبارت دیگر اگر یکی از مقادیر ویژه دارای قسمت حقیقی مثبت باشد، سیستم ناپایدار است. مسأله مقدار ویژه را می‌توان با حل معادله مشخصه که به صورت رابطه (40) به دست می‌آید حل نمود:

$$\det(B^* - \lambda A^*) = 0 \quad (40)$$

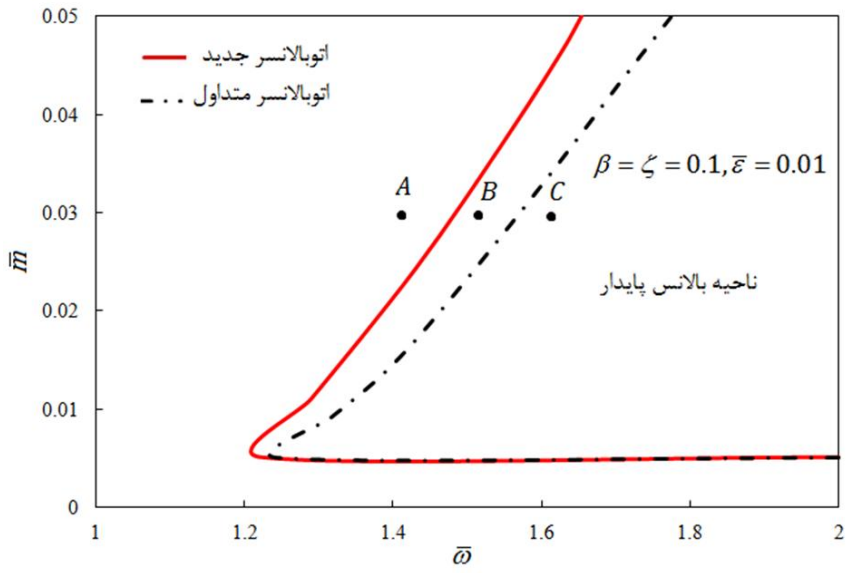
رابطه (40) را می‌توان با یک چند جمله‌ای برحسب λ به صورت رابطه (41) بیان کرد:

$$\sum_{i=0}^{n} c_i \lambda^i = 0 \quad (41)$$

با جای‌گذاری نقاط تعادل سیستم در رابطه (40) ثوابت معادله مشخصه به صورت تابعی از پارامترهای بی‌بعد سیستم شامل β، ζ، $\bar{\varepsilon}$، $\bar{m}$ و $\bar{\omega}$ به دست می‌آید. پس هر یک از ثوابت c_i در حالت کلی تابعی از پارامترهای بی بعد سیستم است. بنابراین مقادیر ویژه سیستم نیز تابعی از این پارامترها خواهند بود.

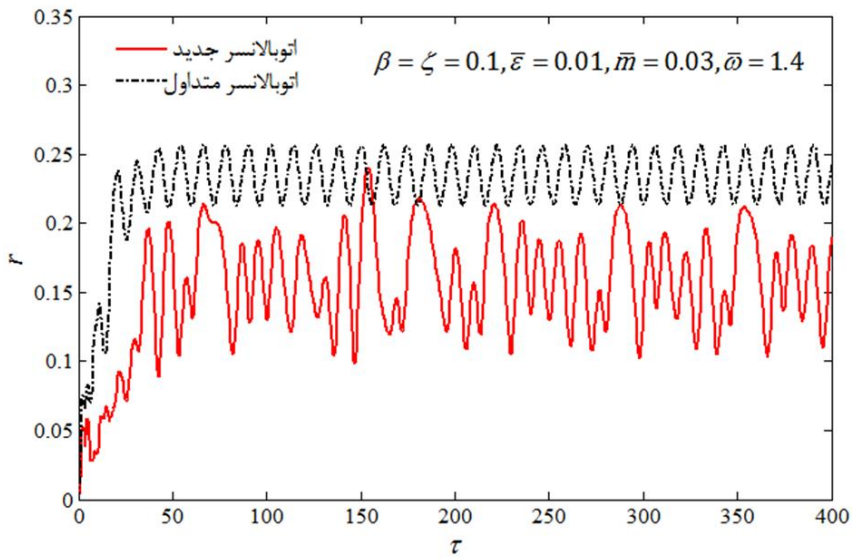
با توجه به این‌که نواحی پایدار برحسب تمامی پارامترها را نمی‌توان به طور همزمان نشان داد، در هر مرحله به سه پارامتر از پنج پارامتر فوق مقدار داده و نواحی پایدار برحسب دوپارامتر دیگر رسم می‌شود. شکل 3 نواحی پایدار بر حسب پارامترهای $\bar{m}$ و $\bar{\omega}$ را نشان می‌دهد. در این حالت بقیه پارامتر $\beta = \zeta = 0.1$ و $\bar{\varepsilon} = 0.01$ در نظر گرفته شده‌اند.

همان‌طور که از شکل 3 مشاهده می‌شود محدوده‌ی بالانس پایدار روتور مجهز به اتوبالانسر جدید نسبت به روتور مجهز به اتوبالانسر متداول بیشتر است. با توجه به این‌که در اتوبالانسر نوع جدید ساچمه‌ها به فنرهای شعاعی متصل هستند بنابراین هر یک از ساچمه‌ها علاوه بر حرکت محیطی قادر به حرکت شعاعی نیز می‌باشد که این امر سبب افزایش تعداد درجات آزادی سیستم می‌شود. افزایش تعداد درجات آزادی سبب افزایش ناحیه بالانس پایدار می‌شود.

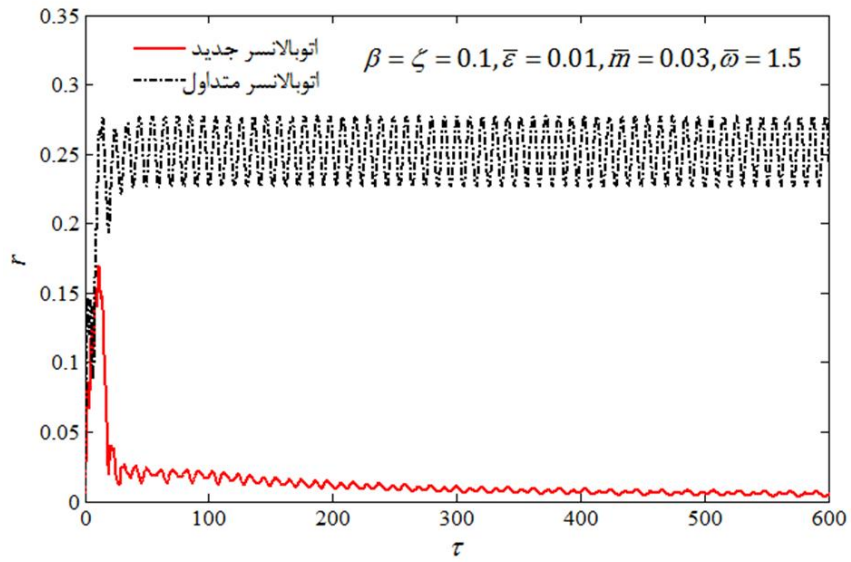


شکل 3 ناحیه بالانس پایدار براساس تغییرات سرعت دورانی بی‌بعد نسبت به جرم بی‌بعد ساچمه‌ها

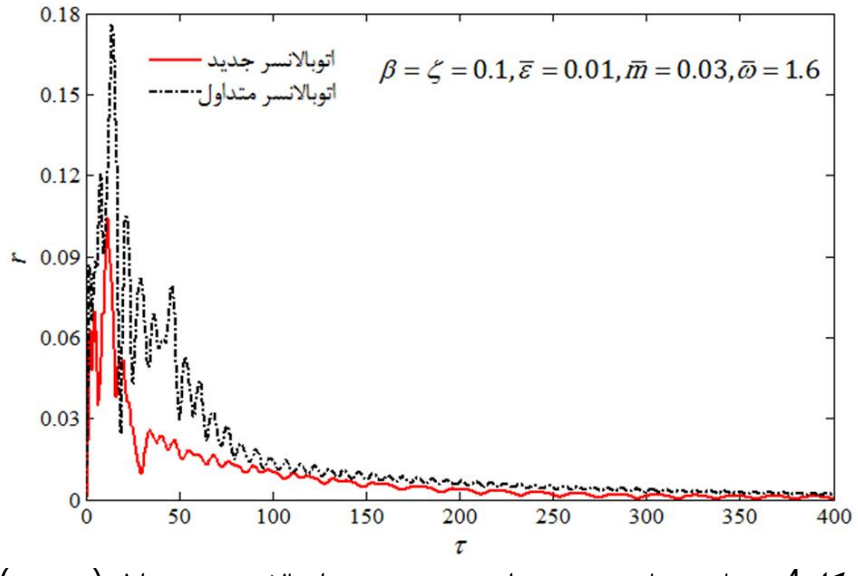
به منظور صحه‌سنجی نتایج، در ادامه پاسخ‌های زمانی مربوط به روتور مجهز به اتوبالانسر متداول و اتوبالانسر جدید به ازای $\beta = \zeta = 0.1$، $\bar{\varepsilon} = 0.01$ و $\bar{m} = 0.03$ در سه حالت الف) $\bar{\omega} = 1.4$، ب) $\bar{\omega} = 1.5$ و ج) $\bar{\omega} = 1.6$ به دست آمده است. سه حالت اخیر در شکل 3 به ترتیب توسط نقاط A، B و C مشخص شده است. همان‌طور که از این شکل مشاهده می‌شود در حالت (الف) هر دو اتوبالانسر قادر به بالانس سیستم نبوده‌اند ولی در حالت (ب) اتوبالانسر نوع جدید روتور را بالانس کرده در حالی‌که نوع متداول قادر به بالانس سیستم نیست. در حالت (ج) هر دو نوع اتوبالانسر قادر به بالانس سیستم هستند.



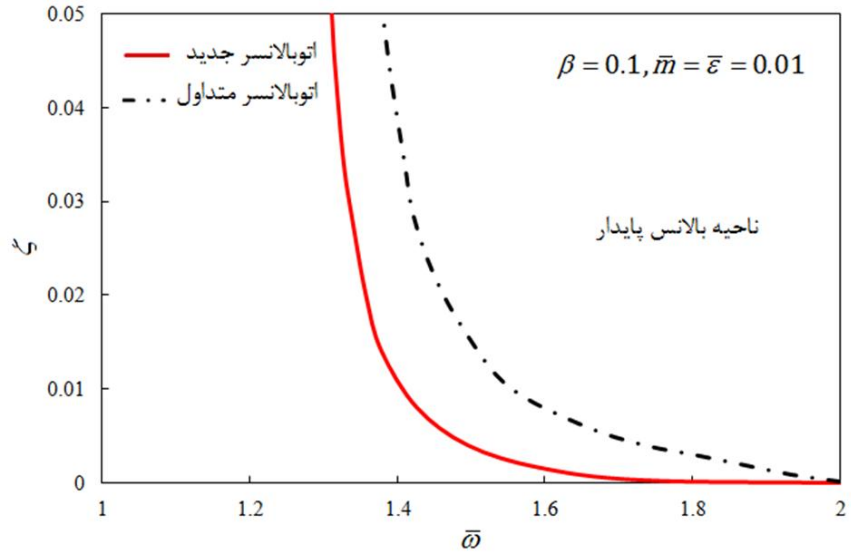
شکل 4-الف پاسخ زمانی سیستم برای روتور مجهز به اتوبالانسر نوع متداول (—·—·—) و روتور مجهز به اتوبالانسر نوع جدید (——) به ازای $\bar{\omega} = 1.4$



شکل 4-ب پاسخ زمانی سیستم برای روتور مجهز به اتوبالانسر نوع متداول (—·—·—) و روتور مجهز به اتوبالانسر نوع جدید (——) به ازای $\bar{\omega} = 1.5$



شکل 4-ج پاسخ زمانی سیستم برای روتور مجهز به اتوبالانسر نوع متداول (-·-·-) و روتور مجهز به اتوبالانسر نوع جدید (——) به ازای $\bar{\omega}$ = 1.6



شکل 5 ناحیه بالانس پایدار براساس تغییرات سرعت دورانی بی‌بعد نسبت به ضریب میرایی سیستم

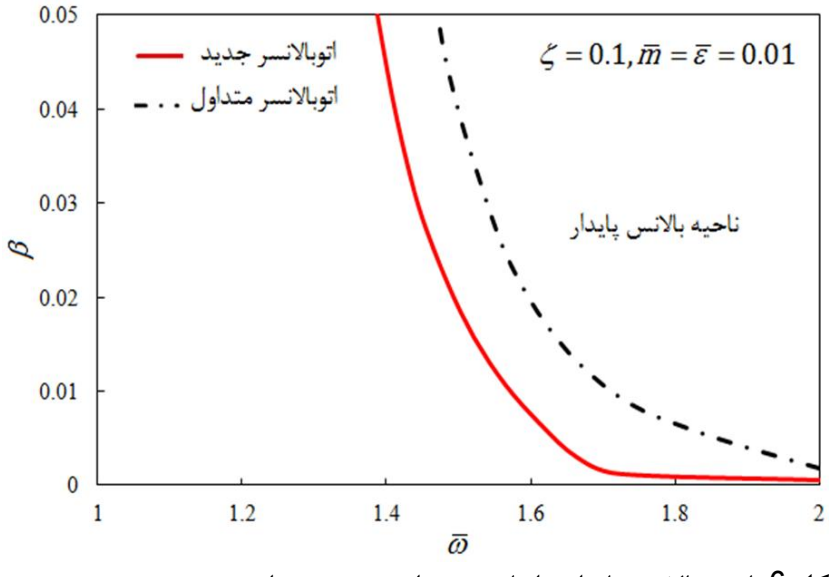
در شکل‌های 4-الف تا 4-ج پاسخ‌های زمانی متناظر با سه حالت ذکر شده رسم شده است. بررسی پاسخ‌های زمانی، صحت نتایج بدست آمده در شکل 3 را تایید می‌کند.

در شکل‌های 5 تا 7 نمودارهای مربوط به نواحی پایدار به ازای تغییر پارامترهای ζ ، $\bar{\varepsilon}$ و β برحسب $\bar{\omega}$ آورده شده است. همان‌طور که از این شکل‌ها مشاهده می‌شود محدوده‌ی بالانس پایدار روتور مجهز به اتوبالانسر جدید نسبت به روتور مجهز به اتوبالانسر متداول بیشتر است.

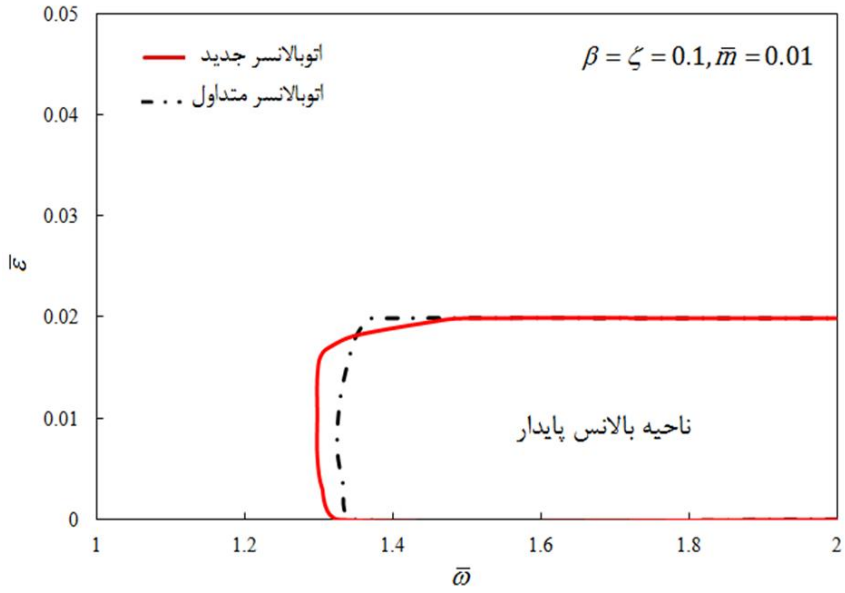
5- نتیجه‌گیری

در اتوبالانسر ساچمه‌ای متداول همگرایی ساچمه‌ها در ناحیه گذرا سبب افزایش دامنه نوسانات سیستم می‌شود. با توجه به این‌که این نوع اتوبالانسرها معمولاً برای سیستم‌هایی به کار می‌رود که روزانه ممکن است چند بار سیستم از ناحیه گذرا عبور کند بنابراین افزایش دامنه در این ناحیه سبب ایجاد ارتعاشات شدید و کاهش عمر سیستم می‌شود. در این نوع اتوبالانسرها برای دست یابی بالانس باید پارامترهای سیستم به‌گونه‌ای انتخاب شوند که سیستم در محدوده‌ی بالانس پایدار قرار گیرد. به همین دلیل، اتوبالانسر متداول به ازای مقادیر محدودی از پارامترهای سیستم قادر به بالانس است. در این مقاله با ارائه نوع جدیدی از اتوبالانسر راه حل‌هایی برای رفع دو عیب مذکور ارائه شد:

1- برای جلوگیری از افزایش دامنه در ناحیه گذرا، فنرهای محیطی برای کنترل موقعیت ساچمه‌ها به کار برده شد. فنرهای محیطی از همگرایی ساچمه‌ها در ناحیه گذرا جلوگیری کرده و سبب کاهش دامنه ارتعاشی سیستم در این ناحیه می‌شود.



شکل 6 ناحیه بالانس پایدار براساس تغییرات سرعت دورانی بی‌بعد نسبت به ضریب میرایی اتوبالانسر



شکل 7 ناحیه بالانس پایدار براساس تغییرات سرعت دورانی بی‌بعد نسبت به خروج از مرکز بی‌بعد

2- در اتوبالانسر جدید پیشنهادی، برخلاف اتوبالانسر متداول که در آن ساچمه‌ها مقید به حرکت در داخل شیار هستند، متصل بودن ساچمه‌ها به فنرهای شعاعی باعث آزادی عمل بیشتر ساچمه‌ها نسبت به اتوبالانسر متداول می‌شود که این امر سبب افزایش محدوده‌ی بالانس پایدار می‌گردد. افزایش محدوده‌ی بالانس پایدار سبب می‌شود تا این نوع اتوبالانسر قادر به بالانس سیستم‌ها با محدوده‌ی وسیعی از مقادیر پارامترها باشد.

6- مراجع

[1] W. Kim, J. Chung, Performance of automatic ball balancers on optical disc drives, *Proc. Inst. Mech. Eng., Part C: J. Mech. Eng. Sci*., Vol. 216, pp. 1071–1080, 2002.

[2] P.C.P. Chao, C. K. Sung, C.-C. Wang, Dynamic analysis of the optical disk drives equipped with an automatic ball balancer with consideration of torsional motions, *ASME J. Appl. Mech*., Vol. 72, pp. 826–842, 2005.

[3] P.C.P. Chao, C.K. Sung, H.C. Leu, Effects of rolling friction of the balancing balls on the automatic ball balancer for optical disk drives, *J. Tribol*., Vol. 127, pp. 845–856, 2005.

[4] C. Rajalingham, S. Rakheja, Whirl suppression in hand-held power tool rotors using guided rolling balancers, *J. Sound and Vibrations,* Vol. 217, pp. 453–466, 1998.

[5] Thearle e. L, automatic dynamic balancers, *Machine Design,* vol. 22, pp. 119- 124, 1950.

[6] Alexander j. D, an automatic dynamic balancer, *proceeding for second southeastern conference,* vol.2, pp. 415-426, 1964.

[7] Cade g. W, self- compensating balancing in rotating mechanisms, *Mechanism Machine Theory,* vol. 23, pp. 71-78, 1965.

[8] J. Chung, D. S. Ro, dynamic analysis of an automatic dynamic balancer for rotating mechanism, *J. Sound and Vibrations,* Vol. 228, No. 5, pp. 1035-1056, 1999.

[9] C.J. Lu M.C. Wang Sh.H. Huang, Analytical study of the stability of a two-ball automatic balancer, *Mechanical Systems and Signal Processing,* vol.23, pp. 884–896, 2009.

[10] Chung-Jen Lu1, Chia-Hsing Hung, Stability Analysis of a Three-Ball Automatic Balancer, *J. Vibration and Acoustics*. Vol. 130, 2008.

[11] H. Hwang, J. Chung, Dynamic analysis of an automatic ball balancer with double races, *JSME International Journal,* Vol. 42, pp. 265–272, 1999.

[12] Lee j. V. moorhem w. K, analytical and experimental analysis of self-compensating dynamic balancer in a rotating mechanism, *Asme Dynamic Systems Measurement and Control,* Vol. 118, pp. 468-475, 1996.

[13] P.C.P. Chao, Y. D.Huang, C.-K. Sung, Non-planar dynamic modeling for the optical disk drive spindles equipped with an automatic balancer, *Mech. Mach. Theory,* Vol. 38, pp. 1289–1305, 2003.

[14] W. Kim, D.-J. Lee, J. Chung, Three-dimensional modeling and dynamic analysis of an automatic ball balancer in an optical disk drive, *J. Sound and Vibrations,* Vol. 285, pp. 547–569, 2005.

[15] C. Rajalingham r. B. Baht, complete balancing of disk mounted on a vertical cantilever shaft using a two ball automatic balancer, *J. Sound and Vibration,* pp. 169- 191, 2006.

[16] J.Chung, I. Jang, Dynamic response and stability analysis of an automatic ball balancer for a flexible rotor, *J. Sound and Vibration,* Vol. 259, No. 1, pp. 31–43, 2003.

[17] P.C.P. Chao, C.K. Sung, S.T. Wu, J.S. Huang, Non-planar modeling and experimental validation of a spindle-disk system equipped with an automatic balancer system in optical disk drives, *Microsyst. Technol.-Micro-and Nanosyst.-Inf. Storage Process. Syst*., Vol. 13, pp. 1227–1239, 2007.

[18] J.Ehyaei, majid m. Moghaddam, Dynamic response and stability analysis of an unbalanced flexible rotating shaft equipped with n automatic ball-balancers, *J. sound and vibration,* Vol. 321, pp. 554- 571, 2009.

[19] Chan t.c. sung c.k. chao c.p, Non-linear suspension of an automatic ball balancer, *Non-Linear Mechanics,* Vol. 46, pp. 415-424, 2011.

[20] C.K. Sung., T.C. Chan., C.P. Chao., C.H. Lu., Influence of external excitations on ball positioning of an automatic balancer, *Mechanism and Machine Theory,* Vol. 69, pp. 115–126,. 2013.

[21] M. Rezaee, R. Fathi, The effect of damping ratio and balls mass on the stability of automatic ball balancer and determining their optimum values, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 14, No. 3, pp. 110-118, 2014. (In Persian)

[22] M. Rezaee, R. Fathi, A.M. Alizadeh Fard, Investigating the stability of automatic ball-balancer under the gyroscopic effect and optimization of its parameters using the Nelder- Mead simplex algorithm, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 14, No. 14, pp. 155-166, 2015. (In Persian)

[23] W.Y. Huang C.P. Chao J.R. Kang C.K. Sung, The application of ball-type balancers for radial vibration reduction of high-speed optic disk drives, *J. Sound and Vibration,* Vol. 250, No. 3, pp. 415–430, 2002.

[24] Y. Ishida, T. Matsuura, X.L. Zhang, Efficiency improvement of an automatic ball balancer, *Trans. ASME, J. Vibr. Acoust,* 2012.

[25] Kim, Taekil, Sungsoo Na., New automatic ball balancer design to reduce transient-response in rotor system, *Mechanical Systems and Signal Processing,* Vol. 37.1, pp. 265-275, 2013.

[26] Lu, Chung-Jen, and Ming-Cheng Wang, Stability analysis of a ball–rod–spring automatic balancer, *International Journal of Mechanical Sciences,* Vol. 53, pp. 846-854, 2011.