



## انتخاب خودکار سطوح جاسازی و بست در فرزکاری قطعات چند وجهی براساس گراف بردار نرمال و جبر خطی

وحید سنجابی<sup>۱</sup>، محمد جواد ناطق<sup>۲\*</sup>

۱- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

۲- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

\* تهران، صندوق پستی ۱۴۳-۱۴۱۱۵، nategh@modares.ac.ir

### چکیده

طراحی قید و بند مناسب جهت ساخت یک محصول با کیفیت و مطابق با نیازهای مورد نظر، امری مهم است و بستگی به تجربه و مهارت طراح دارد. در طراحی قید و بند، انتخاب خودکار سطوح جاسازی و بست مناسب، مهمترین مرحله طراحی می باشد. نرم افزارهای طراحی قید و بند به کمک کامپیوتر کار طراحی قید و بند را ساده می سازند. در این مقاله یک روش جدید برای انتخاب خودکار سطوح مناسب جاسازی و بست براساس گراف بردار نرمال و جبر خطی ارائه شده است. ابتدا توسط گراف بردار نرمال، سطوح جاسازی و بست دسته بندی شده و سپس با استفاده از روش جبر خطی مناسب ترین سطوح از میان سطوح جاسازی و بست دسته بندی شده، انتخاب می شوند. نتایج برای چند قطعه نمونه آزمایش و بررسی شده است. نتایج بدست آمده از این مطالعه در خودکارسازی طراحی قید و بند به کمک کامپیوتر بکار می رود.

**کلید واژگان:** قید و بند، طراحی قید و بند به کمک کامپیوتر، جاسازی، بست، گراف بردار نرمال، جبر خطی

## Automatic selection of locating and clamping surfaces in polyhedral parts milling based on normal vector graph and linear algebra

Vahid Sanjabi, Mohammad Javad Nategh\*

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

\*P.O.B. 14115-143, Tehran, Iran, nategh@modares.ac.ir

### ABSTRACT

Appropriate fixture design for manufacturing a product with quality and in accordance with the requirements is important task and depends on the designer's experience and skills. In fixture design, the appropriate locating and clamping surfaces automatic selection is the most important of design step. Computer aided fixture design softwares ease the fixture design. In this paper, a new method is presented for automatic selection of appropriate clamping and locating surfaces based on the normal vector graph and linear algebra. At first, locating and clamping surfaces are classified with normal vector graph. Then, the best surfaces among the classified locating and clamping surfaces has been selected with the use of linear algebra method. The results for several sample parts have been tested. The obtained results of this study are applied in computer aided fixture design automation.

**Keywords:** Clamping, Computer Aided Fixture Design, Fixture, Linear Algebra, Locating, Normal Vector Graph.

### ۱- مقدمه

حجم فضای نیرو- ممان و یکسان بودن همسان گردی را برای ارزیابی نقاط مناسب روی جسم جهت گرفتن توسط ربات، ارائه کردند. سوارز و همکارانش [۸] معیارهای ارزیابی گرفتن اشیاء توسط ربات را ارائه کردند. این معیارها که تعدادی از آن ها بر مبنای روش جبر خطی است، در این مقاله جهت ارزیابی نقاط جاسازی و بست به کار گرفته شده است. معیارهای ارزیابی در گرفتن اشیاء توسط ربات، می تواند در طراحی قید و بند نیز به کار رود [۹]. در این تحقیق، هندسه قطعه کار جهت تعیین سطوح مناسب جاسازی و بست، بررسی شده است. برای این منظور از روش هندسی و جبر خطی استفاده شده است. هدف از این تحقیق توسعه یک ابزار تجزیه و تحلیل سطوح جاسازی و بست و به کارگیری آن در نرم افزار طراحی قید و بند به کمک کامپیوتر (CAFD) است. در این مقاله یک روش جدید به نام گراف بردار نرمال جهت دسته بندی مناسب سطوح جاسازی و بست، ارائه شده است. با استفاده از جبر خطی، مناسب ترین سطوح و نقاط جاسازی و بست، انتخاب می شود.

قید و بند، ابزار تولیدی است که قطعه کار را در خلال فرآیند ماشین کاری موقعیت داده و محکم نگه می دارد. یکی از مسایل مهم در طراحی قید و بند، انتخاب خودکار سطوح جاسازی و بست می باشد [۱]. همچنین یکی دیگر از مسایل مهم طراحی قید و بند، انتخاب خودکار نقاط جاسازی و بست، روی سطوح مناسب جاسازی و بست است [۲]. سوارز و همکارانش [۳] یک روش جهت طراحی قید و بندهای اجسام پیچیده در محیط های رباتیکی ارائه کردند. هدف، پیدا کردن نقاط مناسب قید و بندی بود. زغیر و همکارانش [۴] روشی بر مبنای هندسه فیچر قطعه جهت طرح ریزی خودکار سیستم طراحی قید و بند برای قطعات چند وجهی ارائه کردند. زنگ و همکارانش [۵] الگوریتمی جهت انتخاب خودکار سطوح مناسب قید و بند و گرفتن اشیاء توسط ربات ارائه کردند. لی و ساستری [۶] و کیم و همکارانش [۷] روش جبر خطی و معیارهای حداقل مقدار تکیه، حداکثر

Please cite this article using:

V. Sanjabi, M.J. Nategh, Automatic selection of locating and clamping surfaces in polyhedral parts milling based on normal vector graph and linear algebra, *Modares Mechanical Engineering, Proceedings of the Advanced Machining and Machine Tools Conference*, Vol. 15, No. 13, pp. 134-138, 2015 (in Persian)

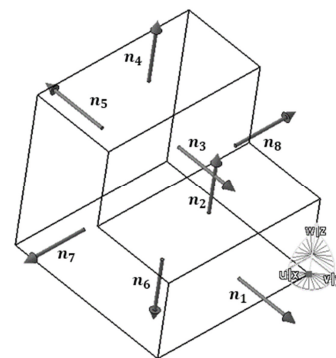
برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

## ۲- گراف بردار نرمال

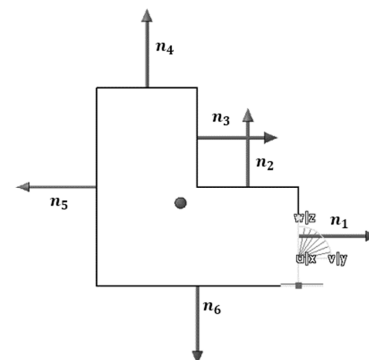
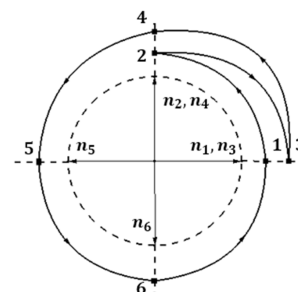
ابتدا، گراف بردار نرمال معرفی و نحوه استفاده از آن بررسی می‌شود. برای این کار، قطعه کار نشان داده شده در شکل ۱ را در نظر می‌گیریم. قطعه کار چند وجهی و با سطوح تخت می‌باشد. بردارهای نرمال (سمت خارج) تمام صفحات در شکل ۱ نشان داده شده است. در این قطعه فرض بر این است که سطح با بردار نرمال  $n_4$  سطح ماشین کاری است.

در شکل ۲ تصویر قطعه در صفحه  $yz$  نشان داده شده است. تمامی بردارهای نرمال واقع شده در این صفحه نشان داده شده است.

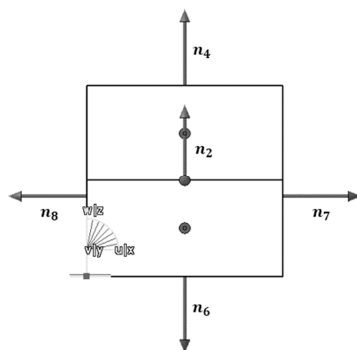
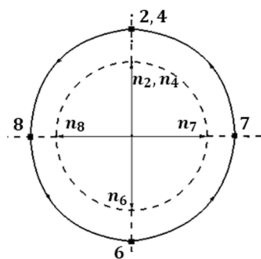
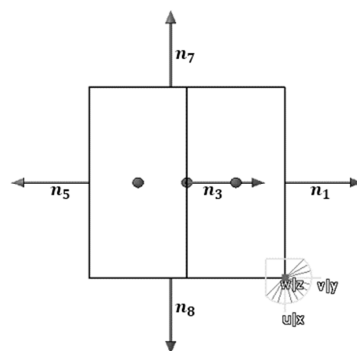
گراف بردار نرمال، شامل یک دایره واحد (دایره خط‌چین) است که بردارهای نرمال تمام صفحات و جهات آن‌ها روی این دایره رسم شده است. هر یک از بردارهای نرمال با یک سری از بردارهای نرمال مجاور ارتباط دارند که این ارتباط با یک سری منحنی (منحنی سیاه پرننگ) مشخص شده است. شروع این ارتباط از بردار نرمال  $n_1$  و در جهت خلاف حرکت عقربه‌های ساعت در نظر گرفته شده است. در این گراف  $n_1$  با  $n_2$  و  $n_2$  با  $n_3$  و  $n_3$  با  $n_4$  و  $n_4$  با  $n_5$



شکل ۱ قطعه کار با بردارهای نرمال سطوح

شکل ۲ تصویر قطعه کار در صفحه  $yz$ شکل ۳ گراف بردار نرمال در صفحه  $yz$ 

و  $n_5$  با  $n_6$  و  $n_6$  با  $n_1$  در ارتباط بوده و مسیر ارتباطها با منحنی روی گراف بردار نرمال مشخص شده است. خط افقی گذرا از مرکز دایره واحد (دایره خط‌چین) که با خط‌چین مشخص شده، مرز مشخص کننده سطوح جاسازی و بست است. سطوحی که بالای خط مرکز قرار گیرند، سطوح بست و سطوح زیر آن، سطوح جاساز در نظر گرفته می‌شوند. سطوحی که روی خط مرکز قرار گیرند، می‌توانند همزمان، کاندید سطوح جاسازی و بست در نظر گرفته شوند. این دسته‌بندی را از لحاظ فیزیکی می‌توان با فرض بارگذاری قطعه از بالا و تحمل نیروی وزن قطعه توسط جاسازها، در نظر گرفت. در این حالت با توجه به گراف بردار نرمال، سطح ۶، سطح جاساز و سطوح ۲ و ۴، سطوح بست و سطوح ۱ و ۳ و ۵ همزمان کاندید سطوح جاسازی و بست هستند. در شکل ۴ تصویر قطعه در صفحه  $zx$  نشان داده شده است.

شکل ۴ تصویر قطعه کار در صفحه  $zx$ شکل ۵ گراف بردار نرمال در صفحه  $zx$ شکل ۶ تصویر قطعه کار در صفحه  $xy$

در شکل ۷ گراف بردار نرمال این حالت رسم شده است.

با توجه به گراف، سطح ۸، سطح جاساز، سطح ۷، سطح بست و سطوح ۱ و ۳ و ۵، همزمان کاندید جاسازی و بست می‌باشند. نتایج به‌صورت خلاصه در جدول ۱ آورده شده است.

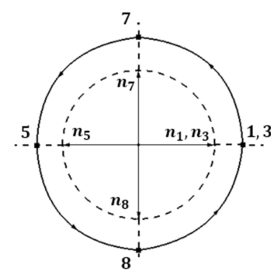
حال با توجه به اصل ۱-۳-۲ در طراحی قید و بند و در نظر گرفتن سه صفحه دو به دو متقاطع، می‌توان ترکیب سطوح جاسازی و بست را تعیین کرد. در جدول ۲، ترکیب سطوح آورده شده است.

### ۳- روش جبر خطی در ارزیابی صفحات جاسازی و بست

در قسمت قبل، گراف بردار نرمال و نحوه استفاده از آن برای تعیین صفحات جاسازی و بست، شرح داده شد. خروجی قسمت قبل شامل چندین دسته صفحات طبقه‌بندی شده است که باید با روشی مناسب، بهترین ترکیب صفحات را انتخاب کرد. برای این منظور در این قسمت از روش جبر خطی استفاده می‌گردد. یکی از روش‌های جبر خطی، تجزیه ماتریس برای یافتن مقادیر تکین یا روش SVD می‌باشد. در قید و بند، با توجه به تئوری پیچ‌واره، هر یک از اجزای جاسازی و بست را می‌توان به‌صورت نیرو-ممان مدل‌سازی کرده و سپس ماتریس کلی نیرو-ممان اجزا را به‌دست آورد. در این قسمت از روش SVD و محاسبه مقادیر تکین که روش‌هایی جبری هستند، برای تجزیه ماتریس نیرو-ممان نقاط جاسازی و بست استفاده می‌گردد. در یک سیستم جاسازی و بست، برآیند نیرو-ممان‌های داخلی و خارجی وارد بر سیستم، باید برابر باشند. رابطه (۱)، نیرو-ممان‌های داخلی معادل (جاساز و بست) را نشان می‌دهد.

$$W_i = \begin{bmatrix} \vec{F}_i \\ \vec{r}_i \end{bmatrix} = f_i \begin{bmatrix} \vec{n}_i \\ \vec{r}_i \times \vec{n}_i \end{bmatrix} = f_i \cdot (G_{LC}) \quad (1)$$

در این رابطه،  $W_i$  نیرو-ممان‌های داخلی،  $\vec{F}_i$  بردار نیرو،  $\vec{r}_i$  بردار ممان،  $f_i$  مقدار نیرو،  $\vec{n}_i$  بردار نرمال،  $\vec{r}_i \times \vec{n}_i$  بردار موقعیت و  $G_{LC}$  ماتریس جهت نیرو-ممان هر یک از جاساز و بست‌های سیستم قید و بند می‌باشد.



شکل ۷ گراف بردار نرمال در صفحه xy

جدول ۱ دسته‌بندی سطوح

| سطوح جاساز | سطوح بست | سطوح جاساز یا بست |
|------------|----------|-------------------|
| ۶          | ۴ و ۲    | ۱ و ۳ و ۵ و ۷ و ۸ |

جدول ۲ ترکیبات سطوح جاسازی و بست

| سطوح بست          | سطوح جاسازی |
|-------------------|-------------|
| ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۸ | ۱ و ۶ و ۷   |
| ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۷ | ۱ و ۶ و ۸   |
| ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۸ | ۵ و ۶ و ۷   |
| ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۷ | ۵ و ۶ و ۸   |

طبق رابطه (۲) برآیند نیرو-ممان‌های داخلی و خارجی باید با هم برابر باشد.

$$W_i = W_{ext} \quad (2)$$

در این رابطه،  $W_{ext}$  نیرو-ممان‌های خارجی (شامل نیروهای وزن قطعه‌کار، ماشین‌کاری و غیره) می‌باشد.

با جای‌گذاری رابطه (۱) در (۲)، رابطه (۳) بدست می‌آید.

$$f_i \cdot (G_{LC}) = W_{ext} \quad (3)$$

برای تفسیر و ارزیابی معادله (۳) از روش SVD استفاده می‌شود. در این روش، ماتریس جهت نیرو-ممان ورودی، ۳ خروجی دارد. در شکل ۸ این خروجی‌ها نشان داده شده است.

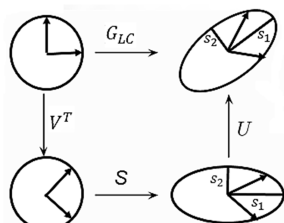
ماتریس‌های  $U$  و  $V^T$  جهات کشیدگی دایره واحد و ماتریس  $S$  مقدار کشیدگی در راستای محورهای اصلی (مقادیر تکین) را نشان می‌دهد (شکل ۹).

در شکل ۱۰، با مثالی در حالت ۲ بعدی، روش SVD شرح داده شده است. در این شکل ورودی  $f_i$  به‌صورت نیروهایی با مقادیر واحد که روی یک دایره قرار دارند، در نظر گرفته شده است. مقدار نیرو در محاسبات جاسازی و بست تاثیری ندارد و فقط جهت نیرو مهم می‌باشد. ماتریس جهت نیرو-ممان نشان داده شده سبب تغییر دایره به یک بیضی در خروجی شده است. این بیضی دارای دو قطر کوچک و بزرگ است که نشان دهنده مقادیر تکین در فضای نیرو-ممان می‌باشد.

در شکل ۱۱، نیروهای ورودی تحت اثر دو ماتریس جهت نیرو-ممان متفاوت، دو خروجی متفاوتی را ایجاد نموده‌اند. در این حالت برای مقایسه، خروجی که بیشترین حداقل مقدار تکین را در فضای نیرو-ممان خروجی دارد  $\max(S_{min})$ ، به‌عنوان سیستم جاسازی و بست ارجح‌تر، انتخاب می‌شود [۸].

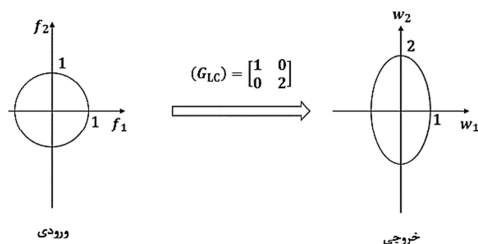
$$m \cdot \begin{bmatrix} n \\ G_{LC} \end{bmatrix} = m \cdot \begin{bmatrix} n & m-n \\ U \end{bmatrix} \cdot m \cdot \begin{bmatrix} n \\ S \end{bmatrix} \cdot n \cdot \begin{bmatrix} n \\ V^T \end{bmatrix}$$

شکل ۸ ماتریس‌های خروجی نیرو-ممان حاصل از روش SVD



$$SVD(G_{LC}) = U \cdot S \cdot V^T$$

شکل ۹ نمایش هندسی ماتریس‌های خروجی نیرو-ممان حاصل از روش SVD



شکل ۱۰ نمایش هندسی ورودی-خروجی نیرو-ممان در روش SVD

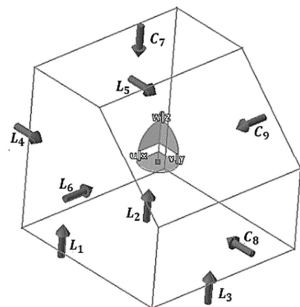
با مقایسه ۲ حالت می توان نتیجه گرفت که از لحاظ حجم و ایزوتروپی، حالت ۲ وضعیت بهتری نسبت به حالت ۱ دارد.

جدول ۳ مشخصات جاساز و بست (حالت ۱)

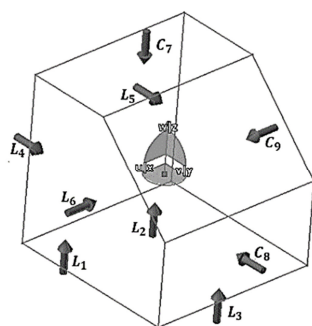
| نرمال        | مختصات                | جاساز/بست |
|--------------|-----------------------|-----------|
| $(0, 0, 1)$  | $(15, -17.6, -22.6)$  | $L_1$     |
| $(0, 0, 1)$  | $(-15, -17.6, -22.6)$ | $L_2$     |
| $(0, 0, 1)$  | $(0, 22.3, -22.6)$    | $L_3$     |
| $(0, 1, 0)$  | $(20, -22.6, 2.3)$    | $L_4$     |
| $(0, 1, 0)$  | $(-20, -22.6, 2.3)$   | $L_5$     |
| $(-1, 0, 0)$ | $(25, 2.3, 2.3)$      | $L_6$     |
| $(0, 0, -1)$ | $(0, -10.1, 27.3)$    | $C_7$     |
| $(0, -1, 0)$ | $(0, 27.3, -10.1)$    | $C_8$     |
| $(1, 0, 0)$  | $(-25, 2.3, 2.3)$     | $C_9$     |

جدول ۴ مشخصات جاساز و بست (حالت ۲)

| نرمال             | مختصات                | جاساز/بست |
|-------------------|-----------------------|-----------|
| $(0, 0, 1)$       | $(15, -17.6, -22.6)$  | $L_1$     |
| $(0, 0, 1)$       | $(-15, -17.6, -22.6)$ | $L_2$     |
| $(0, 0, 1)$       | $(0, 22.3, -22.6)$    | $L_3$     |
| $(0, 1, 0)$       | $(20, -22.6, 2.3)$    | $L_4$     |
| $(0, 1, 0)$       | $(-20, -22.6, 2.3)$   | $L_5$     |
| $(-1, 0, 0)$      | $(25, 2.3, 2.3)$      | $L_6$     |
| $(0, -0.7, -0.7)$ | $(0, 14.8, 14.8)$     | $C_7$     |
| $(1, 0, 0)$       | $(-25, 2.3, 2.3)$     | $C_8$     |



شکل ۱۴ قطعه کار با سیستم جاسازی و بست مشخص شده (حالت ۱)



$$S_{\max} = 36.5829$$

$$S_{\min} = 1.3871$$

$$V = 2.77 \times 10^{-17}$$

$$\text{Isotropy(Index)} = 0.03791$$

شکل ۱۵ داده های خروجی (حالت ۱)

در شکل ۱۲، ماتریس ورودی نیرو تحت اثر ۲ ماتریس جهت نیرو-ممان متفاوت تبدیل به ۲ بیضی در خروجی فضای نیرو-ممان با مقادیر تکین برابر و با حجم های متفاوت شده است. در این حالت معیار ارزیابی، ماکزیمم حجم بیضی است [۸].

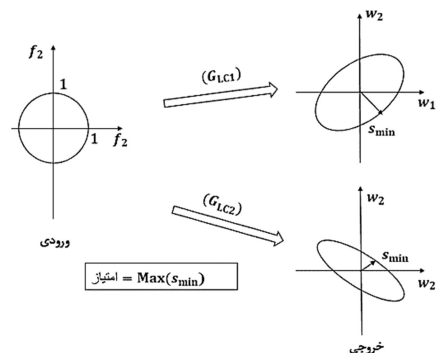
همچنین در برخی حالات، معیار ایزوتروپی یکنواخت، معیار است. ایزوتروپی برابر نسبت کمترین به بیشترین مقادیر تکین می باشد [۸]. در شکل ۱۳، این حالت نشان داده شده است.

حال برای استفاده از روش ذکر شده در حالت ۳ بعدی، در این قسمت مثالی حل شده است. در شکل ۱۴ یک قطعه کار با سیستم جاسازی و بست مشخص شده، نشان داده شده است.

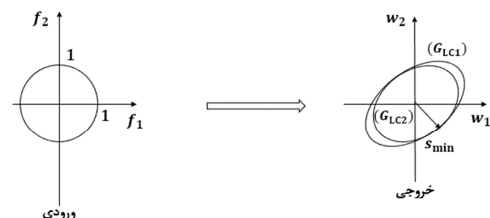
در جدول ۳ مشخصات جاساز و بست ها آورده شده است.

جهت حل مساله در حالت ۳ بعدی، ماتریس جهت نیرو-ممان با توجه به رابطه (۱) محاسبه شده و سپس با استفاده از توابع مربوط به محاسبه SVD در نرم افزار متلب<sup>۱</sup>، مقادیر کمینه و بیشینه تکین، حجم بیضی خروجی و اندیس ایزوتروپی محاسبه شد که نتایج برای این حالت در شکل ۱۵ نشان داده شده است.

در شکل ۱۶ ترکیب دیگری از سیستم جاسازی نشان داده شده است. مشخصات جاساز و بست در این سیستم در جدول ۴ آورده شده است. در شکل ۱۷، مقادیر محاسبه شده برای این حالت شامل مقادیر کمینه و بیشینه تکین، حجم بیضی خروجی و اندیس ایزوتروپی نشان داده شده است.

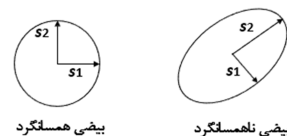


شکل ۱۱ معیار بیشترین مقدار تکین کمینه



$$\text{معیار} = \text{Max}(\text{Vol}(G_{1C})) = \sqrt{\det(G_{1C} \cdot G_{1C}^T)}$$

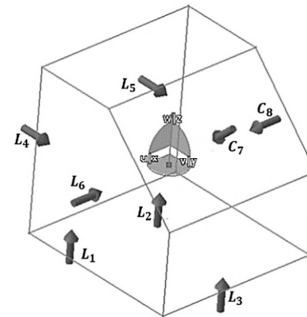
شکل ۱۲ معیار بیشترین حجم بیضی



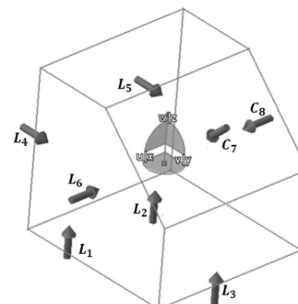
شکل ۱۳ معیار ایزوتروپی

## ۶- مراجع

- [1] D. Ding, U. H. Liu, S. Wang, Automatic Selection of Fixturing Surfaces and Fixturing Points for Polyhedral Workpieces, *Robotics and Automation, IEEE Transactions*, Vol. 17, pp. 833-841, 2001.
- [2] J. Rosell, R. Suarez, and F. Penalba, Automatic determination of fixturing points: quality analysis for different number of points and friction values, *Frontiers of Assembly and Manufacturing*, Berlin, Springer, pp. 53-67, 2010.
- [3] A. Roa, R. Suarez, Determining Fixturing Points for Complex Objects, *Proceedings of the 17th World Congress The International Federation of Automatic Control Seoul, Korea*, July 6-11, 2008.
- [4] H. R. Zghair, Z. H. Yaqoub, and A. Barzan, Feature - Based Approach to Automatic Fixturing System Planning For Uniform Polyhedra Workpiece. *Al-Khwarizmi Engineering Journal*, Vol. 4, No. 3, PP 43-56, 2008.
- [5] Y. Zheng, W. H. Qian, New advances in automatic selection of eligible surface elements for grasping and fixturing, *Robotica, Cambridge University Press*, pp. 1- 8, 2009.
- [6] Z. Li, and S. Sastry, Task-oriented optimal grasping by multifingered robotic hands. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, Vol. 4(1), pp. 32-44, 1988.
- [7] B. Kim, S. Oh, B. Yi, And I. Suh, Optimal grasping based on nondimensionalized performance indices, In *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 949-956, 2001.
- [8] M. A. Roa, R. Suarez, Grasp quality measures: review and performance, *Autonomous Robots, Springer*, 2014.
- [9] Q. Lin, J. W. Burdick, and E. Rimon, Constructing Minimum Deflection Fixture Arrangements Using Frame Invariant Norms, *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, Vol. 3, No. 3, 2006.



شکل ۱۶ قطعه کار با سیستم جاسازی و بست مشخص شده (حالت ۲)



$$S_{\max} = 33.6641$$

$$S_{\min} = 1.3871$$

$$V = 1.214 \times 10^{-10}$$

$$\text{Isotropy(Index)} = 0.0412$$

شکل ۱۷ داده های خروجی (حالت ۲)

## ۴- نتیجه گیری

در این تحقیق، روشی جدید جهت انتخاب سطوح مناسب جاسازی و بست براساس روش هندسی و گراف بردار نرمال ارائه شد. سطوح خروجی، دسته‌بندی و با استفاده از روش جبر خطی SVD و مقادیر تکین و یک سری معیارهای ارزیابی، مقایسه صفحات جهت انتخاب مناسب‌ترین صفحات انجام شد. نتایج این تحقیق در نرم‌افزار طراحی قید و بند به کمک کامپیوتر استفاده می‌شود.

## ۵- فهرست علائم

|           |                               |
|-----------|-------------------------------|
| $n$       | بردار نرمال                   |
| SVD       | روش تجزیه مقادیر تکین         |
| $W$       | نیرو-ممان                     |
| $\vec{F}$ | بردار نیرو                    |
| $f$       | مقدار نیرو                    |
| $G$       | ماتریس نیرو-ممان              |
| $U$       | ماتریس جهت در روش SVD         |
| $V$       | ماتریس جهت در روش SVD         |
| $S$       | ماتریس مقادیر تکین در روش SVD |
| $L$       | جاساز                         |
| $C$       | بست                           |
| Vol       | حجم بیضی                      |

## زیرنویس‌ها

|     |                          |
|-----|--------------------------|
| $i$ | اندیس شماره جاساز یا بست |
| ext | خارجی                    |
| LC  | جاساز-بست                |
| min | کمترین                   |
| max | بیشترین                  |