



تولید نقاط در مسیر منحنی نربز بوسیله میان یاب میلنه- سیمپسون و پیاده سازی بر روی میز کنترل عددی دو محوره

سعید علی محمدی^{۱*}، بهنام معتکف ایمانی^۲

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

۲- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

* شهید، صندوق پستی ۹۱۷۷۹۴۸۹۷۴، alimohammadi.saeid@stu.um.ac.ir

چکیده

ماشین های ابزار کنترل عددی کامپیوتری به منظور تولید حرکت فیزیکی ابزار، در مرحله تولید نقاط حرکتی از برنامه ای به نام میان یاب استفاده می کنند. پژوهش حاضر ابتدا مسیر حرکت توسط منحنی نربز تولید شده و سپس به میان یاب فرستاده می شود تا با توجه به مسیر منحنی نربز و نیز دینامیک حرکتی ابزار همچون، سرعت، شتاب و مشتق شتاب، نقاط مرجع برای هر بازه نمونه گیری سیستم سروو درایو تعیین گردد. میان یاب های موجود عمدتاً بر پایه بسط تیلور درجه ۲ عمل می کنند، اما خطاهای ناشی از ماهیت تقریبی میان یابی بر مبنای بسط سری تیلور درجه ۲ مورد توجه قرار نمی گیرند. در گزارش ذیل، به میان یابی سرعت پیشروی به صورت بلادرنگ برای کنترل دقیق موقعیت میز کنترل عددی سه محور در مسیر مشخص شده با منحنی نربز به منظور ماشین کاری سریع پرداخته شده است. روش ارائه شده با رویکردی جدید، مبتنی بر مدل میلنه- سیمپسون پرداخته شده است. که سعی شده با تغییر هسته محاسباتی میان یاب خطاهای عددی کاهش یافته و دقت در مسیر افزایش یابد. این ادعا از طریق آزمایش بر روی ماشین های ابزار کنترل عددی کامپیوتری دو محور (مشکل از دو محور صفحه ای) مجهز به کنترلر PID نیز به اثبات رسید.

کلید واژگان: میان یاب، نربز، میلنه- سیمپسون، ماشین های ابزار کنترل عددی

Tool path generation for non-uniform rational B-spline with Milne-Simpson PC interpolator and its implementation on 3 axis CNC table

Saeid Alimohammadi*, Behnam Motakef Imani

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University, Mashhad, Iran

* P.O.B. 9177948974 Mashhad, Iran, Alimohammadi.saeid@stu.um.ac.ir

ABSTRACT

CNC machine tools incorporate the interpolators to generate reference points due to physical movement. In this study, initially the NURBS curve has been generated and sent to interpolator. By consideration of NURBS curve properties and other dynamic conditions like maximum velocity, the maximum acceleration and the maximum jerk of the reference points have been generated for each sample time. The current interpolators generally work based on 2nd degree Taylor series, but the numerical errors which are produced because of the nature of numerical truncations are not considerate. In this report, the real time interpolation of feed rates has been investigated in order to precisely control position on 3 axis CNC table with Milne-Simpson predictor corrector. In this approach, the numerical errors have been reduced with correction of the main calculating core of the interpolation unit that has been led to the higher accuracy. This claim has been proved by experimental tests on 2 axis CNC table with PID controller.

Keywords: CNC, Interpolator, Milne-Simpson, NURBS.

اسپیلاین درجه سه و منحنی نربز^۵ می باشند. از بین این منحنی ها، منحنی نربز دارای محبوبیت بیشتری بوده و به عنوان منحنی استاندارد مورد استفاده قرار می گیرد [۳].

تنظیم دقیق سرعت پیشروی به طور خاص در زمینه ماشین کاری سریع دارای اهمیت است؛ زیرا در این حالت مقادیر زیاد شتاب در پیشروی مورد نیاز خواهد بود. علاوه بر آن، ناتوانی میان یاب در حفظ سرعت پیشروی می تواند باعث ایجاد ارتعاشات خود برانگیخته در ابزار یا شکست ابزار شود [۴]. میان یاب های منحنی های بی اسپیلاین و یا نربز معمولاً بر مبنای بسط سری تیلور^۶ درجه ۲ به دست می آیند [۴]. وظیفه اصلی این میان یاب ها محاسبه مقادیر پارامتر متناظر با نقاط مرجع متوالی است. استفاده از بسط سری تیلور

۱- مقدمه

وظیفه یک میان یاب در ماشین های ابزار کنترل عددی کامپیوتری^۱ تبدیل اطلاعات مسیر ابزار و سرعت پیشروی به نقاط مرجع برای هر بازه نمونه گیری سیستم سروو-درایو^۲ است [۱]. کنترل حلقه بسته گشتاور با مقایسه موقعیت حقیقی، که توسط انکودرهای روی محور موتور تعیین می شود، با نقاط مرجع ممکن خواهد بود [۲].

امروزه منحنی های پارامتری دارای کاربردهای فراوانی در طراحی به کمک کامپیوتر هستند، که از جمله آن ها می توان به صنایع خودروسازی، هوافضا و طراحی قالب اشاره کرد. منحنی های پارامتری دارای شکل های مختلفی هستند که مهم ترین آن ها منحنی بزیه^۳، منحنی بی اسپیلاین^۴، منحنی بی-

4. B-spline
5. NURBS
6. Taylor

1. CNC
2. servo-drive
3. bezire

Please cite this article using:

S. Alimohammadi, B. Motakef Imani, Tool path generation for non-uniform rational B-spline with Milne-Simpson PC interpolator and its implementation on 3 axis CNC table, Modares Mechanical Engineering, Proceedings of the Advanced Machining and Machine Tools Conference, Vol. 15, No. 13, pp. 158-162, 2015 (in Persian فارسی)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

۳-۱- پروفیل های سینماتیکی

پروفیل های مشتق شتاب (J)، شتاب (a)، سرعت پیشروی (f) و مسافت پیموده شده (l) در شکل ۱ مشاهده می شوند. پیش از تعیین پروفیل سرعت ابتدا باید مقادیر ابتدا و انتها موقعیت (l_{el})، بیشینه شتاب افزایش سرعت (A)، بیشینه شتاب کاهش سرعت (D) و قیده های مشتق شتاب (J) تعیین شوند. بیشینه شتاب در افزایش و کاهش سرعت با استفاده از قیده های گشتاور و نیروی موتورها مشخص می شوند. زمان شتاب گیری بر مبنای بیشترین دوره زمانی انتقال گشتاور (یا نیرو) در تقویت کننده انتخاب می شود. قید مشتق شتاب با تقسیم مقدار بیشینه شتاب بر زمان شتاب گیری به دست می آید [۹]. با استفاده از شکل ۱، شتاب (a)، سرعت (f) و جابه جایی (l) بر روی مسیر به صورت متناظر در روابط (۴) و (۵) و (۶) تعریف می شود.

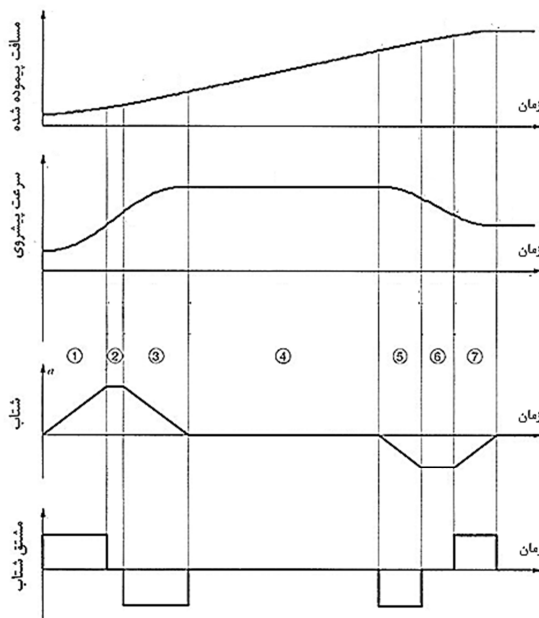
$$a(t) = a(t_i) + \int_{t_i}^t J(\tau) d\tau \quad (4)$$

$$f(t) = f(t_i) + \int_{t_i}^t a(\tau) d\tau \quad (5)$$

$$l(t) = l(t_i) + \int_{t_i}^t f(\tau) d\tau \quad (6)$$

مشتق شتاب در زمان های افزایش سرعت T_1 و T_3 و زمان های کاهش سرعت T_5 و T_7 ثابت بوده و در زمان های شتاب ثابت T_2 ، T_4 ، T_6 برابر صفر است. با انتگرال گیری از مشتق شتاب در هر کدام از بازه های نشان داده شده در شکل ۱، پروفیل شتاب به صورت رابطه (۷) به دست می آید:

$$a(\tau) = \begin{cases} J_1 \tau_1 & [0 - t_1) \\ A & [t_1 - t_2) \\ A - J_3 \tau_3 & [t_2 - t_3) \\ 0 & [t_3 - t_4) \\ J_5 \tau_5 & [t_4 - t_5) \\ -D & [t_5 - t_6) \\ -D + J_7 \tau_7 & [t_6 - t_7) \end{cases} \quad (7)$$



شکل ۱- شتاب های سینماتیکی برای سرعت پیشروی، شتاب و مشتق شتاب محدود [۱]

درجه ۲، به دلیل حذف جملات با مرتبه بالا، باعث ایجاد خطای بریدگی در محاسبات می شود [۴].

روش های مختلفی برای میان یابی بر روی منحنی های پارامتری ارائه شده است. تسای و همکاران [۵] یک الگوریتم ترکیبی پیش نگر برای میان یابی بر روی منحنی نریز ارائه کردند. این الگوریتم خطاهای هندسی و خطاهای ناشی از دینامیک سیستم سروو را به طور همزمان مورد نظر قرار می دهد. اما خطاهای ناشی از ماهیت تقریبی میان یابی بر مبنای بسط سری تیلور درجه ۲ در این الگوریتم مورد توجه قرار نگرفته است. در این تحقیق سعی شده تا با استفاده از تئوری مشتق شتاب محدود و الگوریتم میان یابی میلنه - سیمپسون^۱ دقت حرکت میز ماشین کنترل عددی دو محور را بالا برده شود.

۲- الگوریتم میان یابی منحنی نریز

فرض می کنیم $C(u)$ نشان دهنده یک منحنی نریز بوده و معادله آن به صورت زیر است (معادله ۱) [۶]:

$$C(u) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) P_i W_i}{N_{i,p}(u) W_i} \quad (1)$$

در معادله (۱)، P_i نشان دهنده نقاط کنترل، W_i وزن نقطه کنترل، $n+1$ تعداد نقاط کنترل و p درجه منحنی نریز است و $N_{i,p}(u)$ تابع پایه بی اسپیلاین است. u نیز پارامتر می باشد که از ۰ الی ۱ تغییر می کند.

برای انجام عملیات میان یابی بر روی منحنی نریز، میان یابی با تقریب مرتبه دوم انجام می شود. به کمک بسط سری تیلور درجه ۲، تقریب منحنی تا جمله مرتبه دوم از معادله (۲) به دست می آید و با جای گذاری مقادیر مشتقات در معادله (۲)، بسط سری تیلور درجه ۲ به صورت معادله (۳) خواهد بود [۵]. در معادله (۳)، $C''(u_k)$ ، $C'(u_k)$ ، T_k ، A_k ، V_k ، به ترتیب نشان دهنده سرعت پیشروی، شتاب، دوره نمونه گیری و مشتقات مرتبه دوم و اول منحنی نریز هستند. برای محاسبه مقادیر $C''(u_k)$ ، $C'(u_k)$ ، $C(u_k)$ می توان از الگوریتم دی بور^۲ استفاده کرد [۳].

$$u_{k+1} = u_k + \left. \frac{du}{dt} \right|_{t=t_k} \Delta t + \left. \frac{d^2u}{dt^2} \right|_{t=t_k} \frac{(\Delta t)^2}{2!} \quad (2)$$

$$u_{k+1} = u_k + \frac{V_k T_s}{C'(u_k)} + \frac{T_s^2}{2} + \left(\frac{A_k}{|C'(u_k)|} - \frac{V_k^2 [C'(u_k) \cdot C''(u_k)]}{|C'(u_k)|^4} \right) \quad (3)$$

۳- الگوریتم سرعت پیشروی با تغییرات شتاب محدود

حاصل ضرب شتاب در اینرسی دورانی به عنوان گشتاور دینامیکی بر روی سازه محرک ماشین ابزار عمل می کند. در صورتی که پروفیل شتاب ایجاد شده توسط میان یاب هموار نباشد، گشتاور ایجاد شده بر روی بال اسکرو^۳ دارای مؤلفه هایی با فرکانس بالا خواهد بود. این مؤلفه ها موجب تحریک دینامیکی سازه محرک دستگاه شده و ارتعاشات ناخواسته ایجاد می کنند [۷]. برای به دست آوردن پروفیل های هموار سرعت و شتاب، الگوریتم های ایجاد پروفیل با مشتق شتاب محدود مورد استفاده قرار می گیرند. این الگوریتم ها در این بخش بررسی می شوند [۸].

1. Milne-Simpson predictor-corrector
2. Deboor
3. ballscrow

۴- مرحله مقدماتی تعیین پروفیل سرعت

پیش از استفاده از پروفیل سرعت در میان‌یابی، زمان لازم برای هر کدام از قسمت‌های پروفیل سرعت باید مشخص شود. برای طراحی یک الگوریتم کلی، شرایط زیر در مرحله مقدماتی تعیین پروفیل سرعت مورد بررسی قرار می‌گیرند. در پایان سه مرحله اول پروفیل، سرعت باید به سرعت پیشروی مطلوب f برسد. این به معنی آن است که $0 \leq T_2$ در صورتی که مقادیر مشتق شتاب در مراحل اول و سوم در معادلات (۱۱) و (۱۲) یکسان در نظر گرفته شوند، شرط شتاب به صورت زیر خواهد بود (معادله (۱۷)):

$$T_1 = T_3 = \frac{A}{J_1}; T_2 = \frac{f - f_s}{A} - \frac{A}{J_1} \geq 0 \quad (17)$$

اگر شرط معادله (۱۷) برقرار نباشد، باید مقدار قید شتاب به بیشترین مقدار ممکن کاهش یابد، و مقدار T_2 برابر صفر شود. به طور مشابه برای مرحله کاهش سرعت (معادلات (۱۸) و (۱۹)).

$$A = \text{sgn}(A) \sqrt{J_1(f - f_s)} \quad (18)$$

$$T_5 = T_7 = \frac{D}{J_5}; T_6 = \frac{f - f_s}{D} - \frac{D}{J_5} \geq 0 \quad (19)$$

در صورتی که شرط بالا برقرار نباشد، مقدار قید شتاب در کاهش سرعت به صورت معادله (۲۰) کاهش پیدا می‌کند،

$$D = \text{sgn}(D) \sqrt{J_5(f - f_e)} \quad (20)$$

و مقدار T_6 برابر صفر قرار داده می‌شود. در صورتی که طول مسیر به اندازه کافی بزرگ باشد تا مرحله سرعت ثابت وجود داشته باشد، مقدار $0 \leq T_4$ باید تعیین شود. کل طول پیموده شده از معادلات (۹) و (۱۶) و با جایگزینی مقادیر T_2 و T_6 از معادلات (۱۷) و (۱۹) به دست می‌آید (معادله (۲۱)):

$$L = \left(\frac{1}{2A} + \frac{1}{2D} \right) f^2 + \left(\frac{A}{2J_1} + \frac{D}{2J_5} + T_4 \right) f + \left(\frac{Af_s}{2J_1} + \frac{Df_e}{2J_5} - \frac{f_s^2}{2A} - \frac{f_e^2}{2D} \right) \quad (21)$$

برای آن که مرحله سرعت ثابت وجود داشته باشد، $0 \leq T_4$ باید با استفاده از معادله (۲۱) به صورت زیر به دست آید (معادله (۲۲)):

$$T_4 = f^{-1} \left\{ L - \left[\left(\frac{1}{2A} + \frac{1}{2D} \right) f^2 + \left(\frac{A}{2J_1} + \frac{D}{2J_5} \right) f + \left(\frac{Af_s}{2J_1} + \frac{Df_e}{2J_5} - \frac{f_s^2}{2A} - \frac{f_e^2}{2D} \right) \right] \right\} \quad (22)$$

در صورتی که شرط بالا برقرار نباشد، $T_4 = 0$ و با حل معادله بالا، مقدار سرعت پیشروی f تا بیشترین مقدار ممکن برای آن کاهش می‌یابد.

۴-۱- پروفیل سرعت با مشتق شتاب محدود در میان‌یابی

پس از تعیین مقادیر $T_1, T_2, T_3, \dots, T_7$ ، میان‌یاب در هر مرحله با استفاده از معادلات (۷) و (۸) و (۹) و مقادیر شتاب، سرعت و جابجایی را محاسبه کرده و به کمک آن‌ها، نقطه مرجع بعدی را تولید می‌کند. فلوچارت الگوریتم ایجاد پروفیل سرعت با تغییرات شتاب محدود در شکل ۲ رسم شده است. در این تحقیق مقادیر بیشینه مشتق شتاب، سرعت و شتاب به شرح زیر انتخاب شده اند [۱۱].

$$J_{\max} = 2000 \frac{\text{mm}}{\text{s}^3}$$

$$A_{\max} = 500 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$$

$$f_{\max} = 60 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

در رابطه (۷)، T_k نشان‌دهنده هر بازه زمانی است ($T_k = t_k - t_{k-1}$) با انتگرال‌گیری از شتاب در معادله (۷) در هر بازه، پروفیل سرعت به صورت رابطه (۸) به دست می‌آید:

$$f(\tau) = \begin{cases} f_s + 0.5 J_1 \tau_1^2 & [0 - t_1) \\ f_1 + A \tau_2 & [t_1 - t_2) \\ f_2 + A \tau_3 - 0.5 J_3 \tau_3^2 & [t_2 - t_3) \\ f_3 & [t_3 - t_4) \\ f_4 - 0.5 J_5 \tau_5^2 & [t_4 - t_5) \\ f_5 - D \tau_6 & [t_5 - t_6) \\ f_6 - D \tau_7 + 0.5 J_7 \tau_7^2 & [t_6 - t_7) \end{cases} \quad (8)$$

در رابطه (۸)، با قرار دادن T_k (طول زمان مرحله k) به جای τ_k ، مقدار سرعت در انتهای هر بازه زمانی مشخص می‌شود. با انتگرال‌گیری از معادله (۸) پروفیل جابجایی در معادله (۹) به دست می‌آید.

$$l(\tau) = \begin{cases} l_s + f_s \tau_1 + 0.5 J_1 \tau_1^3 & [0 - t_1) \\ l_1 + f_1 \tau_2 + 0.5 A \tau_2^2 & [t_1 - t_2) \\ l_2 + f_2 \tau_3 + 0.5 A \tau_3^2 - \frac{1}{6} J_3 \tau_3^3 & [t_2 - t_3) \\ l_3 + f_3 \tau_4 & [t_3 - t_4) \\ l_4 + f_4 \tau_5 - \frac{1}{6} J_5 \tau_5^3 & [t_4 - t_5) \\ l_5 + f_5 \tau_6 - 0.5 D \tau_6^2 & [t_5 - t_6) \\ l_6 + f_6 \tau_7 - 0.5 D \tau_7^2 + \frac{1}{6} J_7 \tau_7^3 & [t_6 - t_7) \end{cases} \quad (9)$$

در رابطه (۹)، l_k کل جابجایی انجام شده تا پایان مرحله k ام است. با قرار دادن T_k (طول زمان مرحله k ام) به جای τ_k ، مسافت پیموده شده در پایان مرحله (k) به دست می‌آید. برای یافتن جابجایی هر مرحله باید به صورت رابطه (۱۰) عمل کرد:

$$L_k = l_k - l_{k+1} \quad (10)$$

موقعیت اولیه برابر $l_0 = l_s$ می‌باشد. با استفاده از پروفیل‌های شتاب دوزنقه ای، روابط (۱۱) و (۱۲) باید برقرار باشند.

$$A = J_1 T_1 = J_3 T_3 \quad (11)$$

$$D = J_5 T_5 = J_7 T_7 \quad (12)$$

برای برقراری این روابط ممکن است در پایان مرحله مقدماتی تعیین پروفیل، تنظیم دوباره مقادیر لازم باشد. با توجه به آن‌که در پایان مرحله سوم سرعت باید به سرعت مطلوب f رسیده باشد.

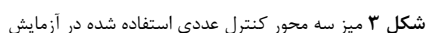
$$f_3 = f \Rightarrow T_2 = \frac{1}{A} (f - f_s - \frac{1}{2} J_1 T_1^2 - A T_3 + \frac{1}{2} J_3 T_3^2) \quad (13)$$

به طور مشابه، با توجه به آن‌که در پایان مرحله هفتم سرعت باید به سرعت نهایی f_e رسیده باشد و L طول کل منحنی است؛ همچنین مجموع مسافت‌های پیموده شده در هر مرحله باید مساوی کل طول منحنی شود (معادلات (۱۴) و (۱۵) و (۱۶)):

$$f_7 = f_e = f_6 - (D T_7 + \frac{1}{2} J_7 T_7^2) \quad (14)$$

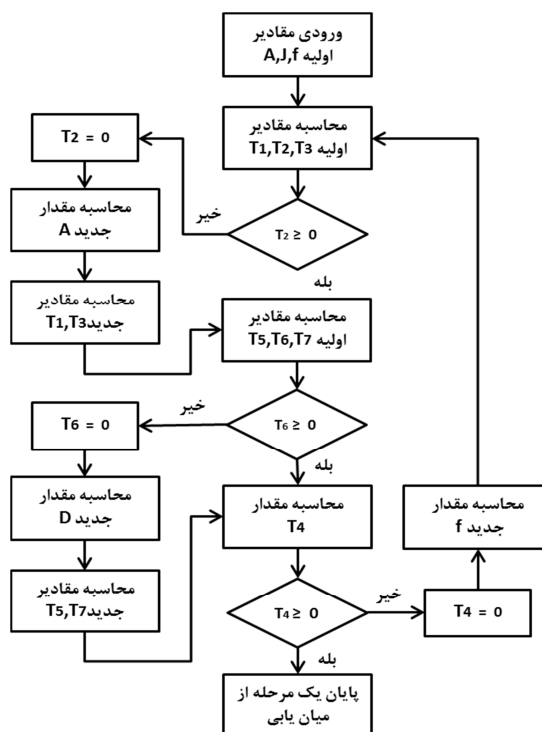
$$T_6 = \frac{1}{D} (f - f_e - \frac{1}{2} J_7 T_7^2 - D T_7 + \frac{1}{2} J_5 T_5^2) \quad (15)$$

$$L = l_e - l_s = \sum_{k=1}^7 L_k \quad (16)$$



شکل ۴ مسیر منحنی ایر فویل NACA0025 دو بعدی

4. Matlab
5. Visual basic
6. Ziegler-Nichols



شکل ۲ فلوجارت الگوریتم ایجاد پروفیل سرعت با مشتق شتاب محدود [۱۰]

میان‌یابی به روش میلنه-سیمپسون^۱ در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفت [۱۲]. زیرا که به لحاظ محاسباتی در پیاده‌سازی بر روی سیستم پلادرنگ^۲، کارآمد و دارای پایداری مناسبی در محاسبات است. این روش محاسبات عددی به فرم حلقه بسته می‌باشد که برای میان‌یابی منحنی‌های تریز که دارای شعاع انحنای کوچک هستند مناسب می‌باشد. این روش شامل دو بخش است، بخش اول پیشبین و بخش دوم تصحیح کننده؛ معادله (۲۳) به اء $3 \leq k$ نشان دهنده بخش اول است، که تکرار صفر از طریق پیشبینی بدست می‌آید.

$$u_{k+1}^{(0)} = u_{k-3} + \frac{3}{4}Tf_k(2f_k - 2f_{k-1} - 2f_{k-2}) \quad (23)$$

و رابطه مرحله تصحیح به ازاء $1 \leq n$ به شرح زیر است (معادله (۲۴)):

$$u_{k+1}^{(n)} = u_{k-1} + \frac{1}{3}Tf_k(f_{k+1} - 4f_{k-1} - f_{k-2}) \quad (24)$$

آزمایش و مقایسه الگوریتم‌ها بر روی یک میز $X-Y-\theta$ انجام می‌شود (شکل ۳). در آزمایش انجام شده فرض شده است که محور ماشین ابزار ثابت است (محور Z). حرکت محورهای متحرک توسط سه سروو موتور AC تأمین می‌شود (جدول ۱). دقت انکودر موتورها برابر 5000 (پالس بر دور) است. الگوریتم بر روی کامپیوتر پیاده‌سازی شده و ارتباط با موتورها توسط یک کارت کنترل حرکت ایجاد می‌شود.

برای کنترل حرکت موتورها از حالت میان‌یابی شکل بی‌تی^۳ استفاده می‌شود [۱۳]. دو خط کش دیجیتالی با دقت 1 میکرومتر بر روی میز نصب شده

1. Milne-Simpson Predictor-corrector
2. Realtime
3. Bit-Pattern Interpolation

رویکرد بالا بردن دقت محاسباتی از طریق الگوریتم میان‌یاب میلنه-سیمپسون دقت در دنبال کردن مسیر را افزایش داد و در نتیجه دقت در ماشین‌کاری را نیز بالا برد.

۹- مراجع

- [1] Y. Altintas, *Manufacturing automation: metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design*, New York: Cambridge University Press, 2000.
- [2] R. T. Farouki, *Pythagorean—hodograph Curves*: Springer, 2008
- [3] X. Liu, F. Ahmad, K. Yamazaki, M. Mori, Adaptive interpolation scheme for NURBS curves with the integration of machining dynamics, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 45, No. 4, pp. 444-433, 2005.
- [4] R. T. Farouki, Y.-F. Tsai, Exact Taylor series coefficients for variable-feedrate CNC curve interpolators, *Computer-Aided Design*, Vol. 33, No. 2, pp. 165-155, 2001.
- [5] R. T. Farouki, T. Sakalis, Pythagorean hodographs, *IBM Journal of Research and Development*, Vol. 34, No. 5, pp. 752-736, 1990
- [6] L. Piegl, W. Tiller, *The NURBS book*: Springer Science & Business Media, 2012.
- [7] Y. Altintas, *Manufacturing automation: metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design*: Cambridge university press, 2012.
- [8] S.-S. Yeh, P.-L. Hsu, Adaptive-feedrate interpolation for parametric curves with a confined chord error, *Computer-aided design*, Vol. 34, No. 3, pp. 237-229, 2002.
- [9] S.-S. Yeh, P.-L. Hsu, The speed-controlled interpolator for machining parametric curves, *Computer-Aided Design*, Vol. 31, No. 5, pp. 357-349, 1999.
- [10] A. Ghandeharioun, *Improvement of Real-Time NURBS Curve CNC Interpolators Using Pythagorean-Hodograph Curves*, Msc Thesis, Mechanical Engineering, Ferdowsi University Of Mashhad, 1389. (In Persian)
- [11] X. Zhiming, C. Jincheng, F. Zhengjin, Performance evaluation of a real-time interpolation algorithm for NURBS curves, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 20, No. 4, pp. -270 276, 2002.
- [12] R. L. Burden, and Faires, J. D, *Numerical Analysis*, 2006.
- [13] PCI-1240 4-Axis Stepping/Pulse-type Servo Motor Control Card, User's Manual, Advantech Co, 2003124000, 2001.
- [14] Ogata, K, *Modern control engineering*. 4th ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall. xi, 964 p, 2002.

جدول ۲ ضرایب کنترلر PID برای هر محور

ضرایب	محور θ	محور Y	محور X
K_p	۳/۳۳۲۲	۳۸/۳۳۲۲	۲۲/۳۸۳۳
K_i	۲۶/۸۰۰۰	۲۶۶/۸۰۰۰	۲۶۶/۸۸۹۹
K_d	۰/۵۰۸۳	۰/۲۹۷۵	۰/۱۸۶۲



شکل ۵ خطا حرکت در سه محور مسیر منحنی ایرفویل NACA0025 سه بعدی

نکته حائز اهمیت در آزمایش، هماهنگی بین نرخ نمونه‌برداری کارت کنترلی و بازه میان‌یابی^۱ است. که در آزمایش هر دو مقدار ۱ میلی‌ثانیه در نظر گرفته شده‌اند. مقدار تعیین شده برای نرخ نمونه‌برداری کاملاً وابسته به سخت‌افزار کنترلی می‌باشد.

۷- نتایج

آزمایش با معیارها و شرایط ذکر شده برای مسیر منحنی ایرفویل NACA0025 سه‌بعدی انجام پذیرفت. همان‌طور که در بخش توضیح داده شد، نمودار خطا برای یک مسیر ۱۶۵۰ میلی‌ثانیه، خطا دنبال کردن مسیر (شکل ۴) برای مسیر ایرفویل در شکل ۵ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، بیشترین انحراف در نقطه میانی مسیر طی شده است و متناظر با آن در نمودار خطا نیز شاهد خطاهای بالاتری هستیم. اما به‌طور پیشینه خطا نیز با مقدار ۰/۰۱۲۱۸ میلی‌متر نیز در ابتدای شروع قوس اتفاق افتاده است. ریشه نوسانی خطا نیز بدلیل خصوصیات کنترلر PID می‌باشد [۱۴]. با توجه به پیشینه خطا در نمودارها می‌توان ادعا کرد که با روش ارائه شده می‌توان خطا را کاهش داد. لذا مشاهده می‌شود (شکل ۵)، در روش ارائه شده که مبتنی بر رویکرد کاهش خطا محاسبات و عملکرد بهینه در کنترل سرعت، خطا کاهش یافته و دقت در طی مسیر مشخص شده با منحنی نریز افزایش می‌یابد.

۸- نتیجه‌گیری

در ابتدا به معرفی میان‌یابی منحنی‌های نریز پرداخته شد و درباره نحوه پدید آمدن الگوریتم میان‌یاب از طریق بسط چند جمله‌ای تیلور درجه ۲ سخن به میان آمد؛ سپس بر روی الگوریتم سرعت پیشروی از طریق مشتق شتاب محدود بحث شد و از طریق روابط مطرح شده، مقادیر سرعت طی مسیر را به شکل بهینه با کمترین خطا نوسان سرعت تعیین شد و در حلقه محاسبات نقاط روی مسیر قرار داده شد، در مرحله آخر تئوری تحقیق نیز، هسته محاسباتی مبتنی بر روش میلنه-سیمپسون را با حلقه میان‌یابی وارد شد. در مرحله بعدی تحقیق به منظور راستی آزمایشی تئوری مطرح شده اقدام به پیاده سازی و آزمایش به وسیله میز کنترل عددی سه محور، شد و با تحلیل نتایج بدست آمده در خطای دنبال کردن مسیر به این نتیجه ارائه شد، که می‌توان، با ایجاد حلقه‌ای در محاسبات و تصحیح مقادیر سرعت و شتاب و همچنین

1. Interpolation interval